INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

Grado en Ingeniería de la Energía (2022/2023)
Problemas Resueltos

http://hdl.handle.net/10115/19988

Temario

Bloque I. Electrónica Analógica

- Tema 1. Teoría de circuitos DC y AC.
- Tema 2. Amplificador Operacional. Amplificación y ganancia.
- Tema 3. Diodo y rectificación.
- Tema 4. Transistor bipolar. Transistor de efecto campo.

Bloque II. Electrónica Digital

- Tema 5. Sistemas de numeración.
- Tema 6. Álgebra de Boole. Lógica combinacional.

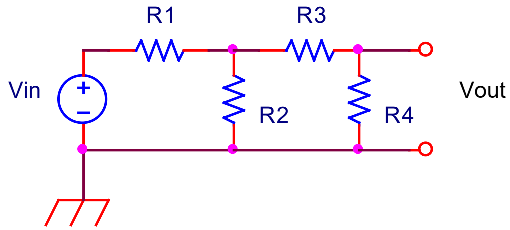
Bloque III. Automática

- Tema 7. Fundamentos de electrónica automática.
- Tema 8. Análisis temporal y respuesta transitoria.

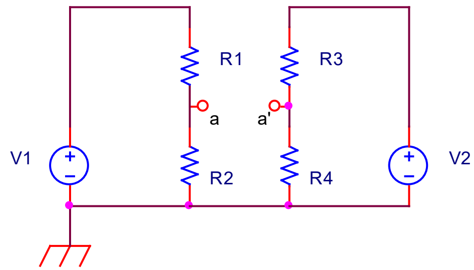
Bloque I.
Electrónica Analógica

Tema 1. Problemas DC

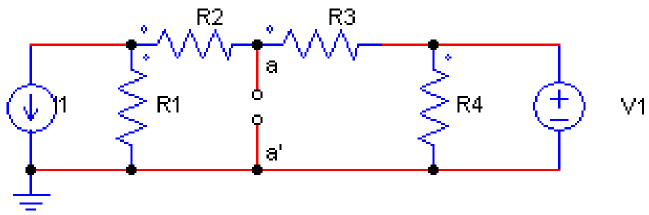
Problema 1. Calcular el voltaje de salida, V_{out} si el de entrada, v_{in} es 6 V y el valor de las resistencias es $R_1 = R_2 = 10\ k\Omega$ y $R_3 = R_4 = 20\ k\Omega$.



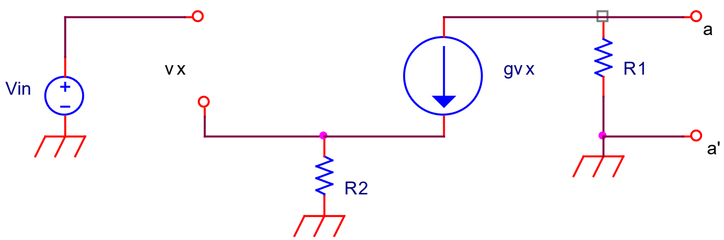
Problema 2. Calcular el voltaje que cae entre a y a' si $V_1 = 12$ V, $V_2 = 5$ V y las resistencias valen 10 kΩ. Calculad la corriente que circula entre a y a' si se hace un cortocircuito entre ambos puntos.



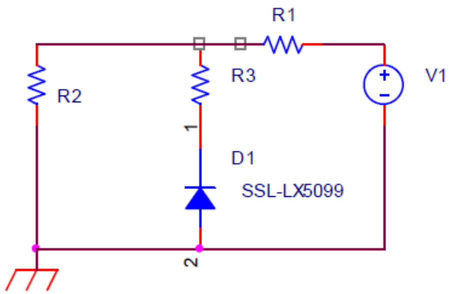
Problema 3. Hallar aplicando el principio de superposición el voltaje que cae entre a y a'.



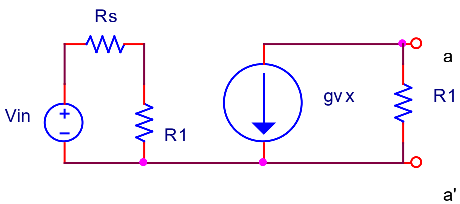
Problema 4. Hallar el circuito equivalente de Thévenin entre a y a’



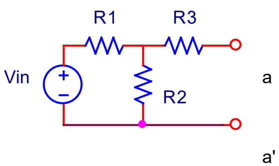
Problema 5. Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo R1 = 6 kΩ, R2= 4 kΩ, R3 = 0.9 kΩ, V1 =10 V.



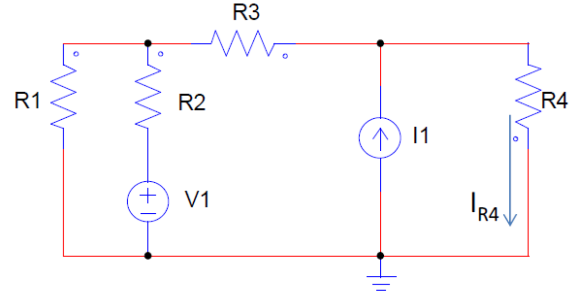
Problema 6. Calcular el circuito equivalente de Thévenin entre a y a’. V_x es el voltaje que cae en R_1 (izquierda)



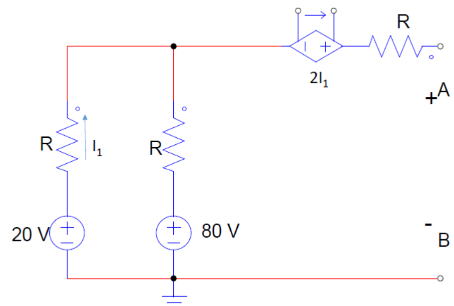
Problema 7 Calcular el circuito equivalente de Thévenin y de Norton entre a y a’.



Problema 8. Calcula la corriente que circula por la resistencia R4 aplicando el principio de superposición. Datos: R1= 27Ω, R2=47 Ω, R3=4 Ω, R4=23 Ω, V1=200V, I1=20A.

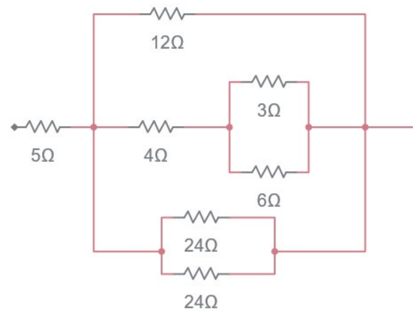


Problema 9. Calcula el circuito equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. R = 1 Ω.

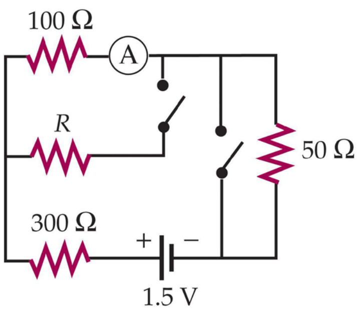


Problema 10 Se tienen tres lámparas marcadas como A, B y C. Se observa que si se aplican 220 V a cada una de ellas, su consumo es de 55, 100 y 160 W, respectivamente. Si ahora se conectan las tres lámparas en serie y se aplican 380 V al conjunto, determina la potencia que consume cada una de las lámparas.

Problema 11. Si se sabe que por la resistencia de 5 Ω circula una corriente de 12 A, ¿Qué corriente pasa por la resistencia de 6 Ω del circuito de la figura?

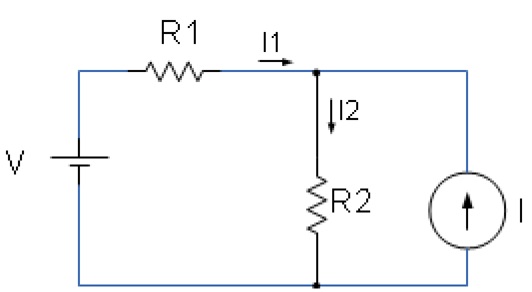


Problema 12. En el circuito indicado en la figura, calcula el valor de la resistencia R para que la lectura del amperímetro sea la misma cuando ambos interruptores están abiertos y cuando ambos están cerrados.

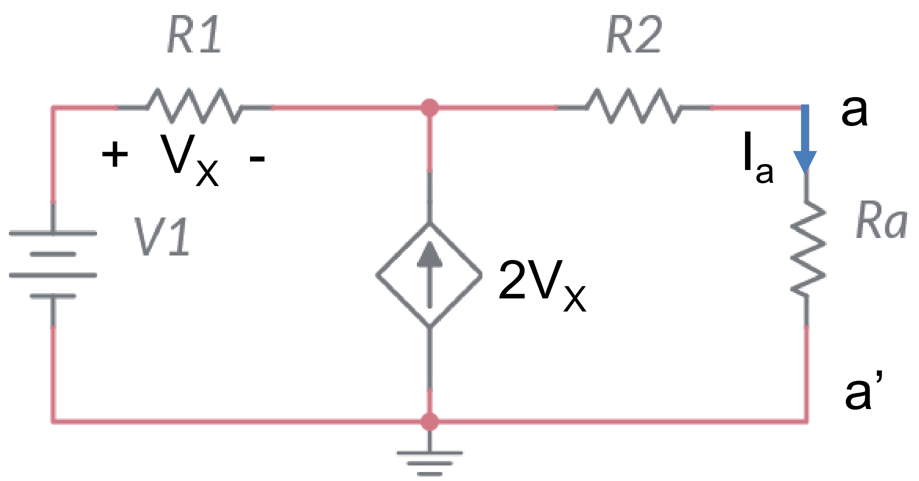


Problema 13: Calcular las corrientes I1, I2. Y las caídas de tensión en las resistencias R1 y R2. R1 = 3Ω, R2 = 6 Ω, V= 12V, I=0,5A. Se recomienda resolverlo 4 veces usando los métodos explicados:

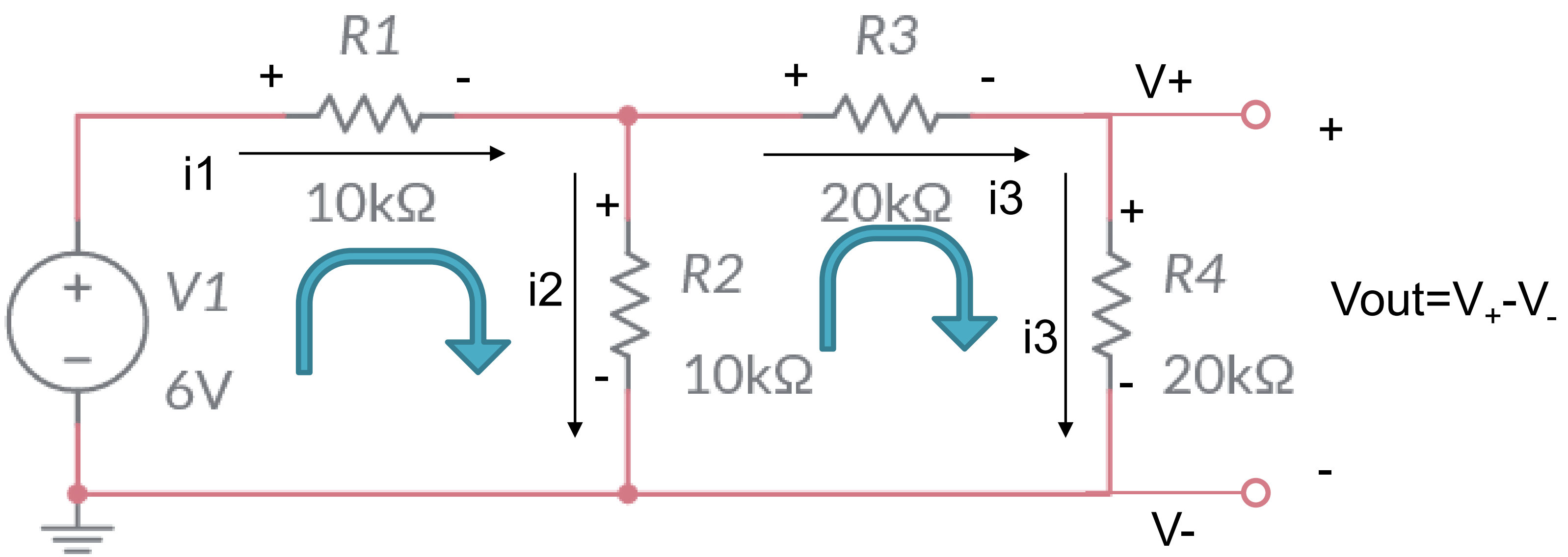
1. El teorema de superposición
2. Las leyes de Kirchhoff
3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton



Problema 14. Calcula la tensión que cae entre *a* y *a'*. Calcula la corriente que circula por la resistencia Ra. Siendo V1 = 10V, R1 = 1Ω, R2= 2Ω, y Ra = 3Ω.



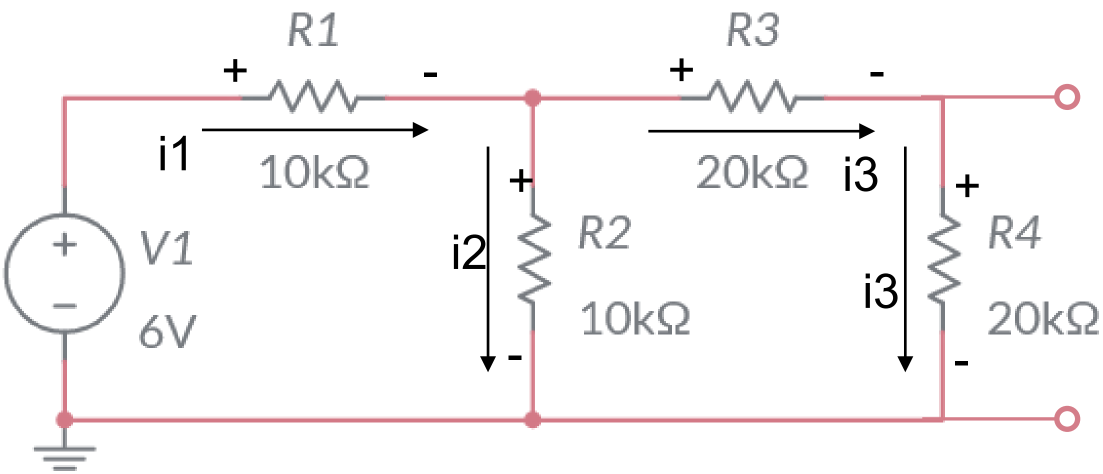
Problema 1. Calcular el voltaje de salida, Vout si el de entrada, Vin es 6 V y el valor de las resistencias es R1 = R2 = 10 kΩ y R3 = R4 = 20 k Ω.



