FACULTAD DE CIENCIAS JURÍDICAS Y SOCIALES

Departamento de Economía de la Empresa (ADO), Economía Aplicada II y Fundamentos del Análisis Económico - Área de Fundamentos del Análisis Económico II

Tesis Doctoral

"Equilibrio en Competencia Espacial con introducción de varios escenarios: zonas verdes, conducta predatoria y mercado de trabajo."

Director: Prof. Dr. D. Hamid Hamoudi Amar-Khodja

Doctoranda: Mª Pilar López Portillo

Madrid, 2017

D. Hamid Hamoudi Amar-Khodja, profesor titular del Área de Fundamentos del Análisis Económico, englobada en el Departamento de Economía de la Empresa (ADO), Economía Aplicada II y Fundamentos del Análisis Económico de la Universidad Rey Juan Carlos, en cumplimiento con la normativa vigente que regula los estudios universitarios de tercer ciclo dirigidos a la obtención del título de Doctor, emite el siguiente informe sobre la tesis doctoral "Equilibrio en Competencia Espacial con introducción de varios escenarios: zona verdes, conducta predatoria y mercado de trabajo", presentada por la doctoranda Dª. Mª Pilar López Portillo.

La presente tesis plantea distintos escenarios en el marco de la competencia espacial en las que, partiendo de la literatura existente, se modifican diversos supuestos que afectan a la determinación del equilibrio del mercado en el marco del modelo de Hotelling. Los resultados obtenidos muestran la importancia que la adopción de unos u otros supuestos tiene para el desarrollo del modelo y, consecuentemente, el resultado de equilibrio, la competencia de los mercados, o el bienestar de los agentes económicos.

Esta tesis doctoral representa un trabajo de investigación que desarrolla los modelos planteados previamente y generalizando en ellos, mostrando así la capacidad del autor de abordar situaciones que suponen un avance en la literatura relacionada existente hasta el momento. A su vez, considero que esta tesis doctoral es ciertamente defendible por su doctoranda tanto en sus aspectos formales como en su contenido.

Y para que conste y surta los efectos oportunos, firmo el presente informe en Madrid, a 25 de Abril de 2017.

Fdo.- Dr. D. Hamid Hamoudi Amar-Khodja

A mi marido, a mis hijos, y familia.

A mis amigos y compañeros.

Por las muchas horas de abandono y la

paciencia y cariño que han tenido

conmigo estos años de trabajo.

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría recordar en este momento del trabajo a todas aquellas personas que me han apoyado en la realización del mismo.

A todos esos compañeros y amigos que me han animado a abordar este proyecto tan largamente aplazado.

A mis compañeros de fatigas, no sólo de trabajo, por haber servido de apoyo en los momentos más bajos.

Y sobre todo, quiero agradecer de forma especial el apoyo incondicional de mi director, el Doctor D. Hamid Hamoudi Amar-Khodja. Nunca le podré agradecer suficientemente su dedicación, la paciencia con la que me ha tratado, y que a veces he puesto a prueba, y el apoyo y la confianza que ha depositado siempre en mi persona. Sin su colaboración y seguimiento este trabajo no hubiera sido posible. Mi director y, sobre todo, mi amigo.

Si dicen que en los momentos difíciles es cuando se reconocen a los amigos, no puedo por menos que agradecer a todos los que han sufrido conmigo, compartido penas y alegrías de forma alterna, y siempre con una inmensa generosidad. Que han sabido, y querido, esperar y confiar.

A mi marido, a mis hijos, que han crecido en estos años más de lo imaginado, y a los que les debo dedicar muchos más.

A todos aquellos que me han ayudado con mis dificultades, con sugerencias y aportaciones.

No quisiera finalizar sin dedicar unas merecidas líneas de agradecimiento a la Universidad Rey Juan Carlos, que ha acogido este proyecto que ahora acaba, ofreciendo su apoyo en todo momento.

Índice

Índice **9**

Capítulo I: Objetivos y estructura **13**

1.1. Objetivos y estructura 14

Capítulo II: Introducción. Marco Referencial **19**

2.1. Introducción 20

2.2. Competencia espacial 25

2.3. Diferenciación de productos 29

2.4. Modelo de Hotelling y desarrollos posteriores 32

2.4.1. Otros conceptos y desarrollos específicos 38

Capítulo III: Regulación de zonas verdes o dotacionales en un marco de competencia espacial **62**

3.1. Introducción 63

3.2. El modelo 68

3.2.1. El espacio de localización: Cuidad lineal. 69

3.2.2. El comportamiento de los agentes 72

3.2.3. Las externalidades de la zona verde o dotacional sobre el bienestar de los consumidores. 76

3.3. Análisis del modelo 83

3.3.1. Equilibrio en precios. 84

3.3.2. Equilibrio en localización. 86

3.4. Dimensión óptima de la zona verde o dotacional 90

3.4.1. Tamaño óptimo la zona verde o dotacional considerando solo los efectos mercantiles 90

3.4.2. Tamaño óptimo de la zona verde o dotacional: estudio general..... 93

3.5. Conclusiones..... 104

3.6. Apéndice..... 110

Demostración de la proposición 1: 110

Demostración de la proposición 2A: 110

Demostración de la proposición 2B: 111

Capítulo IV: Conducta Predatoria en Competencia Espacial 116

4.1. Introducción 117

4.2. El modelo 121

4.3. Conducta Predatoria en el mercado lineal 124

4.3.1. Ganancias en un mercado local 125

4.3.2. Ganancia y pérdida de una conducta predatoria 128

4.3.3. La credibilidad de la depredación 131

4.4. Conducta Predatoria en el mercado circular 137

4.4.1. Ganancias en un mercado local 138

4.4.2. Ganancia y pérdida de una conducta predatoria 139

4.4.3. La credibilidad de la predación 142

4.5. Conclusiones..... 144

4.6. Anexos 148

Anexo 1: Calculo de las funciones de beneficio en los distintos escenarios considerados 148

Anexo 2: Cálculo de la ganancia y la pérdida de una conducta predatoria (caso lineal) 153

Anexo 3: Localización de la empresa E y credibilidad de la predación $C(z)$ (caso lineal) 154

Anexo 4: Calculo de las funciones de beneficio en los distintos escenarios considerados (caso circular) 159

Anexo 5: Cálculo de la ganancia y la pérdida de la conducta predatoria (caso circular) 164

Anexo 6: Localización de la empresa E y credibilidad de la predación $C(z)$ (caso circular) 164

Capítulo V: Competencia espacial con mercado de trabajo..... 169

5.1. Introducción 170

5.2. El modelo 173

5.2.1 Planteamiento general 173

5.2.2 Motivación de la forma funcional de la función de esfuerzo: $F_i(e_i)$ 175

5.2.3 El esfuerzo óptimo de un trabajador 177

5.2.4. Instrumentos de análisis del modelo 178

5.3. Equilibrio 180

5.3.1. Equilibrio con rendimientos constantes ($\beta = 1$) 181

5.3.2. Equilibrio con rendimientos no constantes ($\beta \neq 1$) 184

5.4. Estudio comparativo del equilibrio 187

5.4.1. Caso cuadrático: $\lambda = 0$, $F_i(e_i) = \frac{\alpha}{2} e_i^2$ 188

5.4.2. Caso Lineal Cuadrático convexo: $\lambda = \alpha$, $F_i(e_i) = \lambda \left(e_i + \frac{1}{2} e_i^2 \right)$ 191

5.4.3. Caso lineal cuadrático cóncavo: $\alpha = -\lambda$, $F_i(e_i) = \lambda \, (e_i - \frac{1}{2} e_i^2)$ 194

5.4.4. Comparación de los 3 casos 197

5.6. Conclusión 205

5.7. Anexos 208

Anexo 1: Determinación del consumidor indiferente 208

Anexo 2: Demonstración proposición 1 209

Anexo 3: Demonstración proposición 2 212

Anexo 4: Demonstración de la proposición 3 214

Anexo 5: Comparación de los 3 casos 219

Capítulo VI: 227

6.1. Conclusiones y futuras líneas de investigación 228

Bibliografía 237

1. Bibliografía 238

Capítulo I: Objetivos y estructura

1.1. Objetivos y estructura

La Economía Industrial tiene como objeto de estudio el análisis de la estructura y comportamiento de las industrias y mercados de una economía. Más específicamente, trata de la interdependencia entre las empresas (en su mayoría privadas) dentro de sus mercados, y de los vínculos existentes entre las condiciones de mercado, el comportamiento de las empresas y los resultados económicos. (Clarke 1993, 13).

El trabajo desarrollado en esta tesis se enmarca en este campo dentro la rama de economía espacial. Tratamos de analizar cómo se ven afectado un mercado espacial ante distintos escenarios que alteran su funcionamiento natural y cómo reaccionan ante esos efectos los agentes económico y con la intención de plantear y desarrollar determinados modelos que responden a situaciones de competencia entre empresas enfrentadas a distintas situaciones. Todo esto supone una novedad en la literatura de la competencia espacial.

Si bien el marco teórico existente es amplio, los modelos de referencia trabajados en esta tesis son muy sensibles a los supuestos y al marco establecido para su desarrollo, por lo que, partiendo de trabajos previos, y a través de la modificación de alguno de los supuestos de modelos existentes en la literatura, se trata de analizar si se pueden ver alterados, o consolidados, los resultados prexistentes de tal manera que la nueva modelización permita contribuir al acervo general de la literatura.

Los objetivos fundamentales de este trabajo de tesis son, por tanto, encontrar los equilibrios en las estrategias de las empresas, tanto en localización, como en precio, y compararlos con los equilibrios encontrados en trabajos previos en los que la modelización es similar pero sobre los que se aporta una nueva dimensión, como la

existencia de equipamientos dotacionales (como zonas verdes) que generan externalidades a los consumidores, o la posibilidad de una conducta predadora por la empresa instalada en un mercado, o la consideración de una función de esfuerzo de los trabajadores que afectará a la demanda de trabajo a la que se enfrenta una empresa para cumplir sus necesidades de producción , y analizando los efectos que la introducción de estos nuevos escenarios tiene sobre las distintas variables que intervienen en los modelos y definen sus resultados.

A partir de esta introducción, en el capítulo II, se expone, el marco común en el que se desarrollan todos, qué es la competencia espacial y, concretamente, lo que son los modelos de diferenciación de productos, y en concreto la diferenciación por localización de las empresas, bajo el trabajo principal de Hotelling y sus desarrollos posteriores. Se incluyen también algunos desarrollos teóricos más específicos a los que se hará posteriormente referencia en los trabajos desarrollados en los siguientes capítulos.

En los capítulos III, IV y V se presentan distintas alternativas de trabajo en el anunciado marco del modelo de Hotelling para ver cómo afectan al equilibrio y funcionamiento de los mercados. Finalmente, aunque en cada capítulo se ofrecen conclusiones correspondientes a cada caso, en el capítulo 6 se trata de ofrecer un resumen de todas las conclusiones de todo el trabajo realizado.

Más concretamente, el primero de los análisis considerados, se expone en el *C*apítulo III, que estudia cómo puede afectar el establecimiento de una zona verde o dotacional, decidido por una autoridad reguladora, al funcionamiento de los mercados y a la competencia entre las empresas, en términos de precios y localización, y las consecuencias que esto tendría sobre el bienestar de los habitantes de la ciudad. Una cuestión relevante sobre el análisis es que la zona verde o dotacional produce externalidades sobre los consumidores. Para recoger los efectos de estas externalidades

se consideran dos tipos de formas funcionales, con rendimientos crecientes y con rendimientos decrecientes. Además la figura del regulador, que determina la política de zonificación, puede afectar al resultado, según el perfil político del mismo, a través de que el sesgo que pueda existir sea hacia los consumidores o hacia las empresas.

En el capítulo IV se trabaja en el marco de un monopolio espacial, en el que opera una empresa ya instalada que se enfrenta a la posibilidad de que otra empresa quiera entrar en el mismo mercado. Una de las opciones que las empresas tienen para defender su posición dominante y de poder de mercado en una industria es la política de precios predatorios. El objetivo de este capítulo es analizar si, y en qué condiciones, le interesa a la empresa instalada llevar a cabo semejante estrategia bajo el objetivo de mantener su situación de poder de mercado. Además se trata de realizar este análisis en función de la estructura de costes de ambas empresas, bajo el supuesto de que las empresas tienen distinta estructura de costes, y ver si esta característica afecta a la credibilidad de la conducta predatoria y, en ese caso, de qué forma.

Este análisis se realiza en el marco de la ciudad lineal de Hotelling y en el modelo de ciudad circular de Salop, lo que permite comparar los resultados entre ambos marcos referenciales.

En el capítulo V se implementa, en marco del modelo de Hotelling, una función de producción, de tipo Cobb-Douglas, que depende del factor trabajo, y que puede tener distintos tipos de rendimientos de producción (decreciente, constante o creciente). A su vez, este factor de producción, se determina en un mercado de trabajo, donde la demanda se realiza según las necesidades de producción de la empresa, y la oferta se determina por una función de esfuerzo del trabajador, y que se relaciona con su función de utilidad, según la renta obtenida. Con este marco, lo que se plantea es si la determinación de la

función de esfuerzo es determinante en la localización y el equilibrio del mercado. Para ello se analizan tres formas funcionales del esfuerzo del trabajador, una cuadrática y dos lineal-cuadrática, una cóncava y otra convexa. El supuesto del que se parte es que la función cóncava es la que mejor representa las condiciones del esfuerzo del trabajador, ya que en los análisis generales, y en el mundo real, se entiende que lo normal es que existan rendimientos decrecientes. Se analiza por tanto, cómo afectará al equilibrio del mercado, y a las localizaciones de las empresas, el hecho de que el esfuerzo del trabajador responda a cada uno de los casos analizados, considerando siempre que la opción que consideramos, a priori, como más realista es la del caso cóncavo.

Finalmente, en el capítulo VI se recoge un resumen de las conclusiones obtenidas en los diferentes capítulos, lo que permite profundizar en otras cuestiones relacionadas y que podrían constituir posibles líneas de investigación para el futuro.

Capítulo II: Introducción. Marco Referencial

2.1. Introducción

En este primer capítulo trataremos de describir y analizar los conceptos generales relacionados con la presente tesis.

La teoría económica clásica ha considerado la localización como una variable implícita en el análisis, al considerar los costes relacionados con la localización de la empresa y el mercado como costes de transporte o de aprovisionamiento de factores y materias primas, y se incluyen dentro del análisis a través de la minimización de costes de producción, y en base a un modelo de competencia perfecta.

Tratando de establecer un puente entre la competencia imperfecta y la competencia perfecta, Cournot (1838), presento un modelo de un mercado duopolístico con un horizonte de extensión del modelo a un número infinito de empresas. El resultado obtenido era similar a lo de la competencia perfecta donde el precio es igual al coste marginal. Partiendo de un mercado de un bien homogéneo, Cournot supone en su modelo que las empresas eligen la cantidad que ofrece al mercado, de forma simultánea pero independiente entre sí es decir no cooperativa. Dado el nivel de producción de la competidora, cada empresa elige su propio output, lo que implica que cada una piensa que su rival producirá la cantidad óptima independientemente de lo que haga la otra.

La principal crítica que recibió este modelo fue el hecho de expresar la competencia de las empresas en función de las cantidades producidas, en vez de vía precios. En respuesta a ello, Bertrand en su artículo "Théorie des richesses" (1883) expuso su teoría de funcionamiento de un mercado basado en un Duopolio bajo la competencia en precios, y propuso un modelo con las mismas hipótesis que el modelo de Cournot pero sustituyendo la cantidad por el precio como variable estratégica, tal que, el bien producido se sigue

considerando homogéneo, pero el consumidor siempre elegirá la empresa que ofrece el precio más bajo. Esto provocaría una cadena en reacción que sólo acabaría cuando el descenso del precio sea tal que se cumpla la igualdad entre los precios de las empresas y el coste marginal ($p_1^* = p_2^* = c$), condición ante la cual ninguna de las dos empresas tiene incentivos a seguir bajando el precio. Este resultado final se conoce como la "P*aradoja de Bertrand",* ya que establece que el único equilibrio posible es un equilibrio competitivo en un contexto de un mercado duopolístico. Para resolver esta paradoja varios economistas han propuesto diferentes soluciones, entre otros se encuentra la propuesta en el modelo de Hotelling (1929), que consiste en la introducción del concepto de localización en el mercado.

Cabe señalar que ya a mediados del siglo XVIII, se introduce en varios problemas económicos la dimensión espacial con distintas perspectivas: desde explicar el crecimiento de las ciudades como la necesidad de situarse cerca de las tierras que se trabajan, como Cantillon[1] (1755), o Von Thunen[2] (1826) que reconoció en su modelo que el hombre trata de resolver sus necesidades económicas en el entorno inmediato, reduciendo así sus desplazamientos al mínimo.

---

[1] R. Cantillón, (1680-1734). Su principal obra *Essai Sur la Nature du Commerce en Général*, se publicó 20 años después de su muerte, en 1755. Fue el primero en reconocer la interdependencia de los circuitos verticales (gasto, consumo) y relaciones horizontales y propuso que los flujos existentes entre ellos implican necesariamente un multiplicador espacial.

[2] Von Thunen (1783-1850) Economista alemán. De sólida formación matemática, Von Thünen se ocupó de la economía agraria, y sus teorías fueron un precedente de las actuales técnicas de localización industrial. Su principal obra es *El Estado aislacionista respecto de la agricultura y la economía nacional* (1826).

Sin embargo, es de destacar que cuando se introduce la localización como variable es con el trabajo de Fetter (1924) y sobre todo el de Hotelling (1929). Este trabajo de Hotelling, por un lado, y el de Christaller-Lösch[3], por otro, dan lugar a una nueva rama de estudio basada en la localización, y cada uno de ellos deriva a un enfoque diferente de la misma.

- Los modelos de localización "macro", que se centran en la interdependencia entre empresas, industrias y consumidores y factores de trabajo. Son modelos urbanos o regionales Las variables que se analizan son el producto nacional bruto, la inflación, el empleo, el bienestar general, o los indicadores económicos regionales.
- Las decisiones de localización realizadas por las empresas o consumidores, de una forma individual, sin que afecten al entorno económico. Se refiere a modelos de equilibrio parcial de la localización de las empresas. Este es un enfoque microeconómico, considera las interdependencias entre las decisiones individuales de personas y empresas. Los economistas se preocupan, en ese caso, por las consecuencias sobre variables como la producción, los precios y el bienestar. En este caso estamos en el ámbito de la Organización Industrial.

  Ambas líneas de trabajo avanzan de una forma independiente pero existen interrelaciones entre ambas. Un ejemplo de esto lo encontraremos en esta tesis, en la que el trabajo básico se desarrolla bajo el Modelo de Hotelling, al que se añaden o modifican alguno de los supuestos iniciales. En algunos de ellos se consideran

[3] La Teoría de las áreas de mercado se debe a Lösch, quién refinó varias aportaciones previas, entre las que cabe destacar a Christaller, de ahí que el modelo clásico lleve el nombre de ambos autores.

desarrollos ya consolidados en el marco de la economía regional como la zonificación.

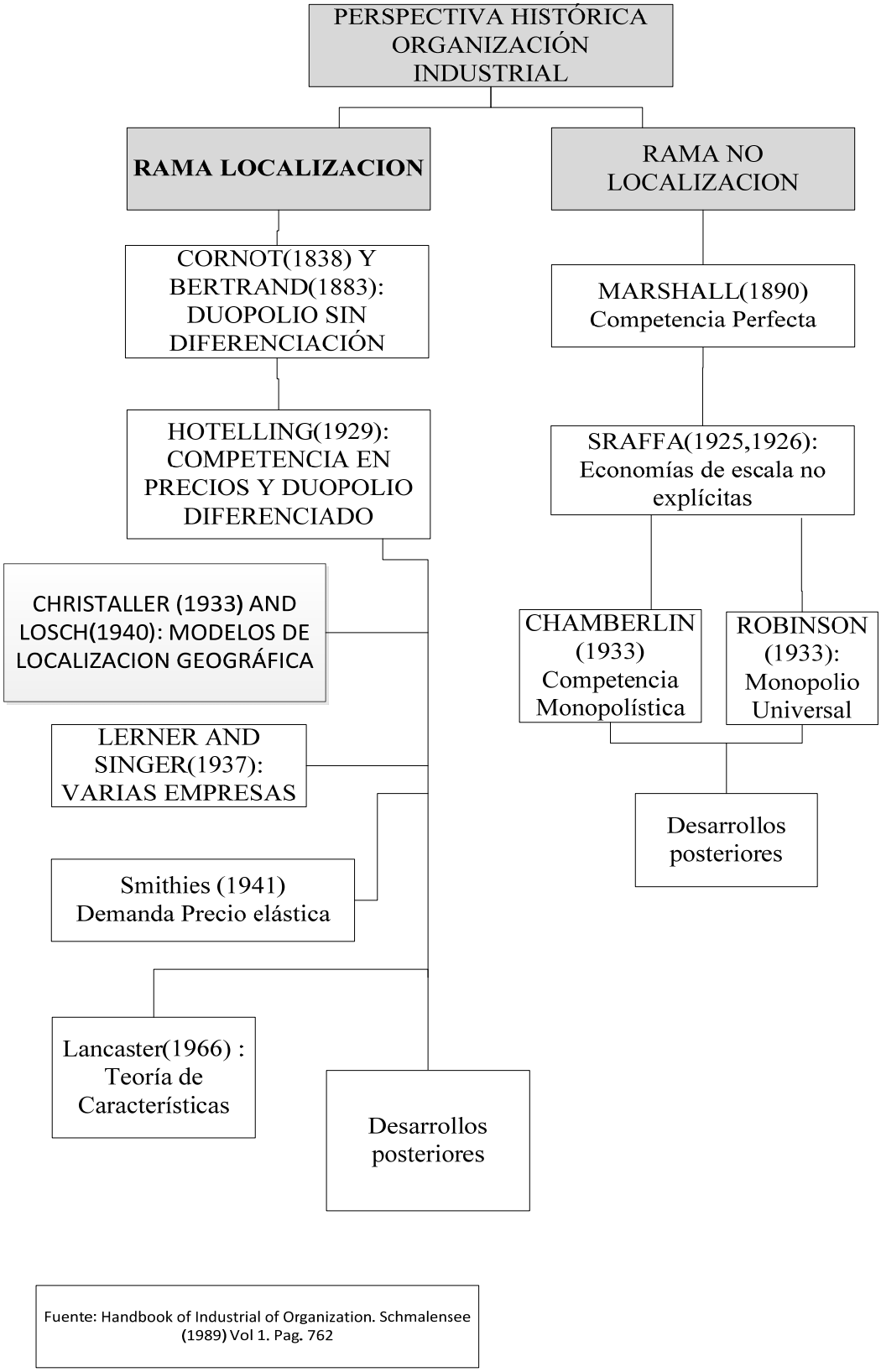


Fig.2.1: Esquema de la perspectiva histórica

Se puede ver en el esquema de la Figura 2.1 la perspectiva histórica de la literatura de la rama de la teoría de localización, frente a la teoría más clásica basada en la minimización de costes sin considerar la localización como variable.

Después de este resumen histórico del desarrollo de la teoría de localización, se da a continuación una descripción del concepto de la competencia espacial.

2.2. Competencia espacial

Según acabamos de establecer, la teoría de la localización se construye sobre la base de la interdependencia existente entre la competencia y el espacio, ya que éste se conforma como una variable más a considerar en la estrategia competitiva, estableciéndose así lo que se denomina Competencia Espacial.

Para analizar un problema de Competencia espacial es preciso determinar varios aspectos:

.- *el espacio donde se desarrolla el problema*, que nos lleva a uno de los ámbitos expuestos anteriormente, de economía urbana o de la organización industrial, bajo el desarrollo de distintos modelos. En esta tesis nos vamos a ocupar de la parte correspondiente a la organización industrial, a partir del modelo planteado por Hotelling (1929).

.- *La determinación de la demanda*, en referencia al tipo de bien que se ofrece, si es homogéneo o existe diferenciación, a los criterios que aplica el consumidor para seleccionar una u otra empresa (como pueda ser la mayor o menor cercanía a la empresa que ofrece el producto) y a la forma en que se distribuyen los consumidores en el espacio.

Una importante característica de la competencia espacial es que los productos tienden a ser diferenciados, ya que los consumidores no los perciben como sustitutos perfectos, por lo que las decisiones de los consumidores no recaen sólo en precios y hay otras

características de los mismos que cobran importancia, como la localización, el diseño o la publicidad.

.- *Las condiciones del mercado*, que se refieren al tipo de economía, de competencia imperfecta en cualquier caso, al número de empresas que operan en ese mercado y al que se instalará en el futuro.

.- *Como variables de decisión* podemos encontrar la localización de las empresas, los precios fijados en cada una de ellas, en los que son determinantes los costes (que pueden ser costes de transporte, costes de producción, costes fijos, costes de instalación u otros).

El objetivo natural en un problema de localización competitiva es la maximización del beneficio o de la cuota de mercado.

Un importante elemento de esta competencia espacial, y que afecta al beneficio y al equilibrio del mercado, la encontramos en las estrategias de precios, que puede ser de dos tipos:

- Precios en origen *(Shopping model)*, son aquellos en que los consumidores compran directamente los productos en las empresas, por lo que son ellos los que tienen que cubrir los costes de transporte, lo que permite a los consumidores escoger el centro de aprovisionamiento que minimice tales costes. El precio completo bajo este sistema es $p_c + t_s$, donde p_c es el precio de compra para los consumidores y t_s es el coste de transporte en que deben incurrir para su compra. Se basan principalmente en el trabajo de Hotelling (1929). Esta estrategia de precios se conoce también como precios de compra, (mills prices o shopping prices).
- Precios en destino *(Shipping model)*, es la empresa quien se encarga de transportar los productos hasta su destino final y soportar su coste. Pero, dado que es posible

identificar la ubicación de los clientes, existe la posibilidad de introducir algún tipo de discriminación espacial de precios. El precio completo responde ahora a $P(S) = P_D(s)$, que ya incluye el coste de transporte t_s.Tienen su origen en los trabajos de Hoover (1937) y Greenhut (1975). En este caso se utilizan también las expresiones de precios de entrega, precios de envío, (delivered price o shipping prices), que utilizaremos indistintamente.

Ambas estrategias de precios se utilizan en los trabajos que se desarrollan a continuación. En el Capítulo III y IV se trabaja bajo discriminación espacial de precios y en el Capítulo V con precios en origen.

La base de la competencia espacial está en lo que Krugman (1994) ha denominado fuerzas *centrípeta y centrífuga*, donde las empresas tienden, por un lado a generar aglomeraciones, localizando en un mismo punto para beneficiarse de la existencia de efectos externos positivos, y por otro a la dispersión, con objeto de relajar la competencia en precios y acceder a un mayor poder de mercado. Las decisiones de localización consideran, por tanto, esta interacción entre las fuerzas de aglomeración (centrípetas) y de dispersión (centrífugas), hasta el punto en que ningún agente tiene ya incentivos para moverse, porque cualquier intento de movimiento generaría ya una situación menos beneficiosa que la anterior (Fujita y Thisse (2003)).

Algunas cuestiones que justifican las fuerzas de aglomeración son la especialización intraindustrial, los mercados de trabajo especializados, o mayores facilidades de comunicación que promueven la innovación y de servicios públicos específicos, mientras que las fuerzas de dispersión tienen alguna de sus explicaciones en la existencia de a veces por el encarecimiento de los costes, los problemas de congestión y de contaminación. Estos factores, así expuestos, son más propios del ámbito de estudio de la economía

regional, mientras que en el ámbito de la organización industrial un factor determinante en estas fuerzas opuestas es la diferenciación de productos.

La concentración espacial se puede analizar a partir de la introducción de estos efectos externos, positivos o negativos, sobre la función de producción o de costes de una empresa. La presencia de efectos externos es una condición necesaria pero no suficiente para la existencia de externalidades, para esto son además necesarios otros supuestos: la no rivalidad en el consumo y la no exclusión.

Un claro ejemplo de la existencia de estos dos efectos contrapuestos lo podemos encontrar en el mercado de trabajo: la competencia en salarios es una fuerza centrífuga, mientras que un mejor acceso a un mercado de trabajo conjunto es una fuerza de aglomeración tanto para empresas como para trabajadores.

Encontramos que según las relaciones y el marco en que se establezcan estas "fuerzas" o efectos externos, podemos hablar de dos tipos de decisiones relacionadas con la localización:

- Las que establecen entre empresas o personas, sin que éstas afecten al entorno económico, que nos llevan a modelos de localización geográfica de tipo micro, que investigan sobre las consecuencias de estas decisiones de producción, precios y bienestar.
- Las que se establecen entre industrias y consumidores, se referencian en modelos urbanos/regionales de tipo macro, y se ocupan de las consecuencias de la elección del lugar en sí.

La existencia de estos efectos externos, o de las externalidades, en el sentido de Marshall, en un ámbito superior a la empresa, lleva a la determinación de economías de aglomeración en un mismo emplazamiento productivo o distrito industrial.

A nivel de la literatura macroeconómica, incluso del ámbito de la economía regional, se trata de englobar procesos y causas de la dinámica de las "economías de aglomeración", que comprenden interacciones de ámbito internacional (Ottaviano & Puga (1998)).

Tras esta breve revisión sobre el marco general en el que se encuentra esta tesis, a continuación, se analizan de forma más concreta, aquellos conceptos en los se basa el trabajo desarrollado en los siguientes capítulos.

2.3. Diferenciación de productos

Uno de los elementos que interesan dentro de la competencia espacial es la forma en la que compiten las empresas por la demanda a la que se enfrentan, y una importante estrategia de esta es mediante la diferenciación del producto, bien sea en cuanto a la localización del mismo o bien produciendo según la preferencia de los consumidores.

Según que se decida centrarse en uno u otro tipo de diferenciación, encontramos dos modalidades que tienen ciertas analogías entre sí, y que la literatura contempla con analogías entre ellas pero de una forma también distinta.

El mismo Hotelling, poco después de la publicación de su modelo (1929), sugirió que sus resultados podían ser extrapolados en términos de diferenciación, pero fue Lancaster (1966, 1971), al definir los bienes como un conjunto de características objetivas y mensurables: "Cualquier bien posee un número enorme de características físicas…Dado que no todas estas propiedades son relevantes en el proceso de elección, utilizaremos el

término características para denotar aquellas propiedades que los consumidores toman en consideración en el momento de considerar sus decisiones…Los consumidores están interesados en las características que definen los bienes (y no en los bienes per se). Así, las preferencias están definidas sobre un conjunto de características, y las preferencias sobre bienes son indirectas o derivadas en tanto en cuanto los bienes son producidos para satisfacer la demanda de características"[4].

Analizando sus características principales, determinamos dichas analogías, pero también las diferencias fundamentales, Podemos establecer las principales características de ambos a partir del siguiente esquema:

Modelos de Localización		Modelos de Diferenciación
Espacio geográfico	→	Espacio de características
Localización del consumidor	→	Variedad preferida del consumidor
Localización de la empresa	→	Variedad ofrecida por la(s) Empresa(s)
Costes de transporte	→	Pérdida de utilidad

Fig. nº 2.2. Modelos de Localización /Modelos de Diferenciación de Productos

Por lo tanto, en los modelos de localización, el análisis se basa en la localización de empresas y consumidores dentro de un espacio geográfico, mientras que los modelos de diferenciación establecen una variedad de bienes ofrecidos por las empresas y con

[4] Lancaster, K. (1971). Consumer demand: A new approach.

distintas preferencias entre los consumidores en lo que se denomina un espacio de características.

Dadas las analogías entre ellos, la determinación de la demanda es similar, ya que en los modelos de diferenciación, el precio efectivo (total) es el precio impuesto por la empresa más la pérdida de utilidad que supone tener que consumir un producto que no corresponde a su especificación ideal de atributos. Mientras que, en los modelos de localización, el precio efectivo (total) está formado por el precio fijado por la empresa, más los costes de transporte, que serán proporcionales a la distancia que les separa de la localización de la empresa.

La diferenciación de un producto se da, principalmente, por el valor que se le otorga a las características del bien que se desea cuando una empresa responde a la demanda, no por las características deseables que el producto tiene, ya que todos los consumidores no somos iguales. Estas preferencias pueden depender de muchos y diferentes atributos, generalmente subjetivos, de los bienes (olor, color, sabor, etc.). Estas preferencias se pueden concretar en dos tipos se pueden relacionar con la calidad de un producto, o con la variedad de un producto. En cualquier caso, las preferencias tienen mucho que ver también la ubicación geográfica del bien o producto.

Dentro del proceso de desarrollo del concepto de diferenciación de producto, Lancaster, además, introdujo la distinción entre diferenciación vertical y horizontal, tal que:

- Existe *diferenciación vertical* entre dos productos, si cuando son ofrecidos al mismo precio, existe acuerdo entre los consumidores sobre cuál es el producto preferido. Este caso está más relacionado con la calidad del producto: todos los consumidores están de acuerdo en que es mejor el producto el preferido, el segundo mejor producto y así sucesivamente.

- Existe *diferenciación horizontal* si, cuando son ofrecidos al mismo precio, no existe un acuerdo entre los consumidores sobre cuál es el producto preferido, ya que las preferencias se reparten entre distintas variedades o preferencias por la ubicación geográficas del lugar donde se adquiere determinado producto. Esto se refiere, por ejemplo, a que un consumidor prefiere comprar un bien exactamente igual en un supermercado más cercano al lugar vive o trabaja.

Como prototipo de la diferenciación horizontal, presentamos a continuación el modelo de Hotelling y sus desarrollos posteriores.

2.4. Modelo de Hotelling y desarrollos posteriores

El estudio de Hotelling (1929) se considera el inicio de la localización competitiva. En efecto, tratando de superar la Paradoja de Bertrand, Hotelling introdujo la localización de las empresas como variable estratégica. Esto establece una diferencia entre las empresas que los consumidores contemplarán en sus decisiones de compra, ya que al mismo precio, se prefiere adquiere el bien en la empresa que le resulta más cerca, apareciendo así la distancia entre consumidor y empresas como una forma de diferenciación entre los bienes (que se pueden considerar homogéneos) ofrecidos por las distintas empresas.

El planteamiento inicial del modelo de Hotelling considera los siguientes supuestos:

- El mercado es una ciudad lineal acotada.
- Existen dos empresas en el mercado.
- Hay una distribución homogénea de los consumidores a lo largo de toda la ciudad.
- Los productores ofrecen un bien homogéneo.
- Los costes de producción son los mismos para ambas empresas

- La demanda es perfectamente inelástica.
- Cada consumidor adquiere solamente una unidad de producto.
- Los costes de transporte son lineales y asumidos por los consumidores al comprar el bien.

El timing del modelo es lo siguiente: se supone que en una primera etapa las empresas eligen las localizaciones simultáneamente y después deciden los precios también a la vez. Para la resolución del modelo se usa el método de "*inducción hacia atrás"*, tal que primero se determinan los precios de equilibrio y dado ese resultado se calcula las localizaciones óptimas de las empresas.

A la vista de la analogía entre un modelo de localización y un modelo de diferenciación, se puede decir que si la distancia que separa a ambas empresas es grande, los productos ofrecidos están fuertemente diferenciados.

Si, por el contrario, los productores están situados muy cerca uno del otro la diferenciación será débil. En consecuencia, para los consumidores, la distancia sirve como medida del grado de sustitución entre los productos vendidos.

Como resultado de su modelo, Hotelling establece que el equilibrio implica la concentración de los vendedores en un mismo punto, lo que posteriormente se determinó como Principio de Diferenciación Mínima.

Desde la publicación del artículo de Hotelling en 1929, ha sido mucho el interés que se ha generado en la literatura, tanto por el modelo en sí, como por los novedosos conceptos de la diferenciación de productos. Cincuenta años más tarde (1979), D´Aspremont, Gabszewicz y Thisse demostraron por un lado, que Hotelling se equivocó en su conclusión de la diferenciación mínima dado que no existe un equilibrio en precios para cualquier localización de las empresas. Por otro lado, cambiando la estructura de la función de coste de transporte (en lugar de lineal consideran una función de transporte

cuadrática), los mismos autores probaron la existencia de equilibrio en precios para cualquier localización de las empresas, y además mostraron que, en el equilibrio en localización, las empresas se ubican en los extremos del mercado, lo que corresponde en términos de diferenciación de productos a la máxima diferenciación. Cada empresa se sitúa lejos de su rival y de este modo, la competencia en precios se suaviza.

Aunque ha habido otras aportaciones que tratan de restablecer el Principio de Mínima Diferenciación, a partir del trabajo de D'Aspremot et al de 1979, la adopción de este aspecto es general, y son pocos los trabajos que siguen trabajando bajo este supuesto, probando otras funciones de costes de transportes como Economides (1986) que prueba una función exponencial, Gabszewicz y Thisse (1986) y Anderson (1988), que tratan una función con un componente lineal y otro cuadrático de tipo convexo, De Frutos, Hamoudi, Jarque (1999) analizan el modelo con una función lineal cuadrática cóncava.

Existen otros muchos desarrollos posteriores, rompiendo con alguno de los supuestos iniciales del modelo establecido por Hotelling, algunos de los cuales, que se señalan a continuación, son también incorporados en algún momento del trabajo desarrollado en esta tesis.

Uno de ellos consiste en la modificación del espacio lineal al espacio circular, conocido como el modelo de Salop (1979), que estudia la entrada y localización de las empresas cuando no hay barreras a la entrada más que los costes fijos o costes de entrada, su objetivo no es estudiar la elección particular de la localización del producto sino la entrada de empresas en una industria. Encontramos así un equilibrio donde n empresas se localizan de forma equidistante en n localizaciones.

Otro importante supuesto en el modelo de Hotelling, y en otros muchos trabajos posteriores, es que se opta por una estrategia de precios de compra, y sin embargo, la estrategia de precios de entrega es otra forma de solucionar el problema del equilibrio.

En la estrategia de precios de entrega, que se conoce también como precios espacialmente discriminatorios, corresponde a que las empresas cobran un precio diferente dependiendo de la localización de los clientes.

Bajo la estrategia de precios discriminatorios, las empresas compiten entre sí por cada consumidor en lugar de hacerlo por el conjunto del mercado, así, elijen un precio para cada consumidor y en cada lugar (tienen tantas variables estratégicas como consumidores). Como son las empresas las que incurren en los costes de transporte, el coste total de la entrega a los consumidores varía según las ubicaciones de éstos en relación a las empresas. Esto implica que una empresa más lejana al consumidor puede vender más barato que la otra empresa pero no a un precio inferior al coste marginal de producción más los costes de transporte, mientras que la empresa más cercana puede cobrar un precio más bajo y tener segura la venta. Los costes de transportes determinan así un cierto aislamiento de la competencia espacial por discriminación de precios.

La consecuencia de todo ello es que, independientemente de la localización de las empresas, existe un único equilibrio de precios de envío para las ubicaciones de los consumidores, s, que es el mayor de los dos costes totales:

$$p_1(s) = p_2(s) = \max\left[c + t(s,a), c + t(s,l+b)\right]$$

Esta última expresión fue demostrada por Lederer y Hunter (1986) y coincide en el resultado con el trabajo de Anderson, Gabszewicz y Thisse (1992), la localización óptima determinada por estos autores está en el primer y tercer cuartil, minimizando así el coste de transporte. En Anderson, de Palma y Thisse (1992) se puede encontrar una buena referencia para profundizar en este concepto, como la Figura 2.3, en la que se representa

el conjunto de precios de equilibrio al que hace referencia Lederer y Hunter, para una localización $z = (z_1, z_2) = (z_1, 1 - z_1)$. El trabajo desarrollado en el Capítulo III de esta tesis se enmarca dentro de esta estrategia de precios.

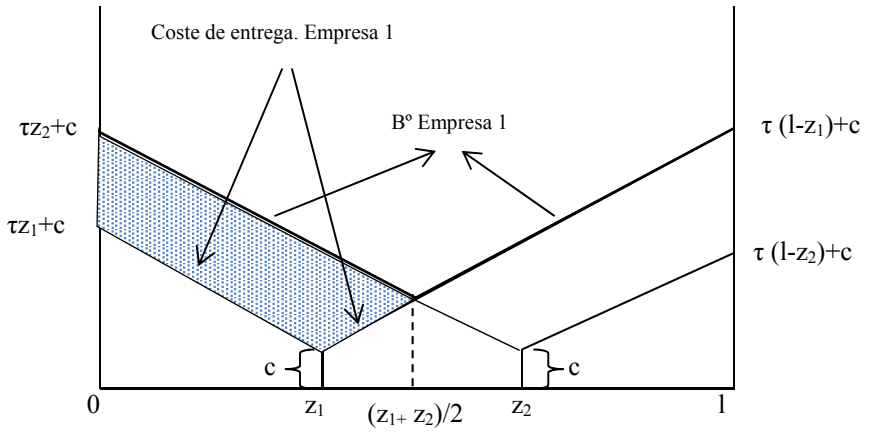


Figura 2. 3. Conjunto de precios de entrega de equilibrio en discriminación espacial de precios
Fuente: Anderson, de Palma y Thisse (1992)

Esta conclusión, es que "e*l precio de equilibrio es tal que la empresa con el coste más bajo (coste de producción más coste de transporte) suministra cada punto a un precio de entrega igual al coste de envío de la segunda empresa con coste más bajo"*[5] y es generalizable bajo cualquier otro cambio de los supuestos originales, como la distribución de los consumidores, la función de costes de transporte utilizadas, el número de empresas existentes en el mercado o la existencia de un mercado multidimensional.

Sin embargo, es preciso considerar que las condiciones de equilibrio solo requieren que el coste de transporte agregado se minimice con respecto a cada localización de forma separada pero no con respecto a todas las localizaciones simultáneamente. Esto implica

[5] Anderson, de Palma y Thisse (1992)

que cualquier equilibrio debe satisfacer la condición de primer orden de la minimización del coste de transporte agregado. Pero esa condición es, en general, no suficiente, y puede tener varias soluciones. Esto plantea la posibilidad de múltiples equilibrios, alguno de los cuales no podrán ser óptimos (ver Lederer and Hunter, 1986, por ejemplo). Una idea similar se presenta en Spence (1976): si cada empresa maximiza su propia contribución al excedente social, es asumible que el óptimo está en un equilibrio pero puede haber otros equilibrios.

La conclusión de Anderson et al (1992), determina que existe una única localización de equilibrio $z_1^* = \frac{1}{4}$ y $z_2^* = \frac{3l}{4}$ y que éstas son también las localizaciones socialmente óptimas para las dos empresas. Esto se justifica en que, en condiciones de maximización de beneficios, una empresa maximiza su contribución a la reducción de los costes de transporte agregados, lo que implica que se localiza a fin de minimizar el coste de transporte agregado, dada la localización de las otras empresas. Puesto que todas las empresas enfrentan el mismo tipo de problema, el óptimo social es siempre una localización de equilibrio. Esta es una conclusión que se considera en el Capítulo III, y de la que parte el trabajo en él desarrollado.

Por otro lado, en Thisse y Vives (1988) se analiza el resultado de un duopolio comparando ambas estrategias, precios de compra y precios de entrega, y concluyen que con una estrategia de discriminación espacial, el precio será más bajo y el bienestar de los consumidores será mayor que con un modelo de precios de compra.

Lo expuesto hasta ahora trata de un mercado duopolista, sin embargo el marco de la competencia espacial trata otros mercados como el monopolio u oligopolio (más de dos empresas), en estos casos, también la decisión de la empresa consiste especialmente en elegir una localización u otra, eso implica también la elección entre competir con varias

empresas o ser un monopolio local. En Kilkenny, M., & Thisse, J. F. (1999) podemos encontrar una breve explicación sobre el funcionamiento de un monopolio espacial enfrentado a la totalidad de la demanda local, y elegir la política de precios espacial que maximice sus propias ganancias. Suponiendo un monopolio espacial descrito por: una función de demanda lineal y el mismo comportamiento para todos los consumidores se obtiene que los precios de entrega son mayores que los precios de compra. En otros trabajos (Holahan, (1975), y Hwang y Mai (1990)) se demuestra que el monopolista espacial puede llegar a un mercado mayor, y siendo precio y tamaño de mercado ahora instrumentos, el bienestar social es mayor también bajo la discriminación espacial de precios. Este es el mercado espacial que se considera de partida en el trabajo del Capítulo IV, donde se introduce el concepto del comportamiento predatorio en el contexto de competencia espacial a la Hotelling.

Otro de los aspectos en que se ha profundizado en desarrollos posteriores es en cuento a la definición del juego. Si bien el modelo original de Hotelling no utiliza estas técnicas, desde la aparición de la Teoría de juegos, la interdependencia entre las acciones o decisiones de las empresas han tomado esta forma de resolución. Ello se traduce en que para la resolución del modelo básico se utiliza un juego en dos etapas (o subjuegos) y la utilización de estrategias puras. En el Capítulo III de esta tesis se utiliza una resolución en términos de equilibrio de Nash, pero en un juego en tres etapas, lo que permite introducir la existencia de un regulador que introduce una zonificación en el mercado.

2.4.1. Otros conceptos y desarrollos específicos

Además de este marco general de avances dentro de la competencia espacial, y en concreto del Modelo de Hotelling ya expuestos, interesa recoger algunos otros conceptos

y desarrollos que tienen una especial significación para los trabajos que se van a incluir posteriormente en los capítulos de análisis de esta tesis.

Otros conceptos incluidos en los trabajos de la tesis

Externalidades

La teoría económica que analiza el concepto de externalidad es tan amplia como los diferentes aspectos que se han querido estudiar, desde la misma economía espacial, como aquí se recoge y se analiza más adelante, como desde la Teoría del Bienestar, la Política Económica o la Economía del Medio Ambiente.

Podemos definir la externalidad como un efecto, positivo o negativo, sobre la función de producción o de costes de una empresa derivado de la existencia de economías externas[6]. Las características fundamentales de una externalidad son la no rivalidad y la no exclusión en el consumo.

[6] El concepto de economía externa fue introducido por Marshall, como parte de las economías de escala, que divide entre internas y externas. Una referencia a este concepto podemos encontrar en Marshall (1920): "Podemos dividir las economías que proceden de un aumento en la escala de la producción de cualquier clase de bienes en dos clases, a saber: primera, aquellas que dependen del desarrollo general de la industria, y, segunda, las que dependen de los recursos de las empresas a ella dedicadas, de la organización de éstas y de la eficiencia de su dirección. Podemos llamar a las primeras economías externas; y a las segundas, economías internas. ... aquellas economías externas ... pueden a menudo lograrse mediante la concentración de muchos pequeños negocios de carácter semejante en localidades particulares, o sea, como generalmente se dice, por la localización de la industria."

La principal consecuencia de la existencia de las externalidades es que conduce a resultados subóptimos, ya que, al producir una divergencia entre los costes (o beneficios) privados y sociales el equilibrio producido en el mercado no es el realmente deseado. Un caso especial es el de los bienes públicos y los bienes preferentes. Este punto abre la puerta a toda una literatura sobre una diversidad de formas de regulación, aplicables a los distintos campos. Son muchos los autores que han trabajado sobre estos conceptos, entre los que destacamos Musgrave, R. A., & Musgrave, P. B. (1976).

Ya hemos establecido que la competencia espacial, en especial en el ámbito de la Economía Regional y Urbana, utiliza este concepto para explicar las ventajas de las economías de aglomeración, como base de las fuerzas centrípetas ya mencionadas, o las de dispersión, con efectos como la contaminación.

Interesa ahora introducir con mayor profundidad otro tipo de externalidades, en concretos las externalidades ambientales, y las procedentes de los bienes públicos, donde, los individuos no aprecian de forma correcta, bien sea porque los valoran más de lo que deberían (alcohol, tabaco o drogas) o porque los valoran menos de lo que deberían (educación, sanidad o vivienda). Aquí el Sector Público corrige los resultados del mercado, bien sea incentivando su consumo o disuadiéndolo.

Dentro de esta característica, y entendiendo que se producen externalidades de efectos positivos, a través de la regulación económica y de la producción/provisión pública, el sector público se encarga de intervenir en mercados como los de Educación, Sanidad, Cultura o Medio Ambiente.

Este efecto, sin embargo, no es siempre positivo, o sólo positivo. Podemos encontrar también algunas facetas de provisión/producción y objeto de regulación que pueden tener algunos efectos percibidos como negativos por la población directamente afectada, pero que se consideran necesarios, como la gestión de los residuos urbanos, la existencia de

cementerios, las centrales nucleares, o las depuradoras. La Regulación Económica será la encargada de tratar estos efectos, potenciando los positivos y tratando de minimizar los negativos.

Regulación Económica

En esta parte del presente capítulo, se desarrolla un breve análisis sobre la regulación económica. El motivo es que en esta tesis, se introduce la figura de un regulador que actúa en los mercados de competencia espacial con el objetivo o la posibilidad de influir en ellos.

Para empezar, tratamos de acercarnos a una definición de lo que se entiende por regulación económica. Si bien no es fácil conseguir una definición comúnmente acordada, ya que depende mucho de las tendencias de la literatura y épocas de referencia. En términos económicos, se puede definir el concepto de regulación siguiendo al ilustre Premio Nobel George Stigler[7], como "un amplio abanico de políticas tales como subsidios, cuotas, importaciones, modalidades de empresas públicas o privadas, e incluso, como la creación de nuevos derechos de propiedad y de mercados específicos para intercambiarlos."

---

[7] George Joseph Stigler (1911-1991) Obtuvo el Premio Nobel de Economía en 1982 por sus investigaciones acerca de la estructura de la industria, el funcionamiento de los mercados y las causas y efectos de las regulaciones públicas. Stigler fue pionero de la "economía de la información" y de la "economía de la regulación". En cuanto a la regulación pública, pasó a incorporarla al interior del sistema económico, señalando cómo los grupos de presión intentan canalizarla en provecho propio, lo que le llevó a defender la no intervención pública. Entre sus principales trabajos destacan *Teoría de los precios* (1942) y *El ciudadano y el Estado* (1975).

En la década de los 90, la regulación se ha ido identificando cada vez más con el término "desregulación"; incluso la crisis financiera de 2008 ha afectado a la forma en que se analiza la política de regulación económica.

Una definición más reciente, y que parte de la dificultad actual de encontrar una única definición de regulación, dada toda la diversidad de literatura sobre las ventajas o desventajas de la regulación, la encontramos en Levi-Faur (2011), que entiende la regulación como la elaboración de reglas ex ante, así como el control o refuerzo de las mismas, por parte de diferentes agentes -sociales, empresariales y políticos-, sobre otros agentes -sociales, empresariales y políticos-. Esta definición implica una neutralidad en cuanto al objetivo a cubrir. Es decir, puede estar destinada a objetivos muy diversos como son: reducir los riesgos sociales y económicos, controlar los costes, promover mercados competitivos, o promover el interés privado. Establece esta definición inicial, pero entiende que la respuesta a este problema se da a través de la conjunción de la respuesta a tres preguntas: ¿quién hace la política reguladora (quien es el regulador)?, ¿sobre qué se está regulando? Y ¿Cómo se lleva a cabo la regulación?

.- Áreas de regulación económica

La materia objeto de la economía de la regulación cubre al menos cuatro grandes áreas de regulación: la económica, la social, la referente a la competencia, y el sistema legal. Vemos brevemente cada una de ellas.

- *La regulación económica*[8]: cuando se trata de cuestiones que afectan al funcionamiento de la empresa en la economía, la estructura del sector, los precios,

[8] Se puede definir este punto también como un campo de estudio separado, la economía de la regulación, comenzando con eficacia con Averch y Johnson (1962), a partir de un artículo sobre los efectos de

la inversión, la producción y así sucesivamente. Se puede resumir en la aplicación de técnicas para la regulación de algunos suministros básicos (como gas, electricidad, agua, teléfono, etc.), que son sectores que normalmente no se enfrentan a una competencia efectiva[9].

- *La regulación social*: un tema tan antiguo como la economía misma, que surge en la época de la revolución industrial; los economistas siempre han estado preocupados por este tema. La regulación social abarca la salud, la seguridad, el medio ambiente, la lucha contra la discriminación y otras leyes. Esta categoría de regulación no tiene objetivos económicos evidentes pero sí provocan efectos económicos, sobre los costes y los beneficios de los agentes sociales. Esto tipo de análisis permite a los economistas para evaluar el impacto económico y la conveniencia de enfoques específicos para la regulación social.
- *Las leyes de competencia y fusiones*: Esto tipo de regulación busca controlar los monopolios, cárteles y las prácticas abusivas, así como fusiones y uniones de empresas que corren el riesgo de dar las mismas un excesivo poder de mercado (Motta, 2004). Las leyes de competencia tiene como objetivo apoyar al mercado y se diferencian normas ex ante y normas ex post (o a posteriori), se caracterizan por ser reactivas. Esto se debe a que responde caso por caso a abusos reales, y penaliza las prácticas anticompetitivas y abusivas.

---

distorsión de la tasa de regulación de retorno. cosa que no se enfrenta a una competencia efectiva (Viscusi, Harrington y Vernon 2005) Armstrong, Cowan un Vickers 1994; Laffont y Tirole, 1993)

[9] Para referencias a este respecto, ver Viscusi, Harrington y Vernon (2005) Armstrong, Cowan y Vickers (1994); Laffont y Tirole, (1993)

- *Sistema jurídico*: por último, y aunque no todos los autores lo incluyen como una más[10], tal encontramos el sistema legal con sus reglas, procedimientos, y la ejecución. Esto proporciona una base importante para las leyes regulatorias y de competencia, y con frecuencia puede determinar su eficacia y legitimidad. Este punto pone de manifiesto la interrelación entre economía y derecho, que se encuentra en distintos aspectos como la economía de los contratos, la propiedad, el crimen y las leyes de accidentes. Este tipo de literatura es de gran importancia para la economía de la regulación, tales como la economía de la delincuencia, que ofrece modelos y predicciones acerca de la eficacia relativa de las diferentes sanciones para hacer cumplir las leyes reguladoras, los aspectos económicos de las normas y procedimientos que proporciona información sobre los factores que influyen su eficacia y la economía de la agencia y el comportamiento judicial.

.- Teorías sobre regulación

De una revisión de la literatura sobre regulación, se observa la diferencia entre las teorías normativas y positivas:

- Las teorías normativas buscan establecer la regulación ideal desde el punto de vista económico, y son prescriptivas. Se basan generalmente en el concepto de

[10]Por ejemplo, Roger Noll, señala que la teoría de la regulación implica tres temas principales, 1) los fallos del mercado y las acciones correctivas que el gobierno puede emprender para aminorarlos; 2) los efectos de la política reguladora, en este caso los modelos matemáticos y econométricos son de gran utilidad, y; 3) la investigación de las causas políticas de la regulación, "The economics and politics of regulation", en Schmalensee y Willig, *Handbook of industrial organization*, North-Holland , Amsterdam, 1997, vol. II, p. 1254.

eficiencia y de "fallo del mercado", y proporcionan y la versión económica conocida como "teoría de interés público" de la regulación. Asume la existencia de un regulador benevolente que da respuesta a los intereses públicos, a través de maximizar el interés social a través de unas funciones de Bienestar Social.

Algunos de los autores más influyentes de este tipo de teorías los encontramos en Samuelson, Marshall, Baumol o Pigou.

- La economía positiva trata de explicar la naturaleza y el desarrollo de la regulación y sus impactos a través de análisis estadístico, y en ocasiones la evaluación de costes-beneficios. Parte más de la idea de un interés privado.

  Según este enfoque, la regulación puede presentar fallas de captura de los reguladores por parte de los grupos de presión, haciendo que las decisiones del sector público favorezcan a los grupos más influyentes. Pasamos aquí a un regulador no benevolente que intentará maximizar cierto bienestar político que va a favor de sus beneficios, viendo la regulación más como un proceso de compensaciones entre las partes que intervienen en la actividad económica que será regulada.

  El principal objetivo de esta visión es explicar quién recibirá los beneficios o cargas de la acción reguladora, qué forma tomará ésta, como afectará a la asignación de los recursos (partiendo de la base de que las medidas benefician a los sectores o empresas que “capturan” a los reguladores a partir de “lobbying” y/o sobornos.

  Esta corriente de literatura fue desarrollada inicialmente por Stigler (1971) y seguida por otros influyentes autores como Posner (1974), Peltzman (1976), Becker (1983) o Buchanan.

En algunos autores se puede encontrar otro enfoque de la literatura sobre la regulación, que se denomina Nueva Economía de la Regulación, y tiene un enfoque más institucionalista. Este enfoque se ocupa del problema de Agencia, que surge como consecuencia de la existencia de una estructura asimétrica entre Principal y Agente por la existencia de información asimétrica.

- Otro enfoque de la literatura sobre la regulación, que se ha venido a denominar Nueva Economía de la Regulación, tiene un enfoque más institucionalista. Se parte de la idea de que no todos los fallos de mercado se solucionan por la regulación y que en ocasiones la negociación entre los afectados puede ser más eficiente (basados en las teorías de Coase (1960)).

  Este enfoque se ocupa del problema de Agencia, que surge como consecuencia de la existencia de una estructura asimétrica entre Principal y Agente, en la relación entre el regulador y el agente regulado en los términos propuestos por Laffont y Tirole (1994), donde el Principal es el Estado (la agencia reguladora) que no posee toda la información pero tiene los derechos de propiedad de "activos" importantes (función administrativa), mientras el agente regulado es el que opera en el mercado y "administra" con dichos activos pero posee la información específica (insumos, tecnología y costes). Aquí aparecen los problemas de información asimétrica y la dificultad en el diseño eficiente de los contratos y los incentivos.

En resumen, se puede decir que encontramos tres tipos de relación entre los agentes implicados en la regulación (regulador y regulado), y permiten ilustrar también esta evolución en los conceptos de la regulación[11]:

1. En la regulación tradicional se establecen controles dirigidos por un regulador público sobre el sector privado.
2. Una regulación que se puede considerar inversa, ya que los resultados coinciden con los intereses del sector privado.
3. La existencia de agencias públicas que regulan a otras agencias públicas y acuerdos privados entre empresas u otros agentes (sociales, empresariales y políticos).

En nuestro caso, se va a considerar siempre que el regulador actúa según el primero de estos conceptos, supondremos un regulador público que establece medidas que limitan las decisiones de los agentes económicos, y en busca del bienestar social.

Para ello, el regulador necesita una función que pueda evaluar, y que exponemos en el siguiente apartado.

.- Función objetivo del Regulador

Se puede encontrar en la literatura[12] una Función Objetivo para el regulador, que está formada por la suma del excedente del consumidor y el beneficio de la empresa regulada,

---

[11] Basados en Mitnick (1989).

[12] Baron y Myerson (1982) definieron una función de este tipo que fue posteriormente utilizada por Armstrong, Cowan y Vickers (1994) para evaluar diferentes modelos de regulación. Sobre el uso de la misma para la elaboración de tarifas se puede encontrar una revisión detallada en "la regulación económica de los servicios públicos" Lasheras, M.A. (1999)

y que permite evaluar el efecto que la acción de este podría tener sobre los regulados, como por ejemplo en el establecimiento de tarifas.

El objetivo del regulador es maximizar dicha función, mediante la introducción de los efectos de la regulación introducida, o la determinación de tarifas o precios que deben pagar los consumidores de bienes o servicios, producidos por la empresa regulada.

Esta Función Objetivo la definimos como sigue:

$$W(p) = E(p) + \alpha\pi(p)$$

Dónde: W(p) representa la función de Bienestar Social

E(p) es el excedente del consumidor

π(p) es el beneficio de la empresa regulada.

α es el factor de ponderación que representa el peso relativo el regulador otorga a los intereses de las empresas respecto a los intereses de los consumidores.

En esta función objetivo, se asume que $E'(p)<0$ y $\pi'(p)>0$ lo que implica que el excedente del consumidor disminuye mientras que los beneficios de las empresas aumentan al aumentar los precios.

Partiendo de este planteamiento, se adopta en esta tesis una nueva versión de la función objetivo anterior introduciendo un sesgo para el excedente del consumidor y otro para el beneficio de las empresas que se expresa de la siguiente forma: $W(v) = \lambda\,\pi(v) + (1-\lambda)\,U_T(v)$, propuesta por Hamoudi, H., & Risueño, M. (2012).

Breve descripción de conceptos de los temas tratados en la presente tesis y sus desarrollos posteriores:

<u>Primer concepto y sus desarrollos: Zonificación</u>

La zonificación urbana es una práctica habitual, es un instrumento de Planificación[13], mediante el cual, una autoridad reguladora decide dividir una ciudad o municipio en secciones reservados para usos específicos, que pueden ser residenciales, comerciales, industriales, o dotacionales.

La zonificación tiene como propósito encauzar el crecimiento y desarrollo ordenado de un área, en función a unos criterios definidos por el planificador. Existen diversas justificaciones para validar la existencia de la zonificación:

.- la existencia de externalidades negativas asociadas a un uso mixto del suelo, donde las actividades industriales pueden generar ruidos o molestias de cualquier tipo para el uso residencial.

.- la planificación de la ciudad en un uso racional del crecimiento poblacional, para evitar que se produzcan efecto congestión que tenga efectos negativos sobre el bienestar.

.- la planificación de las actividades industriales, buscando la generación de economías externas.

.- la reserva de suelo para usos dotacionales, en los que se planifican determinadas actividades relacionadas con el sector público, bienes públicos o bienes preferentes (como colegios, hospitales, parques, etc.).

De hecho en la práctica, podemos encontrar múltiples ejemplos en los que encontramos la existencia de esta zonificación, como la delimitación de polígonos industriales, donde el uso del suelo es exclusivamente industrial o comercial, junto a otras zonas donde es

[13] En Fischel, W. A. (1987), se pueden encontrar diversos aspectos que analizan la zonificación como planificación, de forma que se internalizan los efectos provocados por las externalidades, entre otros, por la asignación de derechos de propiedad.

sólo residencial. O encontramos diversas actividades económicas sujetas a regulación en su localización, como por ejemplo en las farmacias, que durante mucho tiempo en nuestro país han tenido que estas a una cierta distancia entre sí. También encontramos una limitación a la cantidad de viviendas que se pueden construir en determinadas zonas, ya que están sujetas a un determinado volumen de urbanización.

Es un concepto habitual en la literatura de la Economía Urbana o la Economía Regional, como por ejemplo en la planificación de las ciudades, lo que puede documentarse en diversos estudios.

En el trabajo de White, M. J., & Wittman, D. (1981) se considera el problema de la localización optima en una ciudad para poder combatir y reducir un problema de contaminación.

En los realizados por McMillen y McDonald ((1991), (1999), (2002)), utilizando datos empíricos de la ciudad de Chicago y otras de Estados Unidos que implantan políticas de zonificación en la década de los años 20, analizan diversos aspectos relativos a la zonificación. En el primero, usando datos de los suburbios de Chicago, encuentran que los cambios en los valores relativos de la tierra conducen a cambios en las categorías de zonificación, en el segundo, en 1999, analizan la zonificación de la ciudad de Chicago ante la existencia de externalidades negativas, como el ruido, la contaminación o el aumento de tránsito, de las empresas sobre las áreas residenciales, y en 2002 trabajan los efectos de la zonificación sobre las tasas de crecimiento relativo del valor de la tierra. Parten de la idea de que las externalidades negativas generadas por las empresas son ignoradas cuando estas toman sus decisiones de localización. Así, se puede mejorar la asignación del mercado de la tierra con una separación de las áreas comerciales y residenciales y las externalidades negativas se limitan a un área pequeña alrededor de las empresas. La zonificación podría entonces aumentará los valores residenciales de la tierra

porque los propietarios están dispuestos a pagar una prima por áreas exclusivamente residenciales. Además, comprueban que la zonificación residencial creó valiosas posiciones locales de monopolio para las empresas comerciales que permanecieron en las zonas residenciales bajo cláusulas de uso anteriores a la zonificación.

Posteriormente, en Rossi-Hansberg, E. (2004), se analiza el uso mixto económico-residencial en una ciudad, pero teniendo en cuenta el coste de desplazamiento de los trabajadores. Analiza los usos de equilibrio, obteniendo distintas solucionen según cuál sea el coste de transporte, con aglomeración de zonas de negocios o residenciales en el centro de la ciudad según los costes de transporte aumenten. La razón es que las restricciones de zonificación óptimas siempre concentran las áreas de negocio para aumentar la productividad. Por lo tanto, con restricciones de zonificación óptimas las empresas, y no los residentes, tendrán incentivos para presionar para la eliminación de las restricciones de zonificación. Esto permite vincular la optimalidad de los usos de la tierra a la existencia de la regulación actual. Según este trabajo las asignaciones eficientes y de equilibrio pueden diferir, al usar las externalidades de producción como fuerza de aglomeración.

Sin embargo, otras teorías de la economía urbana han propuesto efectos de aglomeración que no son externos sino internos a la empresa, como pueda ser la competencia espacial y las decisiones de localización de las empresas, pero desde un punto vista individual.

El uso de este concepto en la literatura de la organización industrial es más reciente. En 2004, aparece uno de los primeros trabajos que ya entronca la zonificación con la teoría de la ciudad lineal de Hotelling, en Lai y Tsai (2004), que analizan cómo una regulación de zonificación afecta las decisiones de localización de las empresas en un duopolio y precios uniformes y ofrecen una zonificación óptima de los aspectos de la política industrial y el bienestar público. la regulación de zonificación se basa en este caso en una

zonificación unilateral (asimétrica), que afecta de hecho a las opciones de ubicación de las empresas, una autoridad local que puede usar la política de zonificación para intervenir en las decisiones de ubicación de las empresas y a su vez alcanzar algunas metas sociales. Posteriormente, en Lai y Tsai (2008), introduce la regulación en un modelo con discriminación espacial y bajo el supuesto de zonificación simétrica, con el resultado de que puede existir una regulación de zonificación adecuada que mejore el bienestar social. En Colombo (2011), se analiza los efectos de la regulación de zonificación bajo el supuesto de competencia de Cournot, cuando las empresas que fijan las cantidades deciden vender sin discriminación espacial. Obtienen que en equilibrio, bajo un área de zonificación central potencialmente asimétrica las dos empresas se ubicarían en los extremos de la zona de zonificación, El bienestar total disminuye con el ancho de la zona regulada, tanto para consumidores como para empresas.

En Matsumura y Matsushima (2011), el marco de análisis se centra en la expansión urbana, y consideran un modelo con restricciones en las ubicaciones de las empresas e investigan su efecto en el bienestar de los consumidores.

En Hamoudi y Risueño (2012), se analiza los efectos de una regulación de zonificación en el marco de una ciudad circular y bajo el supuesto de competencia en precios, establece un tamaño óptimo para una región comercial en diferentes contextos políticos, mediante la introducción de un regulador con diferentes perfiles políticos, y muestra cómo las decisiones sobre precio y ubicación de las empresas se ven afectadas por el tamaño óptimo de la zona comercial

Bárcena-Ruiz, J. C., & Casado-Izaga, F. J. (2015) Consideran una ciudad lineal, con costes de transporte lineales y discriminación de precios. Consideran la figura del regulador introducido por Hamoudi y Risueño (2012), que tiene un sesgo hacia las empresas o los consumidores. En este caso no se impone ninguna restricción al diseño de

zonificación, y, por tanto, se permite áreas mixtas para empresas y consumidores. Como resultado, obtienen que el tipo de regulación depende del sesgo del regulador y que, en cualquier caso, el área óptima en la que las empresas pueden o no localizarse es siempre simétrica con respecto a la mitad del mercado.

Este concepto es la base del trabajo a realizar en el capítulo 3. En este caso, que analiza los efectos de las externalidades provocadas por una zona regulada, definida por una autoridad que puede tener un sesgo político, en el marco de una competencia de precios con discriminación espacial.

Segundo concepto y su desarrollo: Predación

Una de las razones que hace que se mantenga el poder de mercado típico de la competencia imperfecta son las barreras de entrada. En el Capítulo IV de esta tesis, se asume una situación de monopolio espacial que se plantea recurrir a la estrategia de predación de precios para mantener su poder de mercado y disuadir a otras empresas de entrar a operar en el mismo.

Habitualmente, en la literatura de predación se considera una empresa dominante que opera en muchos mercados locales, en algunos tiene poder de mercado y en otros no. También puede tratarse de una empresa dominante que produce muchas marcas de un producto diferenciado; o, más concretamente, en una empresa dominante que se enfrenta a una empresa entrante en un momento determinado o de forma sucesiva. Este último es el caso que aquí nos ocupa.

En general, la estrategia de predación en precios consiste en esta empresa dominante, que se encuentra en un mercado donde sus acciones están restringidas por una franja de

pequeños competidores, establece un precio por debajo del coste. Haciendo esto pierde dinero en ese mercado, pero se sostiene por las operaciones en otros mercados. Las empresas independientes, con menos recursos, sufren pérdidas a corto plazo y una salida del mercado a largo plazo. Con la competencia fuera, la empresa dominante se queda en monopolio y entonces controla la producción, sube el precio y obtiene beneficio económico.

Si la empresa tiene poder de mercado en algún otro mercado en el que opera podrá tener beneficios económicos que cubrirían las perdidas en un mercado local, en caso contrario, si la empresa opera en muchos mercados competitivos, no será capaz de subsanar las pérdidas en un mercado concreto aunque quisiera hacerlo y no podrá sostener la estrategia predadora. Para solventar este problema, la literatura ha cubierto este prerrequisito, dando sentido a la predación como tal, con la llamada estrategia Deep Pocket, establecida por Telser's (1966), y que ha fue formalmente representado por Poitevin, M. (1989), y supone que la empresa predadora tiene suficiente poder y recursos financieros como para asumir las pérdidas provocadas por su conducta predadora.

Puede decirse que la predación en precios es una inversión en poder de mercado, y como todas las inversiones tiene una dinámica en el futuro. El análisis clásico no afronta este dinamismo hereditario directamente pero usa modelos estáticos para el análisis, las consideraciones dinámicas entran en la discusión cuando se elaboran los modelos estáticos. Esto se consigue a través del valor presente descontado de la predación vendrá determinado por la expresión:

$$VPD_{pred} = -\pi_{pred} - \frac{1}{1+r^*}\pi_{pred} - \ldots - \frac{1}{\left(1+r^*\right)^T}\pi_{pred} + \frac{1}{\left(1+r^*\right)^{T+1}}\pi_m + \frac{1}{\left(1+r^*\right)^{T+2}}\pi_m + \ldots$$

Según esto, una empresa dominante tendrá en cuenta los precios predatorios como una estrategia hacia los rivales sólo si el valor presente descontado es positivo. Si el valor

actual descontado es negativo, la depredación no sería rentable. El que esta expresión sea o no positiva dependerá de tres factores: la tasa de descuento, las pérdidas del depredador en la etapa predadora, y los futuros beneficios a obtener tras el éxito de la predación.

En el capítulo IV de esta tesis se utiliza este concepto en el marco del modelo de Hotelling, donde las empresas además de competir por un mercado tienen que hacerlo desde una competencia espacial.

Tercer concepto y su desarrollo: Mercado de trabajo y competencia espacial

La localización espacial de las empresas, tanto en aglomeración como en dispersión, es abordada normalmente por la Economía Regional, y una de las características que la definen es la existencia de los efectos externos e internos, y uno de esos efectos, como fuerza de aglomeración, es aplicado al mercado de trabajo:

"La formación de un mercado de trabajo especializado compartido por todas las empresas del sector localizadas en un mismo territorio. Tanto patrones como trabajadores pueden obtener ventajas de la aglomeración; los primeros al contar con una oferta amplia de trabajo especializado que permite ajustar las plantillas al ciclo de la empresa; los segundos ganan la seguridad de no depender de una única empresa demandante de trabajo"[14].

En Fujita y Thisse (1996) se presenta la aparición de rendimientos crecientes al aumentar la variedad de inputs (profundización en la división del trabajo) de que disponen las empresas. Una forma de representar los efectos externos existentes de la forma más

[14] Callejón, M., & Costa, M. T. (1996). Economías de aglomeración en la industria. Universitat de Barcelona, Divisió de Ciències Jurídiques, Econòmiques i Socials.

simple posible es suponiendo que las empresas de un sector tienen una función de producción del tipo Cobb-Douglas: $Q = L^{1-\alpha}\Sigma x_i^{\alpha}$, donde la producción (Q) presenta rendimientos constantes respecto del factor trabajo (L) y de un agregado de n inputs diferenciados x_i, y se demuestra que con la división del trabajo mejora la eficiencia productiva.

La existencia de estas economías de aglomeración son constatables, la concentración de la producción y el empleo industrial a lo largo de la geografía española es un hecho. En el trabajo de Marsal, E. V. (2003) encontramos una aplicación en la práctica, referida a las industrias en España, para analizar el papel de las economías externas en la distribución de las distintas actividades manufactureras en el territorio. Para ello parte de una función de producción de un establecimiento en un sector industrial con la siguiente especificación: $q = g(\bullet)\left[\rho l^{-s} + (1-\rho)k^{-s}\right]^{-(1/s)}$ donde q es la cantidad producida por la empresa, l el factor trabajo, k el factor capital y s y ρ los parámetros de la función. La función representada en [1] es homogénea de grado uno y, en consecuencia, implica la existencia de rendimientos constantes a escala en la producción. El parámetro ρ refleja las participaciones relativas de los factores trabajo y capital en la producción, mientras que el parámetro s indica el grado de sustitubilidad de los factores en la producción. Así, se determina que la producción de un establecimiento industrial depende de las dotaciones factoriales internas y de una función de economías externas *g (•)*.

En otra línea de trabajo, encontramos aquellos que tratan de comprobar los resultados que las evidencias empíricas parecen arrojar sobre los efectos positivos que el salario mínimo tendría sobre el equilibrio en el mercado de trabajo.

En el trabajo de Bhaskar y To (1999), en el marco de un modelo de competencia monopsonista con entrada libre, se analizan los efectos del salario mínimo, concluyendo

que un aumento del mismo implica un aumento del empleo en la empresa, aunque puede hacer salir a la empresa si caen los beneficios. El efecto que el salario mínimo produce en el bienestar será positivo si aumenta el empleo en la industria, pero resulta ambiguo en el caso de disminución en el nivel de empleo general.

Poco después, Walsh (2001) profundiza en este resultado, confirmando el mismo resultado en cuanto a los efectos positivos del salario mínimo en el empleo de la industria pero eliminado ya la ambigüedad de los efectos en el nivel general de empleo, concluyendo que el efecto sobre el bienestar es igualmente positivo, aun cuando la empresa acabe saliendo del mercado, y por tanto se produzca una disminución en el empleo. Este mismo autor, Walsh (2003), profundiza en el mismo modelo y desarrolla una descomposición de efectos que denomina "internos" y "externos" y que permite calcular el efecto que el salario mínimo tendría sobre el empleo a largo plazo.

Siguiendo la misma línea, el trabajo de Bhaskar y To (2003) se enmarca en un mercado de competencia oligopsonista en el mercado de trabajo, con un modelo de dispersión salarial donde los trabajadores tienen preferencias heterogéneas con las características no salariales, y capacidades homogéneas, y los empleadores tienen características de productividad heterogéneas. Concluyen con la existencia de unas fuerzas internas y externas en la determinación salarial que refuerzan los mismos resultados que estos trabajos anteriores y con la evidencia empírica, a través de efectos "desbordamiento".

Son variadas y diferentes las líneas de investigación en las que se analiza los efectos de la localización en relación con el mercado de trabajo y utilizando funciones de producción, desde el ámbito de la Economía Regional. Sin embargo desde el ámbito de la Organización Industrial, en que nos encontramos en este trabajo, son muy pocos y recientes los que podemos encontrar. Los primeros trabajos que encontramos son de Kaas y Madden (2008) y (2010) que concretan características no salariales como la localización

de dos empresas sobre la ciudad lineal de intervalo [0,1] en la que los trabajadores se distribuyen de forma homogénea. En este trabajo los costes de transporte de las mercancías habituales en estos modelos se cambian por los costes de transporte de los trabajadores, lo que convierte los ingresos marginales que éstos obtienen en no homogéneos, aunque sí constantes. En este mercado se establece un juego en dos etapas, con determinación de salarios y localización, y bajo una regulación de salario mínimo. En el primer trabajo concluyen en su análisis que la imposición de un salario mínimo siempre mejora el bienestar, a nivel de subjuegos, dado el efecto que se establece sobre las características no salariales del empleo. En el segundo trabajo, este resultado se confirma para todo el juego. Un importante supuesto de este (y los anteriores trabajos señalados), es que el equilibrio del mercado se general con una situación de pleno empleo, aun con salario mínimo.

Otro trabajo en este mismo sentido es el de Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015), que, a diferencia de los trabajos anteriores que trabajan bajo el supuesto de pleno empleo, asumen que bajo la existencia de un salario mínimo, y derivada de la implantación de este salario mínimo, existe una situación de desempleo. En este trabajo, en el Capítulo V se parte de este trabajo para, cambiando las especificidades del mercado de trabajo, volver analizar el efecto que éste tendrá en la localización y diferenciación de productos en el marco de la ciudad de Hotelling.

Capítulo III: Regulación de zonas verdes o dotacionales en un marco de competencia espacial

3.1. Introducción

En la actualidad es una práctica habitual que las ciudades hagan una planificación urbanística con, al menos, dos intenciones:

1.- Ordenar la ciudad en zonas residenciales y de actividades económicas

2.- Reservar suelo para infraestructuras y equipamientos sociales.

Este tipo de actuación se conoce en la literatura como zonificación urbana, que consiste en la práctica de dividir una ciudad o municipio en secciones reservados para usos específicos, ya sean ambientales, residenciales, de servicios públicos, comerciales o industriales, con el propósito de encauzar el crecimiento y desarrollo de la misma.

La motivación que da pie al análisis de los efectos de la zonificación parte de:

- Por un lado, se observa la existencia de externalidades ambientales, especialmente en las grandes ciudades (Londres, Nueva York, Chicago, Paris, Berlín, Madrid,...), provocadas por la coexistencia de zonas residenciales y económicas, que llevan a un cierto ordenamiento urbano. Hay algunos trabajos, como McMillen, D. P., & McDonald, J. F. (2002), que establecen efectos en los precios del suelo según los diferentes usos.
- Por otro lado, existen equipamientos públicos, como zonas verdes que permiten una vida más saludable y sirven como áreas de ocio para la población, o cómo los ciudadanos demandan servicios de proximidad como Colegios, Hospitales, etc. Estas zonas verdes o dotacionales generan una percepción positiva de los

efectos ambientales[15]. Pero, el desarrollo de las ciudades conlleva también la necesidad de otras zonas dotacionales, como la existencia de intercambiadores de transporte, cementerios, vertederos, e instalaciones similares de gestión de residuos, o la implantación de un centro de atención a drogodependientes, que generan siempre un rechazo entre la población, debido a las molestias que implican de ruido, contaminación en la zona afectada, o supuestos problemas de seguridad. Lo curioso en estos casos es que, pese a todo, la población considera necesaria su existencia[16].

- Además, esta zonificación urbana permite también el desarrollo de una política industrial específica que afecta al funcionamiento del mercado y al bienestar de los agentes económicos.

El trabajo de este capítulo, bajo el modelo de la Ciudad Lineal de Hotelling y en un marco de discriminación espacial, pretende analizar las consecuencias que una política

---

[15] Es fácil encontrar diferentes estudios que así lo atestiguan, añadiendo al uso directo de las mismas efectos positivos sobre la calidad del aire, ya que las zonas verdes absorben gases contaminantes, como el dióxido de azufre (SO_2) o dióxido de carbono (CO_2), partículas en suspensión, o actúan como filtro de partículas polvo cuando atraviesan masas forestales. Además de otros efectos como la atenuación del ruido o la mejora en la estructura del suelo. ("Estudio sobre la contribución económica, social y ambiental de los parques y jardines a las ciudades españolas" 2015 Asociación española de Empresas de Parques y Jardines)

[16] En la Agencia Europea del Medioambiente se define que: "El suelo es un recurso limitado: su uso constituye una de las principales razones de cambio medioambiental, con efectos importantes para la calidad de vida y para los ecosistemas, así como para la gestión de las infraestructuras". EEA, Agencia Europea del Medioambiente http://www.eea.europa.eu/es/themes/landuse (accedido septiembre 2015)

reguladora establecida por una autoridad local puede tener sobre el funcionamiento del mercado y el bienestar general.

En esta ciudad, la autoridad local pretende realizar un proyecto que consiste en establecer un equipamiento público en un área reservada para ello, con la característica de que en esa zona, que denominamos como zonas verdes o dotacionales, no se permite ni actividad económica ni residencial[17]. Esto es, la autoridad local decide implantar una zonificación urbana.

Podemos encontrar que el interés de este modelo, que se va a desarrollar a continuación, es doble, ya que:

- Por una parte, la zonificación obliga a las empresas a restringirse en un área específica, y esto se puede interpretar como una medida de política industrial que el regulador, la autoridad local en este caso, utiliza para redistribuir la actividad económica hacia determinadas zonas (bien sean geográficas o de características de producto) interfiriendo así en el grado de competencia del mercado y el bienestar de los agentes económicos.
- Por otra parte, la existencia de dicha zonificación, implica la existencia, o la posibilidad, de un equipamiento público que afectará al bienestar de los consumidores, a través de las externalidades que produzca. Estas externalidades se van a introducir en la función de bienestar a través de una especificación funcional. Se van a considerar dos tipos de funciones, una con la base de que las

[17] Bárcena y Casado (2014) analizan la zonificación en un duopolio con discriminación espacial de precios sin imponer restricciones en el uso de la zonificación y sin considerar externalidades sobre el bienestar de los consumidores.

zonas verdes o dotacionales introducen efectos con rendimientos crecientes (una función convexa) y otra con rendimientos decrecientes (una función cóncava).

Podemos referenciar los estudios de la zonificación en el marco de la competencia espacial en el marco de Hotelling, y que, igualmente, presenta dos bifurcaciones de la misma naturaleza que anteriormente:

- En Lai y Tsai (2004), Hamoudi y Risueño (2007), o Bárcena et al. (2014), se encuentran referencias a la zonificación desde una competencia espacial en precios, a la Bertrand.
- Mientras en Matsumura y Shimizu (2005), Chen and Lai (2008), Colombo (2011, 2012) se estudia el tema en un contexto de discriminación espacial en cantidades.

Por otro lado, hay algunos trabajos, como el de Gupt, Y., & Geoghegan, J. (2006), que introduce la contaminación como externalidad en la zonificación.

Además de estas referencias de índole más general, queremos destacar la referencia de Hamoudi y Risueño (2012) en la cual, se establece que existe un sesgo de la autoridad local para favorecer bien los intereses de los negocios o bien de la población. Partimos ya de esta evidencia y, por tanto, se ha elegido una función de bienestar donde el sesgo de la autoridad local a favor de los beneficios de las empresas o del excedente del consumidor es aleatorio[18].

En este análisis, además de determinar las localizaciones óptimas de las empresas y el tipo de ciudad que se conformaría (dispersión, aglomeración o situaciones intermedias),

[18] Esta función ha sido introducida por Hamoudi y Risueño (2012) en un modelo circular de zonificación.

se quiere ir un paso más allá, ya que se pretende examinar no sólo el tipo de ciudad resultante, sino analizar:

- qué tipo de función podría recoger mejor los efectos provocados por la externalidad de la zona verde o dotacional.
- de qué depende la extensión óptima de dicha área verde o dotacional.
- Cómo el sesgo del regulador puede afectar al resultado final, según beneficie a las empresas o los consumidores.
- Cuál es la localización de las empresas en cada caso.

Para ello, en un contexto de discriminación espacial, se formaliza un juego en tres etapas. En la primera etapa, el regulador elige la dimensión óptima de la zona verde, en la segunda etapa, las empresas eligen las localizaciones y, por último, en la tercera etapa, las empresas escogen los precios.

Como resultado, se muestra que la dimensión óptima de la zona verde o dotacionales depende de la relación entre coste de transporte y la satisfacción de la población por las externalidades de la misma, así como del sesgo del regulador, aunque los resultados concretos difieren si se considera una función de externalidades ambientales con rendimientos crecientes o decrecientes.

El trabajo se estructura de la siguiente manera:

- En la sección segunda, se explicitan los supuestos del modelo y el comportamiento de los agentes, y las especificaciones de los efectos ambientales.
- En la sección tercera, se calculan el equilibrio en precio y en localización.
- En la sección cuarta, se calcula la dimensión óptima de la zona verde.
- Por último, en el apartado quinto se encuentran las principales conclusiones.

3.2. El modelo

El modelo trata de discriminación espacial en precios, en el que se introduce una autoridad reguladora encargada de diseñar una zona verde o dotacional en una ciudad lineal y en la que no se permite ni la actividad económica ni la residencial.

El estudio parte del modelo lineal de discriminación de precios[19] en el que las empresas tienen en cuenta el coste de transporte, es decir, fijan un precio de fábrica pero el precio de venta depende de la localización de los consumidores.

Para examinar el comportamiento de los agentes presentes en nuestro mercado, el regulador, las empresas y los consumidores, se formaliza el modelo como un juego en tres etapas: ***en la primera etapa*** *el regulador elige el tamaño de la zona verde o dotacional;* ***en la segunda etapa****, las empresas eligen simultáneamente sus localizaciones;* ***en la tercera etapa****, las mismas empresas deciden al mismo tiempo el precio.* La resolución del mismo, será, mediante el método de inducción hacia atrás.

Definimos en primer lugar las características de las posibles zonas de la ciudad, y a continuación el comportamiento que tienen los agentes del mercado, y en este orden: las empresas, los consumidores y el regulador.

---

[19] En Anderson, de Palma y Thisse (1992: 325-329) se presenta detalladamente el trabajo de discriminación espacial à la Bertrand que formaliza el modelo analizado por Hurter and Lederer (1985) y Hurter and Lederer (1986), en el cual se permite a las empresas de localizarse en un plano utilizando la discriminación en precios.

3.2.1. El espacio de localización: Cuidad lineal.

Se parte de la ciudad lineal de Hotelling, de longitud [0,1], en la que únicamente operan dos empresas que producen un mismo bien, homogéneo, y que se localizan en x_1, x_2, y tal que $x_1 < x_2$.

En esta ciudad residen N consumidores distribuidos uniformemente a lo largo del espacio. Con la ciudad así definida, la autoridad reguladora local considera incluir una zona verde dotacional de dimensión *v*.

Podemos delimitar el área de equipamiento dotacional como: $[v_1, v_2], \quad 0 \leq v_1 \leq v_2 \leq 1$, y con una longitud de $v = v_2 - v_1$. La principal característica de esta área verde o de equipamiento dotacional es que a lo largo de su longitud no pueden instalarse ni consumidores ni empresas.

La autoridad reguladora debe decidir donde instalar la zona verde o dotacional, y para ello se pueden encontrar diferentes posiciones que pueden dar lugar a diferentes configuraciones de la cuidad. Según donde se decida la instalación se definen tres tipos de posibles ciudades de la siguiente forma:

- Ciudad tipo I:

En este caso la zona verde o dotacional $[v_1, v_2]$ se sitúa a la izquierda de las dos empresas, de forma que:

$$0 \leq v_1 \leq v_2 \leq x_1 \leq x_2 \leq 1$$

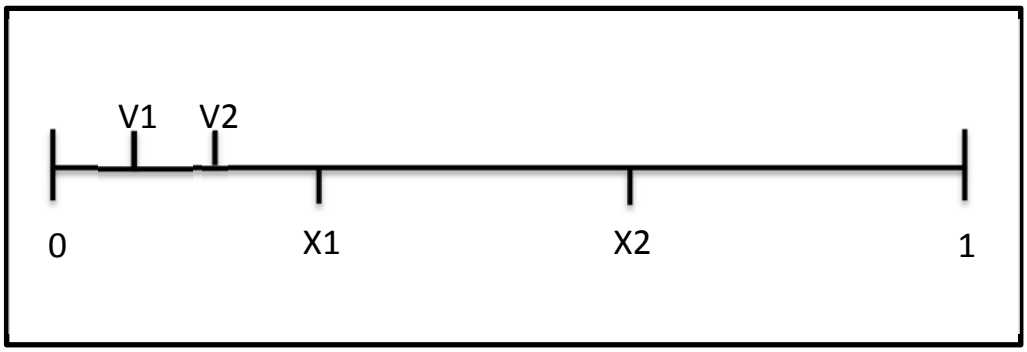


Gráfico nº 3.1 : Diagrama Ciudad Tipo I.

- Ciudad Tipo II

En este otro caso la zona verde o dotacional $[v_1, v_2]$ se sitúa entre las dos empresas, de forma que:

$$0 \leq x_1 \leq v_1 \leq v_2 \leq x_1 \leq 1 \ .$$

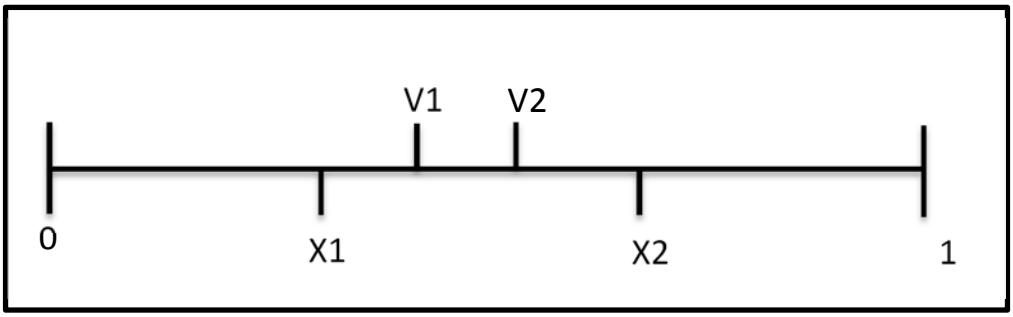


Gráfico nº 3.2 : Diagrama Ciudad Tipo II .

- Ciudad Tipo III

Por último, podemos encontrar el caso en el que la zona verde o dotacional $[v_1, v_2]$ se encuentre a la derecha de las dos empresas, de forma que:

$$0 \leq x_1 \leq x_2 \leq v_1 \leq v_2 \leq 1$$

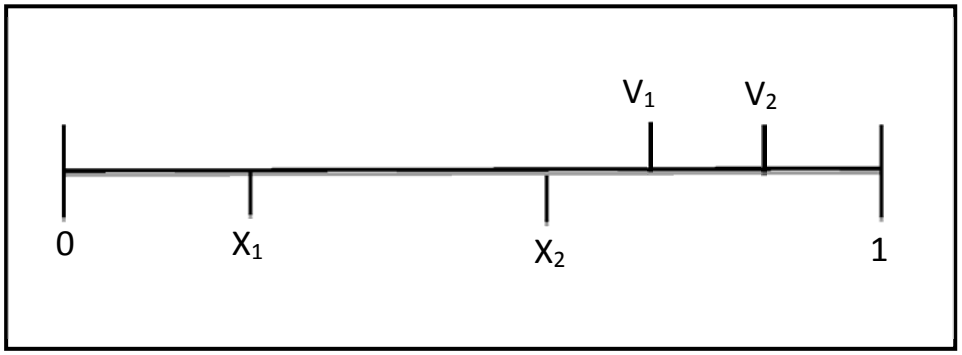


Gráfico nº 3.3 : Diagrama Ciudad Tipo III

Por otra parte, como en el área verde o de equipamiento dotacional hemos establecido que no se permite la existencia ni de residencias ni de empresas, tanto la población como las empresas se localizarán en el resto de la ciudad, por lo que la zona residencial y de actividad económica se puede definir como: $[0, v_1] \cup [v_2, 1]$, y contará con una longitud de (1-*v*).

De estos tres tipos, el que vamos a utilizar para nuestro análisis es la ciudad de tipo II, ya que, además de las ventajas de análisis, y de ser un marco habitual en la literatura al ser una representar una ciudad simétrica, es la regulación que más efectos tiene sobre la competencia.

3.2.2. El comportamiento de los agentes

Para analizar el efecto que estas políticas públicas pueden tener sobre el funcionamiento económico, debemos primero conocer el comportamiento de los agentes económicos.

Las empresas

Consideramos la existencia de dos empresas, 1 y 2, que producen un mismo bien homogéneo, con la suficiente capacidad para abastecer todo el mercado, y a un mismo coste marginal constante que denotamos como "c".

Los precios ofrecidos en este mercado para el bien producido lo denotamos como[20]: $p_i(x), \quad i = 1, 2$

En este mercado, las empresas distinguen a los consumidores a los que ofrecen su producto por sus diferentes ubicaciones, de tal forma que se produce una discriminación vía precios, entre los consumidores, según cual sea la ubicación de cada uno de ellos. Esto implica que el precio de entrega que fija la empresa i al vender su producto va a depender de cual sea la localización de cada consumidor.

Dicha discriminación en precios es posible por el hecho de que las empresas asumen la entrega del bien al consumidor en su propia localización, incurriendo así en costes asociados al transporte del bien.

---

[20] Este precio depende de la localización de la empresa, es decir, $p_i(x) = p_i(x_i, x), \; i = 1, 2$, pero por simplicidad no incluye la localización de la empresa debido a que ya aparece el subíndice de empresa.

Los costes de transporte los representamos a partir de una función lineal[21], $T(d_i(x))$, representada por la siguiente expresión:

$$T(d_i(x)) = t\,|x_i - x|, \quad t > 0, \quad i = 1, 2$$

Donde:

- $d_i(x)$ es la distancia que separa al consumidor de la empresa, y que a su vez depende de:
  - t, que se corresponde con el coste unitario de transporte, y que consideramos que existe para cualquiera que sea la localización, y por lo tanto $t > 0$, con respecto tanto a la distancia de la empresa 1 o de la empresa 2.
  - $|x_i - x|$, es la distancia entre la localización de la empresa, y el consumidor de referencia, donde:
    - x_i es la localización de la empresa, $i = 1$, 2
    - x, será la localización de cada consumidor considerado como referencia.

[21] Si bien D'Aspremont et Al. (1979) demostraron que los costes lineales generaban problemas de equilibrio, al asumir en este caso la existencia de precios de envio en vez de precios de coste, y además asumir una competencia a la Bertrand, como se recoge en el Capítulo II, no existe en este caso dicho problema.

Los consumidores

Como es habitual en estos modelos, se considera que todos los consumidores quieren comprar el bien, todos lo compran, y sólo compran una unidad. Para garantizar que esto se pueda cumplir se supone que los individuos poseen un precio de reserva (S) suficientemente grande como para que todos puedan adquirir el bien.

Al admitir que son las empresas las que asumen el coste de transporte, el consumo realizado por los habitantes de nuestra ciudad dependerá únicamente de los precios del bien, $p_1(x)$, $p_2(x)$, y del precio de reserva (S).

Para obtener la utilidad del consumidor, consideramos dos aspectos:

1.- El excedente obtenido por los consumidores cuando adquieren una unidad de producto a la empresa *i*-ésima, que será: $e_i(x) = S - p_i(x)$. Este será por tanto el excedente obtenido por un consumidor localizado en x por la compra del bien a la empresa *i-ésima*, $e_i(x)$.

Para determinar el excedente total, para toda la población N, y que denotaremos como $E_T(.)$, agregamos todos los excedentes obtenidos por los consumidores de la ciudad.

2.- Consideramos que la zona verde o dotacional también genera efectos sobre la utilidad del consumidor, como habitante de la ciudad, a partir de las externalidades provocadas por la misma. Estas externalidades se definen a continuación, a través de una forma funcional que denotaremos como $h(v)$.

Si consideramos ambos aspectos, la utilidad total que tendrá cada individuo, $u_i(v, x)$, será igual a: $u_i(v, x) = e_i(x) + h(v)$.

Considerando la Utilidad total de todos los consumidores de la ciudad, podemos definir una Función Utilidad Total, $U_T(v)$, que expresamos como la suma estos dos conceptos y según toda la población, y que responde a la siguiente expresión: $U_T(v) = E_T(.) + H(v)$

El regulador

Se asume que el regulador implanta un marco jurídico en el que establece una política de zonificación, en la cual se reserva un espacio de la ciudad delimitado para un equipamiento social. Este equipamiento puede ser de cualquier tipo, como por ejemplo, zonas verdes, zonas deportivas, cementerios, vertederos, intercambiadores de transportes… Se considera que estos equipamientos a instalar en la zona verde o dotacional generan unas externalidades ambientales que afectarán a los consumidores.

El marco jurídico de la regulación establece que los reguladores toman sus decisiones en beneficio de los agentes económicos, las empresas y los consumidores, pero no obliga a que se favorezca por igual a ambos agentes.

La función objetivo del regulador, por tanto, incluirá tanto la suma de los beneficios que pudieran recibir las empresas, como el excedente de todos los consumidores, una vez establecida la política pública.

Dado que ya hemos supuesto que el regulador no tiene porqué considerar de la misma manera los beneficios de empresas y consumidores, se introduce también en la función una variante propuesta en Hamoudi y Risueño (2012) que permite considerar esta posibilidad. Así, la función de bienestar del regulador será descrita como[22]:

$$W(v) = \lambda\, \pi(v) + (1-\lambda)\, U_T(v) \qquad (1)$$

donde:

- λ es el peso que otorga el regulador a las ganancias de las empresas frente a la utilidad de los consumidores, y verifica que $0 \leq \lambda \leq 1$.

[22] Nótese que se considera el beneficio bruto sobre las familias y las empresas, es decir, no se tienen en cuenta los costes económicos de proveer el bien público ni cómo van a financiarse dichos costes.

Se puede establecer que, cuando $\lambda = 0.5$, el regulador está otorgando el mismo peso a empresas que a consumidores, se está en el caso habitual en el que se ponderan por igual los intereses de ambos agentes económicos.

Siendo así, $(1-\lambda)$, será el peso que el regulador otorga a las posibles ganancias de excedente de los consumidores.

- Los beneficios totales de las empresas vendrán determinados por la suma de los beneficios de ambas empresas:

$$\pi(v) = \pi_1(v) + \pi_2(v) \qquad (2)$$

- El bienestar total de la población, tal y como hemos establecido, será:

$$U_T(v) = E_T(.) + H(v) \qquad (3)$$

3.2.3. Las externalidades de la zona verde o dotacional sobre el bienestar de los consumidores.

El área reservada para la zona verde o dotacional, $v = [v_1, v_2]$, y diseñada por el regulador, afecta directamente a los habitantes de la ciudad, a través de las externalidades que provoque el equipamiento social.

Dependiendo del uso que el regulador decida dar a la zona verde o dotacional, los efectos que las externalidades determinen en los consumidores podrán ser positivos o negativos, o incluso ser positivas y negativas, dependiendo el tamaño que tenga v y de la sensibilidad que los consumidores tengan por el tipo de equipamiento a instalar.

Entendemos por externalidades positivas aquellas que los consumidores entienden que pueden mejorar su calidad de vida, en la idea que, por ejemplo una zona verde mejora la calidad del aire, o proporciona un espacio de ocio y disfrute, etc.

Por otro lado, las externalidades tendrán efectos negativos siempre que afecten a los consumidores perjudicando o disminuyendo su calidad de vida, por ejemplo, un intercambiador de transportes generará ruidos, contaminación, atascos de tráfico, o un vertedero provocará malos olores.

Todos estos factores se pueden aglutinar bajo la idea de efectos ambientales, y estos efectos ambientales se pueden tener una consideración de positivos o negativos.

La existencia de la zona verde o dotacional puede provocar otro tipo de efectos externos, el efecto congestión, provocado por la prohibición de construir viviendas dentro de la misma. Esto implica una mayor concentración de la población en el espacio restante de la ciudad, definido como urbanizable residencial, y donde también se situarán las empresas: $[0, v_1] \cup [v_2, 1]$. Este tipo de externalidad, tendrá siempre una valoración negativa, y será mayor cuando mayor sea v.

La combinación de este efecto congestión con el resto de efectos ambientales podría conseguir que una zona verde o dotacional pueda valorarse inicialmente como positiva y acabe siendo percibida como negativa. Esto nos lleva a determinar una expresión función que represente dichas externalidades, y encontramos dos tipos de funciones:

- Una función que represente rendimientos decrecientes de las externalidades (función cóncava).
- Una función que represente rendimientos crecientes de las externalidades (función convexa).

En el primero de los casos, utilizaremos una expresión funcional, $h_A(v)$, que responde a:

$$h_A(v) = \alpha v - v^2$$

donde:

- v, sigue siendo la dimensión de la zona verde o dotacional
- α, es un parámetro que describe el grado de satisfacción del individuo por los equipamientos instalados en la zona verde o dotacional. Se asume que $\alpha \geq 0$.

En el segundo caso, la forma funcional se expresa como $h_B(v)$, tal que:

$$h_B(v) = v^2 + \alpha v$$

Y donde v y α se definen igual que en la expresión anterior.

En cualquiera de ambos casos, los efectos considerados por $h(v)$ son individuales, definidos para cada habitante de la ciudad, por lo que para obtener la función de externalidades total, tendremos que considerar el total de la población, N. Denotamos, por tanto, como $H(v)$, a la función de externalidades total, en referencia a toda la población, y que responde a la expresión: $H(v) = N\,h(v)$.

Abordamos a continuación el estudio de cada una de las formas funcionales definidas, teniendo en cuenta que los tramos considerados en nuestro análisis se corresponden con aquellos que cumplen $0 \leq v \leq 1$.

Función cóncava: rendimientos decrecientes

Para la primera expresión, de la función cóncava, $h_A(v) = \alpha v - v^2$, tendremos:

Se trata de una función parabólica, con rendimientos decrecientes donde:

- El máximo se encuentra en $v = \frac{\alpha}{2}$, y tiene un valor de $h(v) = \frac{\alpha^2}{4}$.
- La función se anula para el valor 0 y α, es decir: $h(v=0) = 0$ y $h(v=\alpha) = 0$.
- La primera y segunda derivada de la función son, respectivamente:

$$\frac{\partial h(v)}{\partial v} = \alpha - 2v \ , \quad \frac{\partial^2 h(v)}{\partial v^2} = -2 .$$

Tendremos, por tanto, que la función tiene un primer tramo positivo, $h(v) \geq 0$ en $v \in [0, \alpha]$ y un segundo tramo con valor negativo, tal que $h(v) \leq 0$ para $v \geq \alpha$.