Nodo: $i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow i_3 = i_1 - i_2$

Mallas:

$$Vin = V_{R1} + V_{R2} = R_1 i_1 + R_2 i_2$$
$$V_{R2} - V_{R3} - V_{R4} = 0 = R_2 i_2 - R_3 i_3 - R_4 i_3 = 0$$
$$\rightarrow R_2 i_2 - R_3(i_1 - i_2) - R_4(i_1 - i_2) = 0$$



$$Vin = R_1 i_1 + R_2 i_2$$
$$R_2 i_2 - R_3(i_1 - i_2) - R_4(i_1 - i_2) = 0$$

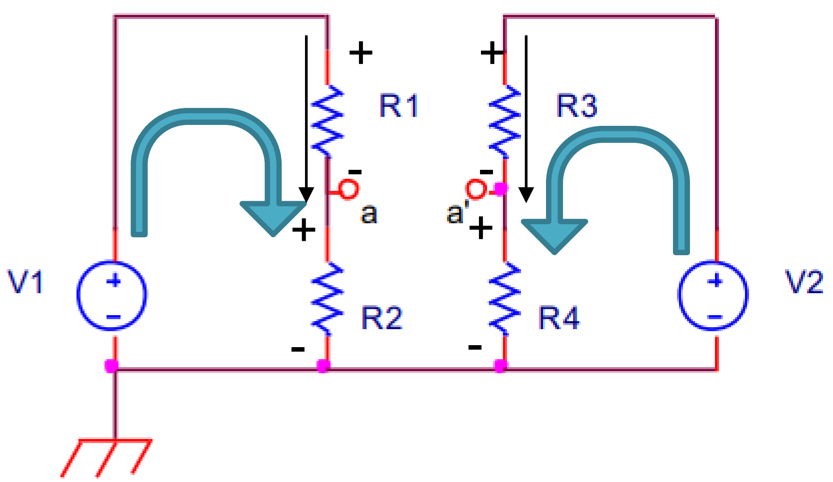
$$6 = 10i_1 + 10i_2$$
$$10i_2 - 20(i_1 - i_2) - 20(i_1 - i_2) = 0 \rightarrow -40i_1 + 50i_2 = 0$$

$$\left.\begin{array}{c} 6 = 10i_1 + 10i_2 \\ -40i_1 + 50i_2 = 0 \rightarrow \\ i_2 = \dfrac{40i_1}{50} = \dfrac{4i_1}{5} \end{array}\right\} \quad 6 = 10i_1 - 10\frac{4i_1}{5} = 18i_1 \rightarrow i_1 = \frac{6}{18} = 0.333\, mA$$

$$i_2 = \frac{4i_1}{5} = 0.267mA$$
$$i_3 = i_1 - i_2 = 0.333 - 0.267 = 0.067mA$$

$$\boxed{Vout = i3 * R4 = 0.067x20 = 1.33\ V}$$

Problema 2. Calcular el voltaje que cae entre a y a' si V1 = 12 V, V2 = 5 V y las resistencias valen 10 kΩ. Calculad la corriente que circula entre a y a' si se hace un cortocircuito entre ambos puntos



$V_{aa'}$=V_a-$V_{a'}$

$$V1 = V_{R1} + V_{R2} \qquad V1 = i_1R_1 + i_1R_2$$
$$V2 = V_{R3} + V_{R4} \qquad V2 = i_2R_3 + i_2R_4$$

$$i_1 = \frac{V1}{R_1 + R_2} = \frac{12}{20} = 0.6\ mA$$
$$i_2 = \frac{V2}{R_3 + R_4} = \frac{5}{20} = 0.25\ mA$$

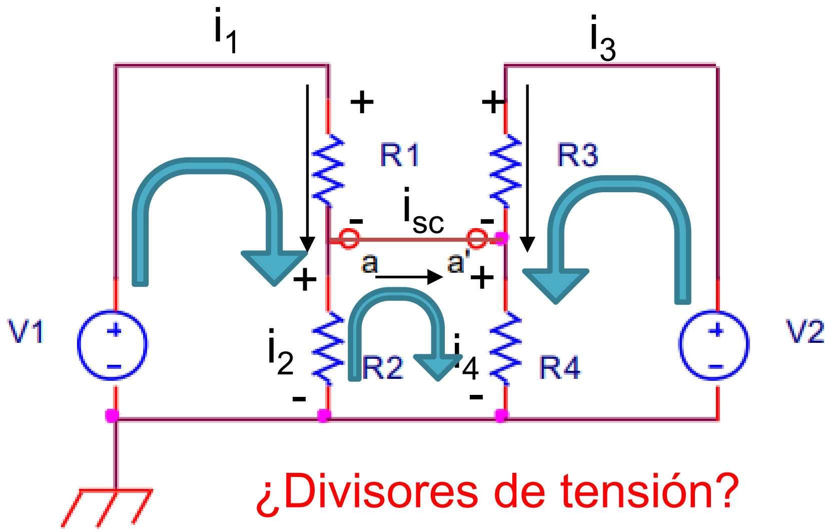
$$Va = i_1R_2 = 0.6 * 10 = 6V$$
$$Va' = i_2R_4 = 0.25 * 10 = 2.5V$$

$$Va - Va' = 6 - 2.5 = 3.5V$$
$$Va' = i_2R_4 = 0.25 * 10 = 2.5V$$

Divisor de tensión

$$Va = V1\frac{R2}{R_1 + R_2} = 12x0.5$$
$$Va' = V2\frac{R4}{R_3 + R_4} = 5 * 0.5 = 2.5V$$

Calculad la corriente que circula entre a y a’ si se hace un cortocircuito entre ambos puntos



¿Divisores de tensión?

$$V1 = V_{R1} + V_{R2} \qquad V1 = i_1R_1 + i_2R_2$$
$$V2 = V_{R3} + V_{R4} \qquad V2 = i_3R_3 + i_4R_4$$

$$i_1 = i_2 + i_{sc} \qquad V1 = (i_2 + i_{sc})R_1 + i_2R_2$$
$$i_3 + i_{sc} = i_4 \qquad V2 = (i_4 - i_{sc})R_3 + i_4R_4$$

$$V_{R2} = V_{R4} \rightarrow i_2R_2 = i_4R_4 \rightarrow i_4 = \frac{i_2R_2}{R_4}$$

$$V1 = (i_2 + i_{sc})R_1 + i_2R_2$$
$$V2 = \left(\frac{i_2R_2}{R_4} - i_{sc}\right)R_3 + \frac{i_2R_2}{R_4}R_4$$

$$\Rightarrow$$

$$12 = (i_2 + i_{sc})10 + i_2 10 = 20i_2 + 10i_{sc}$$
$$5 = \left(\frac{i_2 10}{10} - i_{sc}\right)10 + \frac{i_2 10}{10}10 = 20i_2 - 10i_{sc}$$

$$12 = 20i_2 + 10i_{sc}$$
$$5 = 20i_2 - 10i_{sc}$$

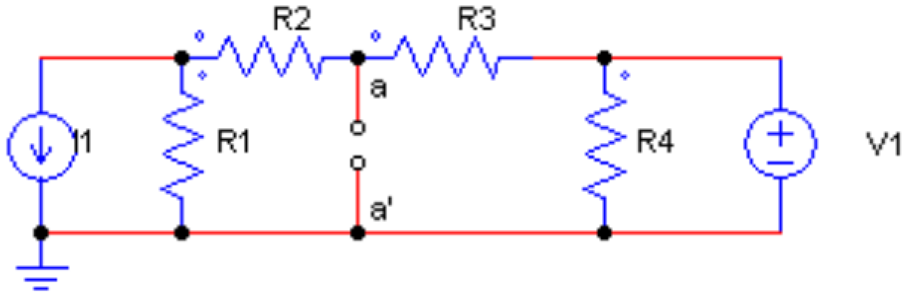
$$12 + 5 = 20i_2 + 20i_2 + \cancel{10i_{sc}} - \cancel{10i_{sc}}$$

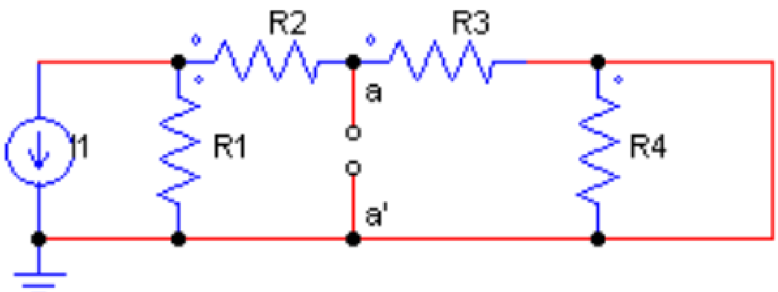
$$i_2 = \frac{17}{40} = 0.425\ mA$$
$$i_4 = i_2 = 0.425\ mA$$

$$V1 = i_1R_1 + i_2R_2 \rightarrow i_1 = \frac{V1 - i_2R_2}{R_1} = 0.775mA$$
$$V2 = i_3R_3 + i_4R_4 \rightarrow i_3 = \frac{V2 - i_4R_4}{R_3} = 0.075mA$$

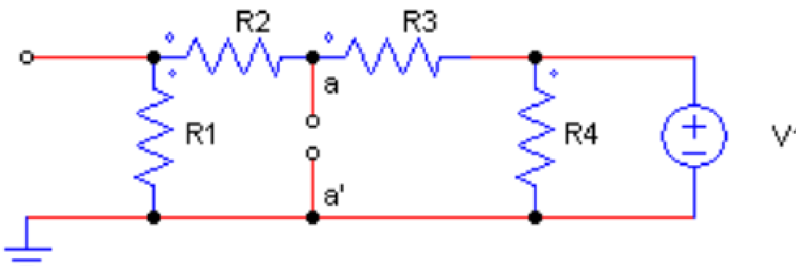
$$i_{sc} = i_1 - i_2 = 0.35mA$$
$$i_{sc} = i_4 - i_3 = 0.35mA$$

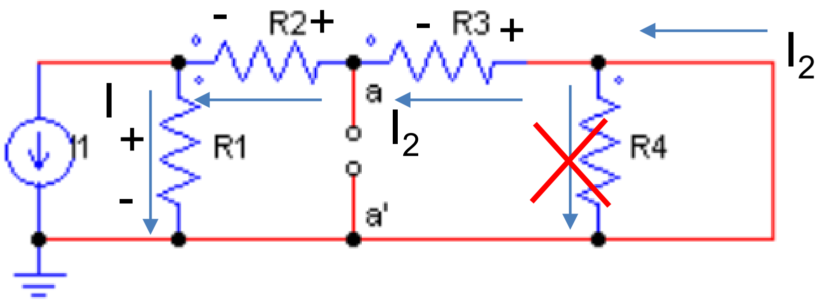
Problema 3. Hallar aplicando el ppio. de superposición el voltaje que cae entre a y a’





+

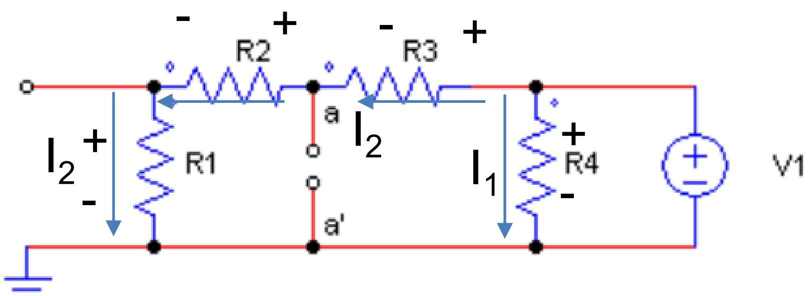




$I_1+I=I_2 \rightarrow I=I_2-I_1$

$$V_{R1}+V_{R2}+V_{R3}=0$$
$$R_1(I_2-I_1)+R_2I_2+R_3I_2=0 \rightarrow$$
$$I_2=\frac{R_1I_1}{R_1+R_2+R_3}$$

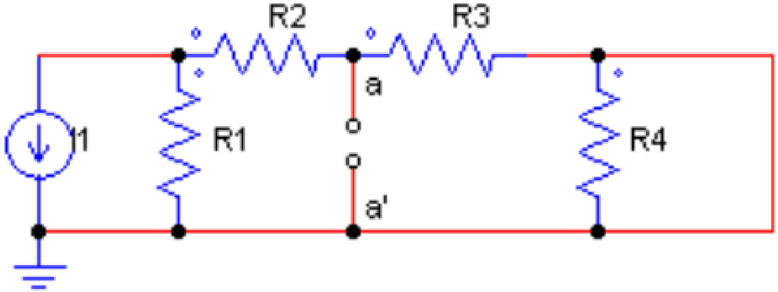
$$\boxed{V_{aa\prime}=-R_3I_2=\frac{-R_3R_1I_1}{R_1+R_2+R_3}}$$



$$V_1=V_{R4}=I_1R_4 \rightarrow I_1=\frac{V_1}{R_4}$$
$$V_1=V_{R2}+V_{R3}+V_{R1}$$
$$=I_2(R_1+R_2+R_3) \rightarrow I_2$$
$$=\frac{V_1}{R_1+R_2+R_3}$$

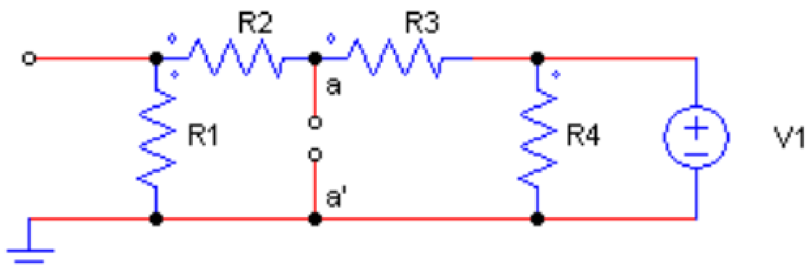
$$V_{aa\prime}=V_{R1}+V_{R2}=I_2(R_1+R_2)=\frac{V_1(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}$$

$$V_{aa\prime}=V_1-V_{R3}=V_1-I_2R_3=V_1-\frac{V_1R_3}{R_1+R_2+R_3}=\frac{V_1(R_1+R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}-\frac{V_1R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

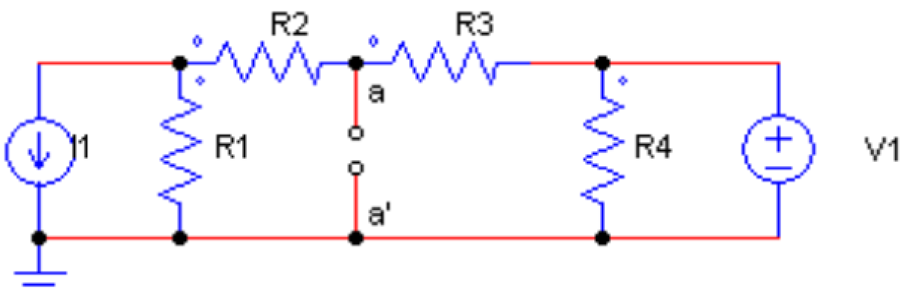


$$V_{aa'} = \frac{-R_3 R_1 I_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

+

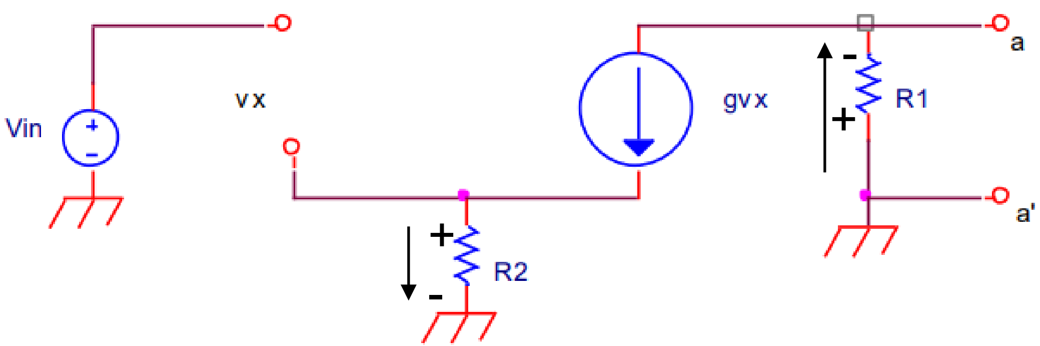


$$V_{aa'} = \frac{V_1(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$



$$V_{aa'} = \frac{-R_3 R_1 I_1 + V_1(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Problema 4. Hallar el circuito equivalente de Thévenin entre a y a’



Thévenin:

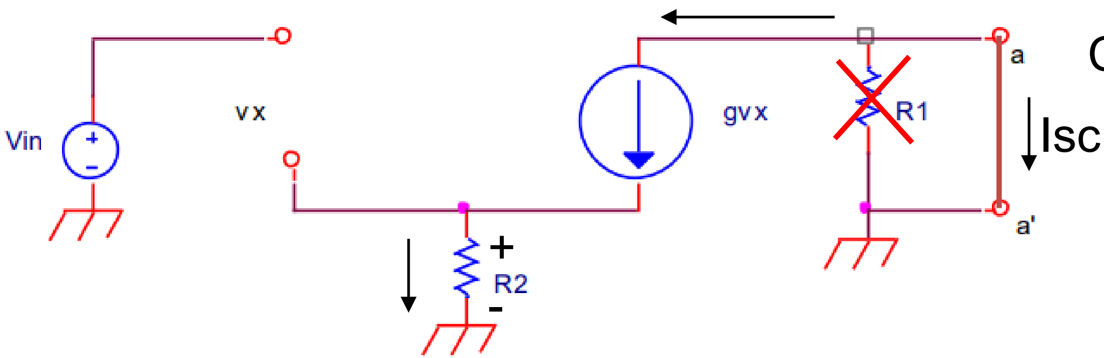
- Vth=-V_{R1}
- Rth

$$V_{R1} = I_1 R_1 = g V_x R_1$$

$$V_x = V_{in} - V_{R2} = V_{in} - I_1 R_2 = V_{in} - g V_x R_2 \rightarrow V_x(1 + gR_2) = V_{in} \rightarrow V_x = \frac{V_{in}}{1 + gR_2}$$

$$V_{R1} = g V_x R_1 = g\frac{V_{in} R_1}{1 + gR_2} \quad \boxed{\rightarrow V_{TH} = -g\frac{V_{in} R_1}{1 + gR_2}}$$

Para Rth no podemos apagar las fuentes y calcular Req porque tenemos una fuente dependiente →Rth=Voc/Isc



Cortocircuitamos a-a’

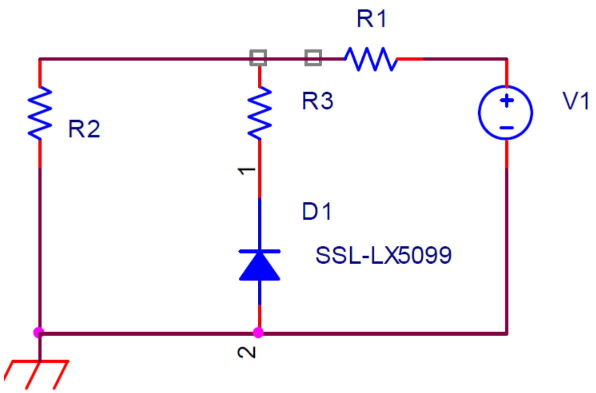
$$I_{sc} = -gV_x$$

$$V_x = V_{in} - V_{R2} = V_{in} - I_1R_2 = V_{in} - gV_xR_2 \rightarrow V_x(1 + gR_2) = V_{in} \rightarrow V_x = \frac{V_{in}}{1 + gR_2}$$

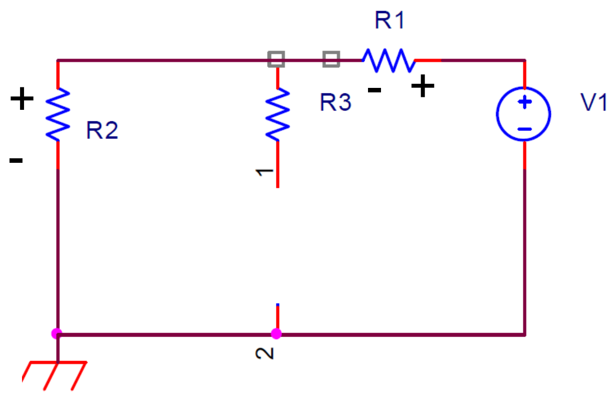
$$I_{sc} = -gV_x = -gV_x = -g\frac{V_{in}}{1 + gR_2}$$

$$\boxed{\rightarrow R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{sc}} = \frac{-g\dfrac{V_{in}R_1}{1 + gR_2}}{-g\dfrac{V_{in}}{1 + gR_2}} = R_1}$$

Problema 5. Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo R1 = 6 kΩ, R2= 4 k Ω, R3 = 0.9 k Ω, V1 =10 V.



Como queremos obtener el equivalente en bornes del diodo, quitamos el diodo y calculamos Thévenin entre el punto 1 y 2:



Obtenemos V_{OC}= V_{12}. Como por R3 no circula corriente, V_{R3}=0 y por lo tanto V_{12} = V_{R2}. Para obtener esta tensión empleamos la fórmula del divisor de tensión:

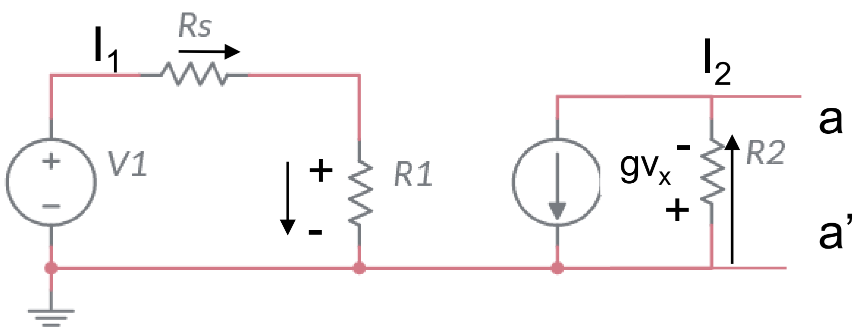
$$V_{R2} = \frac{V_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 * \frac{4}{10} = 4V$$

Para calcular Rth podemos anular la fuente y calcular la resistencia equivalente del circuito. Al anular V1, R2 y R1 están en paralelo, y el resultado en serie con R3:

$$R_1 \backslash\backslash R_2 = \frac{6 * 4}{6 + 4} = 2.4\ k\Omega$$

$$R_{TH} = R_1 \backslash\backslash R_2 + R_3 = 2.4 + 0.9 = 3.3\ k\Omega$$

Problema 6. Calcular el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'. Vx es el voltaje que cae en R1 (izquierda)



Thévenin:

- Vth=-V_{R2}
- Rth

(porque hemos definido la corriente hacia arriba)

$$V_{R2} = I_2 R_2 = g V_x R_2$$ (aquí V_{R2} está definido como $V_{a'}$-V_a)

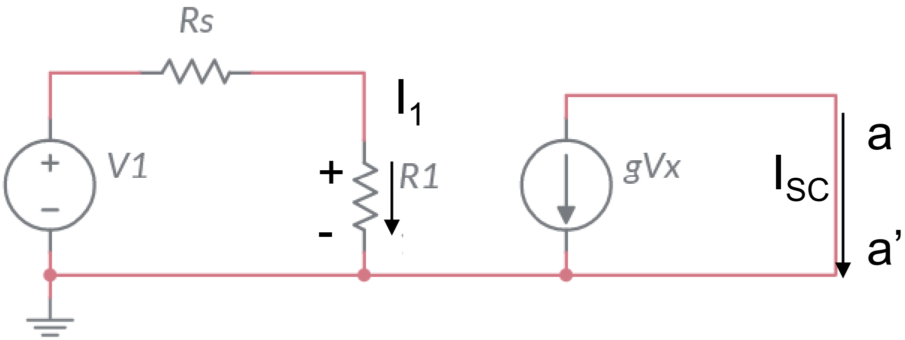
$$V_{in} = V_{RS} + V_{R1} = I_1(R_s + R_1) \to I_1 = \frac{V_{in}}{R_s + R_1}$$

$$V_x = V_{R1} = I_1 R_1 = \frac{V_{in} R_1}{R_s + R_1}$$ (Divisor de tensión) $$\to V_{R2} = g V_x R_2 = \frac{g R_2 V_{in} R_1}{R_s + R_1}$$

$$\boxed{\to V_{TH} = -V_{R2} = -\frac{g V_{in} R_2 R_1}{R_s + R_1}}$$

Para Rth no podemos apagar las fuentes y calcular Req porque tenemos una fuente dependiente →Rth=Voc/Isc

Cortocircuitamos a-a'



$$I_{sc} = -gV_x$$

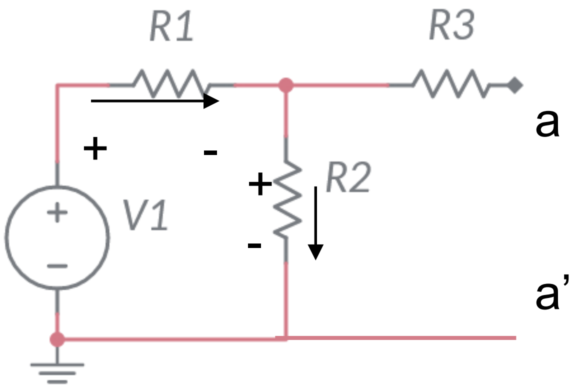
$$V_x = \frac{V_{in}R_1}{R_s + R_1}$$ (Divisor de tensión)

$$\boxed{\rightarrow I_{sc} = -gV_x = \frac{gV_{in}R_1}{R_s + R_1}}$$

$$\rightarrow R_{TH} = \frac{V_{th}}{I_{sc}} = -\frac{\frac{gV_{in}R_2R_1}{R_s + R_1}}{\frac{gV_{in}R_1}{R_s + R_1}} = R_2$$

$$\boxed{\rightarrow R_{TH} = R_2}$$

Problema 7. Calcular el circuito equivalente de Thévenin y de Norton entre a y a'



Thévenin:

- Vth
- Rth

$$V_{TH} = V_{R2}$$

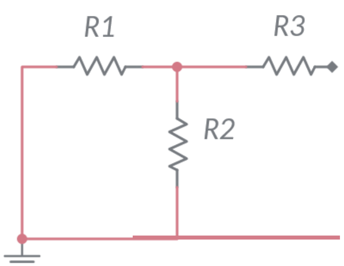
(Por R3 no circula corriente al estar en abierto)

$$V_{in} = V_{R1} + V_{R2} = I(R_1 + R_2) \rightarrow I = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2}$$

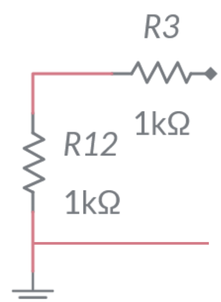
$$\boxed{V_{R2} = IR_2 = \frac{V_{in}R_2}{R_1 + R_2} = V_{TH}}$$

(Divisor de tensión)

Para calcular R_{TH} anulamos la fuente y calculamos Req:

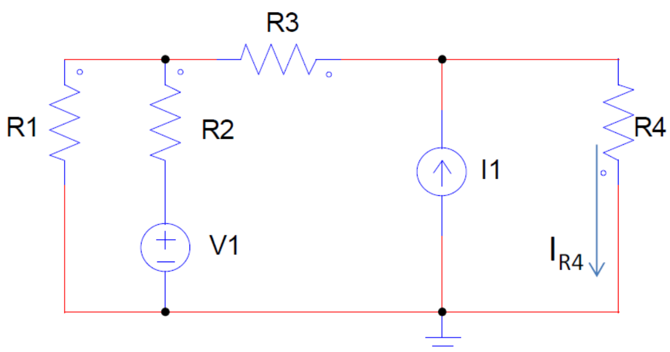


$$R_{12} = R_1 \backslash\backslash R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

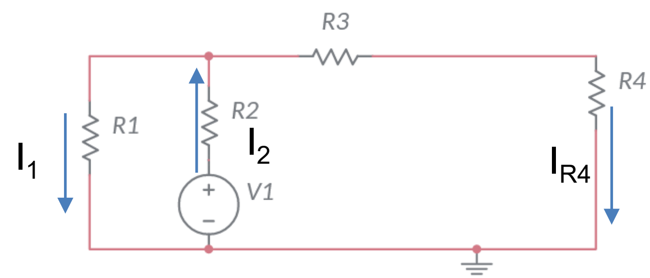


$$\boxed{R_{eq} = R_{12} + R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$$

Problema 8. Calcula la corriente que circula por la resistencia R4 aplicando el principio de superposición. Datos: R1= 27Ω, R2=47 Ω, R3=4 Ω, R4=23 Ω, V1=200V, I1=20A.



Dividimos el problema en dos sub-circuitos más sencillos, anulando V1 e I1 respectivamente. Anulando la fuente de corriente:



$$Ec.de\ Nodo:\ \ I_2 = I_1 + I_{R4} \rightarrow I_1 = I_2 - I_{R4}$$

$$Ec.de\ Mallas:$$

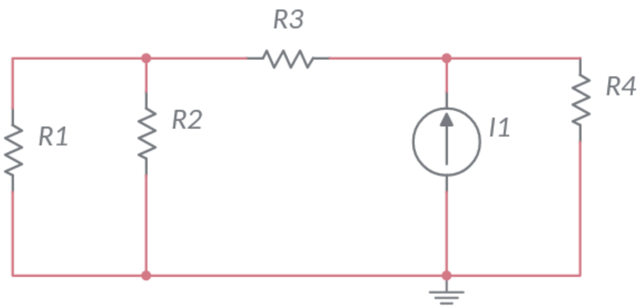
$$V_1 = V_{R2} + V_{R3} + V_{R4} = I_2R_2 + I_{R4}R_3 + I_{R4}R_4 \rightarrow \qquad 200 = 47I_2 + 4I_{R4} + 23I_{R4}$$

$$V_1 = V_{R2} + V_{R1} = I_2R_2 + I_1R_1 = I_2R_2 + (I_2 - I_{R4})R_1 \rightarrow \quad 200 = 47I_2 + 27(I_2 - I_{R4})$$

$$\left.\begin{array}{l} 200 = 47I_2 + 27I_{R4} \\ \\ 200 = 74I_2 - 27I_{R4} \end{array}\right\} 400 = 121I_2 \rightarrow I_2 = \frac{400}{121} = 3.306\ mA$$

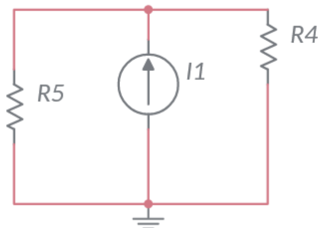
$$200 = 47I_2 + 27I_{R4} \rightarrow I_{R4} = \frac{200 - 47 * 3.306}{27} = 1.653\ mA$$

Anulando la fuente de tensión:



Agrupamos en R5=(R1\\R2)+R3, de forma que tenemos un divisor de corriente:

$$R_5 = (R_1 \backslash\backslash \mathrm{R}_2) + R_3 = \frac{27 * 47}{27 + 47} + 4 = 17.15 + 4 = 21.15k\Omega$$



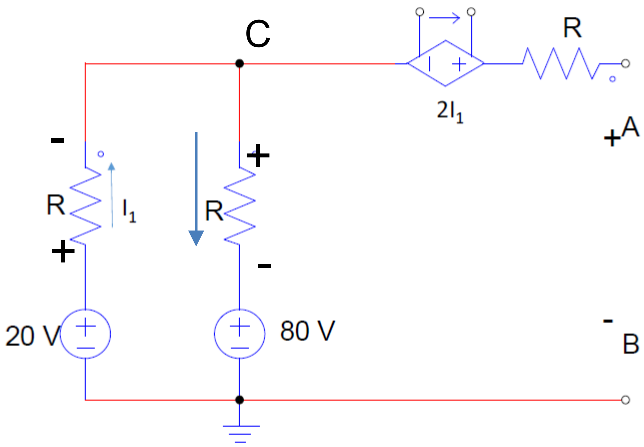
Aplicando la ecuación del divisor de corriente:

$$I_{R4} = \frac{I_1 R_5}{R_5 + R_4} = \frac{20x21.15}{21.15 + 23} = 9.581\ mA$$

La corriente por R4 será la suma de las dos corrientes obtenidas:

$$I_{R4} = 1.653\ mA + 9.75\ mA = 11.23\ mA$$

Problema 9. Calcula el circuito equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. R = 1Ω



Para obtener el equivalente de Thévenin tenemos que obtener Voc, y Rth. Al haber una fuente dependiente, no podemos calcular Rth directamente, por lo que necesitamos Isc.

Al haber un circuito abierto entre A-B, no circula corriente por R. Sin embargo, la fuente de tensión dependiente sí que estará funcionando, a pesar de que no circule ninguna corriente por ella. Por lo tanto el voltaje $V_{OC}=V_{AB}$ será el voltaje en el punto C, más el voltaje que aporta la fuente dependiente:

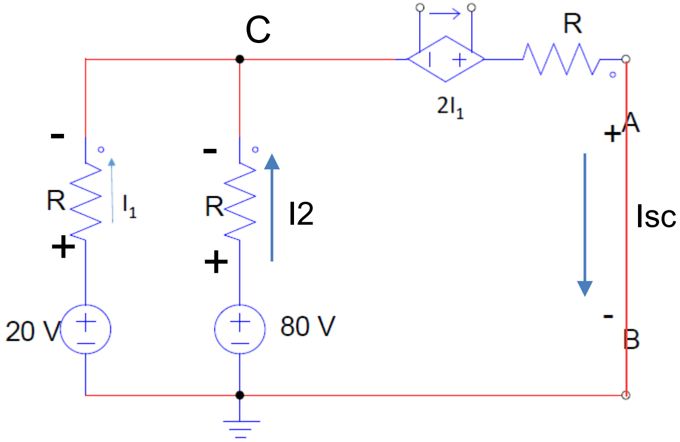
$$V_{OC} = V_{AB} = V_C + 2I_1 \quad (V_B=0, \text{ tierra})$$

La ecuación de malla nos da: $V_1 - V_R - V_R - V_2 = 0 \rightarrow 20 - I_1R - I_1R - 80 = 0 \rightarrow I_1 = -\frac{60}{2} = -30\ A$

$$V_C = 20 - I_1R = 20 - (-30) = 50V$$
$$V_C = 80 + I_1R = 80 + (-30) = 50V$$

(Podemos obtener Vc por lo dos caminos)

$$\boldsymbol{V_{OC}} = V_{AB} = V_C + 2I_1 = 50 + 2x(-30) = 50 - 60 = \mathbf{-10\ V}$$



Para calcular Isc, cortocircuitamos AB y obtenernos la corriente que circula de A a B.

$$Nodo\ C:\ I_1 + I_2 = I_{SC} \rightarrow I_2 = I_{SC} - I_1$$

$$Malla1: V_1 - V_{R1} + V_{R2} - V_2 = 0 \rightarrow$$
$$20 - I_1 R + I_2 R - 80 = 0 \rightarrow -I_1 + I_2 - 60 = 0$$

$$Malla2: V_1 - V_{R1} + 2I_1 - V_{R3} = 0 \rightarrow$$
$$20 - I_1 R + 2I_1 - I_{sc} R = 0 \rightarrow 20 - I_1 + 2I_1 - I_{sc} = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} Malla1:\ -I_1 + I_2 - 60 = 0 \rightarrow -60 - I_1 + (I_{sc} - I_1) = 0 \rightarrow 60 = I_{sc} - 2I_1 \\ Malla2:\ 20 - I_1 + 2I_1 - I_{sc} = 0 \rightarrow 20 = I_{sc} - I_1 \end{array}\right\} 60 - 20 = -2I_1 + I_1 \rightarrow I_1 = -40\ A$$

$$20 = I_{sc} - I_1 \rightarrow \boldsymbol{I_{SC}} = 20 + I_1 = 20 - 40 = \boldsymbol{-20\ A}$$

$$\boldsymbol{R_{Th}} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} = \frac{-10}{-20} = \boldsymbol{0.5\ \Omega}$$

Problema 10. Se tienen tres lámparas marcadas como A, B y C. Se observa que si se aplican 220 V a cada una de ellas, su consumo es de 55, 100 y 160 W, respectivamente. Si ahora se conectan las tres lámparas en serie y se aplican 380 V al conjunto, determina la potencia que consume cada una de las lámparas.

A partir del primer dato podemos calcular la resistencia de cada lámpara, aplicando la ecuación:

$$P = IV = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P}:$$

$$R_A = \frac{220^2}{55} = 880\ \Omega \qquad R_B = \frac{220^2}{100} = 484\ \Omega$$

$$R_C = \frac{220^2}{160} = 302.5\ \Omega$$

Al conectarlas en serie, ahora la tensión se repartirá entre todas las lámparas, mientras que la corriente será la misma:

$$V = I(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow 380 = I(880 + 484 + 302.5) \rightarrow I = \frac{380}{1666.5} = 0.228\ A$$

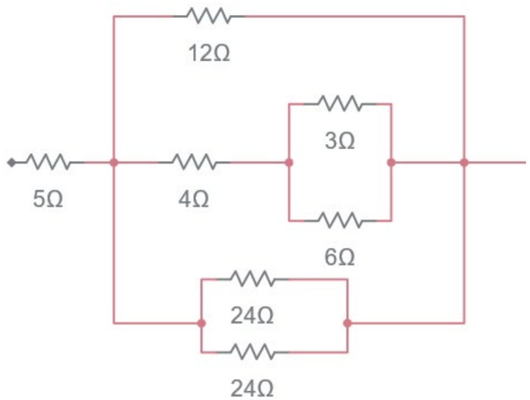
La potencia ahora en cada lámpara la podemos obtener a partir de la corriente:

$$P = IV = I^2R \rightarrow$$

$$P_A = 0.228^2 x880 = 45.75\ W \qquad P_B = 0.228^2 x484 = 25.16\ W$$

$$P_A = 0.228^2 x302.5 = 15.73\ W$$

Problema 11. Si se sabe que por la resistencia de 5 Ω circula una corriente de 12 A, ¿Qué corriente pasa por la resistencia de 6 Ω del circuito de la figura?

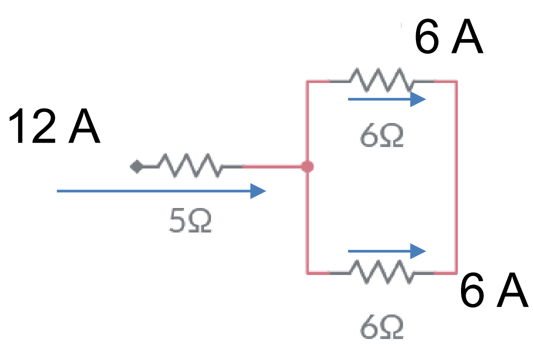


Para calcular la corriente por la resistencia podemos ir agrupando resistencias y después aplicar el divisor de corriente:

$$(24\Omega \backslash\backslash 24\Omega) = 12\Omega \rightarrow (12\Omega \backslash\backslash 12\Omega) = 6\Omega$$

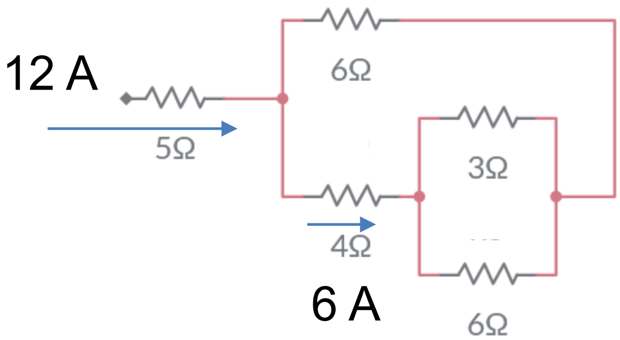
$$(3\Omega \backslash\backslash 6\Omega) = 2\Omega \rightarrow (4\Omega + 2\Omega) = 6\Omega$$

Finalmente tenemos dos resistencias de 6 en paralelo. Por lo tanto, por ambas ramas circulará la misma corriente, que será la mitad de los 12 A (divisor de corriente con dos resistencias iguales):



Problema 11.

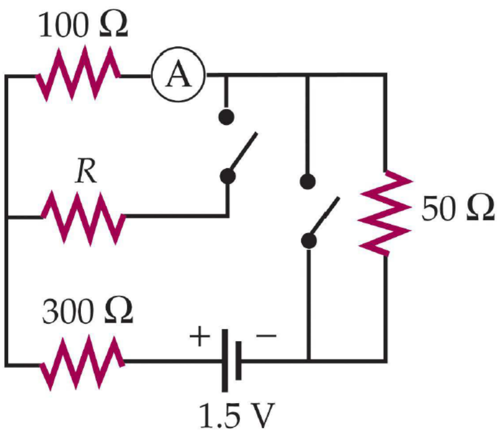
Deshaciendo la agrupación de las resistencias de 4 Ω, 3 Ω y 6 Ω:



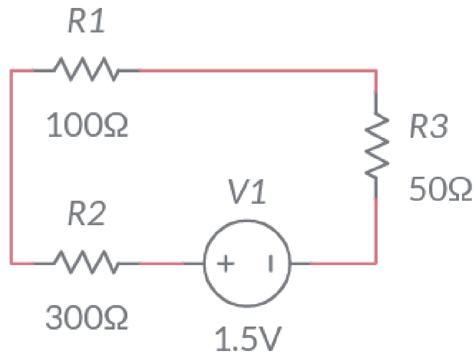
Volvemos a aplicar el divisor de corriente entre las resistencias de 3 Ω y 6 Ω:

$$I_6 = I\frac{3}{3+6} = 6x\frac{1}{3} = 2\ A$$

Problema 12. En el circuito indicado en la figura, calcula el valor de la resistencia R para que la lectura del amperímetro sea la misma cuando ambos interruptores están abiertos y cuando ambos están cerrados.

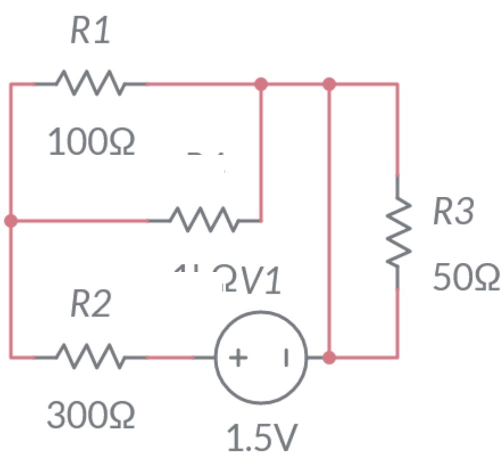


Cuando los interruptores están abiertos podemos calcular la corriente que pasará por el amperímetro:

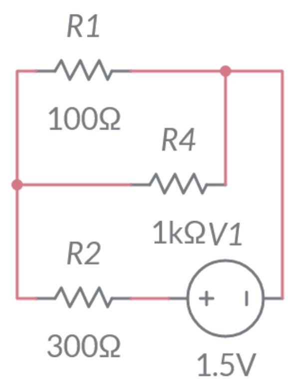


$$V_1 = I(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow$$
$$1.5 = I(100 + 300 + 50) \rightarrow$$
$$I = \frac{1.5}{450} = \frac{1}{300} = 0.0333\ A = 3.33\ mA$$

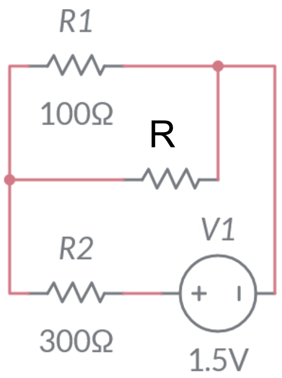
Cuando los interruptores están cerrados el circuito cambia y queda de la siguiente forma:



Al tener un cable en paralelo con una resistencia, la corriente circulará por el cable y no habrá corriente por la resistencia de 50 Ω:



Problema 12.



R1 y R están en paralelo:

$$R_{eq} = \frac{100R}{100 + R}$$

Ahora tenemos una sola malla:

$$V_1 = V_{R2} + V_{Req} = I\left(300 + \frac{100R}{100 + R}\right) \rightarrow I_{tot} = \frac{1.5}{300 + \frac{100R}{100 + R}}$$

$$= \frac{1.5}{\frac{30000 + 300R + 100R}{100 + R}} = \frac{1.5(100 + R)}{30000 + 400R}$$

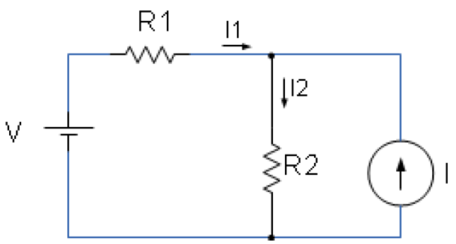
Para obtener la corriente que pasa por R1 podemos usar el divisor de corriente entre R1 y R:

$$I_R = I_{tot}\frac{R}{100 + R} = \frac{1.5(100 + R)}{30000 + 400R}\frac{R}{100 + R} = \frac{1.5R}{30000 + 400R}$$

Esta corriente tiene que ser la misma que hemos obtenido en el primer apartado:

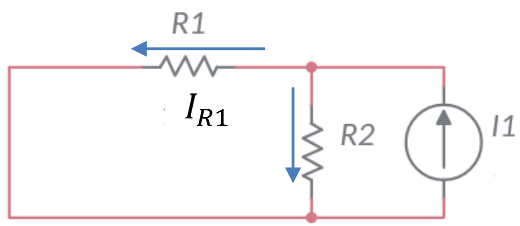
$$I_R = \frac{1.5R}{30000 + 400R} = 0.0333\,mA \rightarrow 1.5R = 100 + 1.33R \rightarrow \boldsymbol{R} = \frac{100}{0.167} = \boldsymbol{600\ \Omega}$$

Problema 13. Calcular las corrientes I1, I2. Y las caídas de tensión en las resistencias R1 y R2.
R1 = 3 Ω, R2 = 6 Ω, V= 12V, I=0,5A.



Se recomienda resolverlo 4 veces usando los métodos explicados:
1. El teorema de superposición
2. Las leyes de Kirchhoff
3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

1. Para aplicar el teorema de superposición, anulamos primero la fuente de tensión:

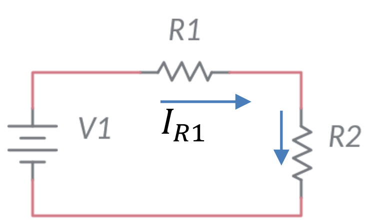


Nos queda un divisor de corriente, teniendo en cuenta que la corriente I1 está definida en sentido contrario al del divisor:

$$I_1 = -I_{R1} = -I_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -0.5x \frac{6}{3+6} = -\frac{1}{3}\ A$$

$$I_{R2} = I_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0.5x \frac{3}{3+6} = \frac{1}{6}\ A$$

Anulamos ahora la fuente de corriente:

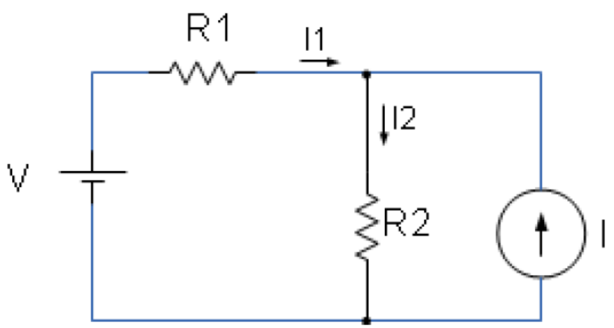


$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_1}{R_1 + R_2} = \frac{12}{3+6} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}\ A$$

La corriente total por cada resistencia será la suma de las dos contribuciones:

$$\boldsymbol{I_{R1}} = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \mathbf{1};\quad \boldsymbol{I_{R2}} = \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = \frac{1}{6} + \frac{8}{6} = \frac{9}{6} = \mathbf{1.5\ A}$$

Problema 13.



2. Las leyes de Kirchhoff

Tenemos una ecuación de nodo y una ecuación de malla:

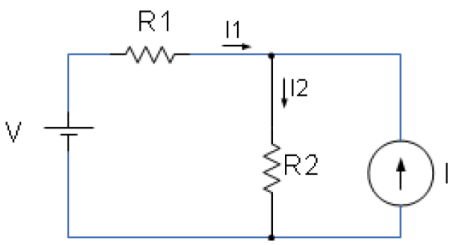
$$I + I_1 = I_2$$

$$V_1 = V_{R1} + V_{R2} = I_1 R_1 + I_2 R_2 \rightarrow V_1 = I_1 R_1 + R_2 (I + I_1)$$

$$12 = 3I_1 + 6I_1 + 6x0.5 \rightarrow I_1 = \frac{9}{9} = 1\ A$$

$$I_2 = I_1 + I = 1 + 0.5 = 1.5\ A$$

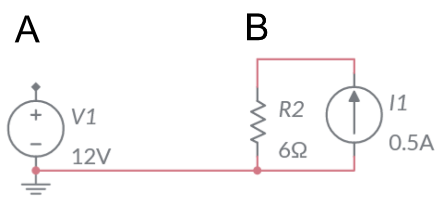
Problema 13.