Podemos encontrar tres escenarios de interés, dependiendo de cuál sea el valor de α, dado que los efectos positivos o negativos aumentan a distinto ritmo:

- $0 \leq \alpha \leq 1$
- $1 \leq \alpha \leq 2$
- $\alpha \geq 2$

Vemos a continuación la caracterización de cada uno de ellos, con un ejemplo representativo:

1º. Caso A.1: Cóncavo y $0 \leq \alpha \leq 1$**,** $\alpha = \frac{1}{2}$

En este caso el valor máximo de la función es $h\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16}$, y el corte con el eje v se produce en $v = \frac{1}{2}$.

Este caso, por tanto, indica que la satisfacción que la externalidad de la zona verde o dotacional pueda proporcionar a los consumidores es muy baja, con un tramo creciente al inicio pero los rendimientos decrecientes hacen que disminuya y lo hacen hasta el punto de llegar a ser negativos. El mínimo de la función, en el tramo considerado se produce en $v = 1$.

En el Gráfico 3.4 podemos ver un ejemplo de este tipo de funciones.

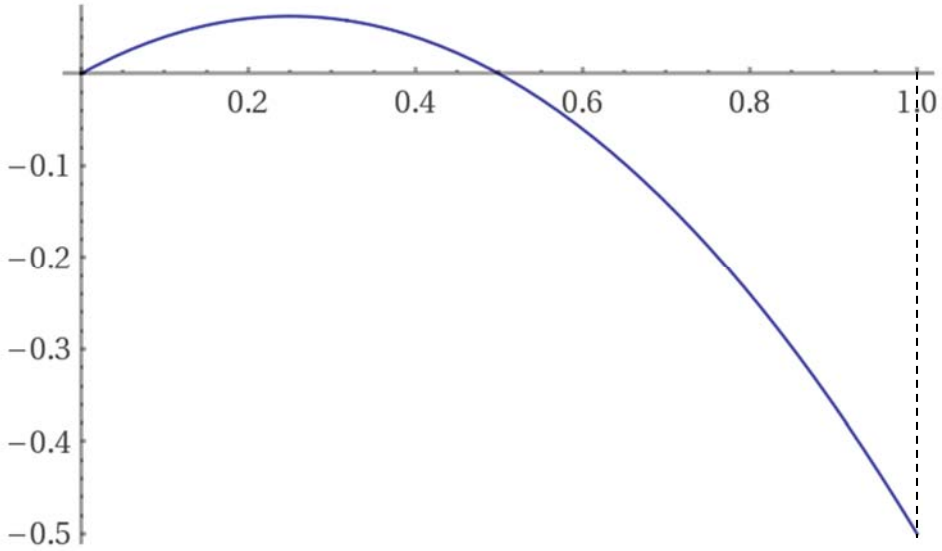


Grafico nº 3.4: representación de la función externalidad cóncava. Caso A.1: $0 \leq \alpha \leq 1$. $\alpha = \frac{1}{2}$

2º. Caso A.2: Cóncavo y $1 \leq \alpha \leq 2$, $\alpha = \frac{3}{2}$

El valor máximo de la función es ahora $h\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$, y el corte con el eje v se produce en $v = \frac{3}{2}$. Este punto se encuentra ya fuera de nuestro tramo de valores para v.

Este caso, como puede verse en el gráfico nº 3.5, indica que la satisfacción proporcionada por la externalidad de la zona verde o dotacional es ahora mayor, con un recorrido siempre positivo, aunque los rendimientos decrecientes hacen que exista un primer tramo de valoración creciente y otro segundo tramo de valor decreciente.

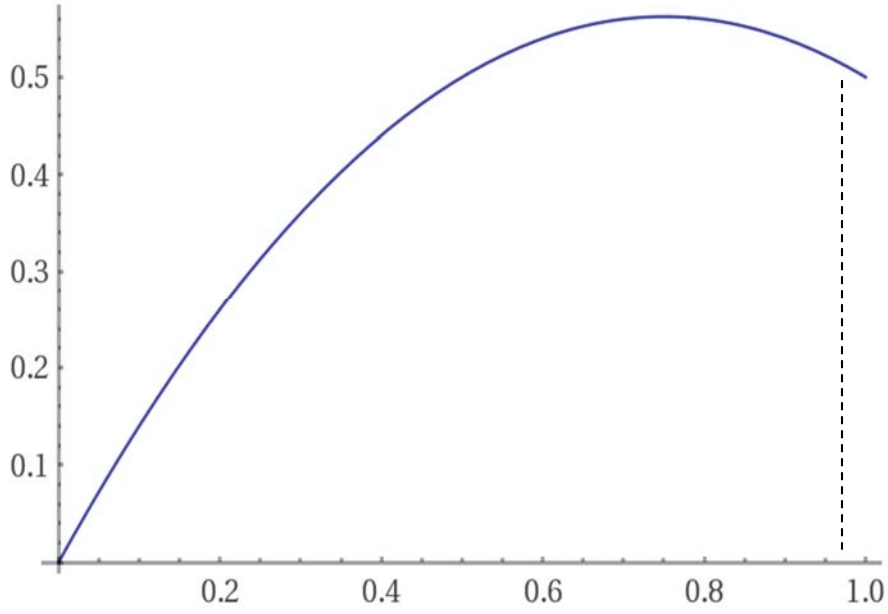


Grafico nº 3.5: representación de la función externalidad cóncava. Caso A.2: $1 \leq \alpha \leq 2$. $\alpha = \frac{3}{2}$

3º. Caso A.3: Cóncavo y $\alpha \geq 2$

La función tendrá ahora su valor máximo en $h\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{16}$, y el corte con el eje v se produce en $v = \frac{5}{2}$, y, por lo tanto, fuera de nuestro tramo de valores considerados para v.

Este caso, como puede verse en el gráfico nº 3.6, indica que la satisfacción proporcionada por la externalidad de la zona verde o dotacional es ahora muy grande, lo que hace que, nuestra función sea siempre positiva y creciente, alcanzando su máximo más allá de nuestros límites.

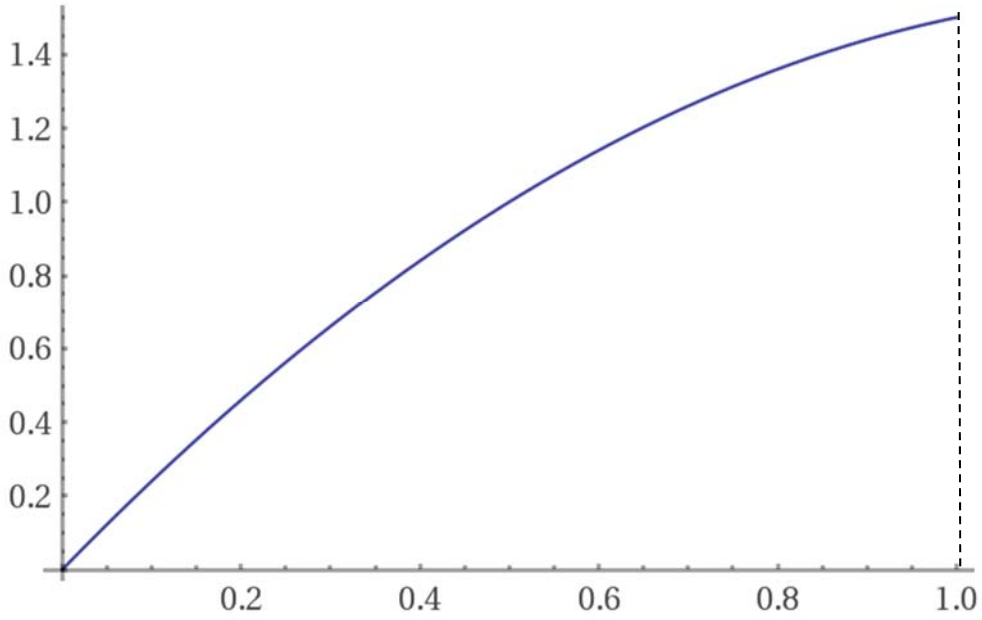


Grafico nº 3.6: representación de la función externalidad cóncava. Caso 1.3: $\alpha \geq 2$. $\alpha = \frac{5}{2}$

Función Convexa: Rendimientos crecientes

Para la segunda expresión, de la función convexa, $h_B(v) = \alpha v + v^2$, tendremos:

Se trata de una función parabólica, con rendimientos crecientes donde:

- El mínimo se encuentra en el valor $v = -\frac{\alpha}{2}$, es decir: $h(v) = -\frac{\alpha^2}{4}$.
- La función se anula para los valores $-\alpha$ y 0, es decir: $h(v = -\alpha) = 0$ y $h(v = 0) = 0$.

Tendremos, por tanto, que la función tiene un mínimo en un punto anterior a nuestro tramo considerado, y a partir de ahí será siempre creciente, y con rendimientos crecientes. Cuanto mayor sea α, mayor será la valoración de la externalidad ambiental, lo que podemos comprobar en el gráfico nº 3.7.

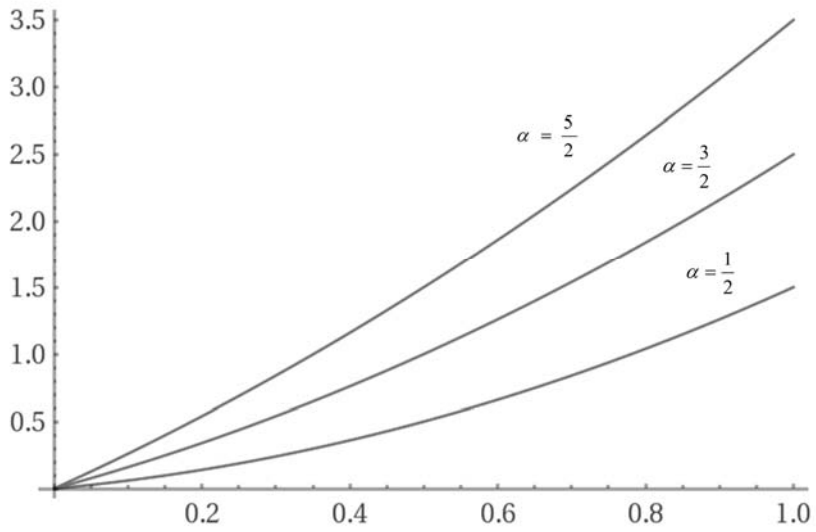


Gráfico nº 3.7: Representación de la función externalidad convexa. Valores crecientes de α

Una vez analizadas todas las especificaciones del modelo, pasamos a realizar el análisis del mismo.

3.3. Análisis del modelo

El análisis se va a realizar bajo el supuesto de que el regulador considera únicamente incluir la zona verde en el caso que hemos definido como Ciudad Tipo II. Así, la ciudad queda, por tanto, definida como:

$$[v_1, v_2]\ 0 \leq x_1 \leq v_1 \leq v_2 \leq x_1 \leq 1\ ,$$

con la zona verde o dotacional situada entre ambas empresas.

Como ya se ha indicado anteriormente, para la resolución del modelo, se establecen tres etapas, y una vez determinadas, se utiliza el método de inducción hacia atrás. Esto es:

- Primero se analiza y determina el equilibrio en precios, dadas las localizaciones de las empresas y la dimensión de la zona verde o dotacional que ha elegido la

autoridad pública. Como es habitual en estos modelos no se permite el arbitraje entre consumidores.

- En un segundo juego se determinan las localizaciones óptimas.
- Por último el regulador decide la dimensión de la zona verde o dotacional.

3.3.1. Equilibrio en precios.

Según se ha comentado, utilizando el método de inducción hacia atrás comenzamos el análisis con la determinación del equilibrio del mercado, con el equilibrio en precios. Dado que hemos establecido un sistema de discriminación en precios, para su obtención se utilizará el argumento a la Bertrand.

Para la resolución de este problema, partimos de la base de que las empresas no consideran la existencia del equipamiento social en la ciudad para la determinación de sus estrategias, y, en este caso, la solución es similar a la expuesta en Anderson, De Palma y Thisse (1992: 325-329).

Estos autores presentan una exposición detallada de la obtención del equilibrio en precios y obtienen que la política de precios de equilibrio que es única y podemos analizar en la Gráfico nº: 3.8.

Y que se presenta por la expresión:

$$p_1^*(x) = p_2^*(x) = Max\left\{c + t\left|x_1 - x\right|,\quad c + t\left|x_2 - x\right|\right\}, \text{ para todo } x \in [0, v_1] \cup [v_2, 1] \qquad (4)$$

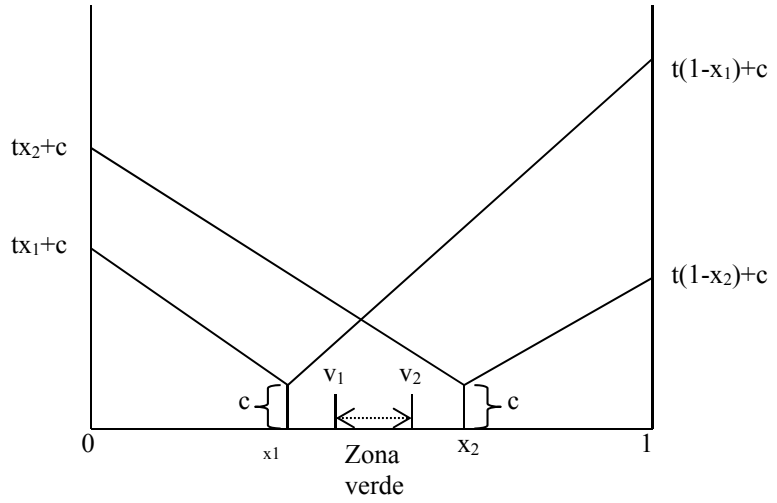


Gráfico nº 3.8: Discriminación en precios con zona verde o dotacional

Podemos de esta forma obtener la determinación de los precios de equilibrio, y especificar las funciones de beneficio de las empresas, que ahora van depender de su localización y la dimensión de la zona verde o dotacional.

Bajo el supuesto de que la zona verde se encuentre en la parte central de la ciudad y sea simétrica respecto a los puntos extremos[23] de la misma, permite definir una función de beneficios que hace que la determinación del equilibrio del mercado sea más tratable.

Una vez determinados los precios de equilibrio según la expresión (4), obtenemos las funciones de beneficio de las dos empresas como:

$$\pi_1(x_{1,}, x_2, v) = \frac{t\,N}{1-v}\left\{ x_1(x_2 - x_1) + \frac{1}{4}(x_2 - x_1)^2 - \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + v - 1)^2 \right\} \qquad (5)$$

$$\pi_2(x_{1,}, x_2, v) = \frac{t\,N}{1-v}\left\{ (1 - x_2)(x_2 - x_1) + \frac{1}{4}(x_2 - x_1)^2 - \frac{1}{4}(1 + v - x_1 - x_2)^2 \right\} \qquad (6)$$

[23] Este supuesto de simetría se utiliza habitualmente, como por ejemplo, en Fujita (1986) y Sakashita (1987).

3.3.2. Equilibrio en localización.

Las empresas

El resultado del equilibrio en precios obtenido en el apartado anterior se utiliza, en la segunda etapa del juego, para determinar la localización óptima del duopolio. Ahora, las empresas maximizan sus beneficios (ecuaciones 5 y 6) simultáneamente y así obtenemos las localizaciones de equilibrio:

$$x_1^*(v) = \frac{1-v}{4} \quad (7) \qquad , \qquad x_2^*(v) = \frac{3+v}{4} \quad (8)$$

Una vez obtenido este resultado, según las expresiones 7 y 8, cada empresa se localiza en una parte del mercado, como corresponde al tipo de ciudad que hemos descrito como Tipo II. El mercado queda fragmentado y cada empresa puede actuar en régimen de monopolio dentro de su zona de influencia.

En esta situación, cabe la posibilidad de que el regulador utilice las dimensiones previstas para la zona verde o dotacional como instrumento de política industrial, interviniendo en el mercado con el objetivo de limitar el poder de monopolio que pudieran tener las empresas.

Si sobre las localizaciones obtenidas en las expresiones 7 y 8, aplicamos el supuesto de que no existe área dotacional alguna, es decir $v_1 = v_2$, es fácil comprobar que, tanto las funciones de beneficio como las localizaciones de las empresas en el equilibrio, son idénticas a las obtenidas por Anderson, de Palma y Thisse (1992: 328-329), y por las mismas razones que estos autores justifican que las localizaciones obtenidas se

corresponden con las condiciones socialmente óptimas, en nuestro análisis podemos asumimos que las condiciones que obtendremos serán también las socialmente óptimas[24].

Una vez conocidas las localizaciones de cada empresa, podemos obtener los beneficios de ambas empresas en el equilibrio, sustituyendo éstas (ecuaciones 7 y 8) en las expresiones 7 y 8, siendo el resultado:

$$\pi_1^*(v) = \pi_2^*(v) = \frac{tN}{16}\{5v+3\} \qquad (9)$$

Por lo tanto, el beneficio total de las empresas se obtiene:

$$\pi(v) = \pi_1^*(v) + \pi_2^*(v) = (tN)\,(5v+3)/8 \qquad (10)$$

A partir de esta expresión, comprobamos que los beneficios de las empresas son crecientes respecto al tamaño de la zona verde o dotacional y al coste de transporte por unidad de distancia, t[25]. Tal es así que, si las empresas pudiesen elegir la dimensión de la zona verde o dotacional, escogerían el mayor tamaño posible $(v=1)$. Con ese resultado, las empresas estarían apartadas lo máximo posible una de la otra ($x_1^* = 0$, $x_2^* = 1$) con lo que disminuiría la competencia y obtendrían "rentas de monopolio", alcanzando unos beneficios máximos**:** $\pi_1^*(1) = \pi_2^*(1) = (N/2)\,t.$

[24] Puede verse una información más amplia sobre este tema en el capítulo II.

[25] $\forall\, v \in [0,1], (\partial\pi_i^*/\partial v) > 0, \quad \forall\, t > 0\,, (\partial\pi_i^*/\partial t) > 0,$

Los consumidores

En el caso de los consumidores, podemos ver cómo la determinación de los precios y las localizaciones de equilibrio para ambas empresas afecta al excedente de los consumidores, una vez considerada la presencia de la zona regulada.

En primer lugar tenemos que considerar la ubicación del consumidor respecto a cada empresa, ya que al estar el mercado fragmentado los consumidores compraran a una u otra empresa, según donde se encuentren.

Si consideramos el caso de un consumidor arbitrario, tenemos que:

1. Si se encuentra situado en $x \in [0, v_1^*]$, comprará a la empresa 1 y su excedente vendrá dado por la expresión: $e_1^*(x) = S - t\,[\,(3+v)/4) - x] \; - c$.
2. Si se encuentra situado en $x \in [v_1^*, 1]$, entonces su compra será a la empresa 2 y su excedente expresado por: $e_2^*(x) = S - t\,[x - (1-v)/2)] \; - c$

Para obtener el excedente del consumidor propio del mercado, y por tanto la utilidad total de los consumidores al comprar el bien, agregamos la correspondiente a cada uno de los consumidores, situados a la izquierda de la zona verde o dotacional, $\left[0\,,\frac{1-v}{2}\right)$, o a la derecha de la zona verde o dotacional, $\left(\frac{1-v}{2}, 1\right]$, tal que:

$$E_T^*(v) = \frac{N}{(1-v)}\left\{\int_0^{\frac{1-v}{2}} e_1^*(x))\,dx + \int_{\frac{1+v}{2}}^{1} e_2^*(x))dx\right\} = N\left[S - c - t\,\frac{(1+v)}{2}\right] \qquad (11)$$

Podemos observar que, según esta expresión, la utilidad de los consumidores, al contrario de lo que ocurre con los beneficios de las empresas, es

- decreciente con el tamaño de la zona verde[26] .
- decreciente con el coste de transporte por unidad de distancia, t[27].

Por tanto, si el tamaño de la zona verde o dotacional, que recordamos es un espacio no urbanizable, dependiera de los consumidores, y éstos percibieran únicamente el efecto que esta medida tendrá sobre el precio de compra de las viviendas, los consumidores preferirán que no haya ninguna zona de equipamiento, esto es: $v = 0$.

Según esta conclusión (que los consumidores prefieren que no haya ninguna zona verde o dotacional), supondría que su preferencia es exclusivamente residencial.

Siendo así, las localizaciones óptimas determinadas por las empresas 1 y 2 serían $x_1^* = 1/4$ y $x_2^* = 3/4$, respectivamente, lo que permite que los consumidores alcancen su utilidad máxima según la expresión: $E_T^*(v) = N\left[S - c - (t/2)\right]$, si bien esta seguirá siendo decreciente con el coste de transporte por unidad de distancia.

Una vez obtenido el resultado en precios y localización, y siguiendo el método de resolución hacia atrás indicado, quedaría ahora por determinar la determinación del tamaño de la zona verde o dotacional, que se aborda en el siguiente apartado.

---

26 $\forall v \in [0,1], (\partial E_T^* / \partial v) < 0,$

27 $\forall t > 0, (\partial E_T^* / \partial t) < 0$

3.4. Dimensión óptima de la zona verde o dotacional

Para la determinación de la zona verde o dotacional, procedemos en dos partes, primero viendo la dimensión óptima sin considerar los efectos de las externalidades ambientales, y a continuación se incorporan estos efectos para ver cómo éstos pueden afectar al resultado y tamaño óptimo social de la zona verde o dotacional.

3.4.1. Tamaño óptimo la zona verde o dotacional considerando solo los efectos mercantiles

En este caso estaríamos ante un planificador que no incluye en su función objetivo las externalidades que genera la zona verde o dotacional, es decir, ignora los efectos ambientales sobre la población, y se centra exclusivamente en el mercado, en los efectos que pueda tener la zona verde o dotacional sobre la interacción de los agentes.

El interés de analizar este punto está, especialmente, en si el regulador puede afectar al funcionamiento del mercado, y cómo, al determinar el tamaño y el uso de la zona verde o dotacional, afecte a las decisiones de equilibrio.

La función de bienestar del regulador, que denotamos por $W_1(v)$, considera el bienestar alcanzado por los agentes económicos dada la zona verde o dotacional, y podemos obtenerla como suma de los beneficios de las empresas, que ya conocemos en la expresión de $\pi^*(v)$, y el excedente total de la población por comprar el bien, que hemos denotado y calculado como $E_T^*(v)$. Formalmente tendremos:

$$W_1(v) = \lambda\, \pi^*(v) + (1-\lambda)\, E_T^*(v).$$

En el caso de que λ=1, el regulador no tiene en cuenta los intereses de los consumidores, el sesgo del regulador es totalmente hacia las empresas y por lo tanto la función de

bienestar del regulador $W_1(v)$ será igual al beneficio de las dos empresas $\pi^*(v)$. Por lo tanto, será como si las empresas eligen el tamaño de la zona verde o dotacional, que en este caso será, $v_1^o = 1$, provocando así condiciones de aglomeración y fragmentación total del mercado que genera los mayores beneficios posibles para las empresas.

Para el caso en que $\lambda \neq 1$, si sustituimos en $W_1(v)$ las funciones de $\pi^*(v)$ y $E_T^*(v)$ por sus correspondientes valores, según (10) y (11), obtenemos la siguiente Función de Bienestar:

$$W_1(v) = N\{(1/8)\left[t\ \ (9\lambda - 4)\right]v + (1-\lambda)\left[\ S - c - (t/2)\right] + (3/8)\ \lambda\ t\ \}$$

El objetivo del regulador será conseguir el máximo bienestar posible, y el problema se determinará como:

$$\underset{0 \le v \le 1}{Max}\, W_1(v) = N\left\{\left[\frac{1}{8}t\ \ (9\lambda - 4)\right]v + (1-\lambda)\left[\ S - c - \frac{t}{2}\right] + \frac{3}{8}\lambda\, t\ \right\}$$

Así, obtenemos la siguiente proposición

Proposición 1:

Para $0 \le v \le 1$, el tamaño óptimo v_1^o de la zona verde o dotacional:

$$v_1^o = \begin{cases} 0 & si \quad 0 \le \lambda \le 4/9 \\ [0,1] & si \quad \lambda = 4/9 \\ 1 & si \quad 4/9 \le \lambda \le 1 \end{cases} ,$$

Demostración: (ver apéndice).

<u>Observaciones:</u>

$$W_1(v) = \begin{cases} N\{\ (1/8)\ t\ \ (7\lambda - 4) + (1-\lambda)\left[\ S - c\right]\} & si \quad 0 \le \lambda \le 4/9 \\ (N/9)\left[-t + 5(S-c)\ \right] & si \quad \lambda = 4/9 \\ N\{\ t\ (2\lambda - 1) + (1-\lambda)\left[\ S - c\right]\} & si \quad 4/9 \le \lambda \le 1 \end{cases}$$

La maximización del bienestar dependerá de cual sea el sesgo del regulador, tal que:

I. Si el sesgo del regulador es hacia los consumidores, $0 \leq \lambda \leq 4/9$, la dimensión de la zona verde o dotacional será nula, $v_1^o = 0$, coincidiendo con las preferencias de los consumidores hacia una dimensión máxima de la zona de uso residencial-comercial.

   El bienestar de los consumidores se puede expresar en términos de espacio, y será igual a $W_1(v) = N\{(1/8)\,t\ (7\lambda - 4) + (1-\lambda)[\,S - c]\}$. Este caso coincidiría con el análisis ya realizado sobre el comportamiento de los consumidores y con sus preferencias, y por tanto también van a coincidir en las localizaciones de las empresas, que serán: $x_1^* = 1/4$, $x_2^* = 3/4$.

II. Si el sesgo del regulador es un valor concreto: $\lambda = 4/9$, como el bienestar social es un valor constante e independiente del tamaño de v e iguala $W_1(4/9) = (N/9)[-t + 5(S-c)]$, el tamaño de la zona verde o dotacional podrá tener cualquier valor, $v_1^o = [0,1]$, y el regulador podrá decidir en función de sus propios intereses.

III. La última posibilidad que encontramos es cuando el sesgo del regulador es más tendente hacia las empresas, cuando $4/9 \leq \lambda \leq 1$, y en este caso, la zona verde o dotacional que determina el máximo bienestar, según el regulador, será máxima, cubriendo toda la ciudad, $v_1^* = 1$. El resultado es que tanto empresas como consumidores se encontrarán aglutinados en los extremos de la ciudad y el mercado se encuentra totalmente fracturado, el mercado se estructura según el principio de diferenciación máxima y la competencia entre las empresas se reduce permitiendo así un comportamiento monopolista de cada empresa en su área de influencia. Este resultado coincide con las

preferencias de las empresas, dado que de esta forma consiguen maximizar sus beneficios. En ese caso, la función de bienestar dada por la expresión $W_1(v) = N\{\, t\,(2\lambda - 1) + \,(1-\lambda)\,[\,S - c]\,\}$.

En resumen, encontramos que en este caso, la dimensión de la zona verde o dotacional depende de cual sea el sesgo del regulador, y es independiente del parámetro t del coste de transporte .

Una vez conocido el equilibrio propio de los efectos mercantiles, consideramos ahora la existencia de los efectos ambientales provocados por la zona verde o dotacional.

3.4.2. Tamaño óptimo de la zona verde o dotacional: estudio general

Partiendo de los resultados de equilibrio anteriores y usando la expresión (1) de la función de bienestar del regulador $W(v)$, se determinará la dimensión óptima de v .

Ahora, la función de bienestar social, $W(v)$, se formula como:

$$W_2(v) = \lambda\,\pi^*(v) + (1-\lambda)\,U_T^*(v)$$

Donde:

- $U_T^*(v)$ es la utilidad total de los consumidores para un equilibrio y localización dada, usando la expresión (11), $U_T^*(v)$ se expresara: $U_T^* = (\,E_T^*(v) + H\,(v)\,)$. La expresión concreta de esta función dependerá de cual sea la forma de las externalidades considerada, por lo que se concreta más adelante en cada caso considerado.
- $\pi^*(v)$ es el beneficio obtenido por las empresas para un equilibrio y localización dada, que, usando la expresión (10).

Se procede ahora a incorporar las externalidades provocadas por la zona verde o dotacional tal y como se han definido en el modelo, y por tanto, nos enfrentamos a dos casos. Se considera la función con rendimientos decrecientes a continuación y después la función con rendimientos crecientes.

Caso A: Externalidad con función cóncava

Suponemos, en primer lugar, que la función de las externalidades, $h(v)$, es una función cóncava, y la función de Bienestar que obtenemos, sustituyendo $\pi^*(v)$, $E_T^*(v)$ y $h(v)$ por sus respectivas expresiones (10), (11) y, siendo la forma funcional de las externalidades expresada por: $h_A(v) = \alpha v - v^2$. La función de bienestar social del regulador vendrá dada por la siguiente expresión:

$$W_{2A}(v) = \lambda\left[(tN)\left(\frac{5v+3}{8}\right)\right] + (1-\lambda)\left[N\left[S - c - t\left(\frac{1+v}{2}\right)\right] + N\left(\alpha v - v^2\right)\right]$$

lo que es igual a:

$$W_{2A}(v) = N\left\{-(1-\lambda)\, v^2 + \left[\frac{5}{8}\lambda\, t + (1-\lambda)\left(\alpha - \frac{t}{2}\right)\right] v + (1-\lambda)\left(S - c - \frac{t}{2}\right) + \frac{3}{8}\lambda\, t\right\} \quad (12)$$

El valor óptimo de la zona verde o dotacional, v^* , vendrá dado por la solución del problema, (P): $\begin{cases} \underset{v}{Max} \quad W_{2A}(v), \\ s.t.\ 0 \le v \le 1 \end{cases}$.

Nuevamente, en el caso de que λ=1, el regulador no tiene en cuenta los intereses de los consumidores, el sesgo del regulador es totalmente hacia las empresas y por lo tanto la función de bienestar del regulador $W_{2A}(v)$ será igual al beneficio de las dos empresas $\pi^*(v)$. Por lo tanto, será como si las empresas eligen el tamaño de la zona verde o dotacional, que en este caso será, $v_2^o = 1$, provocando así condiciones de aglomeración y

fragmentación total del mercado que genera los mayores beneficios posibles para las empresas.

Para $\lambda \neq 1$, se puede escribir la función de bienestar de la siguiente forma:

$$W_{2A}(v) = N\left\{-(1-\lambda)\, v^2 + \left[\frac{5}{8}\lambda\, t + (1-\lambda)\left(\alpha - \frac{t}{2}\right)\right] v + (1-\lambda)\left(S - c - \frac{t}{2}\right) + \frac{3}{8}\lambda\, t\right\}$$

Proposición 2A:

Para cualquier $t \in R^+$, $\lambda \in [0,1)$, el tamaño óptimo de la zona verde o dotacional será:

$$v_{2A}^{O} = Arg \underset{0 \le v \le 1}{Max}\ W_{3A}(v),\ v_{2A}^{o} = Arg \underset{0 \le v \le 1}{Max}\, W_{3A}(v) = \begin{cases} 0 & si \quad \alpha \le k(\lambda)\, t \\ v^* & si \quad k(\lambda)\, t \le \alpha \le 2 + k(\lambda)\, t \\ 1 & si \quad 2 + k(\lambda)\, t \le \alpha \end{cases}$$

Siendo $v^* = \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} k(\lambda)\, t$.

Donde $k(\lambda)$ se corresponde con la expresión: $k(\lambda) = \frac{(4-9\lambda)}{8(1-\lambda)}$. (13)

Demostración: (ver apéndice).

Observaciones:

$$W_{2A}(v^o) = \begin{cases} N\left\{(1-\lambda)\left[S - c\right] + \frac{t}{8}(7\lambda - 4)\right\} & si \quad \alpha \le k(\lambda) t \\ W(v^*) & si \quad k(\lambda)\, t \le \alpha \le 2 + k(\lambda)\, t \\ N\left\{t + (1-\lambda)\left[S - c + \alpha - 1\right]\right\} & si \quad 2 + k(\lambda)\, t \le \alpha \end{cases}$$

Donde $W(v^*)$ responde a la siguiente expresión:

$$W(v^*) = \frac{N}{32}(k(\lambda)\, t - \alpha)(\lambda - 1)\begin{pmatrix} 4(4S - 4c - 2t) + (k(\lambda)\, t + t - 3\alpha)(k(\lambda)\, t - \alpha)) \\ + (5k(\lambda)\, t - 5\alpha - 6)\, \lambda t \end{pmatrix}$$

Por razones de análisis, a continuación, el óptimo v° se expresará de la siguiente forma:

$$v_{2A}^{o} = Arg \underset{0 \le v \le 1}{Max} W_{3A}(v) = \begin{cases} 1 & si \quad t \le \dfrac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \\ v^{*} & si \quad \dfrac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \le t \le \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \\ 0 & si \quad \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \le t \end{cases}$$

El valor óptimo de la zona verde o dotacional dependerá de la variación del parámetro de localización *t* respecto a los valores de $k(\lambda)$ y α. Dado la estructura de nuestra función medio ambiental encontrar tres casos según cual sea el valor de α, $0 \le \alpha \le 1$, $1 \le \alpha \le 2$ y $\alpha \ge 2$.

En la perspectiva de analizar las restricciones anteriores sobre t, hacemos a continuación el estudio de la función $k(\lambda)$

Dado $k(\lambda) = \dfrac{(4 - 9\lambda)}{8(1 - \lambda)}$, según vemos en su representación, en el Gráfico nº 3.9, se deduce que podemos encontrar dos casos posibles: $k(\lambda) \ge 0$ y $k(\lambda) \le 0$. Vemos cada uno de ellos.

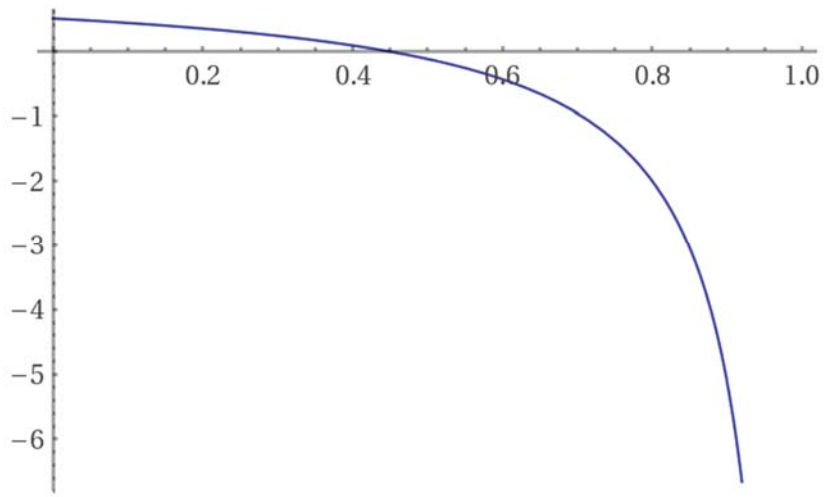


Grafico nº 3.9: Representación de $k(\lambda)$, para $0 \le \lambda \le 1$

Se observa:

Que $k(\lambda) \geq 0$ cuando $0 \leq \lambda \leq \frac{4}{9}$, y la función alcanza su máximo para $\lambda = 0$ con un valor $k(\lambda) = \frac{1}{2}$, y su mínimo para $\lambda = \frac{4}{9}$ con un valor de $k(\lambda) = 0$. Mientras que $k(\lambda) \leq 0$, cuando $\frac{4}{9} \leq \lambda < 1$, con un máximo en $\lambda = \frac{4}{9}$ y un valor de $k(\lambda) = 0$, y un mínimo que se alcanza $\lambda = 1$ con un valor de $k(\lambda) = -\infty$

Examinamos ahora cada uno de estos casos en función de cuales sean los valores de α.

1) Caso $k(\lambda) \geq 0$:

a) Si $0 \leq \alpha \leq 2$

En este caso, $\alpha - 2$ es negativo, y por otro lado, como t es siempre positivo, tenderemos que $\frac{\alpha - 2}{k(\lambda)}$ es negativo, por lo que es imposible que $\frac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \geq t$. El caso 1 y 2 representados en la función de externalidades tienen ahora un comportamiento similar, por lo que se unen en el resultado.

Los resultados del caso general se concretan ahora en:

$$v_{2A}^{o} = \begin{cases} 0 & si \quad \frac{\alpha}{k(\lambda)} \leq t \\ v^{*} & si \quad t \leq \frac{\alpha}{k(\lambda)} \end{cases}$$

Observaciones:

Encontramos que este caso se corresponde con las dos primeras posibilidades definidas para la función de externalidades, $h(v)$, donde la valoración que los consumidores hacen de la zona verde o dotacional es muy baja. Así, encontramos que la desutilidad del coste

del transporte es relativamente mayor que los beneficios aportados por la zona verde o dotacional, y solamente sería admisible un valor pequeño de la zona verde o dotacional, y para valores muy pequeños de coste de transporte. En caso contrario, sería preferible no disponer de ninguna zona verde o dotacional, y entonces, la localización de las empresas coincidirá con la óptima para éstas sin zona verde o dotacional: $\left(x_1^*, x_2^*\right) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$.

El sesgo del regulador, $k(\lambda) > 0$, es hacia los consumidores, ya que tiene en cuenta la baja valoración de la zona verde o dotacional, que podría incluso llegar a ser negativo (para el primer caso considerado de $h(v)$, $0 \le \alpha \le 1$), bien porque la zona verde o dotacional general rápidamente externalidades ambientales negativas o por un importante efecto de congestión. Además, tenemos el efecto negativo de los costes de transporte en los intereses de los consumidores, por lo que, a efectos mercantiles, su preferencia es $v = 0$, por lo tanto el resultado es congruente con las preferencias de éstos.

b) Caso $k(\lambda) \ge 0$ *y* $\alpha \ge 2$

Si $\alpha \ge 2$, ahora $\alpha - 2 \ge 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\alpha - 2}{k} \ge 0$, y ahora, por lo tanto, los resultados serán los siguientes:

$$v_{2A}^o = \begin{cases} 0 \quad si \quad t \ge \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \\ v^* \quad si \quad \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \ge t \ge \dfrac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \\ 1 \quad si \quad \dfrac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \ge t \end{cases}$$

Observaciones:

La zona verde o dotacional óptima será mayor cuanto menor sea el coste de transporte. Se corresponde ahora con el 3º de los casos de la función de externalidades, $h(v)$, cuando $\alpha \geq 2$, y, por lo tanto, la mayor valoración que los consumidores otorgan a las externalidades provocadas por la zona verde o dotacional hace que ahora sea posible incluso una zona verde o dotacional donde $v^{\circ} = 1$, si los costes de transporte son suficientemente pequeños, tal que, $t \leq \dfrac{\alpha - 2}{k}$.

La localización de las empresas dependerá, por tanto de la relación que exista entre la valoración ambiental y el coste de transporte unitario del bien. Si t es suficientemente pequeña, la zona será máxima y las empresas localizarán en $(x_1^*, x_2^*) = (1, 0)$, y es suficientemente grande, según los consumidores, preferirán no disponer de zona verde o dotacional y las empresas localizarán en $(x_1^*, x_2^*) = \left(\dfrac{1}{4}, \dfrac{3}{4}\right)$.

El sesgo del regulador sigue siendo hacia los consumidores, pero ahora, si la valoración ambiental es suficientemente grande, incluso mayor que los costes de transporte, la zona verde o dotacional podría llegar a ser completa, con una diferenciación máxima, compensando la pérdida de excedente provocada por el poder de monopolio de las empresas. La mayor valoración de las externalidades podría ahora sumar mayor bienestar de los consumidores con las preferencias de las empresas de disponer de una zona verde o dotacional máxima.

2. Caso $k(\lambda) \leq 0$

Analizamos, nuevamente según los valores de α, y ahora tendremos:

a. Si $0 \leq \alpha \leq 2$

Si $0 \leq \alpha \leq 2$, entonces $\frac{\alpha}{k(\lambda)} \leq 0$, y el primer caso será imposible. Los resultados ahora serán:

$$v_{2A}^{o} = Arg \underset{0 \leq v \leq 1}{Max} W_{3A}(v) = \begin{cases} v^{*} & si \quad t \leq \frac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \\ 1 & si \quad \frac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \leq t \end{cases}$$

Encontramos ahora que, por muy baja que sea la valoración que los consumidores hacen de las externalidades de la zona verde o dotacional, siempre va a existir una zona verde o dotacional, y que podría incluso llegar a ser total, en función del valor del coste de transporte.

Ahora, el sesgo del regulador es hacia las empresas, y aunque la valoración de la zona verde o dotacional sea muy pequeña y los consumidores prefieran no tenerla, el interés predominante hacia las empresas hace que siempre vaya a existir, aunque sea en una dimensión pequeña, y llegar a ser incluso la máxima posible. Además vemos que el tamaño es creciente con el coste de transporte, característica que pertenece a los intereses de las empresas, ya que permite que las empresas tengan su poder de monopolio, cada una en su zona correspondiente.

b. Si $\alpha \geq 2$

Si $\alpha - 2 \geq 0$, tendremos que el primer caso será imposible, y ahora además $\frac{\alpha - 2}{k(\lambda)}$ será siempre negativo, por lo que el segundo caso tampoco será posible. Los resultados ahora serán:

$$v_{2A}^{o} = Arg \underset{0 \le v \le 1}{Max} W_{3A}(v) = \begin{cases} 0 & si \quad \dfrac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \ge t \\ 1 & si \quad t \ge \dfrac{\alpha - 2}{k(\lambda)} \end{cases}$$

Observaciones:

La mayor valoración de las externalidades provocadas por la zona verde o dotacional, aumenta el interés de los consumidores por la existencia de la misma, y dado que el sesgo del regulador es hacia las empresas, la mayor coincidencia de los intereses de ambos, vuelca el resultado aún más hacia los intereses de estas, yendo siempre a una zona verde o dotacional máxima, y para cualquier valor de t.

La mayor valoración de la externalidad ambiental ahora, hace que los consumidores sienten compensados en mayor medida su pérdida de excedente por el aumento de precios y el coste de transporte.

Comparación:

En el caso de la función con rendimientos decrecientes, nos encontramos con una función de externalidad que siempre tiene un tramo positivo, al menos inicialmente, pero esta valoración es decreciente con el tamaño de la zona verde o dotacional, cuanto mayor es v, menor es la valoración de la externalidad. Ya hemos indicado que esto puede deberse a un posible efecto congestión (por el menor espacio residencial disponible, o de la misma externalidad, que provoca efectos que pueden ser más perniciosos cuanto mayor sea la zona verde o dotacional).

Vemos que el resultado depende, de una forma general, de la sensibilidad de los consumidores ante la externalidad y del coste de transporte, si bien, el resultado difiere sustancialmente según cual sea el sesgo del regulador. Tendremos que:

a) En el caso de $k(\lambda) \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0 \leq \lambda \leq \frac{4}{9}$. Tendremos que el sesgo del regulador es claramente hacia los consumidores, ya que la zona verde o dotacional será siempre la menor posible, y, aunque creciente con la sensibilidad ambiental, siempre supeditada al coste de transporte. Sólo si la valoración ambiental es muy alta y el coste suficientemente bajo, el regulador establecerá una zona verde o dotacional máxima, cuando los beneficios ambientales compensen el mayor coste de transporte y el aumento de precios.

b) El tamaño de la zona verde o dotacional es independiente del tamaño de la población, pero el Bienestar será creciente con N.

2) En el caso de $k(\lambda) \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{4}{9} \leq \lambda < 1$. Ahora el sesgo del regulador es claramente hacia los intereses de las empresas, y se garantiza la existencia de una zona verde o dotacional, por muy pequeña que sea la valoración de las externalidades, α. Esta zona verde o dotacional será, además, creciente con t, en tanto que favorece a los beneficios de las empresas, y pudiendo llegar a ser máxima, lo que será seguro en cuanto que la valoración de la externalidad sea un poco alta $(\alpha \geq 2)$.

Caso B: Externalidad con función convexa

Suponemos ahora que la función de las externalidades, $h(v)$, es una función convexa, dada por la expresión: $h_B(v) = v^2 + \alpha v$, y la función de Bienestar vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$W_{2B}(v) = \lambda \left[(tN)\left(\frac{5v+3}{8}\right)\right] + (1-\lambda)\left[N\left[S - C - t\left(\frac{1+v}{2}\right)\right] + N\left(v^2 + \alpha v\right)\right]$$

lo que es igual a:

$$W_{2B}(v) = N\left\{(1-\lambda)\, v^2 + \left[\frac{5}{8}\lambda\, t + (1-\lambda)\left(\alpha - \frac{t}{2}\right)\right] v + (1-\lambda)\left(S - c - \frac{t}{2}\right) + \frac{3}{8}\lambda\, t\right\} \quad (---)$$

El valor óptimo de la zona verde o dotacional, v°, vendrá dado por la solución del problema, (P): $\begin{cases} \underset{v}{Max} \quad W_{2B}(v), \\ s.t.\, 0 \le v \le 1 \end{cases}$.

Al igual que en el caso anterior, resolvemos siempre bajo el supuesto que $\lambda \neq 1$.

Proposición 2B:

Para cualquier $t \in R^{+}$, $\lambda \in [0, 1)$, el tamaño óptimo de la zona verde o dotacional será:

$$v_{2B}^{O} = Arg \underset{0 \le v \le 1}{Max}\ W_{2B}(v),$$

$$v_{2B}^{o} = Arg \underset{0 \le v \le 1}{Max} W_{2B}(v) = \begin{cases} 1 \quad si \quad \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \ge t \ \ y \quad k(\lambda) \ge 0 \\ 0 \quad si \quad \dfrac{\alpha + 2}{k(\lambda)} \le t \end{cases}$$

Demostración: (ver apéndice).

$$W_{2B}(v^{o}) = \begin{cases} N\left\{ (1-\lambda)\left[S - c\right] - \dfrac{t}{2}\left(1 - \dfrac{7}{4}\lambda\right)\right\} \quad si \quad t \le \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \\ N\left\{ t + (1-\lambda)\left[1 + \alpha + S - c\right]\right\} \quad si \quad \dfrac{\alpha + 2}{k(\lambda)} \ge t \end{cases}$$

Observaciones:

Con una función de rendimientos crecientes los resultados son únicamente extremos, o bien la zona verde o dotacional es máxima o no existe.

Habrá una zona verde o dotacional máxima si el sesgo del regulador es hacia los consumidores y el coste de transporte es tan pequeño que, sea cual sea la valoración ambiental, compense el efecto perjudicial de éste sobre su excedente. La posibilidad que esto sea posible será mayor cuanto mayor sea la valoración de la externalidad ambiental de la zona verde o dotacional.

3.5. Conclusiones

El objetivo del presente trabajo consiste en analizar cómo afecta al equilibrio del mercado la decisión de una autoridad regulatoria de establecer una zonificación en la ciudad, con la posibilidad de reservar una parte del espacio para establecer una zona verde o dotacional. Dicha decisión afectará al bienestar social de los agentes que intervienen el mismo, empresas y consumidores. Según esto, cada agente tendrá unas preferencias sobre el tamaño que este área debería tener, para maximizar sus intereses, beneficios o utilidad, respectivamente.

Al considerar el método de resolución de inducción hacia atrás, comenzamos el análisis con la determinación de precios, a continuación las localizaciones de equilibrio, y por último se estudia el tamaño óptimo que tendría la zona verde o dotacional.

En un principio, partiendo del trabajo realizado por Anderson, De Palma y Thisse (1992: 325-329), se determina el equilibrio en precios y localizaciones óptimas. Se observa que, partiendo de las expresiones del interés de los agentes sociales. Dado que los beneficios son una función creciente del coste de transporte por unidad de distancia, a las empresas les interesa que éste sea el mayor posible y por tanto la zona dotacional les interesa que sea máxima, mientras que el excedente de los consumidores depende de forma

decreciente del coste de transporte, y por tanto su interés será reducirlo al mínimo lo que implica que no existe ninguna zona dotacional que pueda separar las empresas.

Las localizaciones y precios óptimos que se derivan de este resultado se encuentran en la siguiente tabla:

Zona verde o dotacional	Localización	Precios
$(v)=v_n^0$ $(n=1,2A,2B)$	$x_1^*(v)=\frac{1-v_n^0}{4}$ $x_2^*(v)=\frac{3+v_n^0}{4}$	$p_1^*(x)=p_2^*(x)=Max\left\{c+t\left\|\frac{1-v^*}{4}-x\right\|,\quad c+t\left\|\frac{3-v^*}{4}-x\right\|\right\}$
$(v)=0$	$(x_1^*,x_2^*)=\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$	$p_1^*(x)=p_2^*(x)=Max\left\{c+t\left\|\frac{1}{4}-x\right\|,\quad c+t\left\|\frac{3}{4}-x\right\|\right\}$
$(v)=1$	$(x_1^*,x_2^*)=(0,1)$	$p_1^*(x)=p_2^*(x)=Max\left\{c+t\left\|x\right\|,\quad c+t\left\|1-x\right\|\right\}$

Tabla nº 3.1: Elaboración propia

Encontramos que, para todos los casos bajo estudio, habría tres posibles resultados. La localización y los precios respectivos, dependerán del tamaño óptimo de la zona dotacional, y se observa que, ante la existencia de una zona verde o dotacional, $(v)\neq 0$ las empresas se van alejando más entre sí, siendo por tanto mayor la diferenciación. En el caso de zona verde o dotacional máxima, $(v)=1$, la diferenciación será también máxima, y si es $0\leq(v)<1$, la localización dependerá de un valor óptimo $(v)=v_n^0$, que será diferente según el caso considerado. En el caso particular de no considerar la zona verde o dotacional *(v=0)*, se llega a un resultado similar de Anderson et al (1992).

A continuación se realiza el estudio del tamaño de la zona verde o dotacional óptima. Se inicia con el caso de no considerar la existencia de los efectos ambientales.

En la tabla 3.1, volvemos a exponer la expresión del tamaño óptimo de la zona verde o dotacional en este caso:

Tamaño óptimo de la zona verde o dotacional y Sólo con efectos mercantiles
$v_1^o = \begin{cases} 0 & si \quad 0 \le \lambda \le 4/9 \\ [0,1] & si \quad \lambda = 4/9 \\ 1 & si \quad 4/9 \le \lambda \le 1 \end{cases}$

Tabla nº 3.2: Elaboración propia

Vemos, por una parte, que la principal observación que se puede hacer a la vista de este resultado es que la dimensión óptima de la zona verde o dotacional no dependerá del coste de transporte, t . Depende únicamente de los valores que puede tomar el sesgo del regulador. Por otra parte, observamos que el valor frontera, entre la defensa de los intereses de los consumidores y de los productores, es $\lambda = 4/9 = 0{,}44$ en lugar de lo habitual $\lambda = 1/2$. Comprobamos que para $\lambda < 0{,}44$, la decisión del regulador coincide con las preferencias de los consumidores, mientras que cuando $\lambda > 0{,}44$, coincidirá con los intereses de los productores.

Una vez conocida las preferencias iniciales de los agentes económicos ante el establecimiento de la zona verde o dotacional, iniciamos el análisis del equilibrio final del mercado, considerando ya las externalidades que la zona verde o dotacional tiene sobre el mercado y el comportamiento de los agentes económicos.