3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

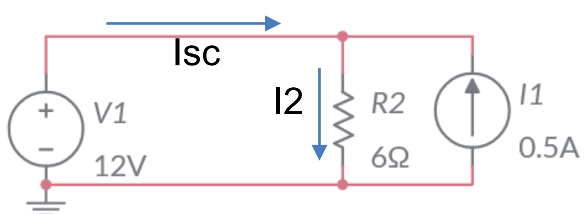
En este caso tenemos que obtener los equivalentes de Thévenin y Norton desde el punto de vista de R1 y desde R2.

Desde R1:



$$V_{OC} = V_{AB};\ V_A = 12\ V$$
$$V_B = V_{R2} = 0.5 * 6 = 3\ V \rightarrow V_{OC} = 12 - 3 = 9V$$

Para obtener Isc, cortocircuitamos entre AB y calculamos la corriente que va de A →B:

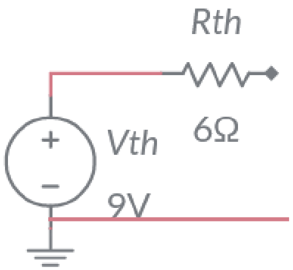


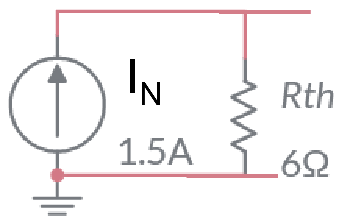
$$I_{sc} + I_1 = I_2 \rightarrow I_{sc} = I_2 - I_1$$
$$V_1 = V_{R2} = I_2 R_2 \rightarrow I_2 = \frac{12}{6} = 2A \rightarrow I_{sc} = 2 - 0.5 = 1.5\ A$$

$$R_{th} = \frac{V_{OC}}{Isc} = \frac{9}{1.5} = 6\Omega$$

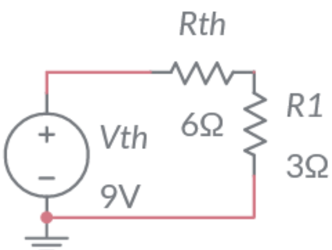
Problema 13.

Por lo tanto, los circuitos de Thévenin in Norton, vistos desde R1, son:



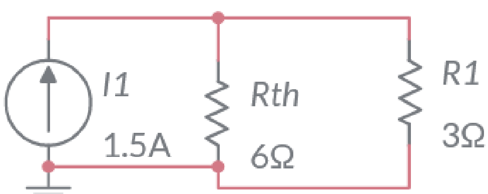


Para obtener IR1 con Thévenin:



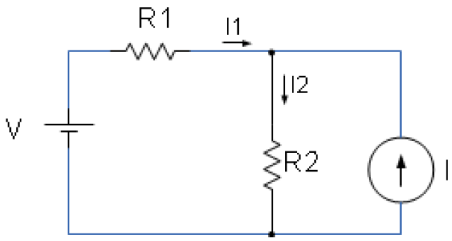
$$V_{th} = I_{R1}(R_{th} + R_1) \rightarrow 9 = I_{R1}(6+3) \rightarrow I_{R1} = 1A$$

Para obtener IR1 con Norton:



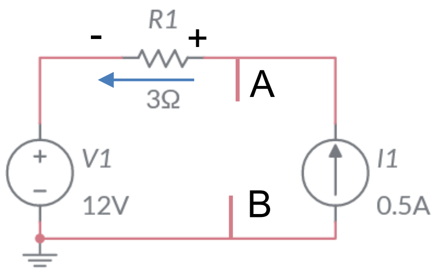
$$I_{R1} = Ix\frac{R_{th}}{R_{th} + R_1} = 1.5x\frac{6}{9} = 1\ A$$

Problema 13.



3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

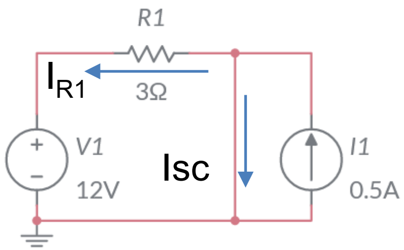
Repetimos el proceso obteniendo los equivalentes desde R2:



La fuente de corriente nos indica la dirección de la corriente que pasa por R1 y su valor (0.5 A). Por lo tanto, la ecuación de malla para obtener Voc será:

$$V_{OC} = V_{AB} = V_A = 12 + V_{R1} = 12 + 3x0.5 = 13.5\ V$$

Para obtener Isc, cortocircuitamos entre AB y calculamos la corriente que va de A →B. El cable de A-B, **no** está en paralelo con R1, pues tenemos la fuente V1. Lo que sí podemos ver es que el voltaje en A, será 0 V, pues el cable cortocircuita el punto A con tierra. Es lo mismo que escribir la ecuación de malla:



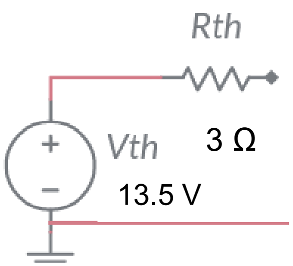
$$V_1 + V_{R1} = 0 \rightarrow V_1 = -I_{R1}R_1 \rightarrow I_{R1} = \frac{-12}{3} = -4\ A$$

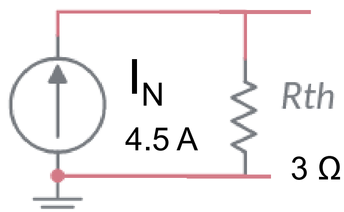
$$Nodo\text{: } I_1 = I_{sc} + I_{R1} \rightarrow I_{sc} = I_1 - I_{R1} = 0.5 - (-4) = 4.5\ A$$

$$R_{th} = \frac{V_{OC}}{Isc} = \frac{13.5}{4.5} = 3\ \Omega$$

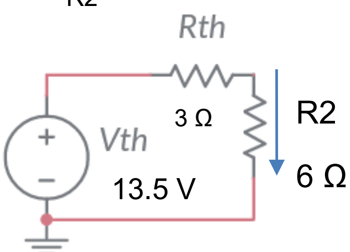
Problema 13.

Por lo tanto, los circuitos de Thévenin in Norton, vistos desde R2, son:



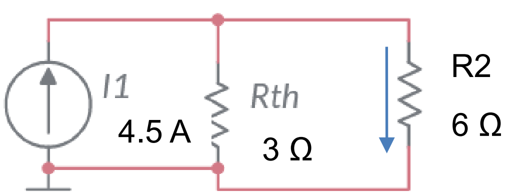


Para obtener I_{R2} con Thévenin:



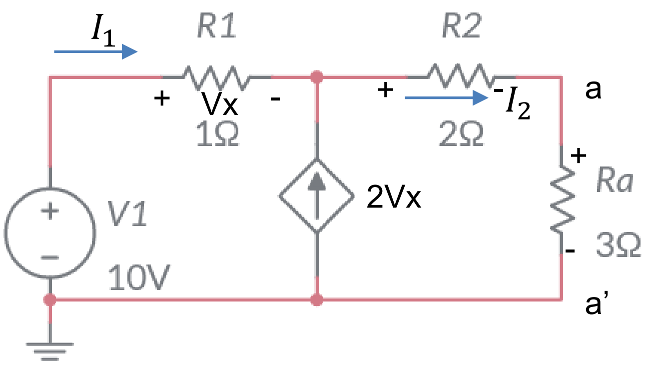
$$V_{th} = I_{R2}(R_{th} + R_2) \rightarrow 13.5 = I_{R2}(3+6) \rightarrow I_{R2} = \frac{13.5}{9} = 1.5\ A$$

Para obtener I_{R2} con Norton:



$$I_{R2} = Ix\frac{R_{th}}{R_{th} + R_2} = 4.5x\frac{3}{9} = 1.5\ A$$

Problema 14. Calcula la tensión que cae entre a y a'. Calcula la corriente que circula por la Ra. Siendo V = 10V, R1 = 1Ω, R2= 2 Ω, y Ra = 3 Ω.



Tenemos un circuito con una fuente de corriente dependiente del voltaje que cae en R1. Planteamos las ecuaciones de Kirchhoff:

$$I_1 + 2V_x = I_2; \qquad V_x = V_{R1} = I_1 R_1$$

$$V_1 = V_{R1} + V_{R2} + V_{Ra} = I_1 R_1 + I_2(R_2 + R_a)$$

$$V_1 = I_1 R_1 + (I_1 + 2V_x)(R_2 + R_a) = I_1 R_1 + (I_1 + 2I_1 R_1)(R_2 + R_a) \rightarrow$$

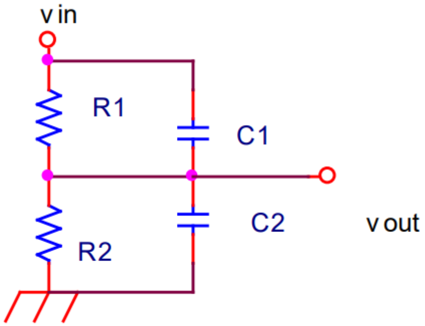
$$10 = 1I_1 + (I_1 + 2I_1 1)(2 + 3) \rightarrow 10 = 16I_1 \rightarrow I_1 = \frac{10}{16} = 0.625\ A$$

$$I_1 + 2V_x = \boldsymbol{I_2} = 0.625 + 2x0.625x1 = \mathbf{1.875\ A}$$

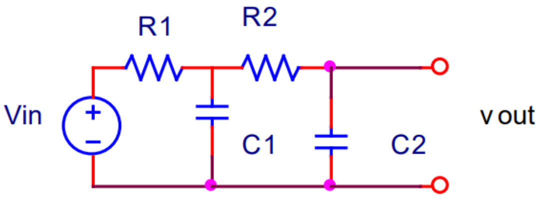
$$\boldsymbol{V_{aa'}} = V_{Ra} = I_2 R_a = 1.875x3 = \mathbf{5.625\ V}$$

Tema 1. Problemas AC

Problema 1. En el circuito inferior V1 es una fuente de voltaje sinusoidal. Hallar la condición que han de cumplir R1, R2, C1, C2 para que la función de transferencia del circuito no dependa de la frecuencia de trabajo.



Problema 2. Hallar la función de transferencia del circuito de la figura, siendo vin una fuente de tensión sinusoidal de frecuencia ω.



Problema 3. Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en serie. Particularizar para una frecuencia de red de 50 Hz y valores R = 1 kΩ L = 1 mH y C = 1 μF.

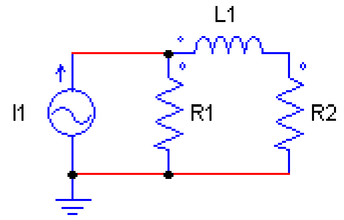
Problema 4. Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en paralelo para una frecuencia de red de 50 Hz y valores R = 1 kΩ, L = 1 mH, C = 1 μF.

Problema 5. Hallar la frecuencia de resonancia de un circuito RLC con valores R = 1 kΩ L = 1 mH, C = 1 μF.

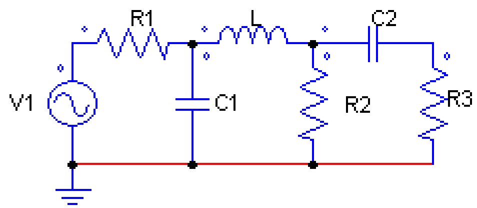
Problema 6. Hallad la corriente en un circuito RLC en serie si el voltaje de entrada es V= 10 cos8t. R = 4 Ω, L =1 H y C =0,025 F.

Problema 7. Hallad el voltaje que cae en el condensador del ejercicio anterior.

Problema 8. Hallad el voltaje que cae en R2 de la figura inferior si R1 = 1Ω, R2 =2 Ω, L= 0,5 H y I1 =10 cos 8t.



Problema 9. Hallad i(t) (corriente que genera V1) en el circuito inferior, sabiendo que R1=0,5 Ω, C1 =1 F, L =1 H, C2=0,5F, R2 =3Ω, R3 =2Ω y V=12cos(t+1).

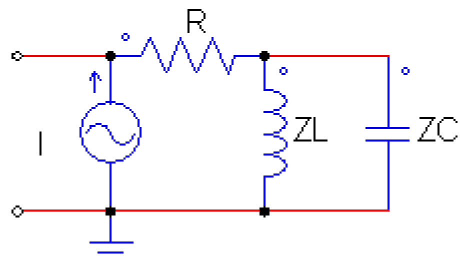


Problema 10. Hallad la función de transferencia de un circuito RC, tomando la salida en bornes del condensador. Indicad cuál es el límite de dicha función a frecuencia muy baja y a frecuencia muy alta.

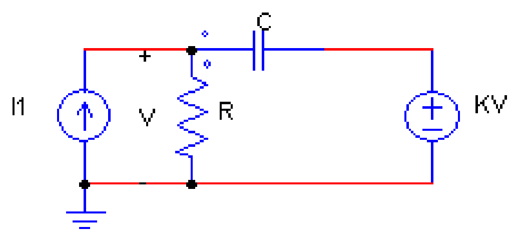
Problema 11. Tenemos una fuente V = 1 conectada en serie con dos elementos Z1=-2j y Z2=1+2j. Hallad el voltaje que cae en Z2.

Problema 12. En el mismo circuito del problema 18 hallad Z2 para que V2 = 7-3j, sabiendo que V1=3+j y que Z1=-2j.

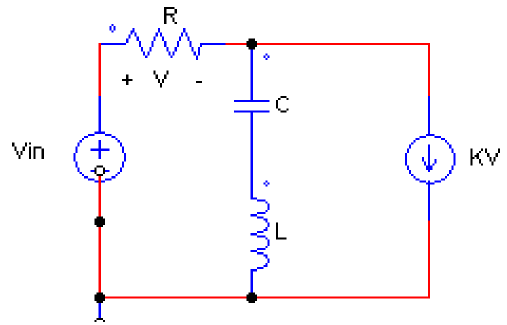
Problema 13. Hallad el circuito equivalente de Thévenenin del circuito inferior. R =3 Ω, ZL = 2j, ZC=-4j, I = 2|10.



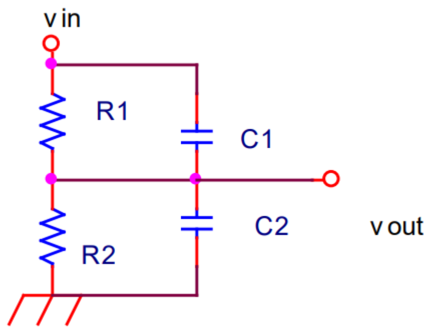
Problema 14. Hallar en el circuito inferior la corriente que circula por la resistencia. R =4 Ω, C =0,125 F, I (t) = 3cos4t, K=0,5



Problema 15. Hallar la corriente que genera la fuente de tensión en el circuito inferior. R=1 Ω, C= 1F, L=1 H, K=1,5, Vin = 4cos3t



Problema 1. En el circuito inferior V1 es una fuente de voltaje sinusoidal. Hallar la condición que han de cumplir R1, R2, C1, C2 para que la función de transferencia del circuito no dependa de la frecuencia de trabajo.

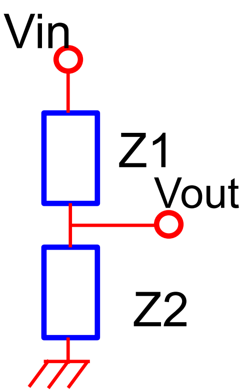


R1 \\ C1 y R2 \\ C2.

$$Zc = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow Z_R \backslash\backslash Zc = \frac{R}{(1 + j\omega RC)}$$

$$Z1 = R_1/(1 + j\omega R_1 C_1)$$

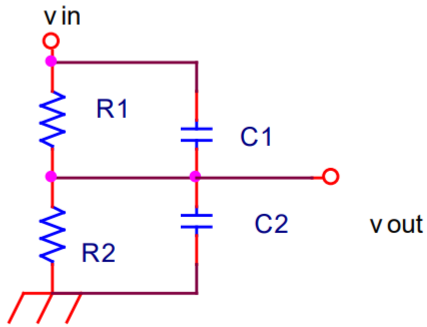
$$Z2 = R_2/(1 + j\omega R_2 C_2)$$



$$V_{in} = Z_1 i + Z_2 i \rightarrow i = \frac{V_{in}}{Z_1 + Z_2}$$

$$V_{out} = Z_2 i = Z_2 \frac{V_{in}}{Z_1 + Z_2} = V_{in} \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}$$

$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}}$$



$$H = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}}$$

Para que no dependa de ω, el cociente $\frac{1+j\omega R_2 C_2}{1+j\omega R_1 C_1}$ debe ser constante (K):

$$\mathrm{k} = \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1} \rightarrow k + j\omega k R_1 C_1 = 1 + j\omega R_2 C_2$$

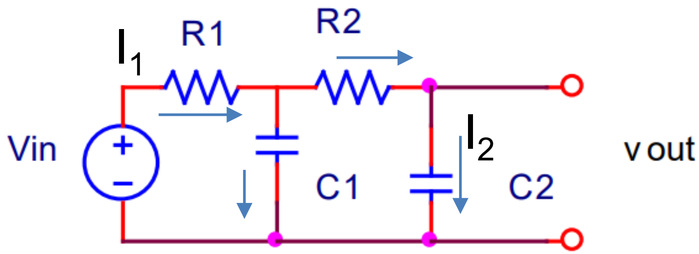
Al ser una ecuación compleja:

$$k = 1$$

$$\omega k R_1 C_1 = \omega R_2 C_2 \rightarrow R_1 C_1 = R_2 C_2$$

Por lo tanto, siempre que los componentes cumplan esta condición, la función *H* no dependerá de la frecuencia de la fuente de tensión

Problema 2. Hallar la función de transferencia del circuito de la figura, siendo vin una fuente de tensión sinusoidal de frecuencia ω.



Vout=V_{C2}= i_2xZ_{C2}

$$Zc = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Malla\ 1:\ V_{in} = R_1 i_1 + Z_{C1}(i_1 - i_2) \rightarrow V_{in} = R_1 i_1 + (i_1 - i_2)/(j\omega C_1)$$

$$Malla\ 2:\ V_{C1} = Z_{C1}(i_1 - i_2) = R_2 i_2 + Z_{C2} i_2 \rightarrow (i_1 - i_2)/(j\omega C_1) = R_2 i_2 + i_2/(j\omega C_2) \rightarrow$$

$$i_1 = i_2(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1})j\omega C_1$$

$$V_{in} = R_1 i_1 + (i_1 - i_2)/(j\omega C_1) = R_1 i_2\left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1}\right)j\omega C_1 + i_2\left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1}\right) - \frac{i_2}{j\omega C_1} \rightarrow$$

$$i_2 = V_{in}\left(jR_1R_2\omega C_1 + \frac{R_1C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} - \frac{1}{j\omega C_1}\right)^{-1}$$

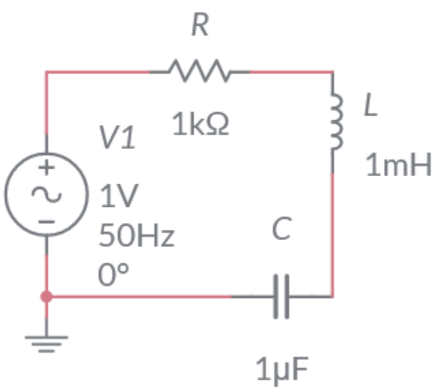
$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i_2 Z_{C2}}{V_{in}} = \frac{Z_{C2}}{\left(jR_1R_2\omega C_1 + \frac{R_1C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)}$$

$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i_2 Z_{C2}}{V_{in}} = \frac{Z_{C2}}{\left(jR_1R_2\omega C_1 + \frac{R_1C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)}$$

$$H = \frac{1/j\omega C_2}{\left(jR_1R_2\omega C_1 + \frac{R_1C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)} = \frac{1}{(-R_1R_2\omega^2C_1C_2 + j\omega R_1C_1 + j\omega C_2R_1 + j\omega C_2R_2 + 1)}$$

$$\boxed{H = \frac{1}{(1 - R_1\,R_2\omega^2C_1C_2 + j\omega(R_1C_1 + C_2R_1 + C_2R_2)}}$$

Problema 3. Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en serie. Particularizar para una frecuencia de red de 50 Hz y valores R = 1 kΩ, L = 1 mH y C = 1 μF.

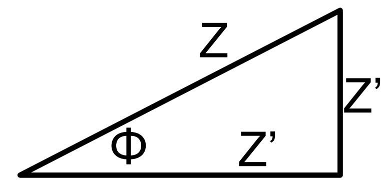


$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega L} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

El Factor de potencia es el coseno de la fase de Z→

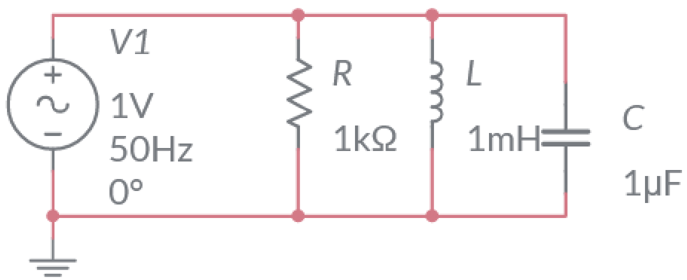
$$Z = Z' + jZ''$$

$$tan\phi = \frac{Z''}{Z'};\quad cos\phi = \frac{Z'}{Z};\quad sen\phi = \frac{Z'}{Z}$$



$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \Rightarrow \cos\phi = \frac{1000}{\sqrt{1000^2 + \left(2\pi 50x0{,}001 - \frac{1}{2\pi 50x10^{-6}}\right)^2}} = 0{,}3$$

Problema 4. Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en paralelo para una frecuencia de red de 50 Hz y valores R = 1 kΩ, L = 1 mH, C = 1 μF.



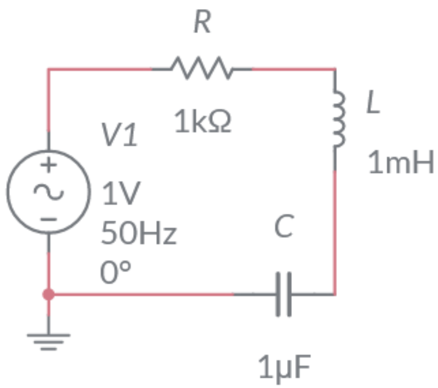
Trabajaremos con la admitancia: Y=1/Z
ang(Y)=-ang(Z)
cos φ = cos(-φ)→ fp=cos(φ) no cambia

$$Y_R = \frac{1}{R};\ Y_C = j\omega C; Y_L = \frac{1}{j\omega L}$$

Las admitancias se agrupan al contrario que las impedancias → en paralelo se suman:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \Longrightarrow \cos\phi = \frac{\frac{1}{R}}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega CR - \frac{R}{\omega L}\right)^2}}$$

Problema 5. Hallar la frecuencia de resonancia de un circuito RLC con valores R = 1 kΩ, L = 1 mH, C = 1 μF.



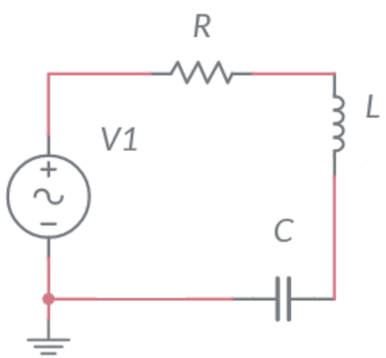
$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega L} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Frecuencia de resonancia: aquella a la cual Z''=0

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{\mathrm{LC}} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{\mathrm{LC}}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3}x10^{-6}}} = 3.1622x10^4 rd/s$$

$$\omega = 2\pi f = 3.16x10^4 \rightarrow f = \frac{3.16x10^4}{2\pi} = 5.03x10^3\ Hz = 5.03\ kHz$$

Problema 6. Hallad la corriente en un circuito RLC en serie si el voltaje de entrada es V= 10 cos8t. R = 4 Ω, L =1 H y C =0,025 F.



$$V = 10\angle 0º$$

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$V = 10\cos 8t \rightarrow \omega = 8\,rd/s;\ V_P = 10\,V;\Phi_v = 0º$$

$$Z = 4 + j\left(8x1 - \frac{1}{8x0.025}\right) = 4 + j3 = \sqrt{16+9}\,\angle\,\mathrm{atan}\left(\frac{3}{4}\right)$$

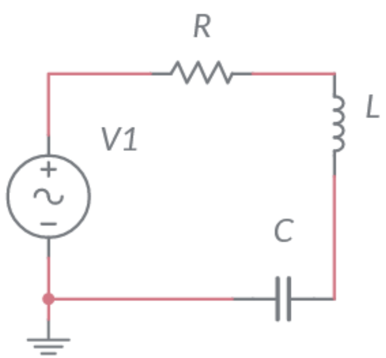
$$Z = 5\,\angle 36.87º\ \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10\angle 0º}{5\,\angle 36.87º\ \Omega} = 2\,\angle -36.87º\ \rightarrow$$

$$I = 2\cos(-36.87º) + j2sen(-36.87º) \rightarrow I = 1.6 - 1.2j\ A$$

$$En\ forma\ sinusoidal\colon\ I = 2\cos(8t - 36.9º)\ A$$

Problema 7. Hallad el voltaje que cae en el condensador del ejercicio anterior.



$V = 10\angle 0º$

El voltaje en el condensador se haya multiplicando la corriente por la impedancia del condensador:

$$I = 2\angle -36.87º \rightarrow I = 1.6 - 1.2j\ A$$

$$En\ forma\ sinusoidal\text{:}\ I = 2\cos(8t - 36.9º)\ A$$

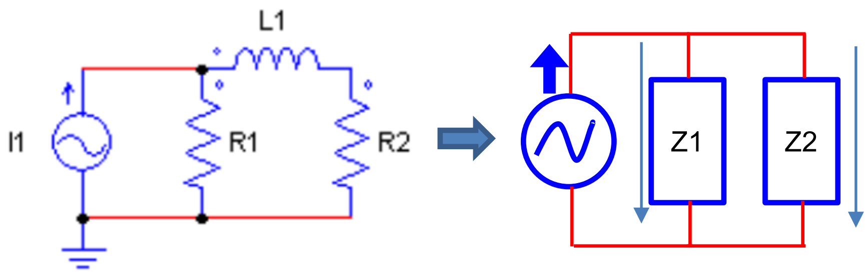
$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j8x0.025} = -5j\ \Omega$$

$$V_c = I_c Z_c = (2\angle -36.87º)x(5\angle -90º) = 10\angle -126.87º\ V \rightarrow$$

$$V_c = 10\cos(-126.87º) + j10sen(-126.87º) = -6 - 8j$$

$$V_c = 10\cos(8t - 126.87º)$$

Problema 8. Hallad el voltaje que cae en R2 de la figura inferior si R1 = 1Ω, R2 =2 Ω, L= 0,5 H y I1 =10 cos 8t.



$$I = 10\angle 0º\ A$$

Podemos utilizar el divisor de corriente:

$$I_2 = I \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

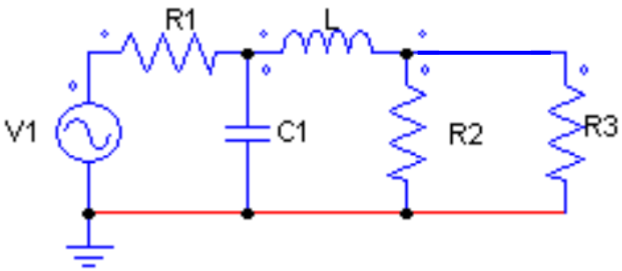
$$Z_1 = R_1 = 1\ \Omega = 1\angle 0º \qquad Z_2 = R_2 + j\omega L = 2 + jx8x0.5 = 2 + 4j\ \Omega = \sqrt{20}\angle 63.43º$$

$$I_2 = 10\angle 0 \cdot \frac{1\angle 0}{1 + 2 + 4j} = \frac{10\angle 0}{3 + 4j} = \frac{10\angle 0}{\sqrt{25}\angle 53.13º} = 2\angle -53.13º\ A$$

$$V_{R2} = I_2 Z_{R2} = 2\angle -53.13º x 2\angle 0 = 4\angle -53.13º\ V$$

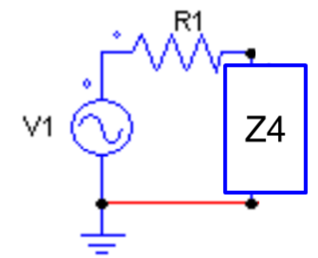
$$V_{R2} = 2.4 - 3.2j$$
$$V_c = 4\cos(8t - 53.13º)\ V$$

Problema 9. Hallad i(t) (corriente que genera V1) en el circuito inferior, sabiendo que R1=0,5 Ω, C1 =1 F, L =1 H, C2=0,5F, R2 =3Ω, R3 =2Ω y V=12cos(t+14)



Asociamos las impedancias de derecha → izquierda

$$Z_1 = Z_{R3} + Z_{C2}$$
$$Z_2 = Z_1 \backslash\backslash Z_{R2}$$
$$Z_3 = Z_2 + Z_L$$
$$Z_4 = Z_3 \backslash\backslash Z_{C1}$$
$$Ztotal = Z_4 + Z_{R1}$$



$$Z_1 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_2} = 2 + \frac{1}{j0,5} = 2 - 2j$$

$$Z_2 = \frac{R_2 Z_1}{R_2 + Z_1} = \frac{3(2-2j)}{3+2-2j} = \frac{6-6j}{5-2j} = \frac{(6-6j)(5+2j)}{(5-2j)(5+2j)} = \frac{30+12j-30j+12}{25+4} = \frac{42-18j}{29} = 1,45 - 0,621j$$

$$Z_3 = Z_2 + j\omega L = 1,45 - 0,621j + j = 1,45 + 0,379j$$

$$Z_4 = \frac{\frac{1}{j\omega C_1} Z_3}{\frac{1}{j\omega C_1} + Z_3} = \frac{\frac{1,45+0,379j}{j}}{\frac{1}{j} + 1,45 + 0,379j} = \frac{0,379 - 1,45j}{1,45 - 0,621j} = \frac{1,499\angle -75,35º}{1,577\angle -23,18º} = 0,95\angle -52,17º = 0,583 - 0,75j$$

$$Z_{total} = Z_4 + 0,5 = 1,083 - 0,75j \quad = 1,32\angle -34,70º$$

$$I = \frac{V}{Z_{total}} = \frac{12\angle 14º}{1,083 - 0,75j} = 9,11\angle 48,7º \rightarrow i(t) = 9,11\cos(t + 48,7º)$$

Problema 10. Hallad la función de transferencia de un circuito RC, tomando la salida en bornes del condensador. Decir cuál es el límite de dicha función a frecuencia muy baja y a frecuencia muy alta.