En este apartado, consideramos que las externalidades pueden representarse según dos tipos de funciones, con rendimientos decrecientes, en un primer caso, y con rendimientos crecientes, en un segundo caso.

A diferencia del caso anterior, en los resultados obtenidos ahora, en ambos casos, el tamaño de la zona verde o dotacional sí está condicionada al valor del coste de transporte, *t*. También dependerá de la valoración que los consumidores hacen de la externalidad, α y del sesgo del regulador, recogido en $k(\lambda)$. Si bien el valor frontera del sesgo del regulador obtenido en caso anterior, sigue siendo válido (resultado determinante para el valor de $k(\lambda)$), nos encontramos ahora con otro valor frontera, $\alpha = 2$, determinante para los resultados, aunque de forma diferente según los casos.

En el primer caso, cuando trabajamos con una función cóncava, se obtienen los resultados resumidos en la Tabla 3.3. Si bien de forma general obtenemos tres posibles resultados, vemos que estos resultados se concretan dependiendo de los valores que tenga la valoración que los consumidores hacen de la externalidad, α, y de cual sea el sesgo del regulador, recogido en $k(\lambda)$.

Cuando el sesgo del regulador es $0 \leq \lambda \leq 4/9$, la decisión del regulador coincidirá con los intereses de los consumidores, el tamaño de la zona verde o dotacional dependerá, exclusivamente, del mayor interés de estos, y sólo existirá la misma, si la valoración ambiental es mayor que el coste de transporte, compensando así los efectos mercantiles que les perjudiquen en su excedente al existir rentas de monopolio en las empresas. Sólo existirá una zona verde o dotacional máxima si la valoración de la externalidad ambiental es suficientemente grande y el coste de transporte es suficientemente pequeño.

Tamaño óptimo de la zona verde o dotacional y Bienestar social		
Función Cóncava		
Caso general		$v_{2A}^{o}=\begin{cases}0 & si \quad \alpha \le k(\lambda)\,t \\ v^{*} & si \quad k(\lambda)\,t \le \alpha \le 2+k(\lambda)\,t \\ 1 & si \quad 2+k(\lambda)\,t \le \alpha\end{cases}$
$k(\lambda)\ge 0$	$0\le\alpha\le 2$	$v_{2A}^{o}=\begin{cases}0 & si \quad \frac{\alpha}{k(\lambda)}\le t \\ v^{*} & si \quad t\le\frac{\alpha}{k(\lambda)}\end{cases}$
	$\alpha\ge 2$	$v_{2A}^{o}=\begin{cases}0 & si \quad t\le\frac{\alpha}{k(\lambda)} \\ v^{*} & si \quad \frac{\alpha}{k(\lambda)}\le t\le\frac{\alpha-2}{k(\lambda)} \\ 1 & si \quad \frac{\alpha-2}{k(\lambda)}\le t\end{cases}$
$k(\lambda)\le 0$	$0\le\alpha\le 2$	$v_{2A}^{o}=\begin{cases}v^{*} & si \quad t\le\frac{\alpha-2}{k(\lambda)} \\ 1 & si \quad \frac{\alpha-2}{k(\lambda)}\le t\end{cases}$
	$\alpha\ge 2$	$v_{2A}^{o}=\begin{cases}0 & si \quad \frac{\alpha-2}{k(\lambda)}\ge t \\ 1 & si \quad t\ge\frac{\alpha-2}{k(\lambda)}\end{cases}$

Tabla nº 3.3: Elaboración propia

Cuando el sesgo del regulador es $4/9\le\lambda\le 1$, el resultado es el contrario, más coincidente con los intereses de las empresas, ya que ahora existirá siempre una zona verde o dotacional, aun cuando la valoración de la externalidad ambiental sea muy pequeña, y será tanto mayor cuanto mayor sea el coste de transporte, favoreciendo así los mayores beneficios empresariales. De hecho la zona verde o dotacional será máxima siempre que la valoración ambiental sea $\alpha\ge 2$, ya que al ser mayor y compensar, en parte, los efectos mercantiles, el bienestar social será mayor. Sin embargo, en este caso, el sesgo del

regulador no será tan absoluto como en el caso anterior, ya que aun cuando abogue por los intereses empresariales, los efectos ambientales matizan un poco esa decisión.

En el segundo caso, consideramos los resultados obtenidos con una función convexa, reflejados en la tabla nº 3.4, y observamos que la zona verde o dotacional tendrá valores extremos, siendo siempre 0 o 1, según sean los intereses de los consumidores. La zona verde o dotacional será máxima si el sesgo del regulador es hacia los consumidores y si la valoración ambiental de estos es mayor que el perjuicio derivado del coste de transporte. En cualquier otro caso, la zona verde o dotacional será cero.

Tamaño óptimo de la zona verde o dotacional Función Convexa		
$k(\lambda) \geq 0$	$\alpha \geq 0$	$v_{2B}^{o} = \begin{cases} 1 & si \quad \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \geq t \\ 0 & si \quad \dfrac{\alpha+2}{k(\lambda)} \leq t \end{cases}$
$k(\lambda) \leq 0$	$\alpha \geq 0$	$v_{2B}^{o} = \begin{cases} 0 & si \quad \dfrac{\alpha+2}{k(\lambda)} \leq t \end{cases}$

Tabla nº 3.4: Elaboración propia

Desde el punto de vista del análisis, resulta de mayor interés la función con rendimientos decrecientes, ya que ofrece un campo de análisis más amplio, incorporando posibilidades mayores como los efectos congestión, por ejemplo, y da lugar también a resultados más amplios, que dependerán del sesgo del regulador y de la sensibilidad hacia la externalidad, mientras que la otra forma funcional, con rendimientos crecientes de la externalidad, ofrece posibilidades de equilibrio siempre extremas y mucho más limitadas.

3.6. Apéndice

Demostración de la proposición 1:

El problema a analizar se determina por:

$$\underset{0\le v\le 1}{Max}\ W_1(v) = N\left\{\left[\frac{1}{8}t\ \ (9\lambda-4)\right]v + (1-\lambda)\left[\ S - c - \frac{t}{2}\right] + \frac{3}{8}\lambda\, t\ \right\}$$

La derivada de $W_1(v)$ esta dada por: $\partial W_1(v)/\partial v = (1/8)t\ (9\lambda-4)$. Entonces, se tiene que

$$\partial W_1(v)/\partial v \le 0,\ si\quad \lambda\in[0,\ 4/9] \qquad \text{y} \qquad \partial W_1(v)/\partial v \ge 0,\ si\quad \lambda\in[\ 4/9, 1].$$

Por lo tanto, se obtiene las soluciones siguientes:

$$Arg\ \underset{0\le v\le 1}{Max}\ W_1(v) = v_1^o = \begin{cases} 0 & if\ 0\le\lambda\le 4/9 \\ [0,1] & if\ \lambda = 4/9 \\ 1 & if\ \ 4/9\le\lambda\le 1 \end{cases}$$

Demostración de la proposición 2A:

Enunciado el problema de la siguiente forma, tenemos:

$$\underset{0\le v\le 1}{Max} W_{2A}(v) = \lambda\left[t\,N\frac{(5v+3)}{8}\right] + (1-\lambda)\left\{-N v^2 + \left[\alpha N - \frac{t\,N}{2}\right]v + \left[\ NS - NC - \frac{t\,N}{2}\right]\right\}$$

Por la condición de primer orden:

$$\frac{\partial W_{2A}(v)}{\partial v} = 0 \ \Leftrightarrow\ \ v^* = \frac{\frac{5}{8}\lambda\, t\, N + (1-\lambda)\left(\alpha N - \frac{t\,N}{2}\right)}{2(1-\lambda)N}$$

Lo que puede también expresarse como:

$$v^* = \frac{t}{16(1-\lambda)}(9\lambda-4) + \frac{\alpha}{2}$$

Si denominamos $k(\lambda)=\frac{(4-9\lambda)}{8(1-\lambda)}$, podemos rescribir esta expresión como:

$$v^{*}=\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{2}k(\lambda)\,t$$

Según la condición de 2º orden:

$$\frac{\partial^2 W_{2A}(v)}{\partial v^2}=-2(1-\lambda)N<0$$

Comprobamos que es un máximo, ya que esto se cumple siempre porque $0\leq\lambda\leq 1$ y $N>0$.

Comprobamos ahora que

1º Para que $v^{*}\geq 0$, se debe cumplir que:

$$\frac{\alpha}{2}-\frac{k}{2}(\lambda)\,t\geq 0 \quad\Leftrightarrow\quad k(\lambda)\,t\leq\alpha$$

2º Para que $v^{*}\leq 1$ comprobamos que:

$$\frac{\alpha}{2}-k(\lambda)\,t\leq 1 \quad\Leftrightarrow\quad k(\lambda)\,t\leq 1-\frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha\leq 2-k(\lambda)\,t$$

De ambas condiciones se deduce que;

$$v_{2A}^{o}=Arg\ \underset{0\leq v\leq 1}{Max}\,W_{3A}(v)=\begin{cases}0 & si \quad \alpha\leq k(\lambda)t\\ v & si \quad k(\lambda)t\leq\alpha\leq 2-k(\lambda)t\\ 1 & si \quad \alpha\geq 2-k(\lambda)t\end{cases}$$

Demostración de la proposición 2B:

Expresado el problema de la siguiente forma:

$$\underset{0\leq v\leq 1}{Max}\,N\left\{(1-\lambda)\,v^2+\left[\frac{5}{8}\lambda\,t+(1-\lambda)\left(\alpha-\frac{t}{2}\right)\right]v+(1-\lambda)\left(S-c-\frac{t}{2}\right)+\frac{3}{8}\lambda\,t\right\}$$

Tenemos la condición de primer orden, dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial W_{2B}(v)}{\partial v} = 2(1-\lambda)\ v + \frac{5}{8}\lambda\, t + (1-\lambda)\left(\alpha - \frac{t}{2}\right) = 0$$

Así, la solución de la ecuación anterior será:

$$v^* = -\frac{\alpha}{2} + \frac{t}{2}\, k(\lambda)$$

Sin embargo, según la condición de 2º orden, la segunda derivada de nuestra función objetivo es positiva $\left(\frac{\partial^2 W_{2B}(v)}{\partial v^2} = 2(1-\lambda)N > 0\right)$. Por tanto v^* es siempre un mínimo.

Dicho esto, nuestra función alcanzará su máximo para $v^o = 0$ o $v^o = 1$. Ver la ilustración gráfica siguiente:

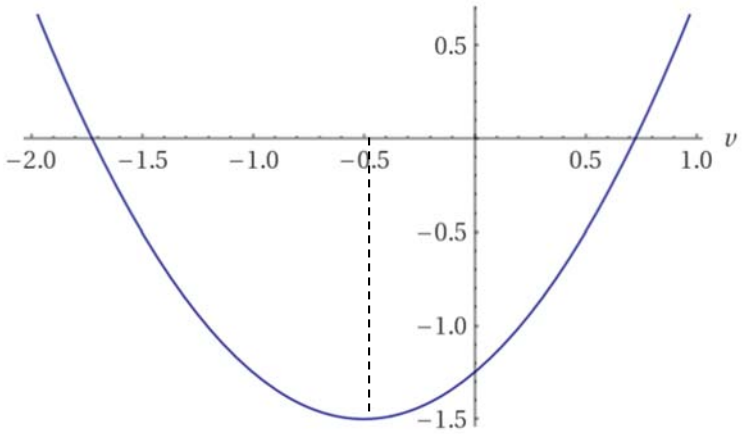


Gráfico nº3.10: Opción 1. El mínimo de la función $W(v)$ es tal que $v^* \leq 0$.

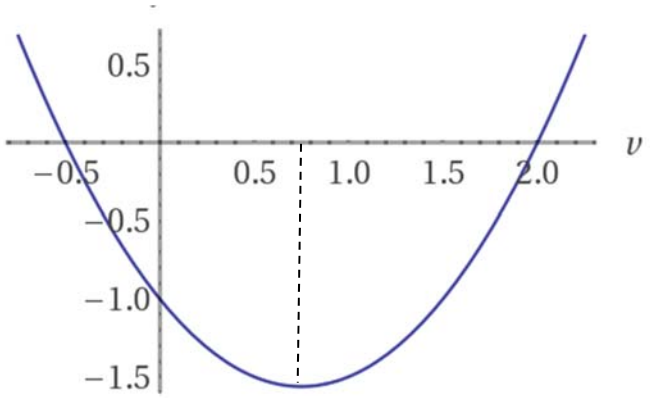


Gráfico nº3.11: Opción 2. El mínimo de la función $W(v)$ es tal que $0 \leq v^* \leq 1$.

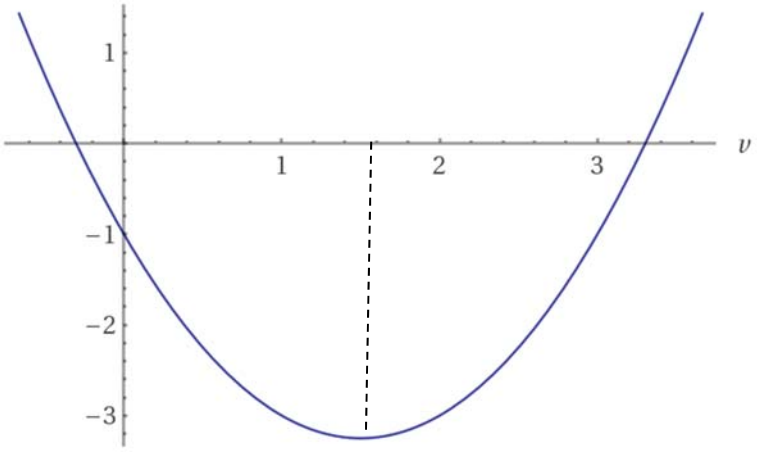


Gráfico nº 3.12: Opción 3. El mínimo de la función $W(v)$ es tal que $v^* \geq 1$.

Dado que el máximo se puede alcanzar en 0 o 1, a continuación analizaremos que corresponde en cada caso:

1.- Si $v^* \leq 0$, el máximo lo encontraremos en $v_{\max} = 1$. Para que $v^* \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \geq t$

Este resultado sólo se considera posible si $k(\lambda) \geq 0$.

2.- Si $0 \leq v^* \leq 1$, en este caso tenemos dos condiciones:

$v^* \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \leq t$ y $\quad v^* \leq 1$ entonces $t \leq \dfrac{\alpha + 2}{k(\lambda)}$ lo que se resumir en lo siguiente:

$$\frac{\alpha}{k(\lambda)} \leq t \leq \frac{\alpha + 2}{k(\lambda)}$$

En este caso v^* corresponde a un mínimo, y el máximo, como se ha dicho, se alcanza para 0 o 1, por lo tanto tendremos que comparar $W_{2B}(1)\ y\ W_{2B}(0)$.

En primer lugar determinamos los valores de $W_{2B}(0)$y $W_{2B}(1)$:

$$W_{2B}(v)=\lambda\left[t\,N\frac{(5v+3)}{8}\right]+(1-\lambda)\left\{N\,v^2-\left[\alpha\,N+\frac{t\,N}{2}\right]v+\left[\ NS-NC-\frac{t\,N}{2}\right]\right\}$$

$$W_{2B}(0)=N\left[\frac{3}{8}\lambda t+(1-\lambda)(S-c-t/2)\right]$$

$$W_{2B}(1)=N\left[(1-\lambda)+\lambda\,t+(1-\lambda)\left(\alpha-\frac{t}{2}\right)+(1-\lambda)\left(S-c-\frac{t}{2}\right)\right]\Leftrightarrow$$

Comparamos ahora ambos valores, tal que:

$$W_{2B}(1)-W_{2B}(0)=N\left[(1-\lambda)+\lambda\,t+(1-\lambda)\left(\alpha-\frac{t}{2}\right)+(1-\lambda)\left(S-c-\frac{t}{2}\right)\right]$$

$$-N\left[\frac{3}{8}\lambda t+(1-\lambda)(S-c-t/2)\right]$$

$$W_{2B}(1)-W_{2B}(0)=N\left[\frac{5}{8}\lambda t+(1-\lambda)\left[1+\alpha-\frac{t}{2}\right]\right]$$

Si $W_{2B}(1)-W_{2B}(0)\geq 0 \quad\Leftrightarrow\quad v^o=1$ por lo tanto:

$N\left[\frac{5}{8}\lambda t+(1-\lambda)\left[1+\alpha-\frac{t}{2}\right]\right]\geq 0 \quad\Leftrightarrow\quad \alpha\geq t\,k(\lambda)$, o lo que igual: $t\leq\frac{\alpha}{k(\lambda)}$. Esto no puede ser ya que $\frac{\alpha}{k(\lambda)}\leq t\leq\frac{\alpha+2}{k(\lambda)}$ por lo tanto en ese caso:

$$W_{2B}(1)-W_{2B}(0)\leq 0 \quad\Leftrightarrow\quad v^o=0$$

3.- Si $v^*\geq 1$, la función es decreciente en todo nuestro tramo considerado. Así, si $v^*\geq 1$ lo que corresponde a $t\geq\frac{\alpha+2}{k(\lambda)}$, En este caso 0 corresponde a un máximo.

Dado todo ello, tendremos:

$$v_{2B}^{o} = Arg \underset{0 \leq v \leq 1}{Max} W_{2B}(v) = \begin{cases} 1 & si \quad \dfrac{\alpha}{k(\lambda)} \geq t \quad y \quad k(\lambda) \geq 0 \\ 0 & si \quad \dfrac{\alpha + 2}{k(\lambda)} \leq t \end{cases}$$

Capítulo IV: Conducta Predatoria en Competencia Espacial

4.1. Introducción

El análisis de la competencia y la relación que se establece en los mercados en las empresas ha sido una constante en el campo de la Economía.

El primer trabajo de investigación de competencia imperfecta fue presentado por Cournot (1838) y reconsiderado por Bertrand (1883). Posteriormente, aparecen distintos modelos entre los que destacamos el de Harold Hotelling en 1929, que introdujo la diferenciación del producto, donde, antes de elegir los precios o cantidad producidas, Hotelling supuso que las empresas escogen primero las localizaciones, produciendo así un mismo bien pero con una percepción de diferencia para los consumidores. El resultado obtenido entonces, estipula que en equilibrio, las empresas tienen tendencia a producir bienes similares, en lo que se vino a denominar Principio de Diferenciación Mínima, lo que implica una localización muy próxima. Sin embargo, años más tarde, D'Aspremont et al (1979), demostraron que la solución obtenida en el trabajo de Hotelling era incorrecta y resolvieron el error modificando una hipótesis del modelo. Todas estas nuevas contribuciones teóricas parten de la modificación de algún supuesto del modelo original de Hotelling y/o en la introducción de otros. Los resultados obtenidos son muy sensibles a los supuestos, como puede verse en diversos trabajos, permitido explicar diversos problemas económicos como la existencia de equilibrio, la dispersión o concentración de las empresas, la zonificación, en general una diversidad de factores que ayudan a conocer la organización industrial. Sin embargo son muy pocos los estudios que se han centrado en la cuestión de la entrada de empresas en este entorno de competencia espacial, si las empresas ya instaladas pueden tomar medidas disuasorias para que las empresas rivales no puedan entrar en el mercado y qué ocurre en estos casos.

Podemos definir la predación en precios como la estrategia utilizada por las empresas con objeto de restringir la competencia en un mercado, bien como estrategia de disuasión de entrada o como mecanismo de concentración del mercado (por fusiones o expulsión de alguna otra empresa rival). Suele consistir en la fijación de precios por debajo de los costes de producción, incurriendo así en pérdidas a corto plazo y favoreciendo la situación de rentas de monopolio a largo plazo si la estrategia tiene éxito.

Entre la literatura que considera estos temas de predación, destacamos los de Benoit (1983) y Benoit (1984)[28] que establecen un marco de trabajo en el establecimiento de conductas de predación. Estos estudios basan su análisis en la racionalidad de la predación en precios en un mercado con información perfecta. El modelo concluye que, si existe una cierta asimetría en el mercado, entre la empresa instalada y la empresa rival, en la posibilidad de obtener fondos de financiación para poder enfrentar esa situación de competencia agresiva[29], la empresa entrante anticipará si la amenaza de la predación es creíble, y en ese caso optará por quedarse fuera, mientras que en caso de no ser creíble entrará en el mercado. Este trabajo no considera la referencia espacial, pero establece un marco de análisis asumido posteriormente en otros trabajos.

Respecto a la consideración de la variable espacial, encontramos en la literatura algunos ejemplos como Lindsey and West (2003), aunque lo hacen desde un punto de vista empírico, Colombo (2011, 2012) que trata la cuestión de cómo el espacio afecta a los

[28] En el capítulo 7 de Motta (2004) se puede encontrar una discusión sobre este modelo de Benoit (1984).

[29] Este supuesto se conoce como "Deep pocket", e implica, en este caso, que la empresa tradicional o instalada tiene mayor potencial de financiación que la entrante.

incentivos para la depredación o, más recientemente, Colombo (2013) y Cosnita-Langlais, A. (2014).

Estos últimos trabajos citados, dando ya por buena la racionalidad de la predación, dirigen su análisis a contemplar la referencia espacial, aunque lo hacen de distinta manera. Mientras que Colombo (2013) adopta como marco de análisis el modelo de dos mercados Hwang & Mai (1990)[30], el trabajo de Cosnita-Langlais, A. (2014) opta por un modelo de mercado continuo, en el marco de Hotelling, de ciudad lineal, y de Salop, con la ciudad circular, lo que le permite comparar la credibilidad de la predación en ambos mercados. En este trabajo, se va a seguir esta misma línea, partiendo de los resultados obtenidos ya en ellos, lo que permitirá comparar los resultados.

Partimos, por tanto, de una situación en que, según Colombo (2013), cuanto mayor es el coste de transporte, menos creíble resulta la predación, lo que podría permitir a una figura de regulación de política industrial, paradójicamente, el aumentar o incentivar más la competencia entre dos mercados, separados entre sí, mediante un aumento en el coste de transporte (lo que se puede implementar con una determinada política de nodos de transporte o simplemente un aumento en el impuesto de la gasolina).

---

[30] Este modelo considera dos mercados espacialmente separados, donde el coste de transporte soportado por las empresas para trasladar las mercancías de un mercado a otro proporciona una medida de la distancia real entre los dos mercados. Además, cuando los costos de transporte son iguales a cero, los dos mercados se colapsan en uno, configurando así una economía sin espacio; Por otro lado, si los costos de transporte son positivos, diferencian los dos mercados, configurando así una economía espacial. Esto permite una comparación simple entre una economía sin espacio y una economía espacial.

Posteriormente, el trabajo de Cosnita-Langlais, A. (2014), al asumir el marco de ciudad continua, ya sea lineal (modelo de Hotelling) o circular (modelo de Salop), analiza si la estrategia de predación puede afectar a la decisión de localización de la empresa entrante, y, en este caso, como lo hace. Concluye en que la credibilidad de la predación es alta, y la única posibilidad de entrada, en el caso de ciudad lineal es la aglomeración, mientras en el circular lleva a la dispersión máxima.

Toda la literatura de la competencia espacial establece que los resultados son sensibles a los supuestos de partida, y es de destacar que, en el trabajo realizado por Cosnita-Langlais, A. (2014), se asume un supuesto tradicional de coste marginal de producción igual en ambas empresas, y además igual a cero (c=0). Este es un supuesto irreal, que simplifica el análisis, pero que no resulta habitual en la práctica. Por esta razón, consideramos, a semejanza de Cosnita-Langlais, A. (2014), en este trabajo se considera también un mercado en el que se encuentra instada una única empresa y en el que aparece una empresa como rival potencial, que valora entrar en el mismo mercado, y tratamos de analizar si este hecho es de por sí suficiente para desencadenar una conducta disuasoria por parte de la empresa instalada que evite la instalación de otra empresa en su mercado. Sin embargo, a diferencia de este otro previo, se plantea el presente trabajo, en un intento de acercar este supuesto a la realidad, considerando que los costes de producción de ambas empresas son diferentes, y que, además, existe un coste de transporte, t.

Asimismo, se plantea si los resultados del mismo son similares en los dos modelos de referencia:

- por un lado, en el mercado lineal (Hotelling, 1929), limitado por sus dos extremos, donde cualquier localización es distinta de otra y se identifica en función de los extremos. Por lo tanto las localizaciones de las empresas son heterogéneas.

- por otro lado en el mercado circular (Salop, 1979). donde las localizaciones son perfectamente homogéneas ya que se diferencian sólo en cuanto a la posición relativa de una frente a otra.

El desarrollo del trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: comienza con la presentación del modelo para pasar al estudio del comportamiento de la empresa instalada con respecto a la conducta predatoria, primero en un mercado basado en la ciudad lineal de Hotelling y después en la ciudad circular de Salop, para acabar con unas conclusiones en las que se comentan los resultados.

4.2. El modelo

Se define el trabajo en el marco de la competencia espacial en dos modelos de referencia:

1º.- en una ciudad lineal de longitud [0,1], del tipo de ciudad de Hotelling, en la que los consumidores se encuentran distribuidos uniformemente a lo largo de este espacio.

2º.- en una ciudad circular, con una longitud del círculo igual a 1, con una distribución uniforme de los consumidores a lo largo de toda ella.

En cada caso, en la ciudad se encuentra instalada una única empresa (I), que produce un único bien homogéneo.

Las condiciones de producción responden a la siguiente función de coste:

$$C_T(q_I) = c_I\, q_I \quad \Leftrightarrow \quad Cmg\ (q_I) = c_I$$

En estas condiciones aparece otra empresa que quiere instalarse en la misma ciudad. Produce el mismo bien homogéneo e igualmente tiene rendimientos constantes, y su función de costes responde a la siguiente expresión:

$$C_T(q_E) = c_E\ q_E \quad \Leftrightarrow \quad Cmg\ (q_E) = c_E$$

Establecemos el supuesto de que la empresa entrante tiene ventaja comparativa en su estructura de costes, tal que:

$$C_T(q_I) = c_I\, q_I \quad , \quad Cmg\,(q_I) = c_I \quad \neq \quad C_T(q_E) = c_E\, q_E \quad , \quad Cmg\,(q_E) = c_E$$

Con estas expresiones de costes se consiguen los dos efectos deseados, por un lado, se explicita un coste marginal distinto de cero, y por otro, se establece que los costes de ambas empresas son diferentes entre sí. Se pretende analizar si la estructura de costes de la empresa será determinante para la decisión de adoptar la conducta predatoria y si esta será razón suficiente y ser significativo de alguna manera en la credibilidad de la predación.

Aceptaremos el supuesto de que las empresas suministran el bien a los consumidores, y por lo tanto incurren en un coste de transporte lineal dado por la expresión:

$$CT(x) = t\,|x - x_i| \quad , \quad t \geq 0 \quad i = I, E$$

A diferencia del trabajo de Cosnita-Langlais (2014), en este trabajo se mantiene el coste de transporte como un parámetro explícito, por lo que aparecerá en las expresiones determinadas. El motivo de ello es explicitar todo lo posible aquellos factores que afectan a los costes de producción, ya que es aquí donde se quiere focalizar el análisis.

La demanda viene representada por: $P(x) = a - Q(x)$, donde: $a \geq 2$, para poder garantizar que, en el caso de duopolio, cada empresa se enfrenta al menos a una unidad positiva de demanda, $P(x)$ es el precio del producto, $Q(x)$ la producción total vendida y x es la localización de una empresa.

Utilizamos la notación:

- x_I para la localización de la empresa instalada (I),
- x_E para la localización de la empresa entrante (E).
- q_I para la cantidad producida por la empresa (I).
- q_E para la cantidad producida por la empresa (E).

Consideramos que en la situación inicial la empresa (I) está instalada en la ciudad y opera en régimen de monopolio. A partir de ahí, analizamos como un juego en dos etapas donde:

1) La empresa (E) elige entrar o no entrar en el mercado, y entrará en el mercado si, y sólo si, puede obtener un beneficio estrictamente positivo.
2) Si, dadas las condiciones, la empresa (E) entra en el mercado, las dos empresas competirán a la "Cournot", es decir, competencia en cantidades. Si la empresa (E) decide no entrar, el mercado sigue siendo monopolio.

La resolución del juego, como viene siendo habitual, se hace por el método de inducción hacia atrás, y según en el concepto de equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.

Nos encontraremos, por tanto, con el análisis de tres situaciones posibles:

1. La empresa (I) está sola en el mercado, en la situación inicial, operando por tanto como monopolio.
2. La empresa (E) decide entrar en el mercado, por lo que nos encontramos con un mercado de Duopolio.
3. La empresa (I) está sola en el mercado pero actuando con conducta predatoria.

Una vez analizadas los tres casos anteriores, se comparan entre sí, viendo las posibles ganancias y/o pérdidas que llevarán a la empresa (E) a decidir si entra o no en el mercado, según la empresa (I) ejerza la opción de conducta predatoria.

Finalmente, para comprobar si es factible que la empresa (I) funcione con conducta predatoria en el equilibrio, se compara la ganancia futura a obtener por mantener el mercado en monopolio, al disuadir a la empresa E de entrar en el mercado, pero descontada en el futuro, con la pérdida producida en el presente por la conducta predatoria.

Esto justificará, más allá del resultado de la empresa, si la posibilidad de que la empresa (I) ejerza la opción de predación para disuadir a la empresa (E) de entrar en el mercado, es creíble o no.

Para ello definimos una tasa de descuento, δ, tal que, considerándola expresada en términos unitarios, tendrá unos valores entre cero y uno: $0 \leq \delta \leq 1$.

En la resolución del modelo, examinaremos primero el caso del espacio lineal y después estudiaremos el mercado circular.

4.3. Conducta Predatoria en el mercado lineal

Consideramos, en primer lugar, un mercado lineal de longitud uno, representado por el intervalo $[0,1]$. En equilibrio, en una situación de monopolio, la empresa instalada (I) se sitúa en el centro del mercado, es decir, en la ubicación dada por: $x_I = \frac{1}{2}$ (Esta es la localización óptima de un monopolio espacial que minimiza el coste total de transporte cuando abastece a todo el mercado).

Podemos representar esta ciudad, y esta localización, de la siguiente manera:

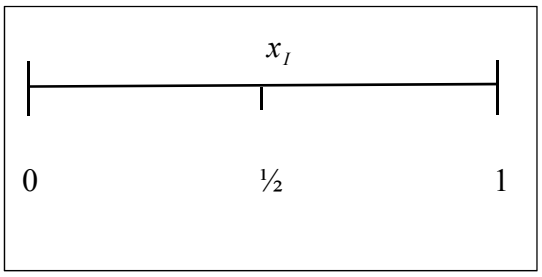


Figura 4.1: Diagrama ciudad en monopolio

La localización de la empresa entrante (E), que hemos denotado como $x_E = z$, será tal que $z \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, es decir:

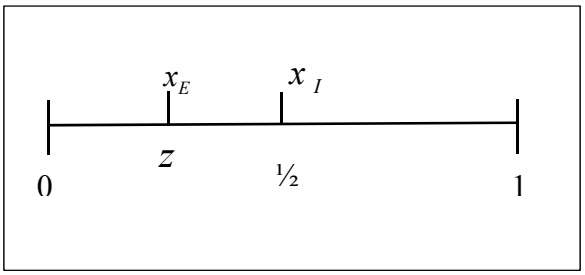


Figura 4.2: Diagrama ciudad en duopolio

Para la resolución del modelo, según el método de inducción hacia atrás, empezamos analizando el último periodo, en el que encontramos dos situaciones posibles: el mercado puede ser un monopolio o un duopolio de Cournot, según que la empresa E haya decidido entrar o no.

4.3.1. Ganancias en un mercado local

3.1.1: La Empresa instalada (I) está sola en el mercado:

Dado que el beneficio se define como ingresos menos costes, el beneficio para la empresa (I) vendrá dado por la expresión:

$$\pi_I(x,q) = ingresos - costes\ de\ producción - costes\ de\ transporte$$

$$\pi_I(x,q) = p(x) - Cmg_I(x)\, q - CT(x)\, q$$

Considerando los datos de la empresa (I), el beneficio que obtendrá en régimen de monopolio será:

$$\pi_I^m(x,q) = \left(a - q_I^m - c_I - t\,|x - 1/2|\right) q_I^m$$

Maximizando $\pi_I^m(x,q)$ en el mercado local x respecto a q_I^m se obtiene la producción óptima $q_I^m(x)$:

$$q_I^m = \frac{1}{2}\left(a - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)$$

Sustituyendo el valor de q_I^m en la función $\pi_I^m(x,q)$, obtenemos el nivel de beneficio de la empresa (I) para su valor de producción óptimo:

$$\pi_I^m(x) = \frac{1}{4}\left(a - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)^2 = \left(q_I^m\right)^2$$

(Ver los cálculos en el anexo 1).

3.1.2. Las dos empresas (I) y (E) están en el mercado:

En este caso, la cantidad del mercado se reparte entre ambas empresas tal que:

$$Q^d(x) = q_I^d(x) + q_E^d(x)$$

La función de demanda del mercado será ahora:

$$P(x) = a - q_I^d(x) - q_E^d(x)$$

Cada empresa maximiza su beneficio para: $x \in [0,1]$, según la expresión:

$$\pi_i^d\left(q_i^d(x), q_j^d(x); x\right) = \left(a - q_i^d(x) - q_j^d(x) - Cmg_i(x) - t\left|x - x_i\right|\right)q_i^d(x) \quad , \quad i,j \in \{I,E\}$$

Dadas las condiciones de producción de las empresas (I) y (E), y la función de demanda a la que se enfrentan, el beneficio de cada una de ellas será, respectivamente:

$$\pi_I^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)q_I^d(x)$$

$$\pi_E^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_E - t\left|x - z\right|\right)q_E^d(x)$$

A partir de estas funciones se resuelve el problema de maximización del beneficio para obtener la cantidad óptima de ambas empresas, asumiendo nuevamente que la localización de ambas empresas es $x_I = \frac{1}{2}$, $x_E = z$.

A partir de las condiciones de primer orden (denotadas respectivamente como FR-I para la empresa instalada, y FR-E para la empresa entrante) de ambas empresas, y resolviendo el equilibrio de Nash, determinamos las cantidades de equilibrio de las empresas (I) y (E), que serán, respectivamente:

$$q_I^d(x) = \frac{1}{3}\left[a - 2c_I - c_E + t\left[|x-z| - 2\left|x - \frac{1}{2}\right|\right]\right]$$

$$q_E^d(x) = \frac{1}{3}\left[a - 2c_E - c_I + t\left[\left|x - \frac{1}{2}\right| - 2|x-z|\right]\right]$$

Dadas las cantidades producidas en el equilibrio, obtenemos el beneficio para ambas empresas:

$$\pi_I^d(x,q) = \frac{1}{9}\left[a - 2c_I - c_E + t\left(|x-z| - 2\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)\right]^2 = \left(q_I^d\right)^2$$

$$\pi_E^d(x,q) = \frac{1}{9}\left[a - 2c_E - c_I + t\left(\left|x - \frac{1}{2}\right| - 2|x-z|\right)\right]^2 = \left(q_E^d\right)^2$$

(Ver los cálculos en el anexo 1).

3.1.3 Empresa instalada está sola en el mercado actuando con estrategia predatoria:

Definimos a la producción q_I^{pr} como la cantidad producida por la empresa instalada (I) cuando utiliza la estrategia predatoria para mantener fuera del mercado a la empresa entrante (E).

Esta conducta predatoria tendrá éxito para la empresa (I) si consigue que la empresa (E) decida no entrar en el mercado, es decir, la cantidad producida por la empresa (E) será $q_E^{pr} = 0$. Esto implica que, sea cual sea la cantidad producida por la empresa (I), la mejor respuesta de la empresa (E) será no producir.

Por tanto, podemos determinar la cantidad que la empresa instalada (I) debe producir en conducta predatoria, aplicando la condición $q_E^{pr} = 0$ en la función de reacción de la empresa (E), que hemos denotado como FR-E, recogida en la siguiente expresión:

$$\left[a - q_I^{pr}(x) - c_E - t\left|x - z\right|\right] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q_I^{pr}(x) = \left[a - c_E - t\left|x - z\right|\right]$$

Dado este nivel de producción, el beneficio de la empresa (I) cuando actúa en conducta predatoria será:

$$\pi_I^{pr}(x,q) = \left(c_E - c_I + t\left|x - z\right| - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)\left(a - c_E - t\left|x - z\right|\right)$$

(Ver cálculos en anexo 1).

4.3.2. Ganancia y pérdida de una conducta predatoria

Se puede analizar la decisión de ambas empresas viendo las ganancias que obtendrían en sus distintas estrategias. Para la empresa entrante (E), ya hemos determinado que sólo entrará en el mercado si obtiene beneficios positivos, y conocemos el valor de éste por la expresión obtenida anteriormente de π_E^d.

Sin embargo la empresa (I) se encuentra ante la disyuntiva de utilizar o no una conducta predatoria. De esta forma, para saber si la empresa (I) estará realmente interesada en aplicar dicha estrategia predatoria, se debe analizar primero cual será la ganancia y la pérdida incurrida para impedir la entrada de otra nueva empresa en el mercado.

Podemos obtener la Ganancia que obtendrá la empresa (I) mediante la diferencia entre los beneficios que obtendría en los dos siguientes casos:

- Mantenerse el mercado en régimen de monopolio $\prod_I^m$,
- Si la empresa (E) decidiera instalarse en el mercado y actúen en condiciones de duopolio $\prod_I^d$.

Los beneficios obtenidos en cada uno de estos casos representan el beneficio total de la empresa (I), es decir, el correspondiente a todas las unidades vendidas a los x_n consumidores de nuestra ciudad, y que podemos determinar como el beneficio agregado. La Ganancia de una conducta predatoria vendrá, por tanto, dada por la siguiente expresión:

$$G = \prod_I^m - \prod_I^d$$

Esto es, la diferencia entre beneficios que obtendría si puede seguir actuando como empresa monopolista y los que obtendría si permite la entrada de la empresa E, no aplicando la conducta predatoria, y actuando un mercado de duopolio, que asociamos siempre a un nivel de beneficio inferior al de monopolio.

La pérdida en la que incurre la empresa por implementar una conducta predatoria se puede representar, para la empresa (I) , por la diferencia entre:

- $\prod_I^d$, que es el nivel de beneficio que podría obtener en un mercado en régimen de duopolio, cuando la empresa (E) se instala en el mercado,
- $\prod_I^{pr}$ el beneficio que obtendría en el caso de utilizar la estrategia de conducta predatoria para impedir la instalación de la empresa (E) en el mercado.

Por tanto, definimos la Pérdida como:

$$P = \prod_I^d - \prod_I^{pr}$$

Para determinar, por tanto, si a la empresa (I) le interesa aplicar la conducta predatoria debemos comparar estos dos valores, la ganancia que obtendría por mantener el mercado en régimen de monopolio, G, y la pérdida en que debe incurrir para conseguir disuadir a la empresa (E) de entrar en el mercado, *P*. Para ello, debemos determinar los valores correspondientes de:

- $\prod_I^m$ será el beneficio agregado de la empresa instalada (I) en una situación de monopolio, y vendrá determinado por :

$$\prod_I^m = 2\int_0^{\frac{1}{2}} \pi_I^m(x)dx$$

- $\prod_I^d$ será el beneficio agregado de la empresa instalada (I) en una situación de duopolio vendrá determinado por:

$$\prod_I^d = \int_0^z \pi_I^d(x)dx + \int_z^{1/2} \pi_I^d(x)dx + \int_{1/2}^1 \pi_I^d(x)dx$$

- $\prod_I^{pr}$ será el beneficio agregado de la empresa instalada (I) cuando actúa con una estrategia que mantiene a la empresa entrante (E) fuera del mercado, vendrá determinado por la expresión:

$$\prod_I^{pr} = \int_0^z \pi_I^{pr}(x)dx + \int_z^1 \pi_I^{pr}(x)dx$$

Donde π_I^j, es tal que $j = m, d, p$, representa el beneficio óptimo en el mercado local x de la empresa instalada según la una situación en que se encuentre de monopolio, duopolio o predación, respectivamente.

Calculadas las expresiones de las funciones de beneficios agregadas $\prod_I^m$,$\prod_I^d$ y $\prod_I^{pr}$ (ver anexo 1) , y dada las formulaciones anteriores tanto de la ganancia (G) como de la pérdida (P) obtenemos las expresiones siguientes de (G) y (P) :

$$G = \frac{1}{432}\left(-64t^2z^3 + 48t^2z^2 - 96Dtz(z-1) - 54Mt + 108M^2 - 48D^2\right)$$

$$P = \left(\begin{array}{l} \frac{D^2}{9} + \frac{K}{2} - PN + \frac{5t}{24} - \frac{Nt}{4} + \frac{t^2}{54} - Pz - \frac{3tz}{4} - \frac{2Dtz}{9} + Ntz + Kz^2 + \frac{tz^2}{2} \\ + \frac{2Dtz^2}{9} - Ntz^2 - \frac{t^2z^2}{9} + tz^3 + \frac{4t^2z^3}{27} \end{array}\right)$$

Siendo *M, D, K y N,* respectivamente: $M = a - c_I$, $D = a - 2c_I + c_E$, $K = c_E - c_I$ y $N = a - c_E$.

(Ver los cálculos en el anexo 2).

4.3.3. La credibilidad de la depredación

Si bien en el apartado anterior se han obtenido algunas conclusiones para poder determinar si la empresa instalada (I) aplica la estrategia de predación o no, esto puede no ser suficiente. La mera diferencia entre *G y P*, puede indicar la existencia o no de incentivos a llevarla a cabo, pero puede no resultar creíble que la empresa esté dispuesta realmente a llevarla a cabo, y mantenerla el tiempo hasta conseguir la disuasión de la empresa (E), teniendo en cuenta que las pérdidas en que se debe incurrir son ciertas y presentes, y las ganancias a obtener son posibles y futuras.

Para que la conducta predatoria sea creíble es necesario considerar el valor actual de las posibles ganancias, y compararlas con las pérdidas ciertas[31]. Para ello, se utiliza un tipo

[31] Recordamos que se ha asumido la estrategia de Deep Pocket, según la cual la empresa (I) tiene suficiente acceso a la financiación necesaria para poder asumir las pérdidas actuales provocadas por la estrategia predatoria, y , en cualquier caso, de una forma asimétrica, en comparación con la empresa (E).

de descuento, que denotaremos como δ , y que nos permita calcular dicho valor actualizado.

Analizamos ahora las condiciones que se deben cumplir para que la conducta predatoria sea creíble.

Para ello, definimos la función Credibilidad, que notaremos como $C(z)$, y que responde a la expresión: $C(z) = \delta G - P$, donde:

- G y P son, respectivamente, las funciones de Ganancia y Pérdida hallada en el apartado anterior.
- δ, es el factor de descuento aplicado, tal que $\delta \in [0,1]$.

Dada ya esta expresión de la función de credibilidad, la conducta predatoria se considerará creíble siempre que: $C(z) \geq 0$. Esto por definición implica que $\delta G(z) \geq P(z)$, y por lo tanto la conducta predatoria de la empresa Instalada (I) será creíble siempre que la ganancia futura que ésta produce sea superior a la pérdida actual provocada por la actuación predatoria.

El resultado final del mercado será tal que, si la conducta predatoria es creíble, la empresa entrante, anticipando el resultado de la misma, no entrará en el mercado y se mantendrá la situación de monopolio. Si la conducta predatoria falla, y la empresa E no la considera creíble, se instalará en el mercado, convirtiéndolo en un duopolio. En este caso, podemos comprobar que la localización elegida por la empresa E será la que maximice sus beneficios, y además, para dicha localización, la credibilidad de la predación tendrá la consideración de mínima, y, por definición, se asumirá que es de valor negativo.

Por lo tanto, tenemos estas dos formas de acercarnos al resultado:

1.- Por determinación de la localización optima de E cuando entra en el mercado, y comprobar que la credibilidad der la predación es, para ese punto, negativa, ya que no ha conseguido disuadir a E de su entrada.

2.- Por la misma razón, se puede determinar la localización para la cual la credibilidad sea mínima, y en qué condiciones se establece la predación, para que sea creíble o no.

Nuestro análisis considera ambos sistemas y podemos comprobar que se llega a las mismas conclusiones.

Para analizar el resultado correspondiente a este caso del Modelo Lineal, determinamos la localización que elegirá la empresa E en caso de fallar la predación y decidir entrar en el mercado. Para ello se resuelve el siguiente problema:

$$\begin{cases} \underset{z}{Max} \prod_E^d(z) \\ s.a \quad 0 \le z \le 1 \end{cases}$$

Donde $\prod_E^d(z)$, corresponde a la siguiente expresión:

$$\prod_E^d = \frac{H^2}{9} - \frac{H\,t}{6} + \frac{11t^2}{108} + \frac{4H\,t\,z}{9} - \frac{t^2\,z}{3} - \frac{4H\,t\,z^2}{9} + \frac{2t^2\,z^2}{9} + \frac{4t^2\,z^3}{27}$$

Donde $H = a - 2c_E + c_I$.

(Ver anexo 1).

Según la resolución de este problema, la empresa entrante se situaría, como única posibilidad, en condiciones de aglomeración, a semejanza de los resultados obtenidos por Cosnita-Langlais, A. (2014) , en $z = \frac{1}{2}$, aunque este resultado se encuentra limitado ahora por la relación entre los costes marginales de las dos empresas, tal que , se debe cumplir $c_E < \frac{1}{2}(a + c_I - t)$.

Para proceder a comprobar la credibilidad de esta predación, consideramos las expresiones ya conocidas de $G(z)$ y $P(z)$, y las sustituimos en $C(z)$ obtenemos:

$$C(z) = -\frac{D^2}{9} - \frac{K}{2} + KN - \frac{5t}{24} + \frac{Nt}{4} - \frac{t^2}{54} + Kz + \frac{3tz}{4} + \frac{2Dtz}{9} - Ntz - Pz^2 - \frac{tz^2}{2} - \frac{2Ntz^2}{9} +$$
$$+ Ntz^2 + \frac{t^2z^2}{9} - \frac{tz^3}{3} - \frac{4t^2z^3}{27} - \left(\frac{N^2}{9} + \frac{M^2}{4} - \frac{Mt}{8} + \frac{t^2}{432} + \frac{2Dtz}{9} - \frac{2Dtz^2}{9} + \frac{t^2z^2}{9} - \frac{4t^2z^3}{27} \right)\delta$$

(Ver anexo 3).

Del análisis de la credibilidad de la predación y la localización de la empresa E, obtenemos la siguiente

Proposición 1

La conducta predatoria de una empresa en un mercado lineal será siempre creíble para cualquier localización, excepto si:

1.- $z = \frac{1}{2}$ y $c_E < \frac{1}{2}(a + c_I - t)$

2.- $z = \frac{4(a - 2c_E - c_I) - 3t}{2t}$ y $\frac{1}{2}\left(a + c_I - \frac{5}{4}t\right) \leq c_E \leq \frac{1}{2}(a + c_I - t)$

Demostración: (ver anexo 3)

<u>Observaciones</u>

Para la localización de equilibrio de E, en cuanto al primer resultado, podría fallar la predación en esta localización si no se cumple que $c_E < \frac{1}{2}(a + c_I - t)$, y con una tasa de descuento que responde a la siguiente expresión:

$$\delta \geq \frac{432\,(a-c_E)(c_E-c_I)-48\,(a-2c_I+c_E)^2-108(c_E-c_I)+24t\,(a-2c_I+c_E)-4t^2}{-108(a-c_I)^2+48(a-2c_I+c_E)^2+54t\,(a-c_I)+24\,(a-2c_I+c_E)+5t^2}$$

Y siempre que $0 \leq \delta \leq 1$.

Mientras que para el segundo resultado fallará la predación si no se cumple que $\frac{1}{2}(a+c_I-t) \geq c_E \geq \frac{1}{2}\left(a+c_I-\frac{5}{4}t\right)$. Además la predación será creíble también en ese punto siempre que y que la tasa de descuento se obtiene de la condición siguiente:

$$C\left(z=\frac{4H-3t}{2t}\right)=\frac{1}{216}\left(\begin{array}{l} 108(c-d)-24(a-2c+d)^2+216(a-d)(d-c) \\ -45t+54t(a-d)+ \\ t^2\left(\begin{array}{l} 432\,(a+c-2d)(a-d)+324(c-d)+ \\ 96(a+c-2d)(a-2c+d) \\ +54(c-d)(4a+4c-8d-3t)^2 \end{array}\right) \\ +t^3\left(24(a-d)-72(a-2c+d)-27(4(a+c-2d)-3t)^2-243\right) \\ +t^4\left(6(4(a+c-2d)-3t)^2-9\,(4(a+c-2d)-3t)^3\right) \\ +t^5\,(4(a+c-2d)-3t)^3 \\ +\frac{\delta}{216}\left(\begin{array}{l} 54(a-c)^2-24(a-2c+d)^2-27t(a-c)+\frac{t^2}{2} \\ +t^2\left(24(a-2c+d)^2\,(4(a+c-2d)-3t)\right) \\ +t^3\left(12(a-2c+d)(4(a+c-2d)-3t)^2\right) \\ +t^4\left(6(4(a+c-2d)-3t)^2\right) \\ +t^5\left(4(4(a+c-2d)-3t)^3\right) \end{array}\right) \end{array}\right) \geq 0$$

<u>Casos particulares</u>

Dada la complejidad del segundo resultado y su menor rango de existencia, continuamos el análisis a partir del primero de los resultados.

Para ello, consideramos varios casos, según cual sea la estructura de costes entre ambas empresas. Para ello se considera que t=1, asumiendo el supuesto más habitual en la literatura para el coste de transporte, y que $a = 2$, dado que este es el valor mínimo que puede asumir *a*.

<u>Caso 1: La empresa entrante tiene un coste mayor que la empresa instalada:</u> $c_E = c_I + 1$

En este caso, la tasa de descuento para que la empresa (I) tenga una conducta predatoria con éxito será:

$\delta \geq \dfrac{48c_I^2 + 168c_I + 40}{60c_I^2 + 114c_I - 41}$, y tal que: $0 \leq \delta \leq 1$ para $c_I \geq 23{,}78$

<u>Caso 2: La empresa entrante tiene un coste mayor que la empresa instalada:</u> $c_E = c_I - 1$

La tasa de descuento para una conducta predatoria creíble sería ahora:

$$\delta \geq \frac{48c_I^2 - 504c_I + 1216}{60c_I^2 - 306c_I + 295}$$

Por lo tanto $0 \leq \delta \leq 1$ para $c \geq 6{,}74$.

Según los resultados de estos casos particulares, la credibilidad de la predación dependerá ahora del coste de producción de la empresa instalada, que hemos relacionado con el coste de la empresa entrante, y de la tasa de descuento. El coste necesario para que la conducta predatoria sea creíble será menor cuando la empresa instalada tenga una estructura de costes menor que la entrante.

4.4. Conducta Predatoria en el mercado circular

Abordamos ahora el mismo análisis pero bajo el supuesto de que nos encontramos en una ciudad circular.

En este caso, cualquier punto dentro del espacio circular es idéntico a otro, y en el caso de que sólo haya una empresa instalada, puede determinarse una localización de equilibrio en cualquier punto del círculo.