Primero calculamos la corriente que circula por el circuito y después calculamos el voltaje en bornes del condensador:

$$I = \frac{V_{in}}{R + Z_C}$$

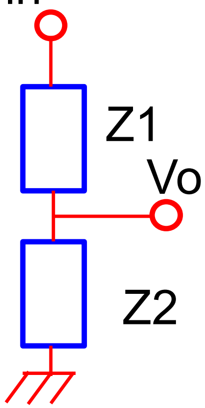
$$V_{out} = IZ_C = \frac{V_{in}Z_C}{R + Z_C} \rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Calculamos ahora los límites de esa función a baja y a alta frecuencia:

$$\lim_{\omega \to 0} \frac{1}{1 + j\omega RC} = 1 = 1\angle 0°$$

$$\lim_{\omega \to \infty} \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{-j}{\omega RC} = 0\angle -90°$$

Problema 11. Tenemos una fuente V = 1 V conectada en serie con dos elementos Z1=-2j y Z2=1+2j. Hallad el voltaje que cae en Z2.

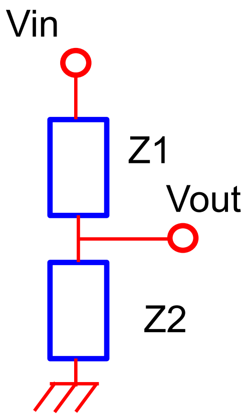


$$I = \frac{V}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{-2j + 1 + 2j} = 1$$

$$V_{Z_2} = IZ_2 = 1(1 + 2j) = 1 + 2j = \sqrt{5}\Big|_{63}$$

$$Por\ divisor\ de\ tensión: V_{Z_2} = \frac{VxZ_2}{Z_1 + Z_2} = 1x\ \frac{1 + 2j}{1 + 2j - 2j} = 1 + 2j$$

Problema 12. En el mismo circuito del problema 11 hallad Z2 para que V2 = 7- 3j, sabiendo que V1=3+j y que Z1=-2j.



Al estar en serie, sabiendo V1 y Z1→I

$$I = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{3+j}{-2j} = 1{,}5j - 0{,}5$$

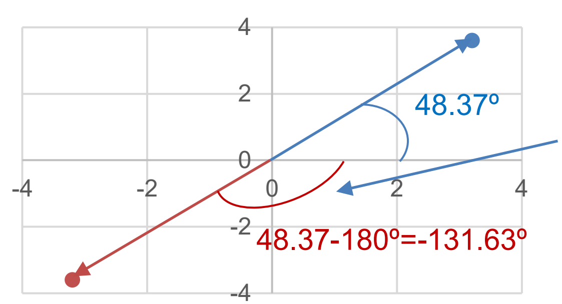
$$Z_2 = \frac{V_2}{I} = \frac{7-3j}{-0.5+1.5j} = \frac{(7-3j)(-0.5-1.5j)}{(-0.5+1.5j)(-0.5-1.5j)} =$$

$$\frac{-3.5+1.5j-10.5j-4.5}{0.5^2+1.5^2} = \frac{-8-9j}{2.5} = -3.2-3.6j$$

Para pasar a forma fasorial:

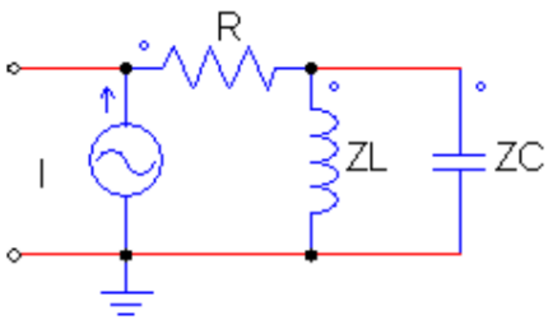
$$Z_2 = -3.2-3.6j = \sqrt{3.2^2+3.6^2}\angle \operatorname{atan}\left(\frac{-3.6}{-3.2}\right) = 4.82\angle -131.63°$$

Cuidado al calcular el ángulo. Si hacemos atan(3.6/3.2)→el resultado es 48.37º. Sin embargo ese sería el ángulo si la parte real y la parte imaginaria fueran positivas:

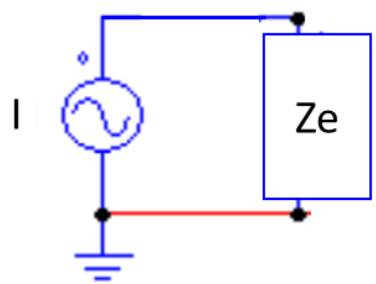


Para obtener este ángulo, restamos 180º al ángulo calculado: 48.37-180=-131.63º (sería lo mismo con 48.37+180=228.36º)

Problema 13. Hallad el circuito equivalente de Thévenenin del circuito inferior. R =3 Ω, ZL = 2j, ZC=-4j, I = 2|10 A.



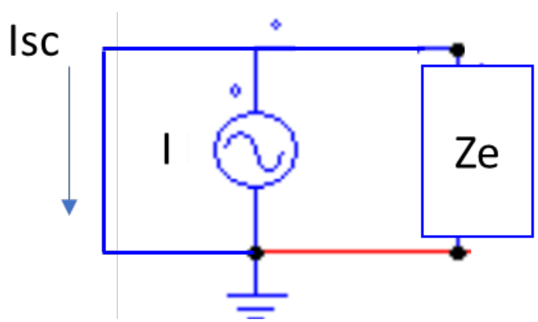
Simplificamos: Z_1=Z_L\\Z_C y Z_e=Z_1+Z_R



$$Z_e = R + \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = 3 + \frac{2j(-4j)}{2j - 4j} = 3 + \frac{8}{-2j} = 3 + 4j = 5|_{53}$$

$$V_{TH} = IZ_e = 2\angle 10 x 5\angle 10 = 10\angle 63º\ V$$

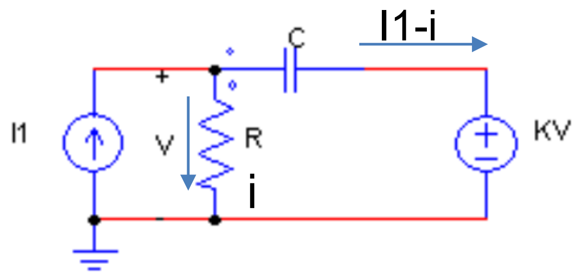
Si cortocircuitamos para obtener Isc:



$$I_{SC} = I$$

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{SC}} = \frac{IZ_e}{I} = Z_e = 5\angle 53º\ \Omega$$

Problema 14. Hallad en el circuito inferior la corriente que circula por la resistencia. R =4 Ω, C=0,125 F, I(t) = 3cos4t, K=0,5.



Fuente dependiente: KV, donde V=V_R.

$$V = Ri$$

$$\text{Ec. Malla } V_R = V_C + KV$$

$$Ri = (I_1 - i)Z_c + KV = I_1 Z_c - iZ_c + KRi$$

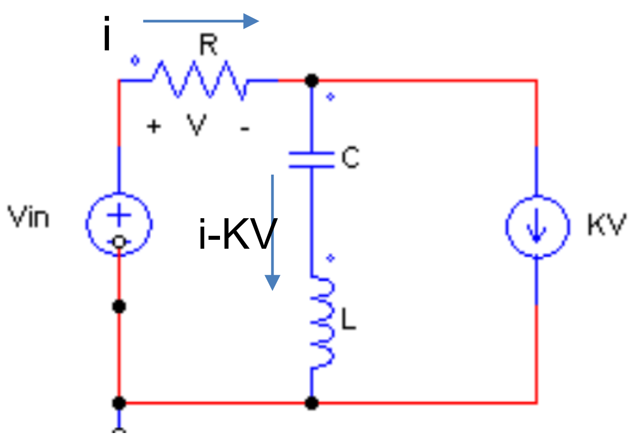
$$\Rightarrow i = \frac{I_1 Z_c}{R - KR + Z_c}$$

$$I = 3\angle 0º$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j4x0.125} = -2j$$

$$\Rightarrow i = 3|_0 \frac{-2j}{4-2-2j} = 3|_0 \frac{-2j}{2-2j} = 3|_0 \frac{-j}{1-j} = 3|_0 \frac{1|_{-90}}{\sqrt{2}|_{-45}} = \frac{3}{\sqrt{2}}\Big|_{-45} = 2{,}43\cos(4t-45)$$

Problema 15. Hallar la corriente que genera la fuente de tensión en el circuito inferior. R=1 Ω, C= 1F, L=1 H, K=1,5, Vin = 4cos3t



$$La\ fuente\ depende\ de\ V_R{:}\ V_R = IR = I$$

Malla: $V_{in} - V_R - V_c - V_L = 0$

$$V_{in} - RI - (I - 1{,}5V)Z_c - (I - 1{,}5V)Z_L = 0$$

$$V_{in} - I - (I - 1{,}5I)(Z_c + Z_L) = 0$$

$$Z_C + ZL = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = \frac{1}{j3x1} + j3x1 = -\frac{j}{3} + \frac{9j}{3} = \frac{8j}{3}$$

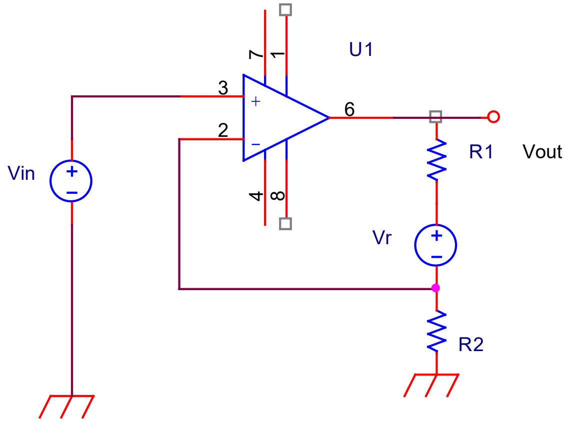
$$V_{in} - I + 0{,}5I(j\frac{8}{3}) = 0$$

$$V_{in} + I(-1 + \frac{4}{3}j) = 0$$

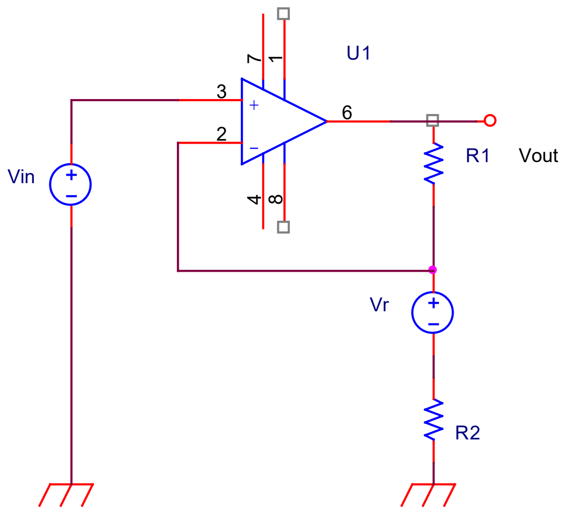
$$\Rightarrow I = \frac{V_{in}}{1 - \frac{4}{3}j} = \frac{4|_0}{1{,}7|_{-53}} = 2{,}35|_{53}$$

Tema 2. Amplificador Operacional (A. O.)

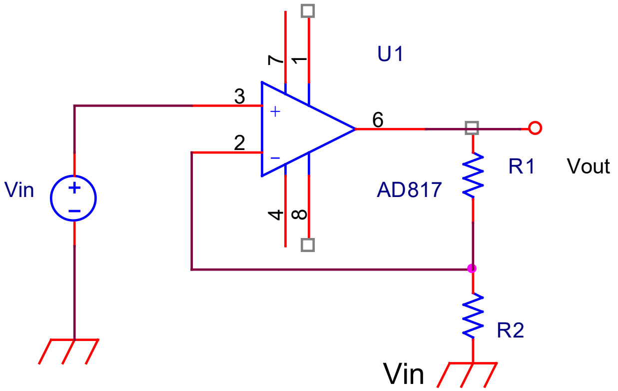
Problema 1. Hallar la función de transferencia del circuito (V_{out} vs. V_{in}).



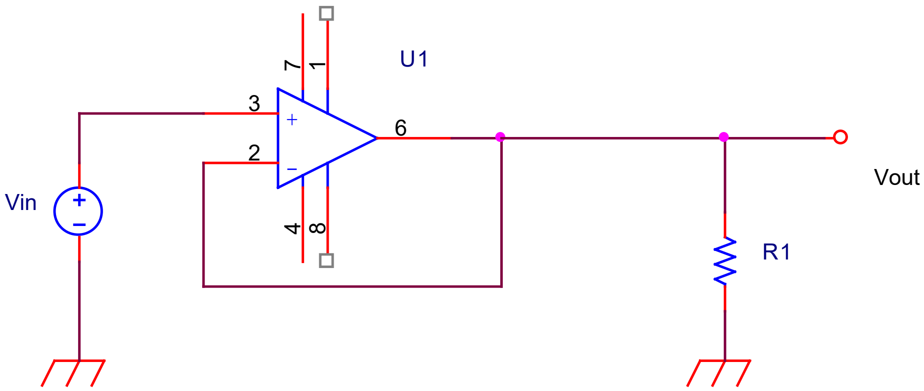
Problema 2. Hallar la función de transferencia del circuito (vout vs. vin).



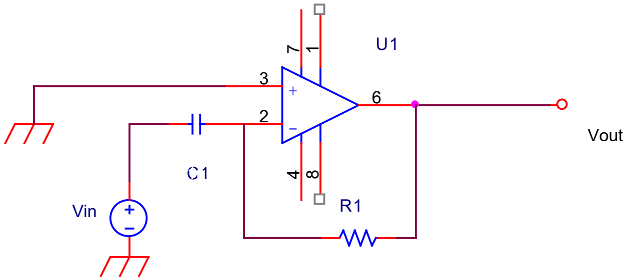
Problema 3. Hallar la función de transferencia del circuito (vout vs. vin).



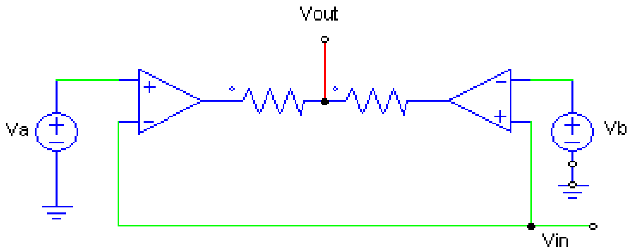
Problema 4 Suponiendo que el AO de la figura tiene una ganancia en lazo abierto $A=2.10^5$ hallar vout sabiendo que vin = 3V. Hallar la corriente que pasa por R_1 si ésta vale 10 kΩ.



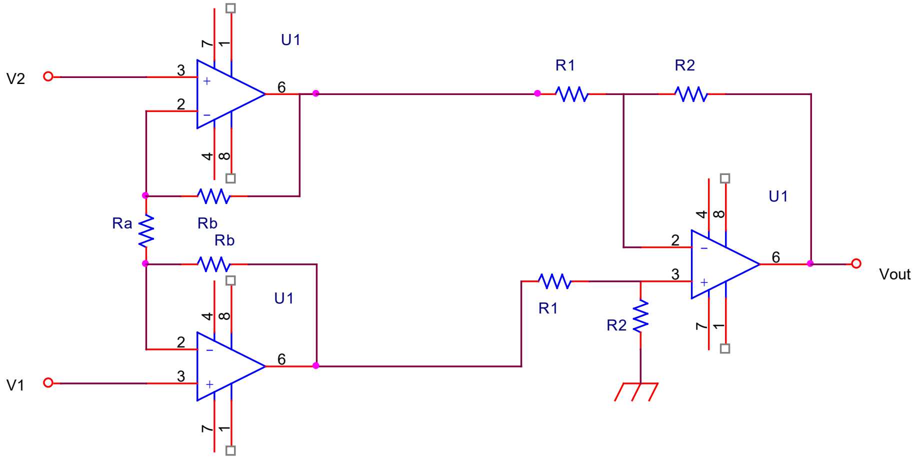
Problema 5. Hallar la función de transferencia del circuito de la figura (vout vs. vin).