Definimos la longitud del círculo como uno, y, por razones de conveniencia analítica, vamos a considerar que la empresa instalada (I) se encuentra localizada en $x_I = 0$.

La localización de la empresa entrante (E) la definimos, de la misma forma que en el caso anterior como $x_E = z$, $z \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$.

Al igual que en el caso anterior, de la ciudad lineal, para resolver el modelo, aplicamos el método de inducción hacia atrás, por lo tanto, en el último periodo, en el que tendremos también dos situaciones posibles:

- El mercado funciona en régimen de monopolio, únicamente con la empresa instalada.
- El mercado funciona en condiciones de Duopolio de Cournot.

Calcularemos además la situación de la empresa instalada cuando actúa en el mercado con estrategia predatoria.

4.4.1. Ganancias en un mercado local

Empresa instalada (I) está sola en el mercado:

Estudiamos nuevamente la situación de la competencia en cada mercado local del círculo y se mantienen las mismas expresiones para los costes de producción definidas anteriormente.

Primero resolvemos el problema de la empresa instalada (I) cuando actúa como monopolio, y en este caso tenemos:

La producción de la empresa instalada (I) es:

$$q_I^m = \frac{1}{2}\left(a - c_I - t|x|\right)$$

Dado dicho nivel de producción, el beneficio de la empresa instalada (I) será:

$$\pi_I^m = \frac{1}{4}\left(a - c_I - 1 - |x|\right)^2 = \left(q_I^m\right)^2$$

(Ver los cálculos en el anexo 4).

Las dos empresas (I) y (E) están en el mercado:

En el caso de que la empresa E decida instalarse, el mercado se convertirá en un duopolio.

Ahora la producción total será $Q(x) = q_I^d(x) + q_E^d(x)$, y el precio del producto vendrá ahora dado por la expresión $P(x) = a - \left(q_I^d(x) + q_E^d(x)\right)$.

Partiendo de la condición de primer orden, al maximizar las funciones de beneficio de ambas funciones, y resolviendo el equilibrio de Nash en cantidades obtenemos:

$$q_I^d = \frac{1}{3}\left(a - 2c_I + c_E + t\left(|x - z| - 2|x|\right)\right)$$

$$q_E^d = \frac{1}{3}\left(a - 2c_E + c_I - 2t|x-z| + t|x|\right)$$

Una vez obtenidas las cantidades producidas por cada empresa, si sustituimos los valores en sus respectivas funciones de beneficio tendremos:

$$\pi_I^d(x) = \frac{1}{9}\left[a - 2c_I + c_E - 2\,t\,|x| + t\,|x-z|\,\right]^2 = \left(q_I^d\right)^2$$

$$\pi_E^d = \frac{1}{9}\left[\left(a - 2c_E + c_I - 2\,t\,|x-z| + t\,|x|\right)\right]^2 = \left(q_E^d\right)^2$$

(Ver los cálculos anexo 4).

Empresa instalada sola en el mercado actuando con estrategia predatoria:

Igual que el caso lineal, definimos a la producción q_I^{pr} como la estrategia de la empresa instalada (I) que mantiene a la empresa entrante (E) fuera del mercado, es decir, que la producción q_I^{pr} es tal que la mejor respuesta de la empresa (E) es producir cero en el duopolio de Cournot, es decir: $q_E^{pr} = 0$.

La cantidad q_I^{pr} se consigue igualando la mejor respuesta de la empresa entrante (E) a cero. Como $x_I = 0$, la expresión quedará como sigue:

$$\pi_I^{pr} = \left(c_E - c_I + t\,|\,x-z\,| - t\,|\,x\,|\right)\left(a - c_E - t\,|\,x-z\,|\right)$$

(Ver demostración anexo 4).

4.4.2. Ganancia y pérdida de una conducta predatoria

Nuevamente, podemos analizar la decisión de ambas empresas viendo las ganancias que obtendrían en sus distintas estrategias. Para la empresa entrante (E), ya hemos determinado que sólo entrará en el mercado si obtiene beneficios positivos, y conocemos el valor que este entra por la expresión obtenida anteriormente de π_E^d.

Sin embargo la empresa (I) vuelve a encontrarse ante la disyuntiva de utilizar o no una conducta predatoria, de tal forma que para saber si la empresa (I) estará realmente interesada en aplicar dicha estrategia predatoria, se debe analizar primero cual será la ganancia y la pérdida por impedir la entrada de otra nueva empresa en el mercado.

La Ganancia que obtendrá la empresa (I) se puede obtener mediante la diferencia entre los beneficios que obtendría en el caso de mantenerse el mercado en régimen de monopolio, $\prod_I^m$, y los beneficios que obtendría en caso de que la empresa (E) decidiera instalarse en el mercado y actúen en condiciones de duopolio $\prod_I^d$.

Los beneficios obtenidos en cada uno de estos casos representan el beneficio total de la empresa (I), es decir, el correspondiente a todas las unidades vendidas a los x_n consumidores de nuestra ciudad circular, y que podemos determinar como el beneficio agregado para cada caso.

Así, tenderemos, que la Ganancia de una conducta predatoria vendrá dada por la siguiente expresión:

$$G = \prod_I^m - \prod_I^d$$

La pérdida que representa para la empresa (I) la utilización de una conducta predatoria viene dada por la diferencia entre el nivel de beneficio que podría obtener en un mercado en régimen de duopolio, cuando la empresa (E) se instala en el mercado, $\prod_I^d$, y el beneficio que obtendría en el caso de utilizar la estrategia de conducta predatoria para impedir la instalación de la empresa (E) en el mercado, $\prod_I^{pr}$, y la expresión, por tanto de la Pérdida será :

$$P = \prod_I^d - \prod_I^{pr}$$

Así, podemos encontrar que:

- $\prod_I^m$: El beneficio agregado de la empresa instalada (I) en una situación de monopolio, vendrá determinado por:

$$\prod_I^m = \int_0^{\frac{1}{2}} \pi_I^m \, dx + \int_{1/2}^1 \pi_I^m \, dx$$

- $\prod_I^d$: El beneficio agregado de la empresa instalada (I) en una situación de duopolio vendrá determinado por:

$$\prod_I^d = \int_0^z \pi_I^d(x)\,dx + \int_z^{1/2} \pi_I^d(x)\,dx + \int_{1/2}^{z+1/2} \pi_I^d(x)\,dx + \int_{z+1/2}^1 \pi_I^d(x)\,dx$$

- $\prod_I^{pr}$: El beneficio agregado de la empresa instalada (I) cuando actúa con una estrategia que mantiene a la empresa entrante (E) fuera del mercado, vendrá determinado por la expresión:

$$\prod_I^{pr} = \int_0^z \pi_I^p(x)\,dx + \int_z^{1/2} \pi_I^p(x)\,dx + \int_{1/2}^{z+1/2} \pi_I^p(x)\,dx + \int_{z+1/2}^1 \pi_I^p(x)\,dx$$

Donde x_I^j, tal que $j = m, d, pr$, representa el beneficio óptimo en el mercado local x de la empresa instalada en cada una de las posibles situaciones de competencia en el mercado.

Calculadas las expresiones de las funciones de beneficios agregadas $\prod_I^m$,$\prod_I^d$ y $\prod_I^{pr}$ y dada las formulaciones anteriores de la ganancia (G) y la pérdida (P), obtenemos las expresiones siguientes de (G) y (P) :

$$G = \frac{1}{432}\left(-48D^2 + 108M^2 + 24Dt - 54Mt + 5t^2 - 96t^2z^2 + 128t^2z^3\right)$$

$$P = \frac{1}{108}\left(12D^2 - 108KN - 6Dt + 27Kt + t^2 + 78t^2z^2 - 104t^2z^3\right)$$

Siendo *M, D, K y N*, respectivamente: $M = a - c_I$, $D = a - 2c_I + c_E$, $K = c_E - c_I$ y $N = a - c_E$.

(Ver anexo 5).

4.4.3. La credibilidad de la predación

Siguiendo el mismo razonamiento que el utilizado en el modelo lineal, determinamos en primer lugar la localización elegida por la empresa (E) en el caso de fallar o no existir la predación. Para ello se resuelve el siguiente problema:

$$\begin{cases} \underset{z}{Max} \prod(z) = \dfrac{1}{108}\left(12H^2 - 6H\,t + t^2 + 24t^2z^2 - 32t^2z^3\right) \\ s.a \quad 0 \le z \le 1 \end{cases}$$

Donde $H = a - 2c_E + c_I$.

La resolución de este problema nos da como única solución posible la localización de E en $z = \dfrac{1}{2}$, que cumple también la condición de segundo orden.

En el modelo circular, y tras obtener las correspondientes funciones de *G y P* y aplicar el factor de descuento, δ, en la función G, obtenemos la función de Credibilidad, C(z), como la siguiente expresión:

$$C(z) = \delta G - P = \delta\left(\frac{1}{432}\left(-48D^2 + 108M^2 + 24Dt - 54Mt + 5t^2 - 96t^2z^2 + 128t^2z^3\right)\right)$$

$$-\frac{1}{108}\left(12D^2 - 108PN - 6Dt + 27Pt + t^2 + 78t^2z^2 - 104t^2z^3\right)$$

Es decir:

$$C(z) = \frac{1}{432}\begin{pmatrix} 432\,K\,N - 108\,N\,t - 4t^2 - 312\,t^2\,z^2 + 416\,t^2\,z^3 + 108\,M^2\,\delta - 54M\,t\,\delta \\ + 5t^2\,\delta - 96\,t^2\,z^2\,\delta + 128\,t^2\,z^3\,\delta - 48\,D^2\,(1+\delta) + 24\,D\,t\,(1+\delta) \end{pmatrix}$$

De su resolución obtenemos la siguiente

Proposición 2

La conducta predatoria de una empresa en un mercado circular será siempre creíble para cualquier localización, excepto para $z = \frac{1}{2}$.

Demostración: (ver anexo 6).

Observaciones

La conducta predatoria no será creíble para la localización de equilibrio de E , $z = \frac{1}{2}$, siempre que la tasa de descuento responda a la siguiente expresión, y siendo $\delta \in [0,1]$:

$$\delta \leq \frac{-16a^2 - 80a\,c_I - 64c^2 + 112\,a\,c_E + 208\,c_I c_E - 160\,c_E^2 - 28\,a\,t - 16\,c_I t + 44\,c_E\,t - 10t^2}{-20a^2 + 8a\,c_I + 28\,c_I^2 + 32\,a\,c_E - 64\,c_I c_E + 16\,c_E^2 + 10\,a\,t - 2\,c_I\,t - 8\,c_E\,t + t^2}$$

Casos particulares

Al igual que en modelo anterior, y para poder comparar, consideramos que t=1, y que $a = 2$ y consecuentemente obtenemos:

Caso 1: La empresa entrante tiene un coste mayor que la empresa instalada: $c_E = c_I + 1$

En este caso, la tasa de descuento para que la empresa (I) tenga una conducta predatoria con éxito vendrá dada por: $\delta \geq \frac{16c_I^2 + 20c_I + 22}{-20c_I^2 + +38c_I + 13}$, Para este caso no existe tasa de credibilidad menor que uno, por lo tanto la conducta predatoria no será creíble.

Caso 2: La empresa entrante tiene un coste menor que la empresa instalada: $c_E = c_I - 1$

$$\delta \geq \frac{-2\left(8c_I^2 - 102c_I + 279\right)}{20c_I^2 - 102c_I + 99}$$

La conducta predatoria sólo será creíble siempre si el coste de la empresa instalada se encuentre entre los siguientes valores: $3.97 \leq c \leq 8{,}78$.

Observaciones

Dados estos casos particulares, dentro que la conducta predatoria podría no ser creíble para la localización de máxima diferenciación, al comparar las estructuras de costes se observa que esta no será siquiera posible en el caso de que la estructura de costes de ventaja a la empresa instalada, y para que lo sea en el caso de ventaja comparativa a la empresa entrante, el valor del coste es muy reducido.

4.5. Conclusiones

El trabajo realizado en este capítulo trata de analizar si la diferente estructura de costes de dos empresas puede influir de manera determinante en la credibilidad de la conducta predatoria de una empresa instalada en un mercado frente a otra empresa que trata de entrar en el mismo.

Como resultado, obtenemos que la credibilidad depende de la localización de las empresas, siendo diferente según el tipo de mercado considerado.

En un mercado representado por un modelo lineal tipo Hotelling llegamos a dos resultados en los que la predación podría fallar:

.- Si la empresa entrante decida localizar en el centro de la ciudad, donde se encuentra también situada la empresa previamente instalada. El resultado en este caso, por tanto sería de un duopolio en condiciones de aglomeración. Sin embargo, este resultado es

relativo, ya que la predación puede tener éxito, dependiendo de cuál sea la el coste de la empresa entrante, c_E, en relación al coste de la empresa instalada, el coste de transporte y el precio de reserva de la demanda, a, si c_E es suficientemente bajo, o el coste de transporte muy pequeño, la predación puede tener éxito, incluso en condiciones de aglomeración. Esto hace pensar que si coste de la empresa instalada es mayor que el coste de la empresa entrante, según la condiciones de la demanda y el coste de transporte, podría ser suficiente para que la predación falle, pero sería únicamente en la localización de aglomeración. En este punto, además, las condiciones de *a y t* serían equivalentes para ambas empresas por lo tanto el coste de producción será la variable determinante.

Profundizando en esta idea, con el análisis de casos particulares, donde se opta por dar a los parámetros *a y t* los valores mínimos (posibles para el caso de a) o habituales (para el caso de t). Comparando las tres estructuras de costes vemos que las condiciones de credibilidad son menores en el caso de que la instalada tenga ventaja en la estructura de costes, ya que la credibilidad se establece a partir de un nivel de coste mayor que en el caso contrario.

.- En el caso que se cumpla una relación determinada entre los parámetros que definen el modelo, a, t, c_I y c_E, expresada según la condición: $z = \frac{4\left(a - 2c_E - c_I\right) - 3t}{2t}$, en este caso podría existir alguna otra localización distinta de la aglomeración ya determinada.

En el mercado representado por una ciudad circular, tipo Salop, el resultado es diametralmente opuesto, ya que nos lleva a una diferenciación máxima. En este caso, además, esta localización no tiene más restricción que el hecho de obtener una tasa de descuento determinada por los valores de los parámetros.

En cuanto a los casos particulares, y según la estructura de costes, aquí también hay diferencia con el modelo lineal, ya que la credibilidad de la conducta predatoria es menor

en todos los casos, más restringida al menos, con un rango de costes menores que en el modelo lineal, e independientemente de la estructura de costes; incluso puede llegar a fallar siempre, en el caso que la empresa entrante tenga unos costes mayores que la instalada. En la siguiente tabla, se ofrece un resumen de estos resultados particulares.

Casos particulares: t=1, $a=2$	Credibilidad de la conducta predatoria para $z=\frac{1}{2}$	
	MODELO LINEAL	MODELO CIRCULAR
$c_E = c_I + 1$	$\delta \geq \frac{48c_I^2 + 168c_I + 40}{60c_I^2 + 114c_I - 41}$ $c_I \geq 23{,}78$	No existe $0 \leq \delta \leq 1$
$c_E = c_I - 1$	$\delta \geq \frac{48c_I^2 - 504c_I + 1216}{60c_I^2 - 306c_I + 295}$ $c \geq 6{,}74$	$\delta \geq \frac{-2\left(8c_I^2 - 102c_I + 279\right)}{20c_I^2 - 102c_I + 99}$ $3.97 \leq c \leq 8{,}78$
$c_E = c_I$	$\delta \geq \frac{48c_I^2 - 168c_I + 148}{60c_I^2 - 210c_I + 175}$ $0 \leq c \leq 0{,}85$ y $c \geq 2{,}65$	$\delta \geq \frac{-16c_I^2 + 92c - 130}{20c_I^2 - 70c_I + 59}$ $3.97 \leq c \leq 8{,}78$

Tabla 4.1: Condiciones de credibilidad de la conducta predatoria en los casos particulares

Estos resultados, sin embargo, son coincidentes, en cuanto a las localizaciones de la empresa entrante, con los obtenidos por Cosnita-Langlais, A. (2014), que puede considerarse y comprobarse como un caso particular del trabajo aquí desarrollado. En ambos casos, la predación sólo falla en el caso de aglomeración para el modelo lineal y de la diferenciación máxima para el modelo circular. A semejanza de este caso particular, en nuestro modelo, el fallo de credibilidad en el modelo lineal está limitada por los

parámetros que definen el modelo, a, en el caso del trabajo de Cosnita-Langlais, A. (2014), y a, t, c_I y c_E en este trabajo.

Estas conclusiones refuerzan la idea de que el mercado circular es más difícil de monopolizar, dado que sus localizaciones son más homogéneas que en el mercado lineal., y los resultados coinciden también para las condiciones de credibilidad aplicadas a los casos particulares, como puede verse en la siguiente tabla.

Modelo	Localización en caso de duopolio
Lineal	$(x_I, x_E) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $(x_I, x_E) = \left(\frac{1}{2}, \frac{4(a - 2c_E + c_I) - 3t}{2t}\right)$
Circular	$(x_I, x_E) = \left(0, \frac{1}{2}\right)$

Tabla 4.2: Localización en caso de fallo de conducta predatoria

4.6. Anexos

Anexo 1: Calculo de las funciones de beneficio en los distintos escenarios considerados

La Empresa instalada (I) está sola en el mercado

Tal y como hemos definido, en este mercado, los costes totales de la empresa incluyen los costes de transporte, por lo tanto, el beneficio de cualquier empresa que opere dentro de este mercado vendrá determinado por la siguiente expresión:

$$\pi_I^m(x,q) = ingresos - \text{cos}tes\ de\ producción - \text{cos}tes\ de\ transporte$$

$$\pi_I^m(x,q) = p(x) - Cmg_I(x)\,q - CT(x)\,q$$

Dado que en este mercado sólo hay una empresa, la empresa (I), la producción de este mercado será ofrecida en su totalidad por esta empresa, y por tanto $Q = q_I^m$. Por otro lado, ya hemos establecido que $x_I = 1/2$. El beneficio de la empresa (I), vendrá dado por la expresión:

$$\pi_I^m(x,q) = \left(a - q_I^m - c_I - t\left|x - 1/2\right|\right)q_I^m$$

Resolvemos ahora $\underset{q_I^m}{Max}\ \pi_I^m = \left(a - q_I^m - c_I - t\left|x - 1/2\right|\right)q_I^m$

Según la condición de primer orden tendremos:

$$\frac{\partial \pi_I^m}{\partial q_I^m} = a - c_I - t\left|x - 1/2\right| - 2\,q_I^m \qquad q_I^{m*} = \frac{1}{2}\left(a - c_I - t\left|x - 1/2\right|\right)$$

Por la condición de segundo orden, $\frac{\partial^2 \pi_I^m}{\partial q^{2m}_I} = -2$, por lo que verificamos que se trata efectivamente de un máximo.

Introduciendo la expresión que hemos obtenido de q_I^m en la correspondiente de $\pi_I^m(x,q)$, y operando en ella, obtenemos:

$$\pi_I^m = \frac{1}{4}\left(a - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)^2 = \left(q_I^m\right)^2$$

.- El beneficio agregado de la empresa (I) cuando actúa en monopolio, lo obtenemos a partir de agregar todos los beneficios individuales, expresados por la siguiente expresión:

$$\prod_I^m = 2\int_0^{1/2} \frac{1}{4}\left(a - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)^2 dx$$

$$\prod_I^m = \frac{M^2}{4} - \frac{Mt}{8} + \frac{t^2}{48}$$

Donde $M = a - c_I$

Las dos empresas (I) y (E) están en el mercado

Dadas las condiciones de producción de las empresas (I) y (E), y la función de demanda a la que se enfrentan, el beneficio de cada una de ellas será, respectivamente:

$$\pi_I^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right) q_I^d(x)$$

$$\pi_E^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_E - t\left|x - z\right|\right) q_E^d(x)$$

Para la empresa I, obtenemos la condición de primer orden, CPO_I^d :

$$\underset{q_I}{Max}\, \pi_I^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right) q_I^d(x)$$

$$\frac{\partial \pi_I^d(x)}{\partial q_I^d(x)} = \left(a - 2q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q_I^d = \frac{1}{2}\left(a - q_E^d(x) - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)$$

En el caso de la empresa (E), tendremos la condición de primer orden, CPO_E^d :

$$\underset{q_E}{Max}\, \pi_E^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_E - t\left|x - z\right|\right) q_E^d(x)$$

$$\frac{\partial \pi_E^d(x)}{\partial q_E^d(x)} = \left(a - q_I^d(x) - 2q_E^d(x) - c_E - t\,|x-z|\right) = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad q_E^d = \frac{1}{2}\left(a - q_I^d(x) - c_I - t\,|x-z|\right)$$

Para resolver y encontrar el equilibrio de Nash en cantidades resolvemos simultáneamente ambas dos, multiplicando la CPO de una empresa por 2 y restando la expresión de la CPO de la otra empresa, tal y como sigue:

1º: Para obtener q_I^d : $2\,CPO_I^d - CPO_E^d = 0$

$$2\left[a - 2\,q_I^d - q_E^d - c_I - t\,|x|\right] - \left[a - q_I^d - 2\,q_E^d - c_E - t\,|x-z|\right] = 0 \qquad \Leftrightarrow$$

$$a - 3q_I^d - 2c_I - c_E - 2\,t\,|x| + t\,|x-z| = 0$$

$$q_I^d = \frac{1}{3}\left(a - 2c_I + c_E + t\left(|x-z| - 2\,|x|\right)\right)$$

2º: Para obtener q_E^d : $2\,CPO_E^d - CPO_I^d = 0$

$$2\left[a - q_I^d - 2q_E^d - c_E - t\,|x-z|\right] - \left[a - 2q_I^d - q_E^d - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right] = 0 \qquad \Leftrightarrow$$

$$a - 3q_E^d - 2c_E + c_I - 2\,t\,|x-z| + t\left|x - \frac{1}{2}\right| = 0$$

$$q_E^{d^e}(x) = \frac{1}{3}\left(a - 2c_E + c_I + t\left(\left|x - \frac{1}{2}\right| - 2\,|x-z|\right)\right)$$

Una vez determinadas las cantidades producidas por cada empresa, podemos calcular el beneficio obtenido por cada una de ellas en este supuesto de mercado que funciona como duopolio. Substituyendo $q_I^d(x)$ y $q_E^d(x)$ por sus respectivas expresiones y operando en ellas, tendremos:

$$\pi_I^d(x,q) = \left(a - q_I^d - q_E^d - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right) q_I^d(x)$$

$$\pi_I^d(x,q) = \frac{1}{9}\left(a - 2c_I + c_E + t\left(|x-z| - 2\left|x - \frac{1}{2}\right|\right)\right)^2 = \left(q_I^d(x)\right)^2$$

$$\pi_E^d(x,q)=\frac{1}{9}\left[a-2c_E+c_I+t\left(\left|x-\frac{1}{2}\right|-2\left|x-z\right|\right)\right]=\left(q_E^d(x)\right)^2$$

.- Beneficio Agregado de la empresa instalada (I), actuando en un duopolio, que vendrá dado por la siguiente expresión:

$\prod_I^d = \int_0^z \pi_I^d\ dx+\int_z^{1/2}\pi_I^d\ dx+\int_{1/2}^1 \pi_I^d\ dx$, donde π_I^d responde a:

$$\pi_I^d(x,q)=\frac{1}{9}\left(a-2c_I+c_E+t\left(\left|x-z\right|-2\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)\right)^2=\left(q_I^d(x)\right)^2$$

Sustituyendo por las expresiones correspondientes, tendremos:

$$\prod_I^d=\int_0^z\frac{1}{9}\left(a-2c_I+c_E+t\left(\left(z-x\right)-2\left(\frac{1}{2}-x\right)\right)\right)^2 dx$$

$$+\int_z^{1/2}\frac{1}{9}\left(a-2c_I+c_E+t\left(\left(x-z\right)-2\left(\frac{1}{2}-x\right)\right)\right)^2 dx$$

$$+\int_{1/2}^1\frac{1}{9}\left(a-2c_I+c_E+t\left(\left(x-z\right)-2\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)\right)^2 dx$$

$\prod_I^d=\frac{D^2}{9}+\frac{t^2}{54}-\frac{2Dtz}{9}+\frac{2Dtz^2}{9}+\frac{t^2z^2}{9}+\frac{4t^2z^3}{27}$, donde D es $D=a-2c_I+c_E$

.- Beneficio Agregado de la empresa entrante (E), actuando en un duopolio, que vendrá dado por la siguiente expresión:

$\prod_E^d = \int_0^z \pi_E^d\ dx+\int_z^{1/2}\pi_E^d\ dx+\int_{1/2}^1 \pi_E^d\ dx$, donde π_E^d responde a:

$$\pi_E^d(x,q)=\frac{1}{9}\left[a-2c_E+c_I+t\left(\left|x-\frac{1}{2}\right|-2\left|x-z\right|\right)\right]=\left(q_E^d(x)\right)^2$$

Si quitamos los valores absolutos corresponde a:

$$\prod_E^d = \int_0^z \frac{1}{9}\left(a - 2c_E + c_I + t\left(\left(\frac{1}{2} - x\right) - 2\left(z - x\right)\right)\right)^2 dx$$

$$+ \int_z^{1/2} \frac{1}{9}\left(a - 2c_E + c_I + t\left(\left(\frac{1}{2} - x\right) - 2\left(x - z\right)\right)\right)^2 dx$$

$$+ \int_{1/2}^{1} \frac{1}{9}\left(a - 2c_E + c_I + t\left(\left(x - \frac{1}{2}\right) - 2\left(x - z\right)\right)\right)^2 dx$$

$$\prod_E^d = \frac{H^2}{9} - \frac{H\,t}{6} + \frac{11t^2}{108} + \frac{4H\,t\,z}{9} - \frac{t^2\,z}{3} - \frac{4H\,t\,z^2}{9} + \frac{2t^2\,z^2}{9} + \frac{4t^2\,z^3}{27}$$

Donde $H = a - 2c_E + c_I$

Empresa instalada sola en el mercado actuando con estrategia predatoria

Partiendo de la expresión CPO_E^d, obtenida en el apartado anterior, calculamos ahora la producción de la empresa (I), bajo el supuesto de que la mejor reacción de la empresa (E) es producir 0.

$\left(a - q_I^{pr}(x) - 2q_E^{pr}(x) - c_E - t\left|x - z\right|\right) = 0$, y dado que $q_E^{pr} = 0$, tendremos:

$$q_I^{pr} = \left(a - c_E - t\left|x - z\right|\right)$$

El beneficio correspondiente a este nivel de producción será:

$$\pi_I^{pr}(x,q) = \left(a - q_I^{pr}(x) - q_E^{pr}(x) - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right) q_I^{pr}(x)$$

$$\pi_I^{pr}(x,q) = \left[a - \left(a - c_E - t\left|x - z\right|\right) - c_I - t\left|x - \frac{1}{2}\right|\right]\left(a - c_E - t\left|x - z\right|\right)$$

$$\pi_I^{pr}(x,q) = \left(c_E - c_I + t\left(\left|x - z\right| - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right)\right)\left(a - c_E - t\left|x - z\right|\right)$$

.- Para el cálculo del Beneficio Agregado se resuelve:

$$\prod_I^{pr} = \int_0^1 \left(c_E - c_I + t\left(|x-z| - \left| x - \frac{1}{2} \right| \right) \right) \left(a - c_E - t\,|x-z| \right) dx$$

Quitando el valor absoluto, se obtiene:

$$\prod_I^{pr} = \int_0^z \left(c_E - c_I + t(z-x) - t\left(\frac{1}{2} - x \right) \right) \left(a - c_E - t\,(z-x) \right) dx$$

$$+ \int_z^{\frac{1}{2}} \left(c_E - c_I + t\,(x-z) - t\left(\frac{1}{2} - x \right) \right) \left(a - c_E - t\,(x-z) \right) dx$$

$$+ \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(c_E - c_I + t\,(x-z) - t\left(x - \frac{1}{2} \right) \right) \left(a - c_E - t\,(x-z) \right) dx$$

$$\prod_I^{pr} = -\frac{K}{2} + KN - \frac{5t}{24} + \frac{Nt}{4} + Kz + \frac{3tz}{4} - Ntz - Kz^2 - \frac{tz^2}{2} + Ntz^2 - \frac{tz^3}{3}$$

Donde K y N son, respectivamente $K = c_E - c_I$ y $N = a - c_E$.

Anexo 2: Cálculo de la ganancia y la pérdida de una conducta predatoria (caso lineal)

Según se ha definido, obtenemos la función de Ganancia (G) de la empresa (I):

$$G = \prod_I^m - \prod_I^d = \frac{1}{48}\frac{M^2}{4} - \frac{Mt}{8} + \frac{t^2}{48} - \left(\frac{D^2}{9} + \frac{t^2}{54} - \frac{2Dtz}{9} + \frac{2Dtz^2}{9} + \frac{t^2z^2}{9} + \frac{4t^2z^3}{27} \right)$$

$$G = \frac{1}{432}\left(-64t^2z^3 + 48t^2z^2 - 96Dtz(z-1) - 54Mt + 108M^2 - 48D^2 \right)$$

Y de forma semejante la función de Pérdida (P) será:

$$P = \prod_I^d - \prod_I^{pr} = \left(\frac{D^2}{9} + \frac{t^2}{54} - \frac{2Dtz}{9} + \frac{2Dtz^2}{9} + \frac{t^2z^2}{9} + \frac{4t^2z^3}{27} \right)$$

$$-\left(-\frac{K}{2} + KN - \frac{5t}{24} + \frac{Nt}{4} + Kz + \frac{3tz}{4} - Ntz - Kz^2 - \frac{tz^2}{2} + Ntz^2 - \frac{tz^3}{3} \right)$$

$$P = \left(\begin{array}{l} \frac{D^2}{9} + \frac{K}{2} - KN + \frac{5t}{24} - \frac{Nt}{4} + \frac{t^2}{54} - Kz - \frac{3tz}{4} - \frac{2Dtz}{9} + Ntz + Kz^2 + \frac{tz^2}{2} \\ + \frac{2Dtz^2}{9} - Ntz^2 - \frac{t^2z^2}{9} + tz^3 + \frac{4t^2z^3}{27} \end{array} \right)$$

Siendo M, *D, P* y *N*, respectivamente: $M = a - c_I$ $D = a - 2c_I + c_E$, $K = c_E - c_I$ y $N = a - c_E$.

Anexo 3: Localización de la empresa E y credibilidad de la predación $C(z)$ (caso lineal)

La localización de la empresa se obtiene mediante la resolución del siguiente problema:

$$\begin{cases} \underset{z}{Max} \prod(z) \\ s.a \quad 0 \le z \le 1 \end{cases}$$

$$\frac{\partial \prod(z)}{\partial z} = \frac{4Ht}{9} - \frac{t^2}{3} - \frac{8Htz}{9} + \frac{4t^2z}{9} + \frac{4t^2z^2}{9} = 0$$

Lo que es equivalente a:

$$\frac{\partial \prod(z)}{\partial z} = -\frac{1}{9} t (2z - 1)(4H - 3t - 2tz)$$

De donde obtenemos tres resultados:

1.- *t=0*

2.- $(2z - 1) = 0$

3.- $(4H - 3t - 2tz) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad z = \frac{4H - 3t}{2t}$

El primero de los resultados no es una solución posible, ya que, por definición del modelo $t > 0$.

En cuanto al segundo resultado, tendremos que: $z = \frac{1}{2}$, y para que pueda ser una solución al problema debe cumplirse la condición de segundo orden: $\frac{\partial^2 \prod\left(z = \frac{1}{2}\right)}{\partial z^2} \leq 0$.

Comprobamos que:

$$\frac{\partial^2 \prod(z)}{\partial z^2} = -\frac{8Ht}{9} + \frac{4t^2}{9} + \frac{8t^2 z}{9} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial^2 \prod\left(z = \frac{1}{2}\right)}{\partial z^2} = -\frac{8}{9} t\,(H - t)$$

Dado que $t > 0$, la condición se cumplirá siempre que $H > t > 0$, es decir:

$$a - 2c_E + c_I > t \quad \Leftrightarrow \quad c_E < \frac{1}{2}(a + c_I - t).$$

El tercero de los resultados implica que la localización de E podría ser

$$z = \frac{4\,(a - 2c_E - c_I) - 3t}{2t},$$

Siempre que:

1º $0 \leq z \leq 1$, esto implica que:

$$z \geq 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad 4(a - 2c_E + c_I) - 3t \geq 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad c_E \leq \frac{1}{2}\left(a + c_I - \frac{3}{4}t\right)$$

$$z \leq 1 \qquad \Leftrightarrow \qquad 4(a - 2c_E + c_I) - 3t \leq 2t \qquad \Leftrightarrow \qquad c_E \geq \frac{1}{2}\left(a + c_I - \frac{5}{4}t\right)$$

2º.- se cumpla la condición de segundo orden:

$$\frac{\partial^2 \prod(z)}{\partial z^2} = -\frac{8Ht}{9} + \frac{4t^2}{9} + \frac{8t^2}{9} z \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial^2 \prod\left(z = \frac{4H - 3t}{2t}\right)}{\partial z^2} = -8t^2\,(H - t) \leq 0$$

De donde se deduce, que, al igual del caso anterior, $H > t > 0$, esto es:

$$a - 2c_E + c_I > t \quad \Leftrightarrow \quad c_E < \frac{1}{2}\left(a + c_I - t\right)$$

.- Credibilidad de la predación

La expresión de la función de Credibidilad, $C(z)$, viene dada por: $C(z) = \delta G - P$, tal que:

$$C(z) = -\frac{D^2}{9} - \frac{K}{2} + K\,N - \frac{5t}{24} + \frac{N\,t}{4} - \frac{t^2}{54} + K\,z + \frac{3t\,z}{4} + \frac{2D\,t\,z}{9} - N\,t\,z - K\,z^2 - \frac{t\,z^2}{2}$$

$$-\frac{2N\,t\,z^2}{9} + +N\,t\,z^2 + \frac{t^2\,z^2}{9} - \frac{t\,z^3}{3} - \frac{4t^2\,z^3}{27}$$

$$-\left(\frac{N^2}{9} + \frac{M^2}{4} - \frac{M\,t}{8} + \frac{t^2}{432} + \frac{2D\,t\,z}{9} - \frac{2D\,t\,z^2}{9} + \frac{t^2\,z^2}{9} - \frac{4\,t^2\,z^3}{27}\right)\delta$$

Para que la predación sea creíble, debe cumplirse que $C(z) \geq 0$, por lo que comprobamos que se cumple que $C\left(z = \frac{1}{2}\right) \geq 0$.

$$C\left(z = \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{432}\left(\frac{D^2}{9} - \frac{K}{4} + K\,N + \frac{Dt}{18} - \frac{t^2}{108} - \frac{D^2\,\delta}{9} + \frac{M^2\,\delta}{4} + \frac{D\,t\,\delta}{18} - \frac{M\,t\,\delta}{8} + 5t^2\,\delta\right) \geq 0$$

$$\delta \geq \frac{-\left(4\left(12\,D^2 - 27K\left(4N - 1\right) + 6\,D\,t + t^2\right)\right)}{48D^2 - 108M^2 - 24Dt + 54Mt - 5t^2}$$

Substituyendo *D, K, M y N* por sus respectivos valores, esta expresión se convierte en:

$$\delta \geq \frac{432\,\left(a - c_E\right)\left(c_E - c_I\right) - 48\,\left(a - 2c_I + c_E\right)^2 - 108\left(c_E - c_I\right) + 24t\,\left(a - 2\,c_I + c_E\right) - 4t^2}{-108\left(a - c_I\right)^2 + 48\left(a - 2c_I + c_E\right)^2 + 54t\,\left(a - c_I\right) + 24\,\left(a - 2c_I + c_E\right) + 5t^2}$$

Lo que también puede expresarse como:

$$\delta \geq \frac{4\left(12a^2 - 27c_I + 60ac_I + 48c_I^2 + 27c_E - 84ac_E - 156c_Ic_E - 120c_E^2 - 6at + 12c_It - 6c_Et + 4t^2\right)}{60a^2 - 24ac_I - 84c_I^2 - 96ac_E + 192c_Ic_E - 48c_E^2 - 30at + 6c_It + 24c_Et - 5t^2}$$

En cuanto al segundo resultado, se debe cumplir $C\left(z = \frac{4H - 3t}{2t}\right) \geq 0$ y tenemos:

Substituyendo *H, D, K, M* y *N* por sus respectivos valores, esta expresión se convierte en:

$$C\left(z = \frac{4H - 3t}{2t}\right) = \frac{1}{216}\left(\begin{array}{l} 108(c-d) - 24(a-2c+d)^2 + 216(a-d)(d-c) \\ -45t + 54t(a-d) + \\ t^2\left(\begin{array}{l} 432\,(a+c-2d)(a-d) + 324(c-d) + \\ 96(a+c-2d)(a-2c+d) \\ +54(c-d)(4a+4c-8d-3t)^2 \end{array}\right) \\ +t^3\left(24(a-d) - 72(a-2c+d) - 27(4(a+c-2d)-3t)^2 - 243\right) \\ +t^4\left(6(4(a+c-2d)-3t)^2 - 9\,(4(a+c-2d)-3t)^3\right) \\ +t^5\,(4(a+c-2d)-3t)^3 \\ +\frac{\delta}{216}\left(\begin{array}{l} 54(a-c)^2 - 24(a-2c+d)^2 - 27t(a-c) + \frac{t^2}{2} \\ +t^2\left(24(a-2c+d)^2\,(4(a+c-2d)-3t)\right) \\ +t^3\left(12(a-2c+d)(4(a+c-2d)-3t)^2\right) \\ +t^4\left(6(4(a+c-2d)-3t)^2\right) \\ +t^5\left(4(4(a+c-2d)-3t)^3\right) \end{array}\right) \end{array}\right) \geq 0$$

<u>Casos particulares</u>

Dada la complejidad del segundo resultado y su menor rango de existencia, continuamos el análisis a partir del primero de los resultados. Para ello, consideramos varios casos,

según cual sea la estructura de costes entre ambas empresas. Para ello se considera que t=1, y que $a = 2$, dado que este es valor mínimo que puede asumir *a*.

<u>Caso 1: La empresa entrante tiene un coste mayor que la empresa instalada:</u> $c_E = c_I + 1$

En este caso, la tasa de descuento para que la empresa (I) tenga una conducta predatoria con éxito será:

$$\delta \geq \frac{48c_I^2 + 168c_I + 40}{60c_I^2 + 114c_I - 41}$$

Esta expresión debe reunir dos condiciones, que estudiamos a continuación:

$\delta \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 48c_I^2 + 168c_I + 40 \geq 0$, lo cual se cumple siempre que $c \geq 0$

$\delta \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad 48c_I^2 + 168c_I + 40 \leq 60c_I^2 + 114c_I - 41$, que se cumplirá siempre que $c \geq 23{,}78$

Por lo tanto $0 \leq \delta \leq 1$ para $c \geq 23{,}78$

<u>Caso 2: La empresa entrante tiene un coste mayor que la empresa instalada:</u> $c_E = c_I$

$$\delta \geq \frac{48c_I^2 - 168c_I + 148}{60c_I^2 - 210c_I + 175}$$

$\delta \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 48c_I^2 - 168c_I + 148 \geq 0$, lo cual se cumple siempre que $c \geq 0$

$\delta \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad 48c_I^2 - 168c_I + 148 \leq 60c_I^2 - 210c_I + 175$, que se cumplirá siempre que $0 \leq c \leq 0{,}85$ y $c \geq 2{,}65$.

Por lo tanto $0 \leq \delta \leq 1$ para $0 \leq c \leq 0{,}85$ y $c \geq 2{,}65$.

<u>Caso 3: La empresa entrante tiene un coste mayor que la empresa instalada:</u> $c_E = c_I - 1$

$$\delta \geq \frac{48c_I^2 - 504c_I + 1216}{60c_I^2 - 306c_I + 295}$$

$\delta \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 48c_I^2 - 504c_I + 1216 \geq 0$, lo cual se cumple siempre que

$0 \leq c \leq 3{,}76 \; y \; c \geq 6{,}74$

$\delta \leq 1 \qquad \Leftrightarrow \qquad 48c_I^2 - 504c_I + 1216 \leq 60c_I^2 - 306c_I + 295$, que se cumplirá siempre que $c \geq 3{,}78$.

Por lo tanto $0 \leq \delta \leq 1$ para $c \geq 6{,}74$.

Anexo 4: Calculo de las funciones de beneficio en los distintos escenarios considerados (caso circular)

La Empresa instalada (I) está sola en el mercado

En esta situación de monopolio, con una sola empresa instalada (I), la cantidad total del mercado es igual a la que produce la empresa (I)*;* $q_I^m(x)$; y, sabiendo la expresión del precio, podemos obtener la expresión del beneficio de la empresa (I):

$$\pi_I^m(x) = \left[P(x) - Cmg(x) - CT\right] q_I^m \quad \Leftrightarrow \quad \pi_I^m(x) = \left[a - q_I^m - c_I - t|x|\right] q_I^m$$

Para obtener la cantidad producida por la empresa (I), maximizamos su función de beneficio con respecto a q, y tenemos que, por la condición de primer orden:

$$\frac{\partial \pi_I^m(x)}{\partial q_I^m(x)} = a - c_I - t|x| - 2q_I^m = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q_I^m = \frac{1}{2}\left(a - c_I - t|x|\right)$$

De la condición de segundo orden obtenemos la comprobación de que se trata de un máximo ya que:

$$\frac{\partial^2 \pi_I^m(x)}{\partial q_I^{m^2}(x)} = -2$$

Si introducimos la expresión de la cantidad obtenida por la empresa (I) en su función de beneficios tendremos:

$$\pi_I^m(x) = \left(a - c_I - t\,|x| - \frac{1}{2}(a - c_I - 1 - t|x|)\right)\left(\frac{1}{2}\left(a - c_I - t|x|\right)\right)$$

$$\pi_I^m(x) = \frac{1}{4}\left(a - c_I - t\,|x|\right)^2 = \left(q_I^m\right)^2$$

Para obtener el beneficio agregado, tendremos:

$$\prod_I^m = \int_0^{1/2} \pi_I^m dx + \int_{1/2}^1 \pi_I^m dx = \int_0^{1/2}\left(\frac{1}{4}\left(a - c_I - t\,x\right)^2\right) dx + \int_{1/2}^1 \left(\frac{1}{4}\left(a - c_I - t\,(1-x)\right)\right)^2 dx$$

$$\prod_I^m = 2\int_0^{1/2} \frac{1}{4}\left(a - c_I - t|x|\right)^2 dx$$

$$\prod_I^m = \frac{M^2}{4} - \frac{Mt}{8} + \frac{t^2}{48}$$

Donde $M = a - c_I$

Las dos empresas (I) y (E) están en el mercado (caso circular).

Las funciones de Beneficio de las dos empresas serán ahora, respectivamente:

$$\pi_I^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_I - t|x|\right) q_I^d(x)$$

$$\pi_E^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_E - t|x - z|\right) q_E^d(x)$$

El equilibrio de Nash en cantidades se obtiene resolviendo:

$$\underset{q_I}{Max}\, \pi_I^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_I - t\,|x|\right) q_I^d(x)$$

$$\underset{q_E}{Max}\, \pi_E^d(x,q) = \left(a - q_I^d(x) - q_E^d(x) - c_E - t\,|x - z|\right) q_E^d(x)$$

Donde, las condiciones de 1º orden son, respectivamente:

$$\frac{\partial \pi_I^d}{\partial q_I^d} = a - 2q_I^d - q_E^d - c_I - t|x| = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q_I^d = \frac{1}{2}\left(a - q_E^d - c_I - 1 - t|x|\right)$$

$$\frac{\partial \pi_E^d}{\partial q_E^d} = a - q_I^d - 2q_E^d - c_E - t|x-z| = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q_E^d = \frac{1}{2}\left(a - q_I^d - c_E - t|x-z|\right)$$

A partir de estas expresiones resolvemos el equilibrio de Nash, mediante las dos condiciones de primer orden, tal que:

1º.- $2CPO_I - CPO_E = 0$:

$$2q_I^d - q_E^d = 2\left(a - q_E^d - c_I - 1 - t|x| - 2q_I^d\right) - \left(a - q_I^d - c_E - t|x-z| - 2q_E^d\right) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$q_I^d = \frac{1}{3}\left(a - 2c_I + c_E + t\left(|x-z| - 2|x|\right)\right)$$

2º.- $2CPO_E - CPO_I = 0$:

$$2q_E^d - q_I^d = 2\left(a - 2q_E^d - q_I^d - c_I - t|x-z|\right) - \left(a - 2q_I^d - q_E^d - c_E - 1 - t|x|\right) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$q_E^d = \frac{1}{3}\left(a - 2c_E + c_I - 2t|x-z| + t|x|\right)$$

Conocidas las cantidades para las condiciones de equilibrio, se sustituyen en las correspondientes funciones de beneficio de cada empresa, y así, tendremos:

Para la empresa Instalada (I):

$$\pi_I^d = \left[a - \frac{1}{3}\left(a - 2c_I + c_E - 2t|x| + t|x-z|\right) - \frac{1}{3}\left(a - 2c_E + c_I - 2t|x-z| + t|x|\right) - c_I - t|x|\right]$$

$$\left[\frac{1}{3}\left(a - 2c_I + c_E - 2t|x| + t|x-z|\right)\right]$$

$$\pi_I^d(x) = \frac{1}{9}\left[a - 2c_I + c_E - 2t|x| + t|x-z|\right]^2 = \left(q_I^d\right)^2$$

De forma semejante para la empresa Entrante (E):

$$\pi_E^d(x) = \left(a - q_I^d - 2q_E^d - c - t|x-z|\right)q_E^d$$

$$\pi_E^d = \frac{1}{9}\left[\left(a - 2c_E + c_I - 2t|x-z| + t|x|\right)\right]^2 = \left(q_E^d\right)^2$$

Para la obtención del Beneficio Agregado:

Empresa I:

$$\prod_I^d = \frac{1}{9}\int_0^z \left(a - 2c_I + c_E - 2t\,x + t\,(z-x)\right)^2 dx$$

$$+\frac{1}{9}\int_z^{1/2} \left(a - 2c_I + c_E - 2t\,x + t\,(x-z)\right)^2 dx$$

$$+\frac{1}{9}\int_{1/2}^{1/2+z} \left(a - 2c_I + c_E - 2t\,(1-x) + t\,(x-z)\right)^2 dx$$

$$+\frac{1}{9}\int_{1/2+z}^{1} \left(a - 2c_I + c_E - 2t\,(1-x) + t\,(1-x+z)\right)^2 dx$$

$$\prod_I^d = -\frac{1}{108}\left(12D^2 - 6D\,t + t^2 + 24\,t^2z^2 - 32t^2z^3\right)$$

Empresa (E):

$$\prod_I^d = \int_0^z \frac{1}{9}\left[\left(a - 2c_E + c_I - 2t\,(z-x) + t\,x\right)\right]^2 dx$$

$$+\int_z^{1/2} \frac{1}{9}\left[\left(a - 2c_E + c_I - 2t\,(x-z) + t\,x\right)\right]^2 dx$$

$$+\int_{1/2}^{1/2+z} \frac{1}{9}\left[\left(a - 2c_E + c_I - 2t\,(x-z) + t\,(1-x)\right)\right]^2 dx$$

$$+\int_{1/2+z}^{1} \frac{1}{9}\left[\left(a - 2c_E + c_I - 2t\,(1-x-z) + t\,(1-x)\right)\right]^2 dx$$

$$\prod_E^d = \frac{1}{108}\left(12H^2 - 6H\,t + t^2 + 24\,t^2z^2 - 32t^2z^3\right)$$

donde $H = a - 2c_E + c_I$

Empresa instalada sola en el mercado actuando con estrategia predatoria (modelo circular)

En el caso de que la Empresa Instalada (I), en la localización determinada, $x_I = 0$, adopte una conducta predatoria, su función beneficio se verá ahora afectada y, dado que la Empresa Entrante no se instalará y que su cantidad producida es $q_E^p = 0$, el beneficio de I será:

$$\pi_I^{pr} = \left[a - q_I^{pr} - c_I - t\,|x|\right]\, q_I^{pr}$$

Determinamos por tanto que la cantidad producida por la empresa (I), que será aquella que hace que la empresa entrante no produzca, es decir, la que cumpla que $q_E^{pr} = 0$

$$a - q_I^{pr} - c_E - t|x - z| = 0$$

$$a - q_I^{pr} - c - t\,|x - z| = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q_I^{pr} = a - c_E - t\,|x - z|$$

La función beneficio, por tanto será:

$$\pi_I^{pr} = \left[a - a + c_E + t\,|x - z| - c_I - 1 - t\,|x|\right]\left[a - c_E - t\,|x - z|\right] =$$

$$\pi_I^{pr} = \left(c_E - c_I + t\,|\,x - z\,| - t\,|\,x\,|\right)\left(a - c_E - t\,|\,x - z\,|\right)$$

El beneficio agregado se obtiene resolviendo la siguiente expresión:

$$\prod_I^{pr} = \int_0^Z \left(c_E - c_I + t(z - x) - t\,x\right)\left(a - c_E - t(z - x)\right) dx +$$

$$\int_z^{1/2} \left(c_E - c_I + t(x - z) - tx\right)\left(a - c_E - t(x - z)\right) dx +$$

$$\int_{1/2}^{Z+1/2} \left(c_E - c_I + t(x - z) - t(1 - x)\right)\left(a - c_E - t(x - z)\right) dx +$$

$$\int_{z+1/2}^{1} \left(c_E - c_I + t(1 - x + z) - t(1 - x\right)\left(a - c_E - t(1 - x + z)\right)$$

$$\prod_I^{pr} = \frac{1}{12}\left(12\,KN - 3N\,t - 6t^2\,z^2 + 8\,t^2\,z^3\right)$$

Donde $K = c_E - c_I$ y $N = a - c_E$.

Anexo 5: Cálculo de la ganancia y la pérdida de la conducta predatoria (caso circular)

Por lo tanto, la función de Ganancias de la empresa instalada (I) será igual a

$G = \prod_I^m - \prod_I^d$:

$$G = \frac{M^2}{4} - \frac{Mt}{8} + \frac{t^2}{48} + \frac{1}{108}\left(12D^2 - 6Dt + t^2 + 24t^2z^2 - 32t^2z^3\right)$$

$$G = \frac{1}{432}\left(-48D^2 + 108M^2 + 24Dt - 54Mt + 5t^2 - 96t^2z^2 + 128t^2z^3\right)$$

La expresión de la Pérdida, según $P = \prod_I^d - \prod_I^{pr}$, vendrá dada por la siguiente expresión:

$$P = -\frac{1}{108}\left(12D^2 - 6Dt + t^2 + 24t^2z^2 - 32t^2z^3\right) - \frac{1}{12}\left(12KN - 3Nt - 6t^2z^2 + 8t^2z^3\right)$$

$$P = \frac{1}{108}\left(12D^2 - 108KN - 6Dt + 27Kt + t^2 + 78t^2z^2 - 104t^2z^3\right)$$

Anexo 6: Localización de la empresa E y credibilidad de la predación $C(z)$ (caso circular)

La localización de la empresa E se obtiene mediante la resolución del siguiente problema:

$$\begin{cases} \underset{z}{Max} \prod(z) = \frac{1}{108}\left(12H^2 - 6Ht + t^2 + 24t^2z^2 - 32t^2z^3\right) \\ s.a \quad 0 \le z \le 1 \end{cases}$$

donde $H = a - 2c_E + c_I$

$$\frac{\partial \prod(z)}{\partial z} = \frac{4t^2z}{9} - \frac{8t^2z^2}{9} = 0$$

Lo que es equivalente a:

$$\frac{\partial \prod(z)}{\partial z} = -\frac{4}{9} t^2 z\left(2z-1\right)$$

De la condición de primer orden obtenemos los siguientes resultados:

1.- *t=0*

2.- *z=0*

3.- $\left(2z-1\right)=0$, de donde $z=\frac{1}{2}$.

El primero de los resultados no es una solución posible, ya que, por definición del modelo $t>0$.

El segundo resultado, será una posible solución siempre que $\frac{\partial^2 \prod\left(z=0\right)}{\partial z^2} \leq 0$. Dado que $\frac{\partial^2 \prod\left(z\right)}{\partial z^2} = \frac{4t^2}{9} - \frac{16t^2 z}{9} \leq 0 \qquad z \geq \frac{1}{4}$, por lo tanto este resultado no es una solución viable para maximizar el beneficio.

En cuanto al tercer resultado, tendremos que: $z=\frac{1}{2}$, y dado que según condición de segundo orden *z* debe ser mayor que un cuarto, $z \geq \frac{1}{4}$, este resultado si es una solución viable.

.- Credibilidad de la predación para la localización elegida por E.

Si aplicamos el factor de descuento, δ, en la función G, obtenemos la función de Credibilidad, C(z), como la siguiente expresión:

$$C(z)=\delta G-P=\delta\left(\frac{1}{432}\left(-48D^2+108M^2+24Dt-54Mt+5t^2-96t^2z^2+128t^2z^3\right)\right)$$

$$-\frac{1}{108}\left(12D^2-108KN-6Dt+27Kt+t^2+78t^2z^2-104t^2z^3\right)$$

Es decir:

$$C(z)=\frac{1}{432}\begin{pmatrix}432KN-108Nt-4t^2-312t^2z^2+416t^2z^3+108M^2\delta-54Mt\delta\\+5t^2\delta-96t^2z^2\delta+128t^2z^3\delta-48D^2(1+\delta)+24Dt(1+\delta)\end{pmatrix}$$

Y substituyendo M, D, K, y N por sus respectivos valores, obtenemos:

$$C\left(z=\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{144}\begin{pmatrix}-16a^2-80ac_I-64c^2+112ac_E+208c_Ic_E-160c_E^2-28at-16c_It\\+44c_Et-10t^2+\begin{pmatrix}20a^2-8ac_I-28c_I^2-32ac_E\\+64c_Ic_E-16c_E^2-10at+2c_It+8c_Et-t^2\end{pmatrix}\delta\end{pmatrix}$$

De donde, para que $C\left(z=\frac{1}{2}\right)\geq 0$, la tasa de descuento, δ, debe responder a la siguiente expresión:

$$\delta\geq\frac{-16a^2-80ac_I-64c^2+112ac_E+208c_Ic_E-160c_E^2-28at-16c_It+44c_Et-10t^2}{20a^2-8ac_I-28c_I^2-32ac_E+64c_Ic_E-16c_E^2-10at+2c_It+8c_Et-t^2}$$

<u>Casos particulares</u>

Al igual que en caso anterior, y para poder comparar, consideramos que t=1, y que $a=2$ y consecuentemente obtenemos:

<u>Caso 1: La empresa entrante tiene un coste mayor que la empresa instalada:</u> $c_E=c_I+1$

En este caso, la tasa de descuento para que la empresa (I) tenga una conducta predatoria con éxito vendrá dada por: $\delta\geq\frac{16c_I^2+20c_I+22}{-20c_I^2++38c_I+13}$,

Esta expresión debe cumplir dos condiciones, que estudiamos a continuación:

$\delta\geq 0 \quad\Leftrightarrow\quad 16c_I^2+20c_I+22\geq 0$, lo cual se cumple siempre que $c\geq 0$

$\delta \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad 16c_I^2 + 20c_I + 22 \leq -20c_I^2 + 38c_I + 13$, lo que se puede expresar como:

$36c_I^2 - 18c_I + 9 \leq 0$, esta función es siempre positiva, por lo que este caso no es posible.

No existe tasa de credibilidad menor que uno.

<u>Caso 2: La empresa entrante tiene un coste menor que la empresa instalada:</u> $c_E = c_I - 1$

$$\delta \geq \frac{-2\left(8c_I^2 - 102c_I + 279\right)}{20c_I^2 - 102c_I + 99}$$

$\delta \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -2\left(8c_I^2 - 102c_I + 279\right) \geq 0$, lo cual se cumple siempre que

$3.97 \leq c \leq 8{,}78$.

$\delta \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad -2\left(8c_I^2 - 102c_I + 279\right) \leq 20c_I^2 - 102c_I + 99$, que se cumplirá siempre

que y $c \geq 0$.

Por lo tanto $0 \leq \delta \leq 1$ para $3.97 \leq c \leq 8{,}78$.

<u>Caso 3: La empresa entrante tiene igual coste que la empresa instalada:</u> $c_E = c_I$

$$\delta \geq \frac{-16c_I^2 + 92c - 130}{20c_I^2 - 70c_I + 59}$$

$\delta \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -16c_I^2 + 92c - 130 \geq 0$, lo cual se cumple siempre que $2{,}5 \leq c \leq 3{,}25$.

$\delta \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad -16c_I^2 + 92c - 130 \leq 20c_I^2 - 70c_I + 59$, que se cumplirá siempre que y

$c \geq 0$.

Por lo tanto $0 \leq \delta \leq 1$ para $2{,}5 \leq c \leq 3{,}25$.

Capítulo V: Competencia espacial con mercado de trabajo

5.1. Introducción

Varios autores se han inspirado de los modelos de competencia espacial para tratar el problema del salario mínimo y el bienestar. Partiendo de un resultado[32] conocido en una estructura de mercado monopsonio con salario mínimo, Bhaskar y To (1999) extienden el estudio a un oligopsonio salarial con empresas con la misma eficiencia en un marco de competencia espacial a la Salop (1979). En el estudio, se demuestran la mejora del bienestar social imponiendo un salario mínimo este resultado es nuevamente debido al empleo agregado (véase también Walsh 2003). Más tarde, Bhaskar y To (2003) tratan el mismo problema con empresas heterogéneas aportando así explicaciones de ciertas características empíricas de las distribuciones salariales y el impacto de los salarios mínimos, sin embargo no tratan el problema del bienestar social, ni las consecuencias de la asimetría. En un mismo contexto, Kaas y Madden (2008) muestran que los salarios mínimos pueden mejorar el bienestar. Un par de años más tarde, Kaas y Madden (2010), analizan el tema en el modelo lineal de Hotelling considerando un duopsonio. Por ello, consideran un juego en dos etapas en el cual, primero, las empresas eligen simultáneamente las localizaciones y después escogen los salarios. Los autores resuelven el equilibrio perfecto en sub-juegos y comparan el resultado con el óptimo social. Al final concluyen que la imposición de un salario mínimo siempre mejora el bienestar.

[32] A la diferencia de la competencia perfecta, en una estructura de mercado monopsonio, imponiendo un salario mínimo se pueden producir aumentos en el empleo y en el bienestar social. Este resultado apoya algunas afirmaciones empíricas, a través de la suposición de monopsonio extrema (véase Manning 2003).

Todos los análisis anteriores están hechos bajo el supuesto del pleno empleo. Sin embargo, es sabido que la introducción del salario mínimo en una economía genera desempleo (McConnel y Brue, 1999, p.594), afecta negativamente los trabajadores desempleados y de rebote también el bienestar total de los trabajadores. Esta reflexión ha llevado otros investigadores como Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015) a examinar la cuestión del salario mínimo que incorporan la producción y la posibilidad de desempleo.

Estos autores, partiendo de la versión de d'Aspremont et al (1979) Lambertin (1994, 1997) del modelo de Hotelling incorporan el concepto de producción. Sin embargo, describen la función de producción con solo dos factores, el trabajo y la tecnología. Por otra parte, asumen que cada individuo es considerado tanto como consumidor como trabajador de una de las dos empresas. Demuestran que al equilibrio dependiendo de la productividad se obtiene dispersión o aglomeración de las empresas. Imponiendo un salario mínimo, muestran la robustez del resultado. Por otra parte, los autores analizan el óptimo social y prueban que con un salario mínimo alto se reduce el nivel de bienestar. La particularidad del modelo de Wen-Chung Guo et al (2015) radica en la introducción del concepto del esfuerzo del trabajador. Esta noción de esfuerzo la representan por una función cuadrática. Sin embargo, la representación cuadrática del esfuerzo del trabajador ignora la fatiga que conlleva el propio esfuerzo. Por consiguiente, aparece oportuno examinar el problema de los salarios con una función de esfuerzo más general.

En este trabajo, se considera una función de esfuerzo lineal cuadrática general que puede ser convexa (extensión de la función puramente cuadrática) o cóncava. Intuitivamente, la consideración de una función de esfuerzo cóncava está relacionado directamente relacionado con el efecto del cansancio. Realmente, cada nuevo esfuerzo no produce un resultado tan grande como el anterior por el efecto del cansancio, esto se puede reflejar

con rendimientos decrecientes del esfuerzo. Por otra parte, esta concavidad de la función de esfuerzo puede explicar, cuando está relacionada con el salario, el porqué de que un mayor salario no implica mayores rendimientos, y por tanto justifica el dicho popular *"morir de éxito"*. En todo caso, la consideración de una función de esfuerzo lineal cuadrática permite comparar el caso convexo con el caso cóncavo y a la vez contrastarlo con los resultados obtenidos por Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015).

En esta investigación, en una primera parte, se analiza el modelo como un juego en dos etapas, en la primera, las empresas eligen su localización y en la segunda compiten en precios y salarios. Esto permite evaluar el efecto de la introducción de los factores de producción (tecnología y trabajo) sobre el tipo diferenciación de los productos. En la segunda parte, se examina el impacto del salario mínimo sobre el equilibrio y el bienestar social. En todo el estudio, se supone que el coste de transporte para ir a comprar o trabajar lo pagan los individuos. Igual que Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015), se encuentra que las localizaciones de las empresas en el equilibrio dependen crucialmente de los factores de producción.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera. Tras un breve repaso de la literatura, en la sección 3, se describe el modelo. En la sección 4, se estudia el equilibrio, primero en precios y salarios y después en localización. En la sección 4, se analiza el impacto del salario mínimo. Los resultados sobre el bienestar social se recogen en la sección 5. La conclusión se presenta en la sección 6. Todas las demonstraciones están en el apéndice.

5.2. El modelo

5.2.1 Planteamiento general

Se considera un mercado de competencia espacial de tipo duopolio de Hotelling. Como bien se sabe, en este caso se supone un continuum de habitantes distribuidos de forma uniforme a lo largo de la ciudad lineal de longitud 1. Denotaremos por x , la ubicación de un residente tal que $x \in [0, 1]$. Concurren dos empresas cuyas localizaciones, respectivamente, son x_1, x_2 , y tal que $x_1, x_2 \in R$. Como es habitual se asume que $x_1 \leq x_2$ sin pérdida de generalidad. Ambas producen y venden un mismo bien, cada una con su respectivo nivel de precios, p_1, p_2 .

Las principales variaciones que se introducen en el presente modelo con respecto a la formulación inicial de Hotelling es la incorporación del trabajo como factor de producción, esta novedad se plasma en lo siguiente:

- Los habitantes del mercado son a la vez consumidores y trabajadores de una de las empresas, y como tal compran una unidad de producto y ofrece su fuerza de trabajo a una sola de ellas.
- Los trabajadores son el único factor de producción que utilizan las empresas.
- Todos los trabajadores tienen las mismas características y se diferencian únicamente por la ubicación de su residencia dentro de la ciudad.
- El esfuerzo de los trabajadores se describe con una función lineal cuadrática, que es una generalización del modelo presentado por Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015).

Para el análisis del modelo, se formula la competencia entre las empresas en términos de localización, precios y salarios como un juego en dos etapas. En una primera etapa se

decide, de forma simultánea, la localización de los productores. En la segunda etapa, ambos productores deciden simultáneamente tanto los precios de sus productos p_1 y p_2 como los salarios de los trabajadores w_1 y w_2. Para la resolución del modelo se utiliza el método de inducción hacia atrás.

Otras consideraciones importantes para el correcto funcionamiento del análisis son:

- por un lado, el supuesto habitual (siguiendo la literatura existente a este respecto[33]) del coste de transporte como una función cuadrática y la demanda inelástica.
- y por otro, dada la misma estructura de las dos empresas, se asume un comportamiento simétrico en el equilibrio, tanto en localización como en precios y salarios. Por lo que se enfoca el estudio al equilibrio simétrico, en el cual cada residente compra a la empresa donde trabaja.

Se denota la función de utilidad de un consumidor representativo x, cuando es comprador y trabajador de la empresa i, ($i = 1;2$), por $U_i(x)$ cuya expresión viene dada por:

$$U_i(x) = \overline{u} - F_i(e_i) + m_i - k\left(x - x_i\right)^2 \qquad (1)$$

Así que la utilidad de cada residente dependerá de:

- $\overline{u}$, que es la dotación exógena (garantiza el acceso al consumo de todos los consumidores).
- k, que representa una tasa del coste de transporte al comprar el producto, tal que $k > 0$.

[33] Según d'Aspremont et al (1979) y Tabuchi y Thisse (1995)

- m_i , recoge la utilidad recibida cuando se compra una unidad del bien producido y que se formula como: $m_i = I + w_i e_i - p_i \quad ; \quad i = 1, 2.$ (2)

  Donde I es una renta inicial que garantiza el consumo del bien, $I >> 0$, y se recuerda que se ha definido $w_i, e_i \ y \ p_i$, respectivamente, como salario, esfuerzo del trabajador, y precio del bien producido.

- $F_i(e_i)$, describe el esfuerzo realizado por los trabajadores, como se ha dicho anteriormente, la principal contribución de este trabajo reside en la forma funcional del esfuerzo de tipo lineal-cuadrática que se expresa como: $F_i(e_i) = \lambda e_i + \frac{\alpha}{2} e_i^2$, donde e_i representa el esfuerzo del obrero cuando trabaja en la empresa i . $\lambda \ y \ \alpha$ son parámetros que expresan la relación de la utilidad con el esfuerzo del trabajador. Se asume $\lambda > 0$, y, por otro lado, α puede ser positivo o negativo, estaremos en el caso convexo si $\alpha > 0$, o en el caso cóncavo para $\alpha < 0$.

5.2.2 Motivación de la forma funcional de la función de esfuerzo: $F_i(e_i)$

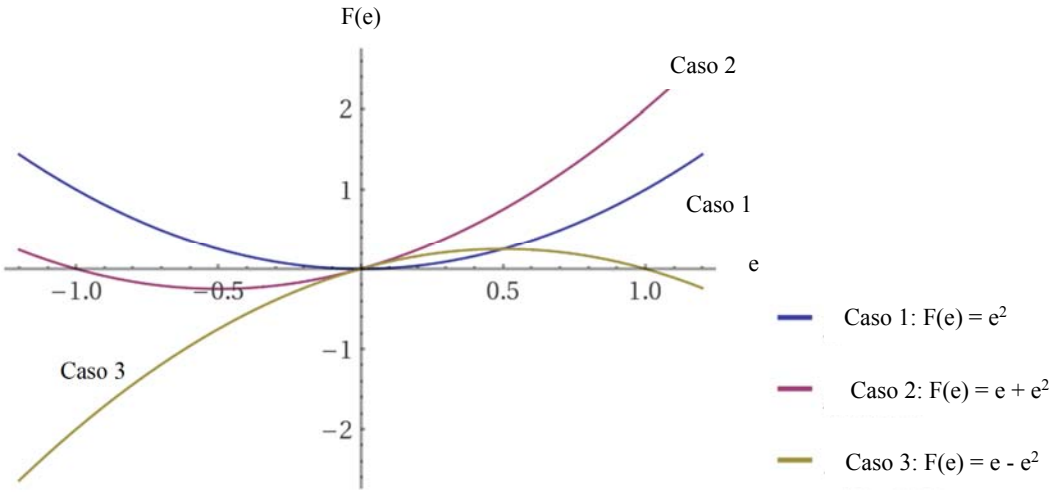
La novedad del modelo respecto a la formalización usada por Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015) es la elección de una función de esfuerzo lineal cuadrático, en vez de una función cuadrática. Los motivos de esta opción se presentan a continuación:

- Técnicamente, la función de esfuerzo lineal cuadrático generaliza el caso de la función cuadrática y se puede concretarse en dos casos diferentes, según se considere el valor de α , estando así en un caso cóncavo o convexo. Cuando la forma funcional lineal-cuadrática es convexo el caso es similar al cuadrático,

simplemente el efecto correspondiente se verá reforzado. Sin embargo, en el caso cóncavo, las diferencias son substanciales.

- Intuitivamente, la consideración del caso cóncavo (rendimientos decrecientes) es una visión más próxima a la realidad dado que recoge implícitamente el efecto de la fatiga. Cuanto mayor es el esfuerzo, mayor es el cansancio y la productividad asociada tendrá un rendimiento decreciente y llegado a un punto máximo de esfuerzo no será capaz de seguir aumentando la productividad, sino que podrá ser incluso menor, ya que el cansancio acumulado afectará de forma negativa. Esto se aparenta efectivamente a un esquema de forma funcional cóncava.

En el siguiente gráfico se ofrece una representación gráfica del tipo de funciones a las que nos referimos:



Donde:
Caso 1 Representa el tipo de función del caso cuadrático (convexo)
Caso 2 Representa el tipo de función del caso lineal cuadrático (convexo)
Caso 3 Representa el tipo de función del caso lineal cuadrático (cóncavo)

Gráfico nº 5.1: Casos considerados en la función de esfuerzo

Vamos a considerar el tramo de la función en que $e_i \geq 0$, ya que no tiene sentido pensar en que el esfuerzo del trabajador puede ser negativo, aunque sí puede ser cero.

En los dos primeros casos representados, cuando $\alpha > 0$ (en estos ejemplos se considera que $\alpha = 1$), al aumentar el esfuerzo del trabajador, el resultado obtenido aumenta, es decir $\frac{dF}{de} > 0 \; \forall \; e > 0$. La única diferencia entre ambos es la existencia de un λ (en el ejemplo es $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$, respectivamente), y esto se traduce en el resultado del esfuerzo es mayor en el caso 2 que en el caso 1.

Sin embargo en el tercer caso, cuando $\alpha < 0$ (considerando ahora que $\alpha = -1$), el aumento en el esfuerzo del trabajador, consigue aumentar el resultado obtenido al principio, es decir $\frac{dF}{de} > 0 \; \forall \; 0 > e > \frac{1}{2}$, aunque con incrementos decrecientes, pero llegado a un punto, mayores aumentos en el esfuerzo, e, consiguen incrementos negativos, es decir: $\frac{dF}{de} < 0 \; \forall \; e > \frac{1}{2}$, llegando incluso a tener resultados negativos (en nuestro ejemplo para $e > 1$).

5.2.3 El esfuerzo óptimo de un trabajador

Bajo el supuesto de información perfecta, la empresa conocerá determinara el esfuerzo óptimo de un consumidor/trabajador, maximizando su función de utilidad (1) sujeto a la restricción presupuestaria (2) con respecto a e_i . El resultado viene dado por la siguiente expresión: $e_i = \frac{w_i - \lambda}{\alpha}$ (3), que se puede considerar como función de oferta de trabajo de cada residente.

Observación:

Se supone que todos los trabajadores realizan un esfuerzo para poder obtener un salario, lo que significa que es siempre mayor que cero $(e_i > 0)$, por lo tanto, como hemos considerado dos casos ($\alpha > 0$, y $\alpha < 0$), habrá que tener en cuenta a partir de ahora que:

- si $\alpha > 0$, caso convexo, entonces $w_i - \lambda > 0 \quad \Leftrightarrow \quad w_i > \lambda$ (4)
- si $\alpha < 0$, caso cóncavo, entonces $w_i - \lambda < 0 \quad \Leftrightarrow \quad w_i < \lambda$ (5)

Esta condición se puede interpretar como que, en el caso convexo, existe un nivel salarial por debajo del cual el trabajador no estaría dispuesto a trabajar, que se denota por w_m y es igual a λ , y en el caso cóncavo, $\alpha < 0$, se establece un salario, que se denota por w_M y es igual a λ , que la empresa no querrá superar, ya que conoce que para un salario mayor el esfuerzo será negativo.

5.2.4. Instrumentos de análisis del modelo

Como uno de los objetivos del presente modelo es determinar los precios y salarios de equilibrio (segunda etapa del juego), y ulteriormente determinar las localizaciones de equilibrio (primera etapa del juego), a continuación se determinara varias características del mercado como la demanda, la oferta, los costes y los beneficios.

La demanda

Dado el supuesto inicial de que los consumidores se distribuyen uniformemente a lo largo de una ciudad lineal de longitud 1, las dos empresas se reparten el mercado, según la localización del consumidor indiferente entre comprar a la empresa 1 o 2. Por lo tanto, para hallar la demanda, primero se determinará el consumidor indiferente, que se denotara por y , mediante la resolución de la igualdad: $U_1(x) = U_2(x)$,

Sustituyendo el valor de e_i que maximiza la utilidad de los consumidores/trabajadores, en las funciones de utilidad se obtiene la solución:

$$y = \frac{1}{2\,k\,(x_2 - x_1)}\left\{p_2 - p_1 + \frac{1}{2\alpha}\left[(w_1 - \lambda)^2 - (w_2 - \lambda)^2\right]\right\} + \frac{(x_2 + x_1)}{2}, \quad (6) \qquad \text{(Ver anexo1)}$$

Las demandas de las empresas están determinadas por: $D_1 = y, \quad D_2 = 1 - y$

La oferta

Considerando que el trabajo es el único factor de producción que utilizan las empresas, se asume que la función de producción de la empresa $i, \quad i = 1, 2$, depende del esfuerzo del conjunto de sus trabajadores, denotado por L_i. Su expresión vendrá dada por: $Y_i = \frac{1}{2}(\eta L_i)^{\beta}$, donde:

- β, donde β representa la tecnología de producción y es un parámetro que expresa la existencia de rendimientos de escala, que serán crecientes, decrecientes o constantes según que $\beta > 1$, $\beta < 1$, o $\beta = 1$, respectivamente. Se asume que, en cualquier caso, $\beta > 0$
- η recoge la eficiencia del factor trabajo. Se asume que $\eta > 0$
- L_i es el esfuerzo de todos los trabajadores de la empresa $i, \quad i = 1,2$:

$$L_1 = \int_0^y e_1 \, dx = e_1 y, \qquad L_2 = \int_y^1 e_2 \, dx = e_2 (1 - y),$$

Sustituyendo e_i por la expresión (3), en la expresión de L_i se obtiene:

$$L_1 = \left(\frac{w_1 - \lambda}{\alpha} \right) y, \qquad L_2 = \left(\frac{w_2 - \lambda}{\alpha} \right) (1 - y),$$

Por lo tanto, las funciones de producción de las empresas se expresan:

$$Y_1 = \frac{1}{2} \left(\eta \frac{(w_1 - \lambda)}{\alpha} y \right)^{\beta} \quad (7-1), \qquad Y_2 = \frac{1}{2} \left(\eta \frac{(w_2 - \lambda)}{\alpha} (1 - y) \right)^{\beta} \quad (7-2)$$

Se supone que la producción de cada empresa es más que suficiente para satisfacer la demanda, lo que es equivalente a decir que: $Y_1 \geq y$ e $Y_2 \geq 1 - y$.

Los costes de producción

Partiendo de la hipótesis de que el único factor de producción es el factor trabajo, el coste de producción de las empresas está determinado por el coste salarial cuyo valor está dado por la masa salarial, $M_i = w_i L_i$.

Sustituyendo L_1 y L_2, por sus respectivas expresiones, se obtiene que la masa salarial, será, respectivamente: $M_1 = w_1 \left(\frac{w_1 - \lambda}{\alpha} \right) y, \qquad M_2 = w_2 \left(\frac{w_2 - \lambda}{\alpha} \right) (1 - y),$

Dados los elementos que acabamos de determinar, describimos en el siguiente punto las funciones de beneficio.

Los beneficios

Las expresiones de las funciones de beneficio de las empresas están dadas por:

Empresa 1: $\Pi_1 = p_1 D_1 - M_1$, Empresa 2: $\Pi_2 = p_2 D_2 - M_2$

Sustituyendo D_1 y D_2, L_1 y L_2 en las expresiones correspondientes de Π_1 y Π_2, se obtiene la formulación de los beneficios de ambas empresas (ver anexo 1).

$$\Pi_1 = \left[p_1 - \frac{w_1}{\alpha} (w_1 - \lambda) \right] y \qquad (8\text{-}1), \quad \Pi_2 = \left[p_2 - \frac{w_2}{\alpha} (w_2 - \lambda) \right] (1 - y) \quad (8\text{-}2)$$

5.3. Equilibrio

Como se ha mencionado anteriormente, para determinar la solución del juego propuesto utilizamos el método de inducción hacia atrás, por lo que en esta primera parte de resolución calculamos en primer lugar el equilibrio en precios y salarios para luego obtener el equilibrio en localizaciones.

Se divide el estudio del equilibrio en dos partes, un primer caso con rendimientos constantes, $\beta = 1$, y un segundo caso para rendimientos no constantes $\beta \neq 1$.

5.3.1. Equilibrio con rendimientos constantes ($\beta = 1$)

Equilibrio en salarios y precios

En un primero paso, se determina los salarios de los trabajadores, así que:

Usando la restricción $y = \frac{1}{2}\left[\eta\left(\frac{w_1 - \lambda}{\alpha}\right)y\right]$ de la expresión $\left(7' - 1\right)$, se obtiene un salario de los trabajadores de la empresa 1 es: $w_1^* = \lambda + \frac{2\alpha}{\eta}$.

De la misma manera, usando la restricción $1 - y = \frac{1}{2}\left[\eta\left(\frac{w_2 - \lambda}{\alpha}\right)(1 - y)\right]$ de la expresión $\left(7' - 2\right)$, se obtiene que el salario de los trabajadores de la empresa 2 es: $w_2^* = \lambda + \frac{2\alpha}{\eta}$

Por lo tanto tenemos que: $w_1^* = w_2^* = \lambda + \frac{2\alpha}{\eta}$.

Si se considera un esfuerzo lineal cuadrático convexo ($\lambda > 0$, $\alpha > 0$), el salario es mayor que el salario obtenido por Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015) y cumple con la condición (4) así que se tiene que el salario de equilibrio es mayor que el salario mínimo que exige un obrero.

Si ahora se considera un esfuerzo lineal cuadrático cóncavo ($\lambda > 0$, $\alpha < 0$), el salario obtenido será mayor o menor dependiendo del valor de λ, α y η y cumple con la condición (5) que significa que el salario de equilibrio cumplirá también con un valor que la empresa estará dispuesta a pagar.

Considerando el valor obtenido para los salarios, el consumidor indiferente se convierte ahora en: $y = \frac{p_2 - p_1}{2\,k(x_2 - x_1)} + \frac{(x_2 + x_1)}{2}$.

Observación:

Hay una notable diferencia de salario entre el caso convexo y el cóncavo, el salario será siempre mayor en el caso convexo (para los mismos valores de λ), ya que $\alpha > 0$, que en el caso cóncavo, donde $\alpha < 0$.

Dada la igualdad de los salarios en ambas empresas, la expresión del consumidor/ trabajador indiferente entre las dos empresas es igual a la que se ha obtenido por D'Aspremont et al. (1979).

Volviendo a la determinación del equilibrio en precios, la solución vendrá ahora determinada por la maximización de Π_1 respecto a p_1 y Π_2 respecto a p_2. Sustituyendo w_1^* en la expresión del beneficio de la empresa 1, (8-1), w_2^* en la expresión del beneficio de la empresa 2, (8-2) se obtiene lo siguiente:

$$\max_{p_1}\left(p_1 - \frac{2\,(2\alpha + \lambda\eta)}{\eta^2}\right)y \quad , \qquad \max_{p_2}\left(p_2 - \frac{2\,(2\alpha + \lambda\eta)}{\eta^2}\right)(1-y)$$

El resultado viene dado por:

$$p_1 = \frac{2}{\eta}\left(\lambda + \frac{2\alpha}{\eta}\right) + \frac{1}{3}\,k(x_2 - x_1)\,(2 + x_1 + x_2)\,,\ p_2 = \frac{2}{\eta}\left(\lambda + \frac{2\alpha}{\eta}\right) + \frac{1}{3}\,k\,(x_2 - x_1)\,(4 - x_1 - x_2)$$

Se puede observar que a mayor salario (mayor valor de λ , mayor valor de α, menor valor de η), mayor precio. Por otra parte tenemos que: $\frac{\partial p_1^*}{\partial x_1} < 0$ y $\frac{\partial p_2^*}{\partial x_2} > 0$.

En el caso de considerar que $\lambda = 0$ y $\alpha > 0$, se vuelve a encontrar los resultados obtenidos por Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015).

Dados los valores de equilibrio de los salarios obtenidos, $w^* = w_1^* = w_2^* = \lambda + \frac{2\alpha}{\eta}$, se puede expresar p_1 y p_2 directamente en función de estos salarios tal que:

$p_1 = \frac{2}{\eta} w^* + \frac{1}{3} k(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2)$, $p_2 = \frac{2}{\eta} w^* + \frac{1}{3} k(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2)$. A mayores salarios mayores precios.

Una vez obtenidos los precios y salarios en el equilibrio, las funciones de beneficio en el equilibrio serán:

$$\Pi_1(x_1, x_2) = \frac{1}{18} k(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2)^2, \ \Pi_2(x_1, x_2) = \frac{1}{18} k(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2)^2$$

Equilibrio en localización

El equilibrio en localización viene dado por la maximización de las correspondientes funciones de beneficios:

$$\max_{x_1} \left[\frac{1}{18} k(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2)^2 \right] \quad \text{y} \quad \max_{x_2} \left[\frac{1}{18} k(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2)^2 \right]$$

Resolviendo sobre estas funciones se obtiene la siguiente proposición:

<u>Proposición 1:</u>

En el modelo de Hotelling con una función de producción de rendimientos de escala constantes y un mercado de trabajo con un esfuerzo lineal cuadrático, se tiene un equilibrio de Nash en localización dado por: $(x_1^*, x_2^*) = \left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4} \right)$.

Demostración: (ver anexo 2)

Observación:

Con ese resultado, tenemos que el consumidor/trabajador indiferente es $y = 1/2$, por lo tanto las demandas son iguales $D_1 = D_2 = 1/2$, así como los precios y beneficios, $p_1 = p_2$ y $\Pi_1 = \Pi_2$, donde: $(p_1 = p_2) = \left(\frac{2}{\eta}w^* + \frac{2}{3}k\right)$ y $\Pi_1 = \Pi_2 = \frac{1}{3}k$.

Puede comprobarse también que, el resultado que cumple las condiciones de óptimo es también un resultado simétrico.

5.3.2. Equilibrio con rendimientos no constantes ($\beta \neq 1$)

Igual que en el caso particular $\beta = 1$, trataremos de resolver primero el equilibrio en salarios y precios y a continuación estudiaremos el equilibrio en localización.

Equilibrio en salarios y precios

La obtención del equilibrio en precios y salarios requiere la solución al siguiente problema:

$$\underset{p_1, w_1}{MAX} \quad \Pi_1(p_1, w_1, p_2, w_2, x_1, x_2)$$

$$s.a \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left[\eta\left(\frac{w_1 - \lambda}{\alpha}\right)\right]^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

y

$$\underset{p_2, w_2}{MAX} \quad \Pi_2(p_1, w_1, p_2, w_2, x_1, x_2)$$

$$s.a \quad (1-y) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left[\eta\left(\frac{w_2 - \lambda}{\alpha}\right)\right]^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

De la resolución de este problema obtenemos la siguiente proposición:

<u>Proposición 2</u>*:*

En el modelo de Hotelling con una función de producción de rendimientos de escala no constantes y un mercado de trabajo con un esfuerzo lineal cuadrático, el equilibrio de Nash en salarios y precios se caracteriza por las siguientes expresiones:

$$w_2^* = \lambda + \left[\left(\frac{1}{A} \right) - \left(w_1^* - \lambda \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \right]^{\frac{1-\beta}{\beta}} \quad (9\text{-}1)$$

$$\frac{\left(w_1^* - \lambda\right)\left[(2-\beta)\, w_1^* + \lambda\, \beta\right]}{2\,\alpha\,\beta} - \frac{\left(w_2^* - \lambda\right)\left[(2-\beta) w_2^* + \lambda\, \beta\right]}{2\,\alpha\,\beta} + 6A\, z\, \left(w_1^* - \lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} = z\,\left(2+q\right) \quad (9-2)$$

$$p_1^* = \frac{w_1\left(w_1 - \lambda\right)}{\alpha\,\beta} + 2\,A k\, z \left(w_1 - \lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}, \qquad p_2^* = \frac{w_2\left(w_2 - \lambda\right)}{\alpha\,\beta} + 2\,A k\, z\, \left(w_2 - \lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \quad (9\text{-}3)$$

Donde A , z y q se corresponden con:

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{\eta}{\alpha}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}, \quad z = \left(x_2 - x_1\right), \quad q = \left(x_1 + x_2\right)$$

Demostración: (ver anexo 3).

Con ese resultado, el consumidor indiferente se expresa ahora de la siguiente forma:

$$y = \frac{q}{2} + A \left\{ \left[\frac{1}{A} - \left(w_1 - \lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \right] - \left(w_1 - \lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \right\} + \frac{\left(2-\beta\right)}{4\alpha\beta\, k\, z} \left[w_2^2 - w_1^2 \right]$$

En el caso particular de localizaciones simétricas en el cual $q = 1$ el equilibrio en salarios y precios, está dado por lo siguiente:

Corolario 1:

Para localizaciones simétricas, $q = 1$, el equilibrio de Nash en salarios y precios está dado por: $w_{1s}^* = w_{2s}^* = \lambda + \dfrac{2\alpha}{\eta}$, $\quad p_{1s}^* = p_{2s}^* = \dfrac{2}{\eta\,\beta}\left(\lambda + \dfrac{2\alpha}{\eta}\right) + k\,z$.

Demostración: Para localizaciones simétricos, al equilibrio se tiene que $w_{1s}^* = w_{2s}^*$ y $p_{1s}^* = p_{2s}^*$ y para llegar a las expresiones $w_{1s}^*, w_{2s}^*, p_{1s}^*, p_{2s}^*$ es suficiente sustituir $q = 1$ en la expresión (9-1) y (9-3).

Equilibrio en localizaciones

Para determinar el equilibrio, se considerara a continuación que los beneficios de las empresas 1 y 2 son funciones de las localizaciones $(x_1\ ,\ x_2)$. Para ello, partiendo de las expresiones de las funciones de beneficio dadas por (8-1) y (8-2), se examina el siguiente problema: $\max\limits_{x_1} \ \Pi_1\ (x_1, x_2)$ y $\max\limits_{x_2} \ \Pi_2\ (x_1, x_2)$.

Resolviendo dicho problema obtenemos la siguiente proposición:

Proposición 3:

El equilibrio de Nash en localización se caracteriza por la siguiente ecuación:

$$x_1^2 - 2\left[\left(\gamma_1 + \frac{1}{8}\right) - \frac{3}{8}\gamma_2\right]x_1 - \left[\left(\gamma_1 + \frac{1}{8}\right) + \frac{1}{8}\gamma_2\,\gamma_3\right] = 0 \qquad (10)$$

Donde:

$$\gamma_1 = \frac{w_1^*\left(w_1^* - \lambda\right)}{8\,\alpha\,k}\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)\left(1 - \frac{2}{\beta}\right),$$

$$\gamma_2 = \frac{\lambda}{\alpha k}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)^2\left(w_1^* - \lambda\right),$$

$$\gamma_3 = 1 + \frac{2}{\alpha k}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)w_1^*\left(w_1^* - \lambda\right)$$

Demostración: (ver anexo 4).

Este equilibrio también se puede caracterizar, transformando la ecuación (10), en la siguiente igualdad:

$F(x_1) = G(x_1)$ donde $F(x_1)$ *y* $G(x_1)$ son, respectivamente:

$$F(x_1) = x_1^{\,2} - 2\left(\frac{\alpha}{2k\eta^2}\beta_1\beta_2 + \frac{1}{8}\right)x_1 - \left(\frac{\alpha}{2k\eta^2}\beta_1\beta_2 + \frac{1}{8}\right)$$

$$G(x_1) = \frac{\lambda\beta_1}{2k\eta}\left(-3\beta_1 + \beta_2\right)x_1 + \frac{\lambda\beta_1}{4k^2\eta^3}\left[k\eta^2\left(-3\beta_1 + \beta_2\right) + 4\beta_1^2\left(\lambda\eta + 2\alpha\right)\right]$$

Siendo β_1 y β_2, respectivamente: $\beta_1 = \left(1-\frac{1}{\beta}\right)$, $\beta_2 = \left(1-\frac{2}{\beta}\right)$

<u>*Corolario 2:*</u>

El equilibrio simétrico en localización, cuando existe, está dado por:

$$x_1^* = \left[\left(\gamma_1 + \frac{1}{8}\right) - \frac{3\gamma_2}{8}\right] - \sqrt{\left\{\left[\left(\gamma_1 + \frac{1}{8}\right) - \frac{3\gamma_2}{8}\right]^2 + \left[\left(\gamma_1 + \frac{1}{8}\right) + \frac{\gamma_2\gamma_3}{8}\right]\right\}}$$

Demostración: Se encuentra la solución x_1^* resolviendo la ecuación (10).

5.4. Estudio comparativo del equilibrio

A continuación, abordamos el análisis del equilibrio en localización a través de los casos relevantes que interesan del mismo, según de la determinación que se haga de los

parámetros de los que depende la función de esfuerzo. De acuerdo con esto, podemos encontrar tres casos relevantes que definimos a continuación:

- CASO 1: $\lambda = 0$. Esta definición de parámetros nos lleva a identificar la función de esfuerzo al caso cuadrático.
- CASO 2: $\lambda = \alpha$. Esta definición de los parámetros nos lleva, en este caso, al que hemos definido como lineal cuadrático, convexo.
- CASO 3: $\alpha = -\lambda$. Esta definición de los parámetros nos lleva ahora al caso lineal cuadrático, cóncavo.

5.4.1. Caso cuadrático: $\lambda = 0, \; F_i(e_i) = \frac{\alpha}{2} e_i^2$

Para localizaciones simétricas $x_2 = 1 - x_1$, el equilibrio de Nash en salarios y precios se corresponde con: $w_1^* = w_2^* = \frac{2\alpha}{\eta}$, $p_1^* = p_2^* = \frac{2\alpha}{\eta^2 \beta} + k \; (1 - 2x_1^*)$

El equilibrio en localización determinado por la ecuación (10) en ese caso, se concreta en este caso en:

$$\gamma_1 = \frac{\alpha}{2k\eta^2}\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)\left(1 - \frac{2}{\beta}\right),$$

$$\gamma_2 = 0 \; ,$$

$$\gamma_3 = 0$$

Esto implica resultados similares a los de Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015).

Para poder aproximar un análisis sobre los equilibrios que podemos encontrar, consideramos unos casos particulares, dando valores al resto de los parámetros, lo que nos permite analizar más en profundidad el escenario de la localización en función de cual sean los valores de la eficiencia del factor trabajo y del tipo de tecnología utilizada. Así, fijamos los valores de k, λ y α como $k = 2$, $\lambda = 0$, $\alpha = 1$. Estos son los valores que permiten una comparación más homogénea con el trabajo de Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015).

Los resultados que se obtienen, se recogen en la Tabla 5.1, en la que observamos que:

- Los precios disminuyen según aumentan η y β .
- La localización entre las empresas es de menor diferenciación cuanto más eficiente es el factor trabajo, η.
- La distancia entre las empresas, medida por z , depende del valor concreto que tenga β . Vemos que disminuye hasta que $\beta = 1$ y aumenta de nuevo para valores $\beta > 1$, aunque siempre menores que para los valores pequeños de β .

Tabla 5.1. Valores de las localizaciones, precios y distancias $k=2,\ \lambda=0,\ \alpha=1$					
η	β	x_1	x_2	z	$p_1 = p_2$
1	$1/2$	-0,4059	1,4059	1,8118	11,6236
1	$3/2$	-0,2294	1,2294	1,4588	5,5843
1	$5/2$	-0,2681	1,2681	1,5362	4,6724
2	$1/2$	-0,3279	1,3279	1,6558	5,3116
2	$3/2$	-0,2453	1,2453	1,4906	3,6479
2	$5/2$	-0,2549	1,2549	1,5098	3,4196
4	$1/2$	-0,2769	1,2769	1,5538	1,5538
4	$3/2$	-0,2488	1,2488	1,4976	0.5179
4	$5/2$	-0,2512	1,2512	1,5024	0,3108

Interesa especialmente analizar cómo afecta a la localización el tipo de tecnologías aplicadas, es decir, el valor que determine β . Por lo tanto, si consideramos los valores de los parámetros ya determinados ($k=2,\ \lambda=0,\ \alpha=1$) y añadiendo a estos el valor de $\eta = 4$ [34], la función de localización se concreta ahora según la expresión:

$$\beta^2\left(64x^2-18x-9\right)+3\beta\left(2x+1\right)-2\left(x+2\right)=0$$

[34] Aunque de momento pueda parecer que se adopta este valor de forma aleatoria, veremos más adelante que es un valor que permite hacer comparaciones homogéneas con el resto de casos a estudio.

Esta expresión responde a la siguiente representación gráfica:

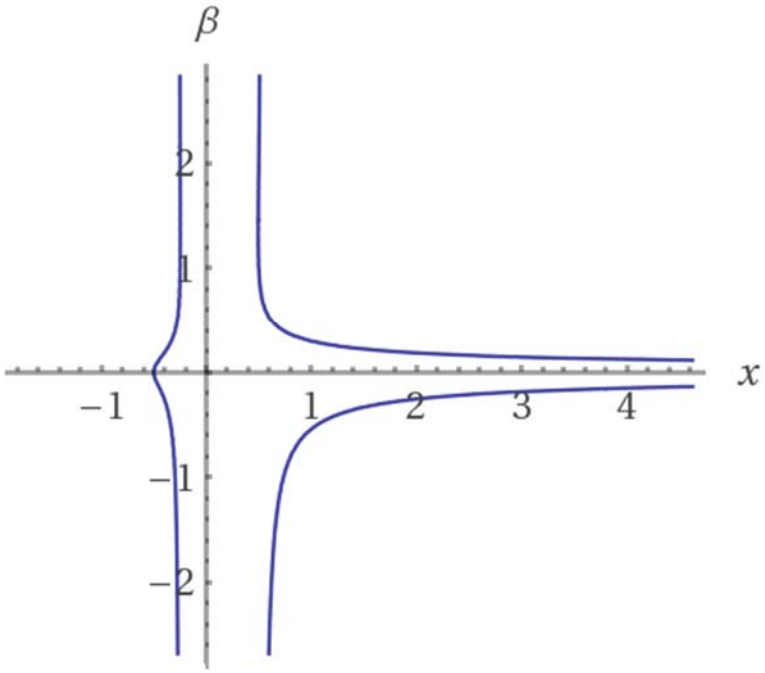


Grafico nº 5.2: Representación de la función localización para el caso 1. Dados los valores $k=2, \lambda=0, \alpha=1, \eta=4$

Donde la localización de equilibrio, según el valor de β , responde a la expresión:

$$x_1^* = \frac{\left(9\beta^2 - 3\beta + 2\right) - \sqrt{\left(657\beta^4 - 1090\beta^2 + 809\beta - 96\right)}}{64\beta^2}$$

En el anexo 5 podemos ver una representación gráfica del equilibrio en localizaciones para este caso, y observar que coinciden con los valores recogidos en la Tabla nº 5.1.

5.4.2. Caso Lineal Cuadrático convexo: $\lambda = \alpha$, $F_i(e_i) = \lambda \left(e_i + \frac{1}{2}e_i^2\right)$

Para localizaciones simétricas $x_2 = 1 - x_1$, el equilibrio de Nash en salarios y precios corresponde: $w_1^* = w_2^* = \frac{\lambda}{\eta}(\eta + 2)$, $p_1^* = p_2^* = \frac{2\,\lambda\,k}{\eta\,\beta}\left(1 + \frac{2}{\eta}\right) + k\,(1 - 2\,x_1^*)$

El equilibrio en localización dado por la ecuación (10), y en ese caso, se tiene que:

$$\gamma_1 = \frac{\lambda(\eta+2)}{4k\,\eta^2}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)\left(1-\frac{2}{\beta}\right), \qquad \gamma_2 = \frac{2\,\lambda}{\eta\,k}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)^2, \qquad \gamma_3 = 1+\frac{4\lambda(\eta+2)}{k\,\eta^2}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)$$

Si utilizamos de nuevo la concreción de los parámetros determinados en el caso anterior, encontramos de nuevo los precios, las localizaciones y las distancias para este caso, que tenemos recogidos en la Tabla 5.2. Los valores de los parámetros serán ahora: $k = 2$, $\lambda = 1$ y $\alpha = 1$.

Los resultados que se obtienen, se recogen en la Tabla 5.2, en la que observamos que:

- Los precios disminuyen según aumenta η, sin embargo dependiendo del valor de β vemos que pueden disminuir (para $\eta = 1$), o empezar con disminución y luego aumentar (para $\eta = 2$ y $\eta = 4$), según sea el tipo de tecnología considerada.
- La diferenciación por localización es inicialmente mayor, y luego disminuye algo, según aumenta el valor de η.
- La distancia entre las empresas, medida por z, depende del valor concreto que tenga β y η. Si $\eta = 1$, la distancia aumenta con el valor de β, pero para $\eta > 1$ vemos que aumenta inicialmente en el cambio de rendimientos decrecientes a crecientes, pero según aumentan los rendimientos crecientes aumenta de nuevo.

Tabla 5.2. Valores de las localizaciones, precios y distancias $k=2,\ \lambda=1,\ \alpha=1$					
η	β	x_1	x_2	z	$p_1 = p_2$
1	$1/2$	-0,3042	1, 3042	1,6084	13,6084
1	$3/2$	-0,3143	1, 3143	1,6286	7,2572
1	$5/2$	-0,58	1, 58	2,16	6,72
2	$1/2$	-0,4190	1, 4190	1,838	5,676
2	$3/2$	-0,2714	1, 2714	1,5428	3,7523
2	$5/2$	-0,3688	1, 3688	1,7376	3,8752
4	$1/2$	-0,3786	1, 3786	1,7572	4,0144
4	$3/2$	-0,2595	1, 2595	1,519	3,2046
4	$5/2$	-0,2985	1, 2985	1,597	3,294

Aplicado estos valores de $k = 2, \alpha = 1, \lambda = 1\ y\ \eta = 4$, se obtiene ahora que:

$$\gamma_1 = \frac{1}{2\beta^2}\ (1-\beta)(2-\beta), \qquad \gamma_2 = \frac{2}{\beta^2}\ (1-\beta)^2, \qquad \gamma_3 = 1+12\left(1-\frac{1}{\beta}\right)$$

El equilibrio se caracteriza por la ecuación siguiente:

$$\beta^3\left(128x_1^2-20x-29\right)+\beta^2\left(-12x+35\right)-25\beta+3=0$$

Que podemos representar según el siguiente gráfico:

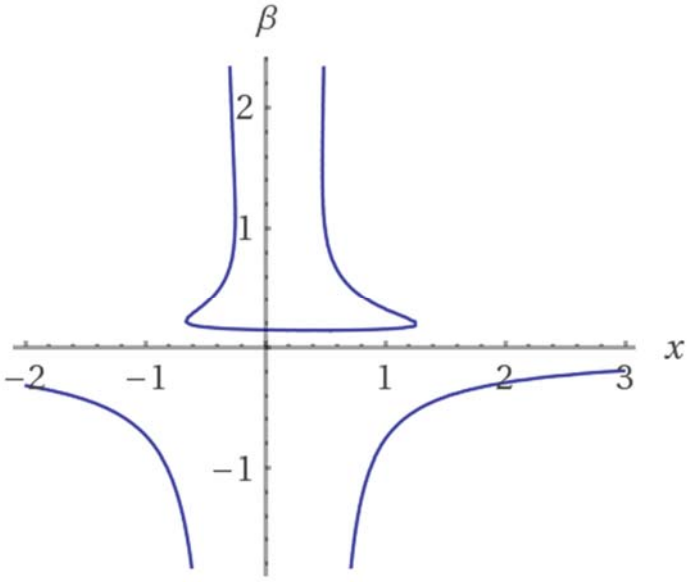


Grafico nº 5.3: Representación de la función localización para el caso 2. Dados los valores $k=2,\ \lambda=1, \alpha=1, \eta=4$.

Donde la localización de equilibrio, según el valor de β , responde a la expresión:

$$x_1^* = \frac{\left(5\beta^2 + 3\beta\right) - \sqrt{\beta\left(953\beta^3 - 1090\beta^2 + 809\beta - 96\right)}}{64\beta^2}$$

En el anexo 5 podemos ver una representación gráfica del equilibrio en localizaciones para este caso, y observar que coinciden con los valores recogidos en la Tabla nº 5.2.

5.4.3. Caso lineal cuadrático cóncavo: $\alpha = -\lambda$, $F_i(e_i) = \lambda\ (e_i - \frac{1}{2}e_i^2)$

Para localizaciones simétricas el equilibrio de Nash en salarios y precios corresponde a las siguientes expresiones:

$$w_1^* = w_2^* = \frac{\lambda}{\eta}\ (\ \eta - 2\ ),\quad p_1^* = p_2^* = \frac{2\ \alpha\ k}{\eta\ \beta}\left(1 - \frac{2}{\eta}\right) + k\ (1 - 2\ x_1^*)$$

A partir de estas expresiones, observamos que η debe ser mayor de 2 , $\eta \geq 2$, ya que de lo contrario el salario resultaría negativo. Dado que esta forma funcional no es posible

para valores $\eta < 2$, para poder realizar las comparaciones de forma homogénea entre los tres casos, se elige un valor de $\eta \geq 2$, y por esta razón, las formas funcionales que se representan tienen un valor de $\eta = 4$. Esta es ya una diferencia que podemos encontrar con respecto a los casos anteriores.

El equilibrio en localización, en este caso, se define por la ecuación (10) donde ahora:

$$\gamma_1 = \frac{\lambda\,(\,\eta - 2\,)\,(1-\beta)(2-\beta)}{4\eta^2\,k\,\beta^2}\ ,\ \gamma_2 = \frac{2\,\lambda(1-\beta)^2}{\eta\,k\beta^2}\ ,\ \gamma_3 = 1 + \frac{4\,\lambda(\,\eta - 2\,)(\beta - 1)}{k\,\eta^2\,\beta^2}$$

Si utilizamos de nuevo la concreción de los parámetros determinados en los casos anteriores, recogemos los precios, localizaciones y distancias de equilibrio en este tercer caso, y que vemos en la Tabla 5.3. Los valores de los parámetros serán ahora: $k = 2$, $\lambda = 1\ y\ \alpha = -1$.

Según observamos en la Tabla 5.3, en este caso cóncavo tenemos que:

- Los precios disminuyen según aumenta η, sin embargo dependiendo del valor de β vemos que pueden disminuir (para $\eta = 1$), o empezar con disminución y luego aumentar (para $\eta = 2\ y\ \eta = 4$), según sea el tipo de tecnología considerada.
- La localización disminuye según aumenta el valor de η.
- La distancia entre las empresas, medida por z, disminuye según aumenta η y según aumenta β, la distancia disminuye al pasar de $\beta = \frac{1}{2}$ a $\beta = \frac{3}{2}$ para volver a aumentar un poco al aumentar a $\beta = \frac{5}{2}$, aunque sin llegar a los niveles de distancia existentes con rendimientos decrecientes.

Tabla 5.3. Valores de las localizaciones y precios para valores de *k=2*, $\lambda = 1$, $\alpha = -1$					
η	β	x_1	x_2	z	$p_1 = p_2$
2	$1/2$	-0,5	1, 5	2,0000	4
2	$3/2$	-0, 2737	1, 2737	1,5474	3,0948
2	$5/2$	-0,3308	1, 3308	1,6616	3,3232
4	$1/2$	-0,3707	1, 3707	1,7414	3,9828
4	$3/2$	-0,2610	1, 2610	1,5220	3,2107
4	$5/2$	-0,2922	1, 2922	1,5844	3,2688

En el caso concreto de $k = 2,\ \alpha = -1,\ \lambda = 1\ \ y\ \ \eta = 4$, el equilibrio se caracteriza por la ecuación siguiente:

$$\beta^3\left(128x_1^2 - 12x_1 - 23\right) + \beta^2\left(-36x_1 + 17\right) + \beta\left(16x_1 - 11\right) + 1 = 0$$

Con la siguiente representación gráfica:

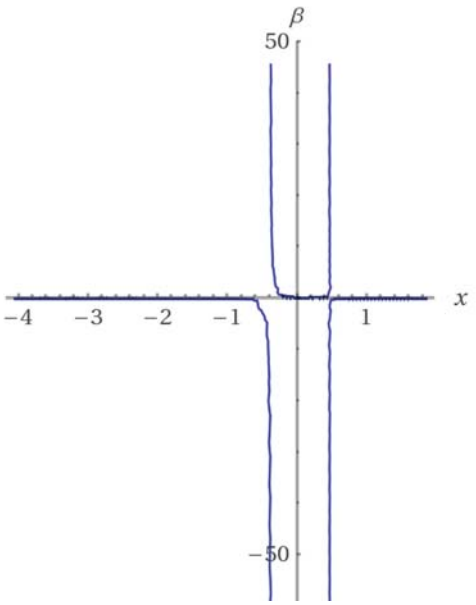


Gráfico nº 5.4.: Representación de la función localización para el caso 3. Dados los valores $k=2,\ \lambda=-1,\ \alpha=1,\ \eta=4$

La solución en este caso viene dada por:

$$x_1^* = \frac{\left(3\,\beta^2 + 9\,\beta - 4\right) - \sqrt{745\,\beta^4 - 490\,\beta^3 + 409\,\beta^2 - 504\,\beta + 16}}{64\,\beta^2}.$$

5.4.4. Comparación de los 3 casos

Dado que el análisis se ha centrado en los tres casos considerados, y para unos parámetros dados, la comparación se realiza en función de los parámetros de los que depende la función de producción, la eficiencia en el trabajo η, y β, como expresión del tipo de tecnología utilizada.

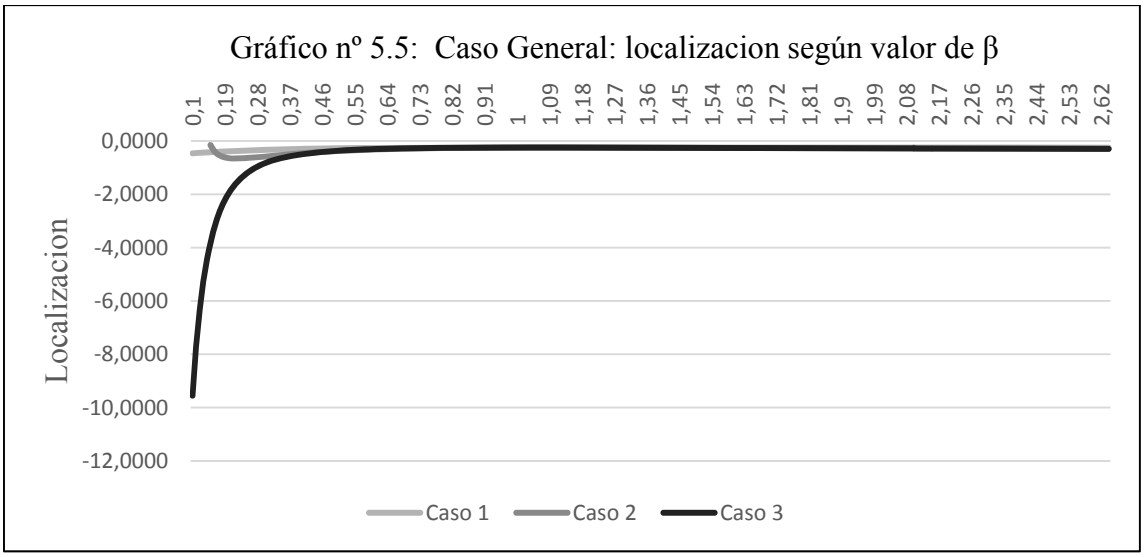
Ya hemos visto una primera diferencia entre los tres casos, con referencia a η, y es que el caso cóncavo sólo es posible si la eficiencia del trabajo es mayor que 2, $\eta > 2$. Esto tiene sentido desde el punto de vista de que en este caso el esfuerzo del trabajo tiene una limitación en su rendimiento (recordamos que este caso 3 tiene, en el mejor de los casos, incrementos decrecientes), y esto parece indicar que debería ser compensado con una mayor eficiencia en el trabajo.

Sin embargo, los resultados más interesantes dependen del valor asignado al tipo de tecnología utilizada.

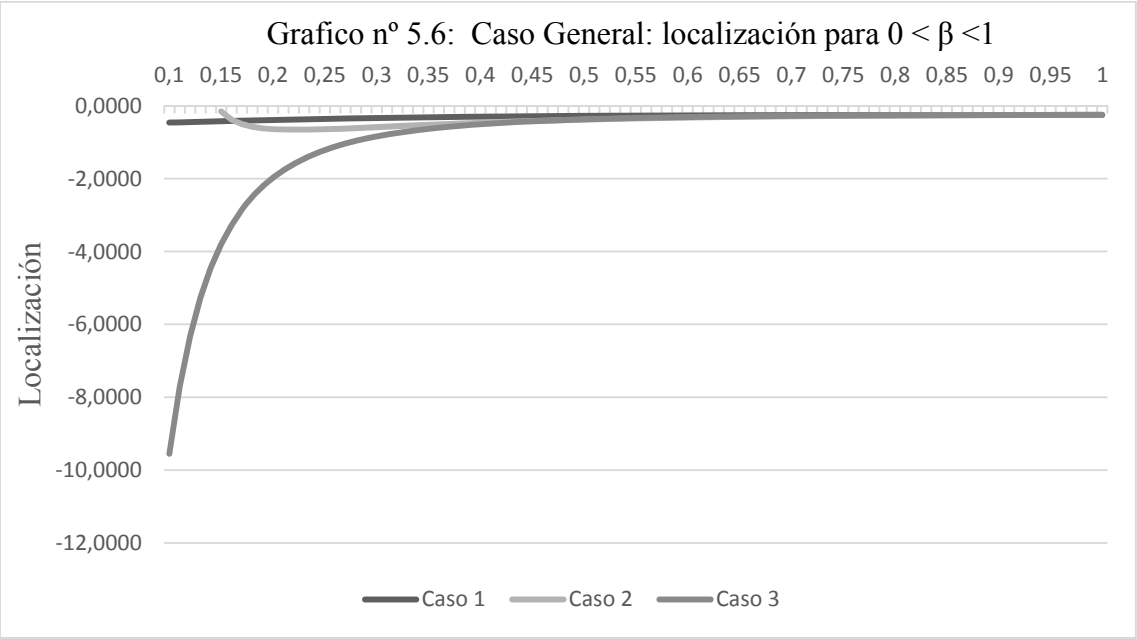
Una vez analizados cada caso por separado, podemos resumir los resultados de cada caso en la siguiente tabla (Tabla 5.4), lo que permite comparar la distancia a la que se localizan ambas empresas y ver así, por tanto, si la diferenciación que existe entre ellas es mayor o menor en cada caso.

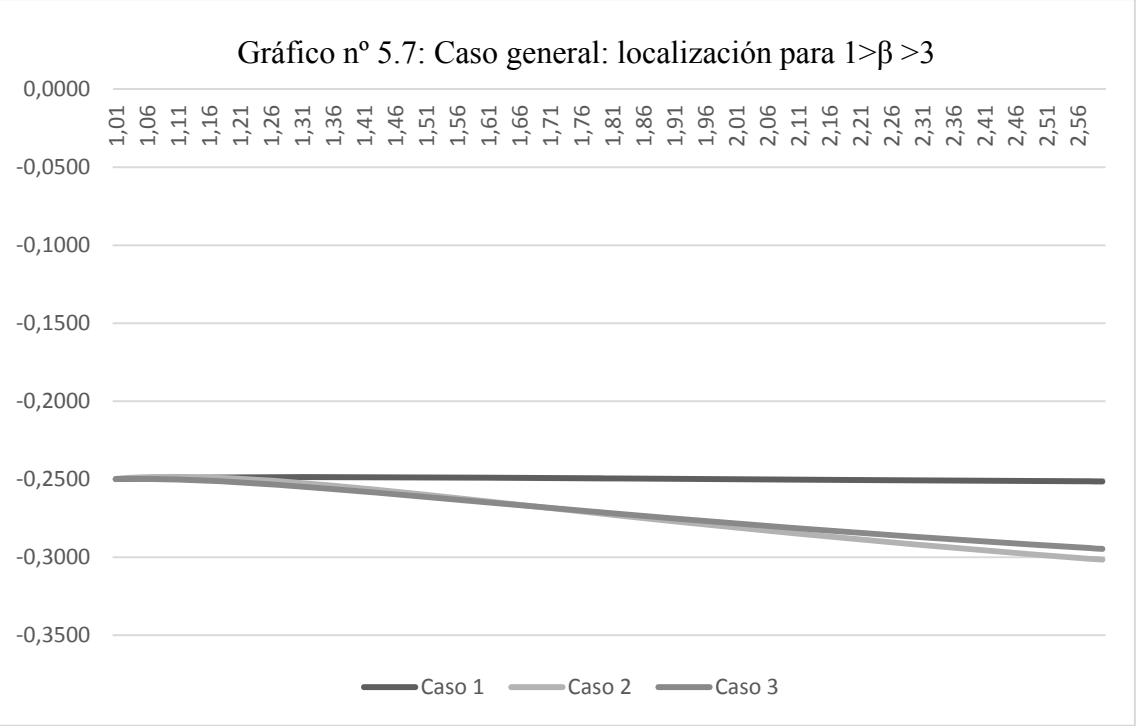
Tabla 5.4.: Comparación de los 3 casos				
η	β	Cuadrático k=2, $\lambda = 0$, $\alpha = 1$	Lineal cuadrático convexo k=2, $\lambda = 1$, $\alpha = 1$	Lineal cuadrático Cóncavo: k=2, $\lambda = 1$, $\alpha = -1$
		z	z	z
1	$1/2$	1,8118	1,6084	---
1	$3/2$	1,4588	1,6286	---
1	$5/2$	1,5362	2,16	---
2	$1/2$	1,6558	1,838	2,0000
2	$3/2$	1,4906	1,5428	1,5474
2	$5/2$	1,5098	1,7376	1,6616
4	$1/2$	1,5538	1,7572	1,7414
4	$3/2$	1,4976	1,519	1,5220
4	$5/2$	1,5024	1,597	1,5844

Si consideramos que $\beta > 0$, y recogemos las formas funcionales de los tres casos representadas anteriormente, podemos representar los tres casos, como vemos en el Gráfico nº 5.5 . Para ello acotamos el valor de β en un rango tal que $\beta \in (0\,,3)$.



Para observarlo mejor, podemos dividir el gráfico en dos partes, por un lado $0 < \beta < 1$ y por otro $1 < \beta < 3$:





Las tres funciones se cortan varias veces entre sí, aunque, en términos generales, el Caso 1 suele tener una localización más próxima a la ciudad que en el Caso 2 y Caso 3.

En la siguiente tabla se recogen los tramos en que se puede dividir la relación entre los tres casos, con indicación de qué caso tiene una mayor (indicada en la tabla con un 3) o menor (indicada en la tabla con 1) distancia de las empresas entre sí.

Tabla nº 5.5.: Diferenciación entre empresas según los casos y valor de β

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3
0 a 0,16	2	1	3
0,17 a 0,46	1	2	3
0,47 a 0,99	1	3	2
1,01 a 1,16	2	1	3
1,17 a 1,69	1	2	3
1,7 en adelante	1	3	2

Analizando estos resultados por cada tramo encontramos:

- En el primer tramo, para $0 < \beta \leq 0,16$, la menor diferenciación se da en el caso 2, donde la distancia es entre 0,5 y 0,9 veces menor que en el caso 1. Mientras que la mayor diferenciación se da en el caso 3, con entre 10 y 4 veces más distancia que en el caso 1 y entre 20 y 4 veces más que el caso 2.
- Para el tramo $0,17 \leq \beta \leq 0,46$, comparando el caso 1 y el caso 2, ahora la distancia es menor para el caso 1, si bien la relación entre ambas distancias es, como máximo de 1,33 veces mayor en el caso 2 que el 1. En relación al caso 3, la distancia entre las empresas sigue disminuyendo con respecto al caso 1 (pasando de 3, 64 veces al inicio del tramo a 1,15 veces mayor al final del tramo) y también con el caso 2 (de 3,34 veces mayor para 0,17 a prácticamente la misma distancia para 0,46).
- En el tramo $0,47 \leq \beta \leq 0,99$, la diferencia entre el caso 1 y el caso 2 sigue siendo mayor en el caso 2, que ahora es que más diferenciación presenta, si bien la distancia disminuye según aumenta el β, al igual que sucede con el caso 3, ya que en este tramo se va produciendo una confluencia hacia el momento en que los casos coinciden en la misma localización para $\beta = 1$.
- En el tramo $1,01 \leq \beta \leq 1,16$, ocurre lo mismo que en el tramo inicial, pero la diferencia entre las distancias de cada caso es ahora mucho menor, y de hecho se mantiene casi en la misma proporción entre los tres casos.
- El siguiente tramo, de $1,17 \leq \beta \leq 1,69$, vuelve a cambiar la relación entre el caso 2 y 3, siendo ahora mayor la distancia en 3. En relación a los 3 casos, hay una cierta diferencia con el caso 1, que tiene menos diferenciación, pero los casos 2 y 3 transcurren bastante próximos en este tramo.

- Como último tramo, cuando $\beta \geq 1,7$, el caso 1 sigue siendo el menor diferenciación, pero ahora el que tiene más diferenciación es el caso 2, y que aumenta a partir de este punto con el aumento de β.

  Esta relación de diferenciación entre los tres casos se mantiene estable, y si bien aumenta con el valor de β, las variaciones son muy pequeñas.

  Sin embargo no puede decirse que la diferencia entre los valores de los tres casos sea muy grande. La localización x_1 puede decirse que se establece entre 0,25 (para $\beta = \frac{5}{2}$) y 0,26 (para $\beta = 400$) para el Caso 1. La divergencia es algo mayor para los caso 2 y 3, siendo la localización x_1, para los mismos valores de β, entre 0,29 y 0,4, en el caso 2, y de 0,29 y 0,38 en el caso 3.

Algunas observaciones:

- En todos los casos, cuando se trata de rendimientos constantes, la localización de las empresas es la misma.
- El caso 1 suele ser siempre el que representa menor diferenciación, salvo para valores muy concretos de beta $\left(0 < \beta \leq 0,16 \text{ y } 1 < \beta \leq 1,16\right)$, que pasa a ser el segundo nivel.
- El caso 3 representa mayor diferenciación para valores pequeños de rendimientos decrecientes y de rendimientos crecientes.
- Existe un patrón definido en la diferenciación entre los tres casos, variando la misma con el valor de β, y que se repite para $\beta < 1$ y $\beta > 1$, si bien la distancia entre las empresas es mayor en el caso de $\beta < 1$.

- A partir de $\beta \geq 1,7$, la mayor diferenciación corresponde al caso 2. En estos niveles es más importante, por tanto, el efecto que tenga el valor de λ que el signo de α.

Si concretamos los valores de η y β, podemos representar el equilibrio en localización a través de las expresiones recogidas en el siguiente cuadro:

Tabla nº 5.6: Expresiones Equilibrio en localización para cada caso			
	Caso 1	**Caso 2**	**Caso 3**
	$k = 2, \alpha = 1,$ $\lambda = 0 \; y \; \eta = 4$	$k = 2, \alpha = 1,$ $\lambda = 1 \; y \; \eta = 4$	$k = 2, \alpha = -1,$ $\lambda = 1 \; y \; \eta = 4$
Beta=1/2	$x^2 - \frac{11}{32}x - \frac{11}{64} = 0$	$x^2 - \frac{11}{32}x - \frac{35}{128} = 0$	$x^2 - \frac{5}{32}x - \frac{25}{128} = 0$
Beta=3/2	$x^2 - \frac{71}{288}x - \frac{71}{576} = 0$	$x^2 - \frac{7}{32}x - \frac{143}{1152} = 0$	$x^2 - \frac{65}{288}x - \frac{439}{3456} = 0$
Beta=5/2	$x^2 - \frac{203}{800}x - \frac{203}{1600} = 0$	$x^2 - \frac{31}{160}x - \frac{2351}{16000} = 0$	$x^2 - \frac{149}{800}x - \frac{2237}{16000} = 0$

Otra forma que hemos determinado de representar el equilibrio en localización viene por la expresión:

$F(x) - G(x) = 0$, donde $F(x)$ y $G(x)$ son, respectivamente:

$$F(x) = x^2 - 2x\left(\frac{\alpha}{2k\eta^2}\beta_1\beta_2 + \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{\alpha}{2k\eta^2}\beta_1\beta_2 + \frac{1}{8}\right) = 0$$

$$G(x) = \frac{\lambda}{2k\eta}\beta_1(-3\beta_1 + \beta_2)x + \frac{\lambda}{4k^2\eta^3}\beta_1\left(\left(k\eta^2(\beta_1 + \beta_2)\right) + 4\beta_1^2(\lambda\eta + 2\alpha)\right)$$

Siendo β_1 y β_2 las siguientes expresiones, ya definidas anteriormente:

$$\beta_1 = \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \qquad \text{y} \qquad \beta_2 = \left(1 - \frac{2}{\beta}\right)$$

Concretando estas expresiones para los valores de los parámetros ya definidos y representando ambas, se puede observar, gráficamente, la diferencia en la localización entre el caso 1 y el caso 2 o 3, según se defina. Estas representaciones pueden comprobarse en el anexo 5.

En cuanto a los precios de equilibrio, en la Tabla 5.6. podemos comprobar el efecto provocado en cada caso:

Tabla nº 5.7: Niveles de precios en los distintos casos

η	β	Caso 1	Caso 2	Caso 3
1	$1/2$	11,6236	13,6084	---
1	$3/2$	5,5843	7,2572	---
1	$5/2$	4,6724	6,72	---
2	$1/2$	5,3116	5,676	4
2	$3/2$	3,6479	3,7523	3,0948
2	$5/2$	3,4196	3,8752	3,3232
4	$1/2$	1,5538	4,0144	3,9828
4	$3/2$	0.5179	3,2046	3,2107
4	$5/2$	0,3108	3,294	3,2688

Según podemos observar, los precios en el Caso 2 son siempre mayores que en el Caso 1, y lo mismo viene a ocurrir en el caso 3, cuando consideramos solo que $\eta = 4$ (recordamos que para $\eta \leq 2$, en el caso 3, el salario es igual a 0, y el esfuerzo, por tanto

podría ser negativo, lo que no tiene ningún sentido, por lo que no se consideran estos casos).

Sin embargo al comparar el caso 2 y el caso 3, aunque la diferencia no es muy grande, el precio será mayor o menor dependiendo de cuál sea el valor de β .

5.6. Conclusión

El planteamiento realizado en este trabajo consiste en, utilizando como marco de referencia el modelo de Hotelling, como forma de diferenciación espacial, analizar el efecto que tiene sobre un mercado (duopolio de Cournot en este caso), la introducción de una función de producción, que depende del factor trabajo, y cómo el equilibrio derivado en mercado de trabajo puede determinar el equilibrio en el mercado de bienes, con la determinación del precio, y de la organización del mercado, con la localización de las empresas presentes en el mismo.

Para ello se considera una Función de esfuerzo, como una forma de considerar la productividad del factor trabajo. Una función de esfuerzo que, a diferencia de Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015), es una función lineal cuadrática, lo que implica un caso, no sólo más general, sino más realista de lo recogido por estos autores, al considerar tanto una función de esfuerzo convexa, como una cóncava, que parece que refiere una situación más próxima a la realidad.

Se ha podido determinar una expresión general del equilibrio. Sin embargo, dada la cantidad de parámetros utilizados en el análisis, esta expresión no resulta nada intuitiva por lo que se ha recurrido a dar valores a los parámetros, por un lado a los que se consideran más habituales dentro de la literatura de referencia (como es el caso de k), y por otro a los parámetros que determinan la función de esfuerzo y que permite comparar los tres casos determinados. Así, el resultado queda en función de los parámetros que

determinan la función de producción, la eficiencia del factor trabajo, η, y la determinación del tipo de tecnología utilizada, β .

El análisis realizado, permite examinar la determinación del mercado para los tres casos considerados, el cuadrático, el lineal convexo y el lineal cóncavo, que expresamos como Caso 1, Caso 2 y Caso 3 respectivamente.

Según esto, los resultados obtenidos los podemos resumir como sigue:

En relación a la determinación de los precios, tenemos que:

- Si consideremos exclusivamente el valor de la eficiencia del factor trabajo, η, vemos que los precios disminuyen según aumenta η, en los tres casos.
- En cuando a β , mientras en el Caso 1 sucede lo mismo que con η , y disminuyen al aumentar los rendimientos, con el caso 2 y 3 no sucede igual, ya que según aumenta β , los precios tienden, inicialmente a bajar, pero luego suben algo, aunque sin llegar nunca a recuperar los niveles iniciales.

En cuanto a la localización de la empresa 1 (dado que se trabaja sobre el caso simétrico, la situación de la empresa 2 es simétrica a la empresa 1), y considerando un mismo valor de η:

- La localización de las empresas es la misma en los 3 casos, cuando se trata de rendimientos constantes, $\beta = 1$: $(x_1^*, x_2^*) = \left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$.
- El mayor nivel de diferenciación se produce cuando los rendimientos son decrecientes.
- Para rendimientos crecientes la diferenciación es mayor que en caso de los constantes pero no de los decrecientes.

- En el caso 1 encontramos que la diferenciación disminuye con el valor de β, hasta $\beta = 2$, en que empieza a aumentar levemente, hasta hacerse estable en torno al valor de localización de los rendimientos constantes $(x_1(para \quad \beta > 2) \cong x_1(para \quad \beta = 1))$.
- En el caso 2, la diferenciación también disminuye inicialmente, hasta $\beta = 1{,}10$, y luego aumenta continuamente (aunque son llegar en ningún momento a los mayores valores de rendimientos decrecientes, que se producen en los tramos 1 y 2 de β). Se encuentra una cierta estabilización (a partir de $\beta = 50$) para localizaciones en torno a -0,40 ($x_1 \approx -0{,}40$).
- En el caso 3, la diferenciación por localización va disminuyendo, inicialmente, hasta $\beta = 1{,}06$, y luego aumenta continuamente, sin recuperar los valores máximos de diferenciación iniciales. Se encuentra una cierta estabilización (a partir de $\beta = 50$) para localizaciones en torno a -0,375 ($x_1 \approx -0{,}375$).

Comparando los tres Casos, dado cada uno de ellos varia a diferente ritmo, podemos encontrar distintos tramos según el valor de β, en el que la distancia ,(z), entre las empresas, es mayor o menor entre ellos, según se recoge en la Tabla 5.5, pero en términos generales, podemos ver que:

- El nivel de precios es menor cuando se considera una función lineal cuadrática que con una función cuadrática, como la determinada en Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015).
- El Caso 1 suele tener una localización más próxima a la ciudad que en el Caso 2 y Caso 3.
- Los precios son mayores en los casos 2 y 3 que en el caso 1, y además existe una fuerte diferencia, con precios entre 3 y 10 veces mayores.

Como resumen final, si pensamos que la mayoría de las empresas funciona con rendimientos decrecientes, podemos decir que este supuesto de partida resulta determinante, ya que es precisamente en este tramo donde encontramos las mayores diferencias entre los resultados del caso cóncavo para la función de esfuerzo y los obtenidos por Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015) de la función cuadrática , con una mayor diferenciación entre las localizaciones de ambas empresas, y, en consecuencia, al disminuir también la competencia, los precios son mayores.

5.7. Anexos

Anexo 1: Determinación del consumidor indiferente

Para obtener el Consumidor indiferente se resuelve la ecuación $U_1(x) = U_2(x)$ donde las funciones de utilidad $U_1(x)$; $U_2(x)$ son:

$$U_1(x) = \bar{u} - \left[\lambda\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right) + \frac{\alpha}{2}\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right)^2\right] + \left[I - w_1\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right) - p_1\right] - k(x-x_1)^2$$

$$U_2(x) = \bar{u} - \left[\lambda\left(\frac{w_2-\lambda}{\alpha}\right) + \frac{\alpha}{2}\left(\frac{w_2-\lambda}{\alpha}\right)^2\right] + \left[I - w_2\left(\frac{w_2-\lambda}{\alpha}\right) - p_1\right] - k(x-x_2)^2$$

Sustituyendo las expresiones en la igualdad $U_1(x) = U_2(x)$, se tiene:

$$\bar{u} - \left[\lambda\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right) + \frac{\alpha}{2}\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right)^2\right] + \left[I - w_1\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right) - p_1\right] - k(x-x_1)^2 =$$

$$\bar{u} - \left[\lambda\left(\frac{w_2-\lambda}{\alpha}\right) + \frac{\alpha}{2}\left(\frac{w_2-\lambda}{\alpha}\right)^2\right] + \left[I - w_2\left(\frac{w_2-\lambda}{\alpha}\right) - p_1\right] - k(x-x_2)^2$$

De la resolución de esta condición, se obtiene la siguiente expresión del consumidor indiferente:

$$y = \frac{1}{2\,k\,(x_2 - x_1)}\left\{p_2 - p_1 + \frac{1}{2\alpha}\left[(w_1 - \lambda)^2 - (w_2 - \lambda)^2\right]\right\} + \frac{(x_2 + x_1)}{2}$$

Para la obtención de las funciones de beneficios de ambas empresas, resolvemos:

Para la empresa 1: $\Pi_1 = p_1 D_1 - M_1$, donde $D_1 = y$, y $M_1 = w_1\left(\frac{w_1 - \lambda}{\alpha}\right)y$, por lo tanto:

$$\Pi_1 = p_1\,y - w_1\int_0^y \frac{w_1 - \lambda}{\alpha}\,dy = p_1\,y - w_1\frac{w_1 - \lambda}{\alpha}y = \left[p_1 - w_1\frac{w_1 - \lambda}{\alpha}\right]y$$

Para la empresa 2: $\Pi_2 = p_2 D_2 - M_2$, donde $D_2 = 1 - y$ y $M_2 = w_2\left(\frac{w_2 - \lambda}{\alpha}\right)(1 - y)$, por lo tanto:

$$\Pi_2 = p_2\,(1 - y) - w_2\int_y^1 \frac{w_2 - \lambda}{\alpha}\,dy = p_2\,(1 - y) - w_2\,\frac{w_2 - \lambda}{\alpha}\,(1 - y)$$

$$B_2 = \left[p_2 - w_2\frac{w_2 - \lambda}{\alpha}\right](1 - y)$$

Anexo 2: Demonstración proposición 1

Las condiciones de primer orden serán ahora, respectivamente:

$$\frac{\partial B_1}{\partial x_1} = \frac{1}{18}k\left[-(2 + x_1 + x_2)^2 - 2(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2)\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{18}k\,(2 + x_1 + x_2)\left[-2 - x_1 - x_2 - 2x_2 + 2x_1\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{18}k\left(2+x_1+x_2\right)\left(-2-3x_1+x_2\right)=0$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial x_2}=\frac{1}{18}k\left[-\left(4-x_1-x_2\right)^2-2\left(x_2-x_1\right)\left(4-x_1-x_2\right)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{18}k\left(4-x_1-x_2\right)\left[4-x_1-x_2-2x_2+2x_1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{18}k\left(4-x_1-x_2\right)\left[4+x_1-3x_2\right]=0$$

Y por lo tanto resolvemos:

$$\begin{cases}\left(2+x_1+x_2\right)\left(-2-3x_1+x_2\right)=0\\ \left(4-x_1-x_2\right)\left(4+x_1-3x_2\right)=0\end{cases}$$

La resolución de este sistema implica cuatro posibles soluciones:

Las localizaciones óptimas serán, en este caso: $(x_1, x_2) = (0,1)$

$$1^{\text{o}}.\text{-}\begin{cases}\left(2+x_1+x_2\right)=0\\ \left(4-x_1-x_2\right)=0\end{cases}$$

De la resolución de esta primera opción obtenemos que *6=0*, por lo que no es posible.

$$2^{\text{o}}.\text{-}\begin{cases}\left(2+x_1+x_2\right)=0\\ \left(4+x_1-3x_2\right)=0\end{cases}$$

$$\left(4+x_1-3x_2\right)-\left(2+x_1+x_2\right)=0 \quad \Leftrightarrow \quad 2-4x_2=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_2=\frac{1}{2}$$

$$2+x_1+\frac{1}{2}=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_1=-\frac{5}{2}$$

$$3^{\text{o}}.\text{-}\begin{cases}\left(-2-3x_1+x_2\right)=0\\ \left(4-x_1-x_2\right)=0\end{cases}$$

$$\left(4+x_1-3x_2\right)+\left(-2-3x_1+x_2\right)=0 \quad \Leftrightarrow \quad 2-4x_1=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_1=\frac{1}{2}$$

$$4-\frac{1}{2}-x_2=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_2=\frac{7}{2}$$

$$4^{o}.\text{-}\begin{cases}(-2-3x_1+x_2)=0\\(4+x_1-3x_2)=0\end{cases}$$

$$(4+x_1-3x_2)+(-6-9x_1+3x_2)=0 \quad \Leftrightarrow \quad -2-8x_2=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_2=-\frac{1}{4}$$

$$4-\frac{1}{4}-3x_2=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_2=\frac{5}{4}$$

Las soluciones de la condición de 1º orden (condiciones necesarias), son:

$$1^{o}.\text{-}\ (x_1,x_2)=\left(-\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$$

$$2^{o}.\text{-}\ (x_1,x_2)=\left(\frac{1}{2},\frac{7}{2}\right)$$

$$3^{o}.\text{-}\ (x_1,x_2)=\left(-\frac{1}{4},\frac{5}{4}\right)$$

Se debe verificar si estas soluciones corresponden realmente a una maximización de las funciones de beneficio, para lo cual calculamos las condiciones de segundo orden (condiciones suficientes):

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial^2 x_1}=-\frac{1}{9}k(3x_1+x_2+4),\ \frac{\partial^2 B_2}{\partial^2 x_2}=\frac{1}{9}k(x_1+3x_2-8)$$

Verificando esta condición para los tres resultados obtenidos, tendremos:

Para el primer resultado:

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial^2 x_1}=-\frac{1}{9}k\left(3\left(\frac{-5}{2}\right)+\frac{1}{2}+4\right)=\frac{1}{3}k>0,\ \frac{\partial^2 B_2}{\partial^2 x_2}=\frac{1}{9}k\left(\frac{-5}{2}+\frac{3}{2}-8\right)=-k<0$$

Para el segundo resultado:

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial^2 x_1}=-\frac{1}{9}k\left(3\frac{1}{2}+\frac{7}{2}+4\right)=-k<0,\ \frac{\partial^2 B_2}{\partial^2 x_2}=\frac{1}{9}k\left(\frac{1}{2}+\frac{3*7}{2}-8\right)=\frac{1}{3}k>0$$

Para el tercer resultado:

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial^2 x_1} = -\frac{1}{9}k\left(3\frac{(-1)}{4}+\frac{5}{4}+4\right) = -\frac{1}{2}k < 0\,,\quad \frac{\partial^2 B_2}{\partial^2 x_2} = \frac{1}{9}k\left(\frac{-1}{2}+3\frac{5}{2}-8\right) = -\frac{1}{2}k < 0$$

Concluimos, tras la verificación de las condiciones de segundo orden, que el único resultado viable, que maximiza los beneficios de ambas empresas, es el tercero es decir $(x_1, x_2) = \left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$.

Ahora podemos ya sustituir en los precios y beneficios las localizaciones de equilibrio y comparar los resultados de cada caso.

Anexo 3: Demonstración proposición 2

La obtención del **equilibrio en precios y salarios**, requiere la resolución del problema de maximización de las funciones de beneficios, Π_1 respecto a w_1, p_1 sujeto a la condición de que la oferta igual a la demanda, $Y_1 = y$, Π_2 respecto a w_2, p_2, sujeto a $Y_2 = 1 - y$. En el caso de la empresa 1 el problema se presenta como:

$$\max_{p_1, s_1} \Pi_1 = \left[p_1 - \frac{w_1}{\alpha}(w_1 - \lambda)\right]y \qquad \textit{sujeto a} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\left[\eta\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right)\right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} = y$$

Partiendo de la restricción del problema,

$$\frac{1}{2\,k(x_2 - x_1)}\left\{p_2 - p_1 + \frac{1}{2\alpha}\left[(w_1-\lambda)^2 - (w_2-\lambda)^2\right]\right\} + \frac{(x_2+x_1)}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\left[\eta\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right)\right]^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

se despeja el precio p_1 de la expresión anterior y denotando por $z = (x_2 - x_1)$, $q = x_1 + x_2$, se obtiene la siguiente expresión:

$$p_1 = p_2 + k\ z\ q + \frac{1}{2\alpha}\left[(w_1-\lambda)^2 - (w_2-\lambda)^2\right] - k\ z\left(\frac{\eta}{2}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\left[\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right)\right]^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

Dada esta expresión de p_1, se reescribe la función de beneficio de la empresa 1:

$$\Pi_1 = A\left(w_1-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\left[p_2 + k\ z\ q - 2Ak\,z\left(w_1-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} - \frac{1}{2\alpha}\left(\left(w_2-\lambda\right)^2 + \left(w_1-\lambda\right)^2\right)\right],$$

siendo $A = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\left(\frac{\eta}{\alpha}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}$

Se maximiza la nueva expresión de Π_1 respecto al salario w_1, de donde obtenemos la condición de primer orden:

$\frac{\partial \Pi_1}{\partial w_1} = A\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)\left(w_1-\lambda\right)^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}}\left(T_1+T_2\right) = 0$, donde T_1, y T_2 corresponde a:

$$T_1 = \left[p_2 + k\ z\ q - 2\ Ak\ z\ \left(w_1-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} - \frac{\left(\left(w_2-\lambda\right)^2 + \left(w_1^2-\lambda^2\right)\right)}{2\alpha}\right]$$

$$T_2 = -\frac{1-\beta}{\beta}\left(w_1-\lambda\right)\left[2\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)A\ k\ \ z\left(w_1-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}-1} + \frac{w_1}{\alpha}\right]$$

Esto es equivalente a:

$$\left(w_1-\lambda\right)\left[(2-\beta)w_1 + \lambda\beta\right] + \beta\ \left(w_2-\lambda\right)^2 + 16\ \alpha\ \beta\ A\,k\ z\ \left(w_1-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} = 2\,\alpha\ \beta\ \left[p_2 + k\ z\ q\right]$$

Despejando p_2 y sustituyéndole en la expresión de p_1, se obtiene lo siguiente:

$$p_1^* = \frac{w_1\left(w_1-\lambda\right)}{\alpha\,\beta} + 2\,Ak\,z\left(w_1-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

Para p_2 óptimo, se repite el mismo procedimiento para la empresa 2 y se obtiene:

$$p_2^* = \frac{w_2\left(w_2-\lambda\right)}{\alpha\,\beta} + 2\,Ak\,z\left(w_2-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

Para determinar las **ecuaciones características de los salarios óptimos**, operaremos de la siguiente manera:

Primero, para obtener las ecuaciones características de w_1, w_2 óptimo, se usa el hecho de que la oferta total es igual a 1, $(Y_1 + Y_2) = 1$, lo que se expresa por:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\left[\eta\left(\frac{w_1-\lambda}{\alpha}\right)\right]^{\frac{\beta}{1-\beta}}+\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\left(\eta\,\frac{(w_2-\lambda)}{\alpha}\,y\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}=1$$

Operando se obtiene lo siguiente: $w_2^* = \lambda + \left[\left(\frac{1}{A}\right) - \left(w_1^* - \lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\right]^{\frac{1-\beta}{\beta}}$

Para hallar la 2º ecuación característica, se sustituye en la condición de primer orden de la empresa 2, la expresión de p_1^* óptimo, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\left(w_1^*-\lambda\right)\left[(2-\beta)\,w_1^*+\lambda\,\beta\right]}{2\,\alpha\,\beta}-\frac{\left(w_2^*-\lambda\right)\left[(2-\beta)w_2^*+\lambda\,\beta\right]}{2\,\alpha\,\beta}+6A\,z\left(w_1^*-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}=z\left(2+q\right)$$

Ahora, al sustituir el valor de los precios que acabamos de calcular en la expresión inicial del consumidor indiferente, se obtiene:

$$y=\frac{q}{2}+A\left\{\left[\frac{1}{A}-\left(w_1-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\right]-\left(w_1-\lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\right\}+\frac{1}{4\alpha\,\beta\,k\,z}\left[(2-\beta)w_2^2-(2-\beta)w_1^2\right]$$

Anexo 4: Demonstración de la proposición 3

Para el estudio del equilibrio en localización, se vuelve a usar como variable x_1, x_2 en lugar de, $z \quad q$, así que las condiciones de 1º orden se formulan como :

$$\frac{\partial\Pi_1}{\partial x_1}=\left[\frac{\partial p_1}{\partial x_1}-\frac{1}{\alpha}\frac{\partial w_1}{\partial x_1}\left(2w_1-\lambda\right)\right]y+\frac{\partial y}{\partial x_1}\left[p_1-\frac{w_1}{\alpha}\left(w_1-\lambda\right)\right]=0$$

$$\frac{\partial\Pi_2}{\partial x_2}=\left[\frac{\partial p_2}{\partial x_2}-\frac{1}{\alpha}\frac{\partial w_2}{\partial x_2}\left(2w_2-\lambda\right)\right](1-y)-\frac{\partial y}{\partial x_2}\left[p_2-\frac{w_2}{\alpha}\left(w_2-\lambda\right)\right]=0$$

A continuación para poder resolver estas ecuaciones, se necesita calcular las expresiones siguientes: $\frac{\partial w_1}{\partial x_1}, \frac{\partial w_1}{\partial x_2}, \frac{\partial w_2}{\partial x_1}, \frac{\partial w_2}{\partial x_2}, \frac{\partial p_1}{\partial x_1}, \frac{\partial p_2}{\partial x_2}, \frac{\partial y}{\partial x_1}, \frac{\partial y}{\partial x_2}$

En un primer paso calculamos $\frac{\partial w_1}{\partial x_1}, \frac{\partial w_1}{\partial x_2}, \frac{\partial w_2}{\partial x_1}, \frac{\partial w_2}{\partial x_2}$, por se utiliza la ecuación característica (9-2) que aquí se presentar como función que depende de las localizaciones, $F(x_1, x_2)$, de la siguiente manera:

$F(x_1, x_2) = \frac{1}{2\alpha\beta}(T_3 + T_4 - T_5 - T_6) = 0$ donde $T_3,\ T_4,\ T_5\ y\ T_6$ se corresponden con:

$$T_3 = (w_2 - \lambda)[(2-\beta)w_2 + \lambda\beta], \qquad T_4 = 12\,\alpha\,\beta\,A\,k\,(x_1 - x_2)(w_1 - \lambda)^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

$$T_5 = (w_1 - \lambda)[(2-\beta)w_1 + \lambda\beta], \qquad T_6 = 2\alpha\beta k\,(x_1 - x_2)(2 + x_1 + x_2)$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial x_1} = -\frac{\frac{\partial F(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial F(x_1, x_2)}{\partial w_1}}, \quad \frac{\partial w_1}{\partial x_1} = \frac{2\alpha\beta k(w_1 - \lambda)\left[3A(w_1 - \lambda)^{\frac{\beta}{1-\beta}} - (1 + x_1)\right]}{D}$$

, siendo D la expresión dada por $D = T_7 + T_8 + T_9$, donde $T_7, T_8\ y\ T_9$ son, respectivamente:

$$T_7 = (w_1 - \lambda)^{\frac{\beta}{1-\beta}}(w_2 - \lambda)^{\frac{1-2\beta}{1-\beta}}[(2-\beta)w_2 - \lambda(1-\beta)]$$

$$T_8 = (w_1 - \lambda)[(2-\beta)w_1 - \lambda(1-\beta)],$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial x_2} = -\left(\frac{w_1 - \lambda}{w_2 - \lambda}\right)^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}} \frac{\partial w_1}{\partial x_2} \quad T_9 = \frac{6\alpha\beta^2}{1-\beta} A\,k\,(x_1 - x_2)(w_1 - \lambda)^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial x_1} = \frac{1}{\alpha\beta}(2w_1 - \lambda)\frac{\partial w_1}{\partial x_1} - 2Ak(w_1 - \lambda)^{\frac{\beta}{1-\beta}} - \frac{2A\beta k}{1-\beta}(x_1 - x_2)(w_1 - \lambda)^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}} \frac{\partial w_1}{\partial x_1}$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial x_2} = \frac{1}{\alpha\beta}\left(2w_2 - \lambda\right)\frac{\partial w_2}{\partial x_2} + 2Ak\left(w_2 - \lambda\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} - \frac{2A\beta k}{1-\beta}\left(x_1 - x_2\right)\left(w_2 - \lambda\right)^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}}\frac{\partial w_1}{\partial x_1}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{2} - T_{10} + T_{11}$$, donde $T_{10}\ y\ T_{11}\ son$: $T_{10} = \left(\frac{2\beta}{1-\beta}\right)A\left(w_1 - \lambda\right)^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}}\frac{\partial w_1}{\partial x_1}$,

$$T_{11} = \frac{(2-\beta)}{4\alpha\beta k}\left\{2\left[w_2\frac{\partial w_2}{\partial x_1} - w_1\frac{\partial w_1}{\partial x_1}\right]\left(x_1 - x_2\right) + \left(w_2^2 - w_1^2\right)\right\}\frac{1}{\left(x_2 - x_1\right)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = \frac{1}{2} - T_{12} + T_{13}$$ donde $T_{12}\ y\ T_{13}\ son$:

$$T_{12} = \left(\frac{2\beta}{1-\beta}\right)A\left(w_1 - \lambda\right)^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}}\frac{\partial w_1}{\partial x_2}$$

$$T_{13} = \frac{(2-\beta)}{4\alpha\beta k}\left\{2\left[w_2\frac{\partial w_2}{\partial x_2} - w_1\frac{\partial w_1}{\partial x_2}\right]\left(x_2 - x_1\right) + \left(w_1^2 - w_2^2\right)\right\}\frac{1}{\left(x_2 - x_1\right)^2}$$

A la vista de las expresiones anteriores, p_1, p_2, w_1, w_2, y, sus derivadas correspondientes $\frac{\partial p_1}{\partial x_1}, \frac{\partial p_2}{\partial x_2}$ $\frac{\partial w_1}{\partial x_1}$, $\frac{\partial w_2}{\partial x_2}$, $\frac{\partial y}{\partial x_1}$, $\frac{\partial y}{\partial x_2}$, la formulación de $\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1}$ y $\frac{\partial \Pi_2}{\partial x_2}$ resultará una expresión muy compleja, por lo que se restringe al estudio del equilibrio simétrico correspondiente a $x_1 + x_2 = 1$. Usando el Corolario 1, se calculan las expresiones de:

$\frac{\partial w_1}{\partial x_1}, \frac{\partial w_2}{\partial x_2}, \frac{\partial p_1}{\partial x_1}, \frac{\partial y}{\partial x_1}$:

Dado que $\frac{\partial w_1}{\partial x_1} = \frac{\partial w_1}{\partial x_2}$, $\frac{\partial w_1}{\partial x_1} = -\frac{\partial w_2}{\partial x_1} = -\frac{\partial w_2}{\partial x_2}$, se calcula solo $\frac{\partial w_1}{\partial x_1}$:

$$\frac{\partial w_1}{\partial x_1} = \frac{\alpha\beta k\left(w_1 - \lambda\right)\left(1 - 2x_1\right)}{2\left(w_1 - \lambda\right)\left[\left(2-\beta\right)w_1 - \lambda\left(1-\beta\right)\right] + \frac{3\alpha\beta^2}{1-\beta}k\left(1 - 2x_1\right)}$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial x_1} = \left[\frac{2w_1 - \lambda}{\alpha\beta} - \frac{k\beta\,(2x_1 - 1)}{(1-\beta)(w_1 - \lambda)} \right] \frac{\partial w_1}{\partial x_1} - k\ ,$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{2} - \left\{ \left(\frac{\beta}{1-\beta} \right) \left(\frac{1}{w_1 - \lambda} \right) + \frac{(2-\beta)}{\alpha\,\beta\,k(1-2x_1)} \right\} \frac{\partial w_1}{\partial x_1}$$

Así, en el equilibrio simétrico, la expresión de $\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1}$ se puede escribir de la siguiente manera:

$\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} = \{T_{14} + T_{15} + T_{16} + T_{17}\} \frac{\partial w_1}{\partial x_1} + T_{18} + E_{19} = 0$, donde T_{14}, T_{15}, T_{16} y T_{17} son, respectivamente:

$$T_{14} = -\left(\frac{\lambda(1-\beta)}{2\alpha\,\beta} \right)$$

$$T_{15} = \frac{\beta\,k}{2(1-\beta)} \frac{2x_1 - 1}{(w_1 - a)}$$

$$T_{16} = -\left(\frac{1-\beta}{\alpha\,\beta} \right) w_1$$

$$T_{17} = \frac{(\beta - 2)(1-\beta) w_1^2\,(w_1 - \lambda)}{2\alpha^2 \beta^2 k\,(1 - 2x_1)}$$

$$T_{18} = \left(\frac{1-\beta}{2\alpha\,\beta} \right) \left[(w_1 - \lambda) w_1 \right]$$

$$T_{19} = -k\,x_1$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial x_1} = \frac{\alpha\beta\,k(w_1 - \lambda)(1 - 2x_1)}{2\,(w_1 - \lambda)\,[(2-\beta)w_1 - \lambda(1-\beta)] + \frac{3\alpha\,\beta^2}{1-\beta} k\,(1 - 2x_1)} = \frac{T_{20}}{T_{21}}$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} = \{T_{14} + T_{15} + T_{16} + T_{17}\} \frac{T_{20}}{T_{21}} + T_{18} + T_{19} = 0$$

$$T_{14}\ T_{20} = -\frac{\lambda\,k}{2}(1-\beta)\,(w_1 - \lambda)(1 - 2x_1)$$

$$T_{15}\ T_{20} = -\frac{\alpha\,\beta^2\,k^2}{2(1-\beta)}(1-2x_1)^2$$

$$T_{16}\ T_{20} = -(1+\beta)k(w_1-\lambda)(1-2x_1)w_1$$

$$T_{17}\ T_{20} = \frac{1}{\alpha\,\beta}(1-\beta)(\beta-2)w_1^2\,(w_1-\lambda)^2$$

$$T_{18}\ T_{21} = \frac{(1-\beta)(2-\beta)[w_1(w_1-\lambda)]^2}{\alpha\,\beta} - \frac{\lambda(1-\beta)^2\,w_1(w_1-\lambda)^2}{\alpha\,\beta} - \frac{3\,k\,\beta}{2}(1-2x_1)\,w_1\,(w_1-\lambda)$$

$$T_{19}\ T_{21} = -2\,k\,(2-\beta)x_1\,(w_1-\lambda) + 2\lambda\,k\,(1-\beta)x_1\,(w_1-\lambda) - \frac{3\,\alpha\,\beta^2\,k^2}{(1-\beta)}x_1(1-2x_1)$$

Operando con todo esto obtenemos:

$$T_{21}\,\frac{\partial\Pi_1}{\partial x_1} = \frac{4\alpha\,\beta^2\,k^2}{(1-\beta)}\,x_1^2 + \left\{\frac{\alpha\,\beta^2\,k^2}{(1-\beta)} + k\,(w_1-\lambda)[3\lambda(1-\beta)-(2-\beta)w_1]\right\}x_1 +$$

$$\left\{-\frac{\alpha\,\beta^2\,k^2}{2(1-\beta)} + (w_1-\lambda)\left[\frac{k}{2}(2-\beta)w_1 - \frac{\lambda}{2}(1-\beta)\left(k + \frac{2(1-\beta)}{\alpha\beta}w_1\,(w_1-\lambda)\right)\right]\right\}$$

Otra forma de expresar esta condición es:

$$T_{21}\,\frac{\partial\Pi_1}{\partial x_1} = \frac{k}{2(1-\beta)}\left\{\alpha\,\beta^2\,k\,(4x_1+1)(2x_1-1) - (1-\beta)(2-\beta)(1+2x_1)w_1\,(w_1-\lambda)\right\} +$$
$$\frac{\lambda(1-\beta)(w_1-\lambda)}{\alpha\,\beta}\left\{\frac{\alpha\,\beta\,k}{2}(6x_1-1) - (1-\beta)w_1\,(w_1-\lambda)\right\} = 0$$

Dado que: $w_1 - \lambda = \dfrac{2\alpha}{\eta}$, lo que es equivalente a $w_1 = \lambda + \dfrac{2\alpha}{\eta}$. Se tiene que $\dfrac{\partial\Pi_1}{\partial x_1} = 0$

es equivalente a la siguiente expresión:

$$x_1^2 - 2\left[\gamma_1 + \frac{1}{8}(1-3\gamma_2)\right]x_1 - \left[\gamma_1 + \frac{1}{8}(1+\gamma_2\,\gamma_3)\right] = 0 \quad \text{donde:}$$

$$\gamma_1 = \frac{w_1(w_1-\lambda)}{8\,\alpha\,k}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)\left(1-\frac{2}{\beta}\right),$$

$$\gamma_2 = \frac{\lambda}{\alpha k}\left(1-\frac{1}{\beta}\right)^2 (w_1 - \lambda),$$

$$\gamma_3 = 1 + \frac{2}{\alpha k}\left(1-\frac{1}{\beta}\right) w_1 (w_1 - \lambda)$$

De esta expresión, se obtienen dos valores de (x), x_{11} y x_{12}. Pero sólo la primera de las soluciones cumple la condición de segundo orden y garantiza que se trata del único valor de equilibrio.

Por tanto todo lo relativo a la localización de equilibrio se refiere, a partir de ahora a esta única solución equilibrio, $x_1 = x_{11}$.

Anexo 5: Comparación de los 3 casos

Partiendo de las expresiones:

$F(x) - G(x) = 0$, donde $F(x)$ y $G(x)$ son, respectivamente:

$$F(x) = x^2 - 2x\left(\frac{\alpha}{2k\eta^2}\beta_1\,\beta_2 + \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{\alpha}{2k\eta^2}\beta_1\,\beta_2 + \frac{1}{8}\right) = 0$$

$$G(x) = \frac{\lambda}{2k\eta}\beta_1\left(-3\beta_1 + \beta_2\right)x + \frac{\lambda}{4k^2\eta^3}\beta_1\left(\left(k\eta^2\left(\beta_1 + \beta_2\right)\right) + 4\beta_1^2\left(\lambda\eta + 2\alpha\right)\right)$$

Siendo β_1 y β_2 las siguientes expresiones, ya definidas anteriormente:

$$\beta_1 = \left(1-\frac{1}{\beta}\right) \qquad \text{y} \qquad \beta_2 = \left(1-\frac{2}{\beta}\right)$$

Se definen los siguientes casos:

Caso 1:

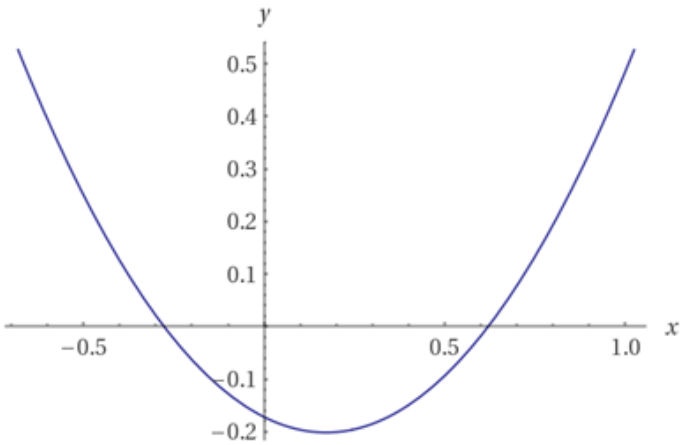
Las funciones $F(x)$ y $G(x)$ para los valores de los parámetros correspondientes a este caso, $k=2,\ \alpha=1,\ \lambda=0\ y\ \eta=4$, se concretan en :

$$F(x)=\beta^2\left(64x^2-18x-9\right)+\beta\left(6x+3\right)-4x-2=0$$

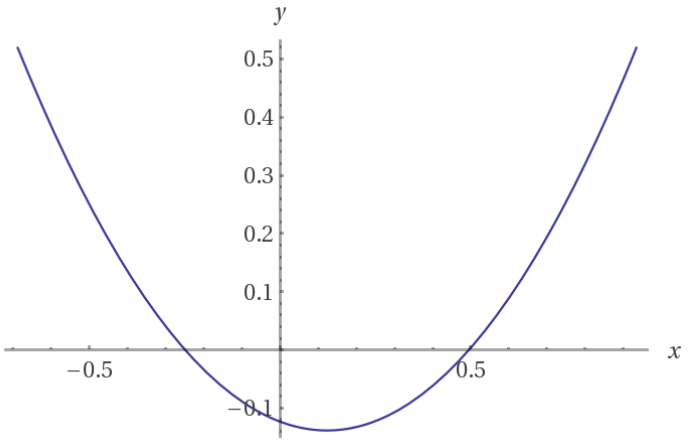
$$G(x)=0$$

Estas funciones, para los tres valores de β seleccionados, se expresan y representan:

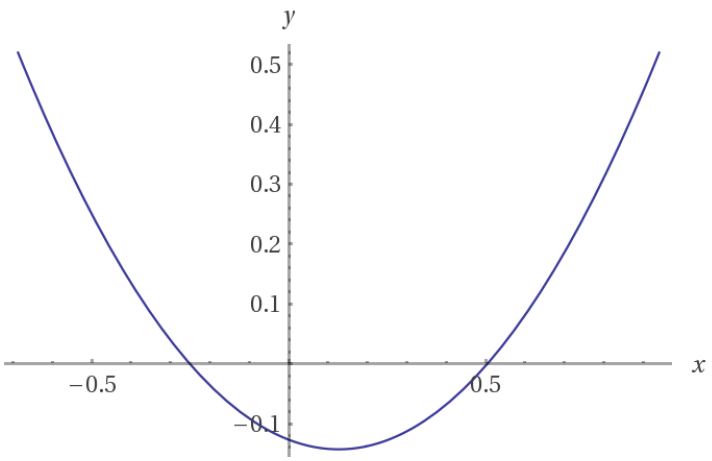
Para $\beta=\frac{1}{2}$, $F(x)=x^2-\frac{11}{32}x-\frac{11}{64}$



Para $\beta=\frac{3}{2}$, $F(x)=x^2-\frac{71}{288}x-\frac{71}{576}$



Para $\beta = \frac{5}{2}$, $F(x) = x^2 - \frac{203}{800}x - \frac{203}{1600}$



<u>Caso 2:</u>

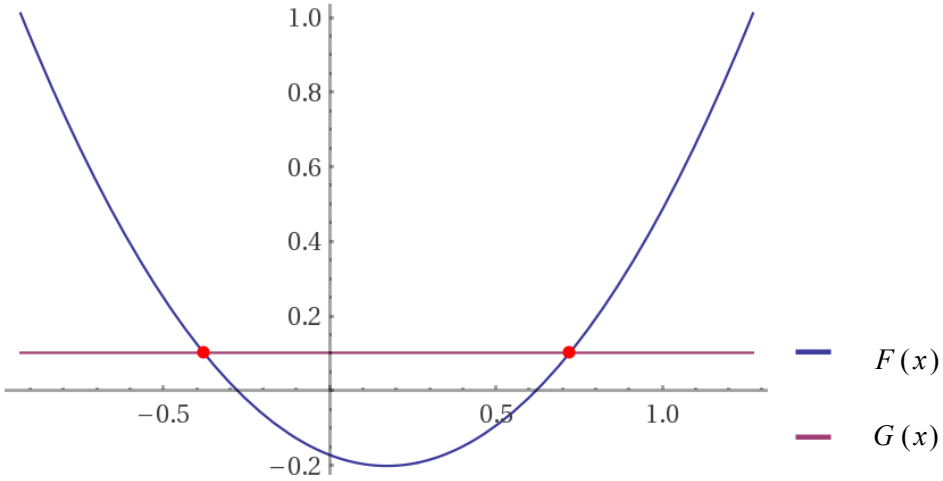
Concretamos las funciones $F(x)$ y $G(x)$ para los valores de los parámetros correspondientes a este caso, $k = 2, \alpha = 1, \lambda = 1$ y $\eta = 4$, obteniendo ambas expresiones en función de cual sea el valor de β :

$$F(x) = \beta^2\left(64x^2 - 18x - 9\right) + \beta(6x+3) - 4x - 2 = 0$$

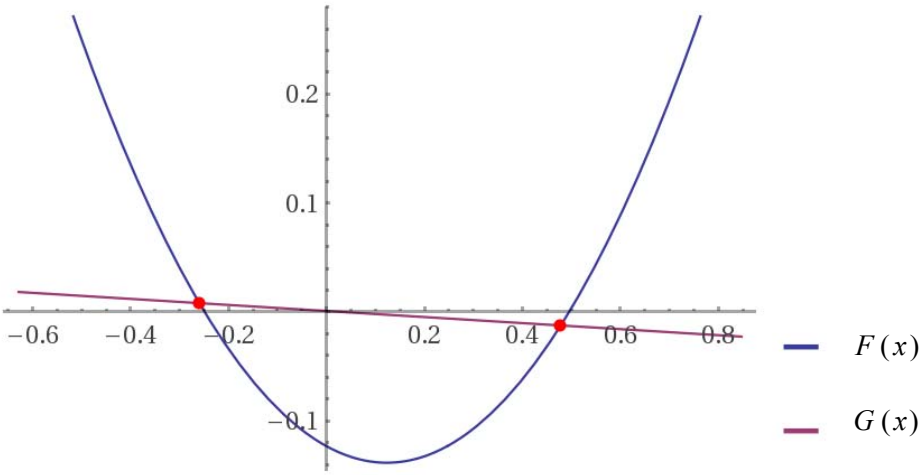
$$G(x) = (1-\beta)\left(\beta^2(16x-11) - \beta(8x-18) - 3\right) = 0$$

Concretando para los valores de β , tendremos:

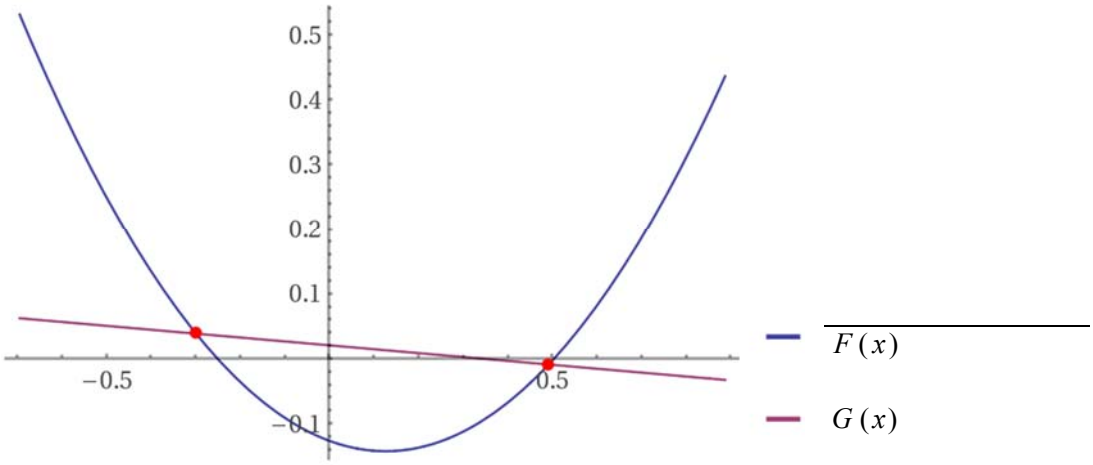
Para $\beta = \frac{1}{2}$, $F(x) = x^2 - \frac{11}{32}x - \frac{11}{64}$ y $G(x) = -\frac{13}{128}$



Para $\beta = \frac{3}{2}$, $F(x) = x^2 - \frac{71}{288}x - \frac{71}{576}$ y $G(x) = \frac{1}{1152} - \frac{x}{36}$



Para $\beta = \frac{5}{2}$, $F(x) = x^2 - \frac{203}{800}x - \frac{203}{1600} = 0$ y $G(x) = \frac{321}{16000} - \frac{3}{50}x$



Caso 3:

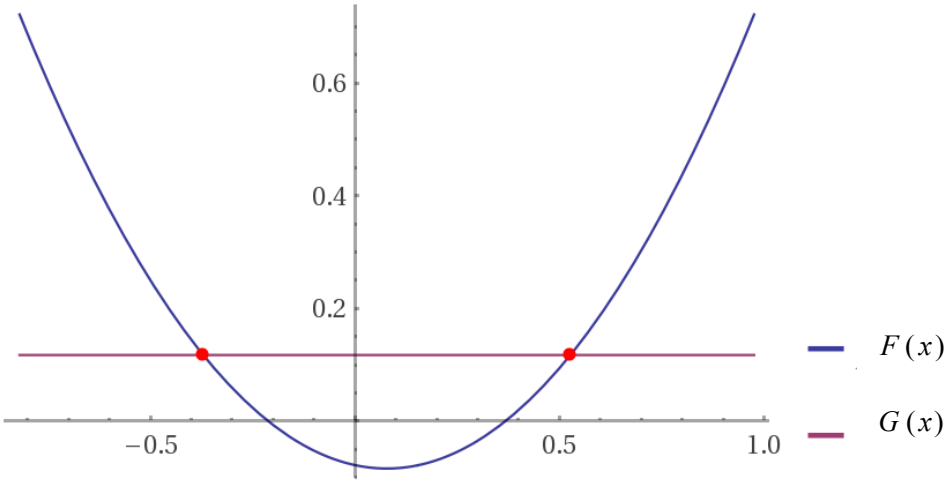
Las funciones $F(x)$ y $G(x)$ se concretan ahora para los valores de los parámetros correspondientes al caso lineal cuadrático cóncavo, $k = 2,\ \alpha = -1,\ \lambda = 1\ y\ \eta = 4$, y obtenemos las siguientes expresiones en función de cual sea el valor de β:

$$F(x) = \beta^2\left(64x^2 - 14x - 7\right) - \beta\left(6x + 3\right) + 4x + 2 = 0$$

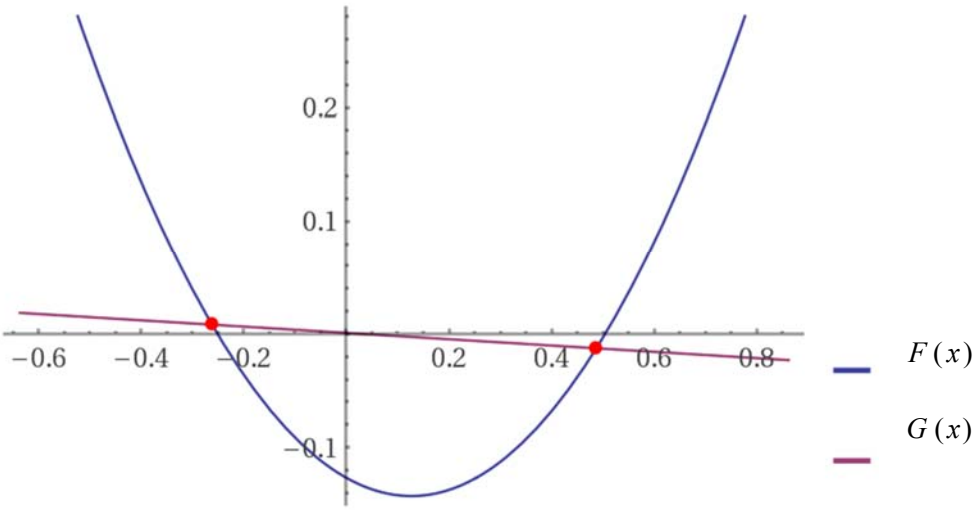
$$G(x) = \left(1 - \beta\right)\left(\beta^2\left(16x - 9\right) - \beta\left(8x - 14\right) - 1\right) = 0$$

Concretando para los valores de β, tendremos:

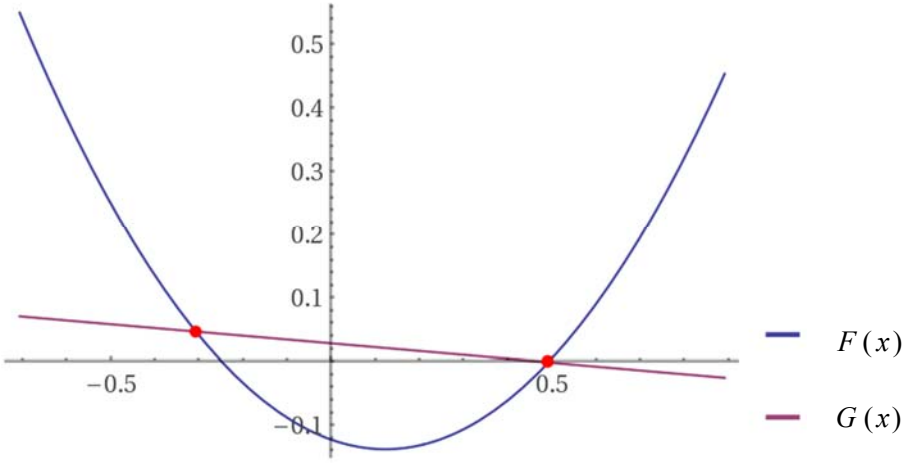
Para $\beta = \frac{1}{2}$, $F(x) = x^2 - \frac{5}{32}x - \frac{5}{64}$ y $G(x) = \frac{15}{128}$



Para $\beta = \frac{3}{2}$, $F(x) = x^2 - \frac{73}{288}x - \frac{73}{576}$ y $G(x) = \frac{1}{1152} - \frac{1}{36}x$



Para $\beta = \frac{5}{2}$, $F(x) = x^2 - \frac{197}{800}x - \frac{197}{1600}$ y $G(x) = \frac{89}{3200} - \frac{3}{50}x$


0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
−0.5
0.5
−0.1
F(x)
G(x)

Capítulo VI: Conclusiones generales de la investigación y futuras líneas de la investigación

6.1. Conclusiones y futuras líneas de investigación

En esta tesis se realizan varios trabajos, que parecen independientes entre sí, pero que realmente están todos bajo un mismo marco teórico, que es el modelo de Hotelling y un mismo objetivo que es ver el efecto sobre el equilibrio, de introducir varios escenarios como hemos dicho: zonas verdes o dotacionales, conducta predatoria y mercado de trabajo.

Una de las cuestiones que siempre se destacan en la literatura con respecto a este marco de análisis es que es muy sensible a los supuestos de partida, como se ha recogido también en el marco teórico aquí ofrecido, ya que el resultado final del equilibrio del mercado puede cambiar diametralmente ante un cambio en los supuestos iniciales.

Por lo tanto, el motivo de sumar estos tres trabajos es precisamente este punto. En todos ellos se trata de analizar como el cambio, añadido o sustitución de un supuesto por otro hace que el equilibrio se pueda ver afectado o no.

El primero de los trabajos consiste en analizar cómo afecta al equilibrio del mercado la decisión de una autoridad regulatoria de establecer una zonificación en la ciudad, con la posibilidad de reservar una parte del espacio para establecer una zona verde o dotacional. Dicha decisión afectará al bienestar social de los agentes que intervienen el mismo, empresas y consumidores. Según esto, cada agente tendrá unas preferencias sobre el tamaño que este área debería tener para maximizar sus intereses, beneficios o utilidad, respectivamente.

En un primer análisis, sin considerar que la zona verde o dotacional tenga efectos ambientales, y si la zona verde o dotacional es v=0, la solución obtenida como equilibrio del mercado, en precio y localizaciones, es similar a la obtenida por ellos Andersen, De

Palma y Thisse (1992), localizando las empresas en el primer y tercer cuartil. La primera conclusión que obtenemos al incluir la zona verde o dotacional es que la dimensión óptima de la zona verde o dotacional no dependerá del coste de transporte, t , sólo dependerá del sesgo del regulador. Por otra parte, observamos que el valor frontera, entre la defensa de los intereses de los consumidores y de los productores, es $\lambda = 4/9 = 0{,}44$ en lugar de lo habitual $\lambda = 1/2$.

Vemos que el comportamiento de los agentes económicos ante la zona verde o dotacional vendrá determinado por sus preferencias: las empresas prefieren un tamaño máximo, v=1, localizando una en cada extremo de la ciudad para beneficiarse de rentas de monopolio, mientras que los consumidores maximizan su utilidad cuando la zona verde o dotacional es cero, v=0, ya que los precios serán menores al ir asociados a menores costes de transporte, maximizando así su excedente.

Ante el establecimiento de la zona verde o dotacional, y considerando ya las externalidades que ésta produce sobre el mercado y el comportamiento de los agentes económicos, se consideran dos posibles expresiones funcionales para representar las externalidades, con rendimientos decrecientes y con rendimientos crecientes.

A diferencia del caso anterior, en los resultados obtenidos ahora, en ambos casos, el tamaño de la zona verde o dotacional sí está condicionada al valor del coste de transporte, t, y también dependerá de la valoración que los consumidores hacen de la externalidad, α y del sesgo del regulador, recogido en $k(\lambda)$. El valor frontera del sesgo del regulador obtenido en caso anterior, sigue siendo válido (resultado determinante para el valor de $k(\lambda)$), y nos encontramos ahora con otro valor frontera, $\alpha = 2$, determinante para los resultados, aunque de forma diferente según los casos.

Ante el caso de una función cóncava, obtenemos que los resultados se concretan dependiendo de los valores que tenga la valoración que los consumidores hacen de la externalidad , α , y de cual sea el sesgo del regulador, recogido en $k(\lambda)$. Cuando el sesgo del regulador es hacia los consumidores, el tamaño de la zona verde o dotacional dependerá, exclusivamente, del interés de estos, y sólo existirá la misma, si la valoración ambiental es mayor que el coste de transporte, es decir, si los efectos ambientales compensan los efectos mercantiles que les perjudiquen en su excedente al existir rentas de monopolio en las empresas. Sólo existirá una zona verde o dotacional máxima si la valoración de la externalidad ambiental es suficientemente grande y el coste de transporte es suficientemente pequeño. Cuando el sesgo del regulador es hacia las empresas, el resultado es el contrario, y sólo prevalecen los intereses de éstas, ya que ahora existirá siempre una zona verde o dotacional, aun cuando la valoración de la externalidad ambiental sea muy pequeña, y será tanto mayor cuanto mayor sea el coste de transporte, favoreciendo así los mayores beneficios empresariales. De hecho la zona verde o dotacional será máxima siempre que la valoración ambiental de la misma sea $\alpha \geq 2$, ya que al ser mayor y compensar, en parte, los efectos mercantiles, el bienestar social será mayor. Esta es la función que, desde el punto de vista del análisis, resulta de mayor interés, ya que la otra forma funcional, de rendimientos crecientes de la externalidad, ofrece posibilidades de equilibrio siempre extremas y mucho más limitadas.

Este análisis se ha desarrollado bajo la condición de lo que hemos denominado ciudad tipo II. Un futuro desarrollo de este trabajo sería el cambiar a otro tipo de ciudad, I o III, lo que además permitiría suponer que la zona verde o dotacional puede estar establecida en un municipio con un regulador diferente de donde puede encontrarse el resto de la "ciudad lineal", como segmento de unión entre dos municipios. Esto puede permitir ver

los efectos que una zona verde o dotacional limítrofe entre dos municipios afectaría a los habitantes y empresas de otro municipio, como por ejemplo la instalación del Vertedero de Valdemingómez en las limitaciones de Madrid, lindando con el municipio colindante de Rivas Vaciamadrid, o la calificación de una zona de monte como "Parque Nacional", con las limitaciones de actividad que ello conlleva, para los municipios colindantes.

Otro interesante desarrollo es considerar que en la zona verde o dotacional se puedan establecer actividades empresariales pero no zonas residenciales. Sería el caso de la instalación de actividades de ocio en los parques (de restauración, de ocio y recreo, etc), y si esto podría afectar a los resultados aquí obtenidos.

En el segundo de los trabajos, se analiza si la diferente estructura de costes de dos empresas puede influir de manera determinante en la credibilidad de la conducta predatoria de una empresa instalada en un mercado frente a otra empresa que trata de entrar en el mismo.

Partiendo de un análisis más limitado, se generaliza el modelo con una estructura de costes expresa, y como resultado, obtenemos que la credibilidad depende de la localización de las empresas, siendo diferente según el tipo de mercado considerado.

En un mercado representado por un modelo lineal tipo Hotelling llegamos a dos resultados en los que la predación podría fallar, por un lado, tenemos el caso de aglomeración, la empresa entrante decide localizarse en el centro de la ciudad junto a la empresa ya instalada. Sin embargo, este resultado es relativo, ya que la predación puede tener éxito, dependiendo de cuál sea la el coste de la empresa entrante, c_E, en relación al coste de la empresa instalada, el coste de transporte y el precio de reserva de la demanda, a, si c_E es suficientemente bajo, o el coste de transporte muy pequeño, la predación puede

tener éxito, incluso en condiciones de aglomeración. Esto hace pensar que si el coste de la empresa instalada es mayor que el coste de la empresa entrante, según la condiciones de la demanda y el coste de transporte, podría ser suficiente para que la predación falle en este punto. Además, las condiciones de *a y t* serían equivalentes para ambas empresas por lo tanto el coste de producción será la variable determinante.

Profundizando en esta idea, con el análisis de casos particulares, se opta por dar a los parámetros *a y t* los valores mínimos (posibles para el caso de *a*) o más habituales en la literatura (para el caso de *t*) al comparar las tres estructura de costes vemos que las condiciones de credibilidad son menores en el caso de que la instalada tenga ventaja comparativa en la estructura de costes, ya que la credibilidad se establece a partir de un nivel de coste mayor que en el caso de que la empresa con ventaja en los costes sea la entrante.

El segundo resultado posible implica que se cumpla una relación determinada entre los parámetros que definen el modelo, a , t, c_I y c_E, expresada según la condición: $z = \frac{4\left(a - 2c_E - c_I\right) - 3t}{2t}$, en este caso podría existir alguna otra localización distinta de la aglomeración ya determinada.

En el mercado representado por una ciudad circular, tipo Salop, el resultado es diametralmente opuesto, ya que nos lleva a una diferenciación máxima. En este caso, además, esta localización no tiene más restricción que el hecho de obtener una tasa de descuento determinada por los valores de los parámetros.

En cuanto a los casos particulares, y según la estructura de costes, aquí también hay diferencia con el modelo lineal, ya que la credibilidad de la conducta predatoria es menor en todos los casos, más restringida al menos, con un rango de costes menores que en el modelo lineal, e independientemente de la estructura de costes; incluso puede llegar a

fallar siempre, en el caso que la empresa entrante tenga unos costes mayores que la instalada.

Estas conclusiones refuerzan la idea de que el mercado circular es más difícil de monopolizar, dado que sus localizaciones son más homogéneas que en el mercado lineal, y los resultados coinciden también para las condiciones de credibilidad aplicadas a los casos particulares.

Una línea de investigación futura que permita continuar este trabajo podría pasar por la relajación del supuesto de la demanda inelástica, y si esto puede afectar a las condiciones de credibilidad de la predación.

En el tercero de los trabajos realizados se analiza el efecto que tiene sobre un mercado (duopolio de Cournot) la introducción de una función de producción, que depende del factor trabajo, y cómo el equilibrio derivado en este mercado puede determinar el equilibrio en el mercado de bienes, con su correspondiente precio, y localización de las empresas presentes en el mismo.

Para ello, como una forma de introducir la productividad del factor trabajo se considera una Función de Esfuerzo, que es una función lineal cuadrática, lo que implica un caso, no sólo más general, sino más realista que lo recogido por otros autores, y además se considera tanto una función de esfuerzo convexa (suponiento que existen rendimientos crecientes), como una cóncava (para considerar que los rendimientos del esfuerzo son decrecientes) que parece que refiere una situación más próxima a la realidad.

Se ha podido determinar una expresión general del equilibrio. Sin embargo, dada la cantidad de parámetros utilizados en el análisis, esta expresión no resulta nada intuitiva por lo que se ha recurrido a dar valores a los parámetros, por un lado a los que se

consideran más habituales dentro de la literatura de referencia (como es el caso de k), y por otro a los parámetros que determinan la función de esfuerzo y que permite comparar los tres casos determinados. Así, el resultado queda en función de los parámetros que determinan la función de producción, la eficiencia del factor trabajo, η, y la determinación del tipo de tecnología utilizada, β .

El análisis realizado, permite examinar la determinación del mercado para los tres casos considerados, el cuadrático, el lineal convexo y el lineal cóncavo, que expresamos como Caso 1, Caso 2 y Caso 3 respectivamente. Los resultados obtenidos los podemos resumir en que, para los precios de equilibrio, encontramos que, en todos los casos, disminuyen según aumenta el valor de la eficiencia del factor trabajo, η. Sin embargo, al considerar la existencia de la tecnología de producción, β , en los casos lineal-cuadráticos disminuyen inicialmente aunque luego recuperan en parte, aunque siempre son menores comparados con el caso cuadrático.

En cuanto a la localización de las empresas, y siempre para un mismo valor de η, la localización coincide en los dos casos lineal cuadrático con el caso cuadrático cuando tenemos una tecnología de producción de rendimientos constantes: $\beta = 1$, en $(x_1^*, x_2^*) = \left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$. Cuando nos encontramos con rendimientos decrecientes es cuando el nivel de diferenciación por localización es mayor en los casos lineal cuadráticos que en el caso cuadrático.

Comparando los tres Casos, dado cada uno de ellos varia a diferente ritmo, podemos encontrar distintos tramos según el valor de β , en el que la distancia ,(z), entre las empresas, es mayor o menor entre ellos, pero en términos generales, podemos ver que:

- El nivel de precios es menor cuando se considera una función lineal cuadrática que con una función cuadrática,
- El cuadrático suele tener una localización más próxima a la ciudad que en el caso lineal cuadrático, tanto convexo como cóncavo.
- Los precios son mayores en los casos lineal cuadrático, ambos, que en el caso cuadrático, y además existe una fuerte diferencia, con precios entre 3 y 10 veces mayores.

Como resumen final, si pensamos que la mayoría de las empresas funciona con rendimientos decrecientes, podemos decir que este supuesto de partida resulta determinante, ya que es precisamente en este tramo donde encontramos las mayores diferencias entre los resultados del caso cóncavo para la función de esfuerzo y los obtenidos por la función cuadrática, con una mayor diferenciación entre las localizaciones de ambas empresas, y, en consecuencia, al disminuir también la competencia, los precios son mayores.

En desarrollos posteriores sería interesante comprobar, siguiendo la literatura existente, los efectos que una regulación del salario, introduciendo un salario mínimo, tendrían sobre los casos introducidos en este trabajo, y cómo éste afectará al bienestar social.

Otra reflexión que podría resultar de interés es considerar el parámetro de la eficiencia del trabajo desde la perspectiva de la cualificación de los trabajadores, profundizando en este sentido.

Bibliografía

1. Bibliografía

Anderson, S.P., 1986, Equilibrium existence in the circle model of product differentiation, *London Papers in Regional Science Series* 16, 19-29.

Anderson, S. P. (1987), 'Spatial competition and price leadership', *International Journal of Industrial Organization* 5, 369–398.

Anderson, S. P. (1988), 'Equilibrium existence in the linear model of spatial competition', *Economica* 55, 479–491.

Anderson, S. and J. F. Thisse (1988), "Price discrimination in spatial competitive markets", *European Economic Review*, Vol. 32, No. 2-3, pp. 578-590.

Anderson, S., A. De Palma and J. F. Thisse (1989), "Spatial price policies reconsidered", *The Journal of Industrial Economics*, 38, 1, 1-18.

Anderson, S., and D. Neven (1991),"Cournot competition yield spatial agglomeration",*International Economic Review*, 32, 793-808.

Anderson, S. P., De Palma, A., & Thisse, J. F. (1992). *Discrete choice theory of product differentiation*. MIT press.

Anderson, S. P., & Engers, M. (1994). Spatial competition with price-taking firms. *Economica*, 125-136.

Anderson, S. P., Goeree, J. K., & Ramer, R. (1997). Location, location, location. *Journal of Economic Theory*, 77(1), 102-127.

Bibliografía

Anderson, S. P. & de Palma, A. (2000), 'From local to global competition', *European Economic Review* 44, 423–448.

Anglin, P. (1992), 'The relationship between models of horizontal and vertical differentiation', *Bulletin of Economic Research* 44(1), 1–20.

Arakawa, K. (2006). A model of shopping centers. *Journal of Regional Science*, 46(5), 969-990.

Baake, P., & Oechssler, J. (1997). Product differentiation and the intensity of price competition. *Zeitschrift für Wirtschafts-und Sozialwissenschaften-Verein für Socialpolitik,* 117, 247-256.

Baldwin, R., Cave, M., & Lodge, M. (2010). *The Oxford handbook of regulation*. Oxford University Press.

Bárcena-Ruiz, J. C., Casado-Izaga, F. J., & Hamoudi, H. (2014a). Optimal zoning of a mixed duopoly. *The Annals of Regional Science*, 52(1), 141-153.

Bárcena-Ruiz, J. C., Casado-Izaga, F.J. (2014b). Zoning under spatial price discrimination. *Economic Inquiry*, 52(2), 659-665.

Bárcena-Ruiz, J. C., & Casado-Izaga, F. J. (2015). Regulation of waste management under spatial competition. *Journal of Cleaner Production*, *92*, 216-222.

Bárcena-Ruiz, J. C., & Casado-Izaga, F. J. (2016). Zoning a metropolitan area. *Papers in Regional Science*.

Bhaskar, V., & To, T. (1999). Minimum wages for Ronald McDonald monopsonies: A theory of monopsonistic competition. *The Economic Journal*, 109(455), 190-203.

Bibliografía

Bhaskar, V., & To, T. (2003). Oligopsony and the distribution of wages. *European Economic Review*, 47(2), 371-399.

Ben-Akiva, M., De Palma, A., & Thisse, J. F. (1989). Spatial competition with differentiated products. *Regional Science and Urban Economics*, 19(1), 5-19.

Benassi, C., Chirco, A., & Scrimitore, M. (2007). Spatial discrimination with quantity competition and high transportation costs: a note. *Economics Bulletin*, 12(1), 1-7.

Bertrand, J. (1883), "Theorie Mathematique de la Richesse Sociale" *Journal des Savants*, 499-508.

Biscaia, R., & Mota, I. (2013). Models of spatial competition: A critical review. *Papers in Regional Science*, 92(4), 851-871.

Böckem, S. (1994), 'A generalized model of horizontal product differentiation', *Journal of Industrial Economics* 42, 287–298.

Boyer, M., J. Laffont, P. Mahenc and M. Moreaux (1994), "Location Distortions under Incomplete information", *Regional Science and Urban Economics*, 24(4), 409-440.

Boyer, M., P. Mahenc and M. Moreaux (2003a), "Assymetric Information and Product Differentiation", *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 33, No. 1, pp. 93-113.

Boyer, M., P. Mahenc and M. Moreaux (2003b), "Entry preventing locations under incomplete information", *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 21, No.6, pp. 809-829.

Braid, R. M. (1996). The optimal locations of branch facilities and main facilities with consumer search. *Journal of Regional Science*, 36(2), 217-234.

Bibliografía

Brekke, K. R., & Straume, O. R. (2004). Bilateral monopolies and location choice. *Regional Science and Urban Economics*, 34(3), 275-288.

Brown, N. D. (2005). La teoría de la localización. *Documento de trabajo, Universidad de Barcelona*.

Brown-Kruse, J., Cronshaw, M. B. & Schenk, D. J. (1993), 'Theory and experiments on spatial competition', *Economic Inquiry* 31, 139–165.

Brueckner J., J. F. Thisse and Y. Zenou (2002), "Local Labor Markets, Job Matching, and Urban Location", *International Economic Review*, 43 (1), 155-171.

Caplin, A. & Nalebu¤, B. (1991), 'Aggregation and imperfect competition: On existence of equilibrium', *Econometrica* 59, 25–59.

Chamorro-Rivas, J. (2000), "Spatial dispersion in Cournot competition", *Spanish Economic Review*, 2, 145-152.

Clarke, R. (1993). *Economía industrial*. Celeste Ediciones.

Claycombe, R. J. (1991). Spatial retail markets. *International Journal of Industrial Organization,* 9(2), 303-313.

Claycombe, R. J., & Mahan, T. E. (1993). Spatial aspects of retail market structure beef pricing revisited. *International Journal of Industrial Organization*, 11(2), 283-291.

Chen, C.-S. & F.-C, Lai (2008), "Location choice and optimal zoning under Cournot competition", *Regional Science and Urban Economics*, 38, 119–126.

Coase, R. H. The Problem of Social Cost'(1960) 3. *Journal of Law and Economics*, *1*.

Bibliografía

Colombo, S. (2011). Taxation and predatory prices in a spatial model. *Papers in Regional Science,* 90(3), 603-612.

Colombo, S. (2011). On the rationale of spatial discrimination with quantity-setting firms. *Research in Economics*, 65(3), 254-258.

Colombo, S. (2012). On optimal zoning in a linear town with Cournot competitors. *Letters in Spatial and Resource Sciences*, 5(2), 113-118.

Colombo, S. (2013). Predation in space. *Spatial Economic Analysis*, 8(1), 9-22.

Cosnita-Langlais, A. (2014). Where to locate to escape predation?. *Economics Bulletin*, 34(2), 614-626.

Cournot, A. A. (1838). *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses par Augustin Cournot*. chez L. Hachette.

d'Aspremont, C., Gabszewicz, J. J., & Thisse, J. F. (1979). On Hotelling's" Stability in competition". *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1145-1150.

Dasgupta, P., & Maskin, E. (1986). The existence of equilibrium in discontinuous economic games, I: Theory. *The Review of economic studies*, 53(1), 1-26.

Delacámara, G. (2008). *Análisis económico de externalidades ambientales. Guía para decisores*.

De Fraja, G. (1999). Minimum wage legislation, productivity and employment. *Economica*, 66(264), 473-488.

Bibliografía

De Frutos, M. A., Hamoudi, H., & Jarque, X. (1999). Equilibrium existence in the circle model with linear quadratic transport cost. *Regional Science and Urban Economics*, 29(5), 605-615.

De Palma, A., Ginsburgh, V., Papageorgiou, Y. Y., & Thisse, J. F. (1985). The principle of minimum differentiation holds under sufficient heterogeneity. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 767-781.

Dixit, A. K. & Stiglitz, J. E. (1977), 'Monopolistic competition and optimal product diversity', *American Economic Review* 67, 297–308.

Eaton, B. C., & Wooders, M. H. (1985). Sophisticated entry in a model of spatial competition. *The Rand Journal of Economics*, 282-297.

Eaton, B. C., & Lipsey, R. G. (1975). The principle of minimum differentiation reconsidered: Some new developments in the theory of spatial competition. *The Review of Economic Studies*, 42(1), 27-49.

Economides, N. (1986) Minimal and maximal product differentiation in Hotelling's duopoly. *Economics Letters* 21, 67-71

Economides, N. (1989a) Quality variations and maximal variety differentiation. *Regional Science and Urban Economics* 9, 21-29

Economides, N. (1989b). Symmetric equilibrium existence and optimality in differentiated product markets. *Journal of Economic Theory*, 47(1), 178-194.

Economides, N. (1993), Hotelling's "Main Street" with more than two competitors, *Journal of Regional Science* 33(3), 303–319.

Bibliografía

Fetter, F. A. (1924). The economic law of market areas. *The Quarterly Journal of Economics*, *38*(3), 520-529.

Fischel, W. A. (1987). *The economics of zoning laws: A property rights approach to American land use controls*. JHU Press.

Fujita, M., & Thisse, J. F. (1986). Spatial competition with a land market: Hotelling and Von Thunen unified. *The Review of Economic Studies*, *53*(5), 819-841.

Fujita, M. y J. F. Thisse (1996), Economics of agglomeration, *CEPR Discussion Paper* 1344.

Fujita, M., & Thisse, J. F. (2002). *Agglomeration and market interaction.*

Fujita, M., & Thisse, J. F. (2003). Does geographical agglomeration foster economic growth? And who gains and loses from it?. *The Japanese Economic Review*, 54(2), 121-145.

Gabszewicz, J. J. & Thisse, J.-F. (1979), 'Price competition, quality and income disparaties', *Journal of Economic Theory* 22, 340–359.

Gabszewicz, J.J. & Thisse, J.F. (1986a), 'On the nature of competition with differentiated products', *Economic Journal* 96, 160–172.

Gabszewicz, J.J., Thisse, J.F. (1986b), "Spatial competition and the location of firms", *Fundamentals of Pure and Applied Economics*, Vol. 5, pp. 1-71.

Götz, G. (2005). Endogenous sequential entry in a spatial model revisited. *International Journal of Industrial Organization*, 23(3), 249-261.

Bibliografía

Greenhut, J. G., & Greenhut, M. L. (1975). Spatial price discrimination, competition and locational effects. *Economica,* 42(168), 401-419.

Gupta, B., Pal, D., & Sarkar, J. (1997). Spatial Cournot competition and agglomeration in a model of location choice. *Regional Science and Urban Economics*, 27(3), 261-282.

Gupta, B., Lai, F. C., Pal, D., Sarkar, J., & Yu, C. M. (2004). Where to locate in a circular city?. *International Journal of Industrial Organization*, 22(6), 759-782.

Gupt, Y., & Geoghegan, J. (2006). Pollution in a Spatial Model: Is Zoning a Policy Response? *International Journal of Ecological Economics & Statistics (IJEES)*, 6(F06), 90

Guo, W. C., Lai, F. C., & Zeng, D. Z. (2015). A Hotelling model with production. *Mathematical Social Sciences*, 73, 40-49.

Hamilton, J. H., Thisse, J. F., & Weskamp, A. (1989). Spatial discrimination: Bertrand vs. Cournot in a model of location choice. *Regional Science and Urban Economics*, 19(1), 87-102.

Hamilton, J. H., MacLeod, W. B., & Thisse, J. F. (1991). Spatial competition and the core. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(3), 925-937.

Hamilton, J. H., Klein, J. F., Sheshinski, E., & Slutsky, S. M. (1994). Quantity competition in a spatial model. *Canadian Journal of Economics*, 903-917.

Hamoudi, H., & Moral, M. J. (2005). Equilibrium existence in the linear model: concave versus convex transportation costs. *Papers in Regional Science*, 84(2), 201-219.

Bibliografía

Hamoudi, H., & Moral, M. J. (2005). Equilibrium existence in the linear model: concave versus convex transportation costs. *Papers in Regional Science*, 84(2), 201-219.

Hamoudi, H., & Risueño, M. (2012). The effects of zoning in spatial competition. *Journal of Regional Science*, 52(2), 361-374.

Harter, J. F. R. (1996), Hotelling's competition with demand location uncertainty, *International Journal of Industrial Organization* 15, 327–334.

Hinloopen, J. & Marrewijk, C. V. (1999), On the limits and possibilities of the principle of minimum differentiation, *International Journal of Industrial Organization* 17, 735–750.

Holahan, W. L. (1975). The welfare effects of spatial price discrimination. *The American Economic Review*, 65(3), 498-503.

Hoover, E. M. (1937). Spatial price discrimination. *The Review of Economic Studies*, 4(3), 182-191.

Hotelling, H. (1990). Stability in competition. *In The Collected Economics Articles of Harold Hotelling* (pp. 50-63). Springer New York.

Hurter, A. P., & Lederer, P. J. (1985). Spatial duopoly with discriminatory pricing. *Regional Science and Urban Economics*, 15(4), 541-553.

Hwang, H., & Mai, C. C. (1990). Effects of spatial price discrimination on output, welfare, and location. *The American Economic Review*, 80(3), 567-575.

Irmen, A., & Thisse, J. F. (1998). Competition in multi-characteristics spaces: Hotelling was almost right. *Journal of Economic Theory*, 78(1), 76-102.

Bibliografía

Kaas, L., & Madden, P. (2008). Hold-up in oligopsonistic labour markets-a new role for the minimum wage. *Labour Economics*, 15(3), 334-349.

Kaas, L., & Madden, P. (2010). Minimum wages and welfare in a Hotelling duopsony. *Economic theory*, 43(2), 167-188.

Kilkenny, M., & Thisse, J. F. (1999). Economics of location: a selective survey. *Computers & Operations Research*, 26(14), 1369-1394.

Krugman, P. (1994), Fluctuations, instability and agglomeration, *NBER Working Paper* 4616.

Lai, F. C., & Tsai, J. F. (2004). Duopoly locations and optimal zoning in a small open city. *Journal of Urban Economics*, 55(3), 614-626.

Lai, F. C., & Tabuchi, T. (2012). Hotelling meets Weber. *Regional Science and Urban Economics*, 42(6), 1017-1022.

Lambertini, L. (1997). Optimal fiscal regime in a spatial duopoly. *Journal of Urban Economics*, 41(3), 407-420.

Lambertini, L. (2002). Equilibrium locations in a spatial model with sequential entry in real time. *Regional Science and Urban Economics*, 32(1), 47-58.

Lancaster, K. J. (1966). A new approach to consumer theory. *The journal of political economy*, 132-157.

Lancaster, K. (1971). *Consumer demand: A new approach*.

Bibliografía

Lederer, P. J., & Hurter Jr, A. P. (1986). Competition of firms: discriminatory pricing and location. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 623-640.

Lerner, A. P., & Singer, H. W. (1937). Some notes on duopoly and spatial competition. *The Journal of Political Economy*, 145-186.

Levi-Faur, D. (2011). Regulation and regulatory governance. *Handbook on the Politics of Regulation*, *1*(1), 1-25.

Liang, W. J., & Mai, C. C. (2006). Validity of the principle of minimum differentiation under vertical subcontracting. *Regional Science and Urban Economics*, 36(3), 373-384.

Lindsey R, West D S (2003) Predatory princing in differentiated product retail markets. *International Journal of Industrial Organization*, 21:551-592

Losch, A. (1954). *Economics of location*.

Marsal, E. V. (2003). Economías externas y localización del empleo industrial. *Revista de Economía Aplicada*, 11(31), 5-32.

MacMillan, I. C. & McGrath, R. M. (1997), 'Discovering new points of differentiation', *Harvard Business Review* 8, 133–145.

McMillen, D. P., & McDonald, J. F. (1991). A simultaneous equations model of zoning and land values. *Regional Science and Urban Economics*, *21*(1), 55-72.

McMillen, D. P., & McDonald, J. F. (1999). Land use before zoning: The case of 1920's Chicago. *Regional Science and Urban Economics*, *29*(4), 473-489.

Bibliografía

McMillen, D. P., & McDonald, J. F. (2002). Land values in a newly zoned city. *Review of Economics and Statistics*, *84*(1), 62-72.

Mai, C.-C., Peng, S.-K. (1999) Cooperation vs. competition in a spatial model. *Regional Science and Urban Economics* 29, 463-472

Matsushima, N. (2001). Cournot competition and spatial agglomeration revisited. *Economics Letters*, 73(2), 175-177.

Matsumura, T., Ohkawa, T., & Shimizu, D. (2005a). Partial agglomeration or dispersion in spatial Cournot competition. *Southern Economic Journal*, 224-235.

Matsumura, T., & Shimizu, D. (2005b). Spatial Cournot competition and economic welfare: a note. *Regional Science and Urban Economics*, 35(6), 658-670.

Matsumura, T., & Matsushima, N. (2012). Locating outside a linear city can benefit consumers. *Journal of Regional Science*, 52(3), 420-432.

Mayer, T. (2000). Spatial Cournot competition and heterogeneous production costs across locations. *Regional Science and Urban Economics*, 30(3), 325-352.

McConnell, C. R., & Brue, S. L. (1999). *Economics: Principles, problems, and policies*. McGraw-Hill.

Mitnick, B. M. (1989). *La economía política de la regulación* (No. 351/M68pE).

Morales, A. M., & Rueda, A. G. (2009). Fallos del mercado y regulación pública. *Temas actuales de economía*, (4), 127-158.

Motta, M. (2004). *Competition policy: theory and practice*. Cambridge University Press.

Bibliografía

Musgrave, R. A., & Musgrave, P. B. *Public Finance in Theory and Practice.* McGraw-Hill, 1976.

Neven, D. J. (1986). On Hotelling's competition with non-uniform customer distributions. *Economics Letters*, 21(2), 121-126.

Osborne, M. J., & Pitchik, C. (1987). Equilibrium in Hotelling's model of spatial competition. Econometrica: *Journal of the Econometric Society*, 911-922.

Ottaviano, G. I., & Puga, D. (1998). Agglomeration in the global economy: a survey of the 'new economic geography'. *The World Economy*, 21(6), 707-731.

Pal, D. (1998). Does Cournot competition yield spatial agglomeration? *Economics Letters*, 60(1), 49-53.

Peitz, M. (1999). A difficulty with the address models of product differentiation. *Economic Theory*, 14(3), 717-727.

Peltzman, S. (1976). Toward a more general theory of regulation. *The Journal of Law and Economics*, *19*(2), 211-240.

Porter, M. E. (1995). The competitive advantage of the inner city. *Harvard Business Review*, 73(3), 55-71.

Posner, R. A. (1974). *Theories of economic regulation*.

Poitevin, M. (1989). Financial signalling and the" deep-pocket" argument. *The RAND Journal of Economics*, 26-40

Bibliografía

Raith, M. (1996). Spatial retail markets with commuting consumers. *International Journal of Industrial Organization*, 14(4), 447-463.

Rossi-Hansberg, E. (2004). Optimal urban land use and zoning. *Review of Economic Dynamics*, *7*(1), 69-106.

Salop, S. C. (1979). Monopolistic competition with outside goods. *The Bell Journal of Economics*, 141-156.

Samuelson, P. A. (1954). The pure theory of public expenditure. *The review of economics and statistics*, 387-389.

Shimizu, D. (2002). Product differentiation in spatial Cournot markets. *Economics Letters*, 76(3), 317-322.

Schmalensee, R., & Willig, R. (1989). *Handbook of industrial organization*.

Smithies, A. (1941). Optimum location in spatial competition. *The Journal of Political Economy*, 423-439.

Spence, M. (1976). Product differentiation and welfare. *The American Economic Review*, 66(2), 407-414.

Stigler, G. J. (1971). The theory of economic regulation. *The Bell journal of economics and management science*, 3-21.

Sun, C. H., & Lai, F. C. (2013). Hotelling was right with decreasing returns to scale and a coalition-proof refinement. *The Annals of Regional Science,* 50(3), 953-971.

Bibliografía

Tabuchi, T. (1994), Two-stage two-dimensional spatial competition between two firms, *Regional Science and Urban Economics,* 24, 207–227.

Tabuchi, T., & Thisse, J. F. (1995). Asymmetric equilibria in spatial competition. *International Journal of Industrial Organization*, 13(2), 213-227.

Tabuchi, T. (1999). Pricing policy in spatial competition. *Regional Science and Urban Economics*, 29(5), 617-631.

Thisse, J. F., & Vives, X. (1988). On the strategic choice of spatial price policy. *The American Economic Review*, 122-137.

Tirole, J. (1990), *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, Cambridge

Tsai, J. F., Peng, S. K., & Lai, F. C. (2006). Spatial duopoly with zoning. *The Annals of Regional Science*, 40(3), 515-530.

Valletti, T. M. (2002). Location choice and price discrimination in a duopoly. *Regional Science and Urban Economics*, 32(3), 339-358.

Vickrey, W. S., Anderson, S. P., & Braid, R. M. (1999). Spatial competition, monopolistic competition, and optimum product diversity. *International Journal of Industrial Organization*, 17(7), 953-963.

Walsh, F. (2003). Comment on 'minimum wages for ronald mcdonald monopsonies: a theory of monopsonistic competition'. *The Economic Journal*, 113(489), 718-722.

White, M. J., & Wittman, D. (1981). Optimal spatial location under pollution: liability rules and zoning. *The Journal of Legal Studies*, 10(2), 249-268.