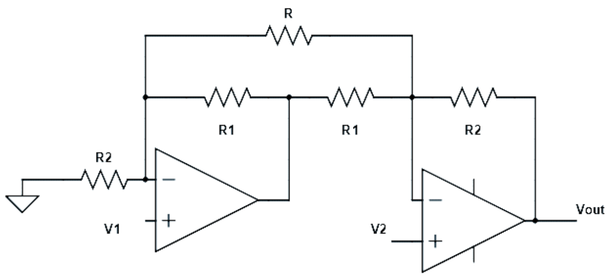
Problema 6. El circuito de la figura es un detector de rango de voltaje. Hallar la función de transferencia del mismo si los voltajes de saturación son +15 V y -15 V. Va= -4 V y Vb=8V.



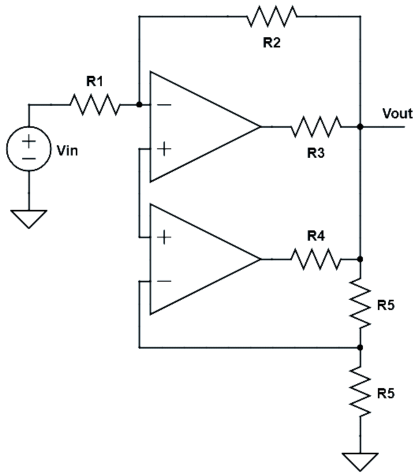
Problema 7. El circuito de la figura es un amplificador de instrumentación. Hallar su función de transferencia.



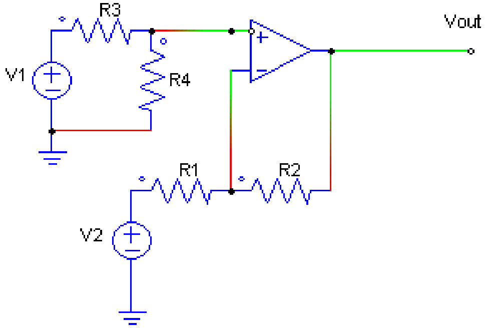
Problema 8. Hallar la función de transferencia del siguiente circuito:



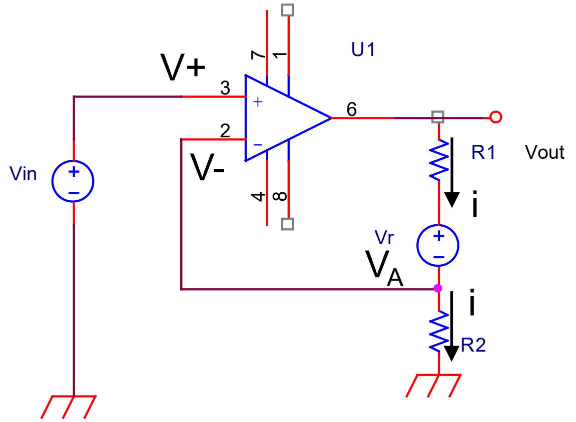
Problema 9. Hallar la función de transferencia del del siguiente circuito:



Problema 10. Hallar V_{out} en función de V_1, V_2, y las resistencias del circuito.



Problema 1. Hallar la función de transferencia del circuito (V_{out} vs. V_{in}).



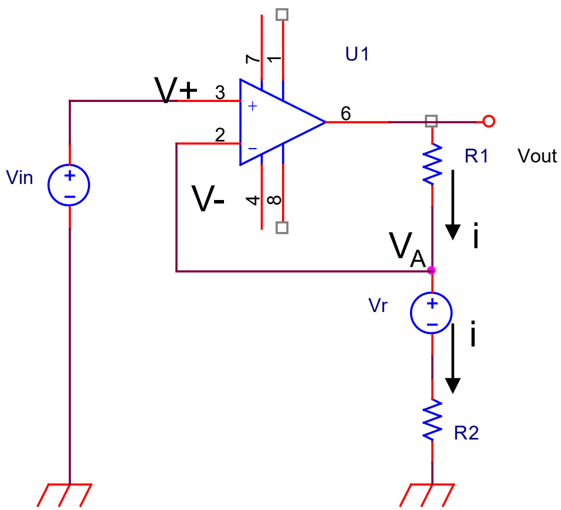
Teniendo en cuenta que no hay corrientes de entrada al AO y que el voltaje en las dos entradas es igual, aplicamos las leyes de Kirchhoff en la malla de entrada y en la de salida (llamamos i a la corriente que pasa por las resistencias).

$$V_+ = V_{in} \rightarrow V_- = V_{in} \rightarrow V_A = V_{in}$$

$$V_{in} = iR_2 \rightarrow i = \frac{V_{in}}{R_2}$$

$$V_{out} = V_{R2} + V_r + V_{R1} = iR_2 + V_r + i_{R1} \rightarrow V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r$$

Problema 2. Hallar la función de transferencia del circuito (vout vs. vin).



El voltaje en las dos entradas (V+, V-) es el mismo
La corriente de entrada es nula

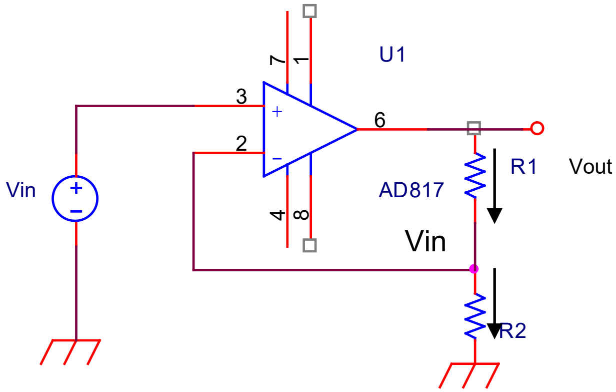
$$V_+ = V_{in} \rightarrow V_- = V_{in} \rightarrow V_A = V_{in}$$

$$V_{in} = V_r + iR_2 \rightarrow i = \frac{V_{in} - V_r}{R_2}$$

$$V_{out} = V_{R2} + V_r + V_{R1} = iR_2 + V_r + i_{R1} \rightarrow V_{out} = \frac{V_{in} - V_r}{R_2} R_2 + V_r + \frac{V_{in} - V_r}{R_2} R_1$$

$$V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r \left(1 - \frac{R_1 + R_2}{R_2}\right) = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r \left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

Problema 3. Hallar la función de transferencia del circuito (vout vs. vin).

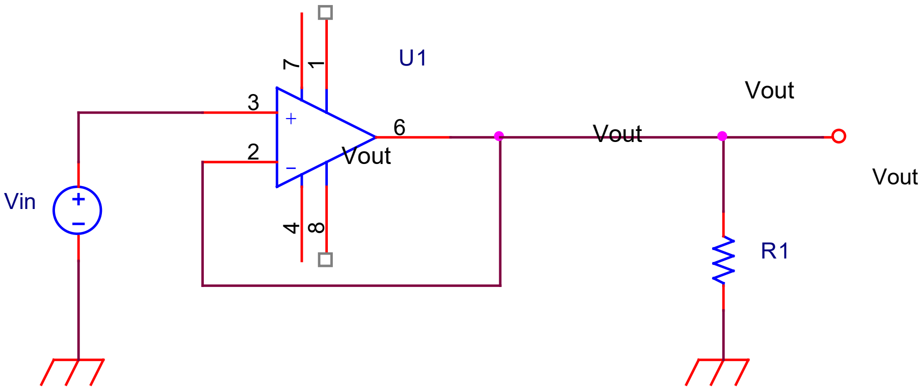


Llamando i a la corriente que circula por las resistencias:

$$v_+ = v_- \Rightarrow V_{in} = iR_2 \Rightarrow i = \frac{V_{in}}{R_2}$$

$$V_{out} = iR_1 + iR_2 \Rightarrow V_{out} = \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} V_{in}$$

Problema 4 Suponiendo que el AO de la figura tiene una ganancia en lazo abierto A=2.10^5 hallar vout sabiendo que vin = 3V. Hallar la corriente que pasa por R_1 si ésta vale 10 kΩ.



$$V_{out} = A(v_+ - v_-) = A(V_{in} - V_{out}) \Rightarrow V_{out}(1+A) = AV_{in}$$

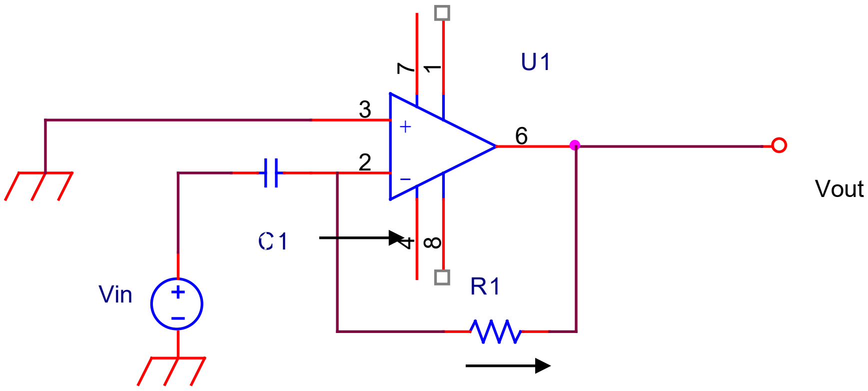
$$\Rightarrow V_{out} = \frac{A}{1+A} V_{in}$$

$$V_{out} = \frac{2x10^5}{1+2x10^5} V_{in} \approx V_{in} = 3V$$

0.999995

$$I = \frac{V_{out}}{R_1} = \frac{3V}{10\text{k}\Omega} = 0.3\ mA$$

Problema 5. Hallar la función de transferencia del circuito de la figura (vout vs. vin).



$$v_+ = v_- = 0$$

$$i_c = i_{R1} \rightarrow \frac{V_{in} - 0}{Z_c} = \frac{0 - V_{out}}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R}{Z_c} = -\frac{R}{\frac{1}{j\omega C}} = -j\omega RC$$

Otra forma más genérica de resolverlo

$$V_{out} = 0 - V_R = -iR = -RC\frac{dv_c}{dt}$$

Circuito integrador

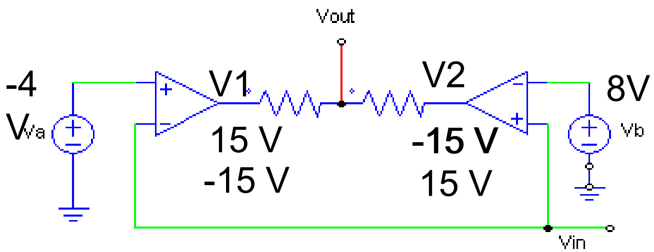
$$i_c = C\frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c = V_{in}$$

$$si\ V_{in} = V_o e^{j\omega t} \rightarrow \frac{dv_c}{dt} = j\omega V_o e^{j\omega t} = j\omega V_{in}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{RCj\omega V_{in}}{V_{in}} = -j\omega RC$$

Problema 6. El circuito de la figura es un detector de rango de voltaje. Hallar la función de transferencia del mismo si los voltajes de saturación son +15 V y -15 V. Va= -4 V y Vb=8V.



En este problema no hay realimentación negativa, por tanto los AO estarán saturados a ± 15 V:

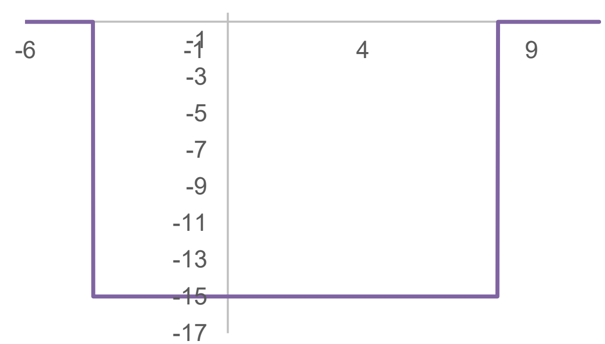
$$Si\ V_+ > V_- \rightarrow Vo = +V_{cc}\ (15V)$$
$$Si\ V_+ < V_- \rightarrow Vo = -V_{cc}\ (-15V)$$

Estudiamos los diferentes casos:
•Si Vin < -4 V→ V1=15 V y V2=-15 V→ Vout=0 V

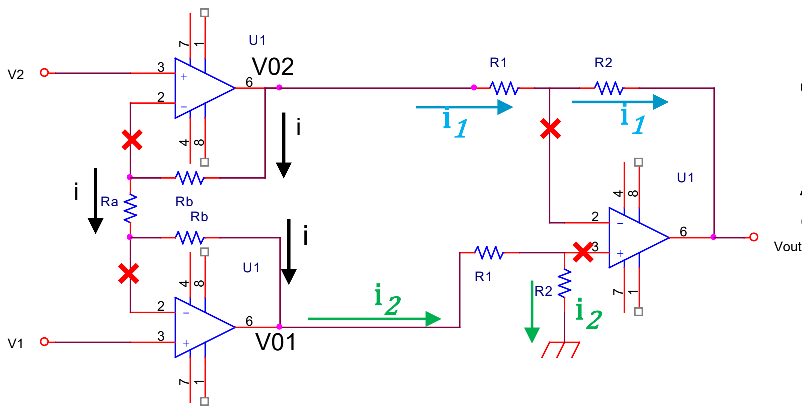
•Si 8>V_{in} > -4 V→ V_1=-15 V y V_2=-15 V→ V_{out} = -15 V

•Si V_{in} > 8 V→ V_1 =-15 V y V_2=15 V →V_{out} = 0 V

La salida es diferente de cero cuando el valor del voltaje de entrada está entre -4 V y 8 V (las fuentes de referencia). El circuito es capaz de detectar este rango de voltaje.



Problema 7. El circuito de la figura es un amplificador de instrumentación. Hallar su función de transferencia.



i circula por R_b, por R_a y por R_b i.
i_1 circula desde la salida del 2º operacional, a la salida del 3er operacional.
i_2 circula desde la salida del AO1 hasta tierra.
Llamaremos v_{01} y v_{02} a las salidas de los AO1 y AO2.
Aplicando las leyes de Kirchhoff a la parte izquierda del circuito (formada por los AO1 y AO2) tenemos que:

$$i = \frac{v_{-2} - v_{-1}}{R_a} = \frac{v_2 - v_1}{R_a}$$

Aplicando cortocircuito virtual (v+=v-)

Como en los operacionales no entra corriente $\rightarrow i = \dfrac{V_{02} - V_{01}}{R_b + R_a + R_b} = \dfrac{V_{02} - V_{01}}{2R_b + R_a} \longrightarrow \dfrac{V_{02} - V_{01}}{2R_b + R_a} = \dfrac{v_2 - v_1}{R_a} \rightarrow V_{02} - V_{01} = \dfrac{v_2 - v_1}{R_a}(2R_b + R_a)$

Si aplicamos las leyes de Kirchhoff a la parte derecha, y teniendo en cuenta que v+=v- :

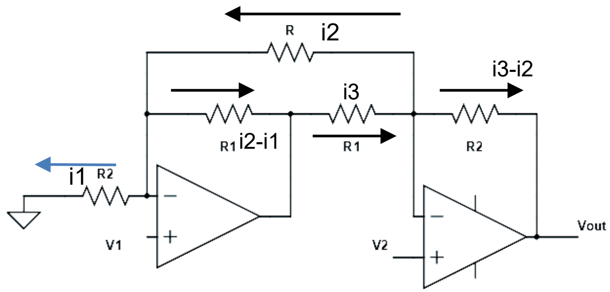
$$\left.\begin{array}{l} i_1 = \dfrac{V_{02} - V_{out}}{R_1 + R_2} \\ i_2 = \dfrac{V_{01} - 0}{R_1 + R_2} \end{array}\right\} V_{02} - i_1 R_1 = V_{01} - i_2 R_1 \rightarrow V_{02} - \frac{V_{02} - V_{out}}{R_1 + R_2} R_1 = V_{01} - \frac{V_{01}}{R_1 + R_2} R_1 \rightarrow (V_{02} - V_{01})\left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = -V_{out}\frac{R_1}{R_1 + R_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow V_{out} = \frac{R_2}{R_1}(V_{01} - V_{02})$$

Expresando V_{out} en función de v_1 y de v_2, tenemos que:

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1}(V_{01} - V_{02}) = \frac{R_2}{R_1}\frac{(R_a + 2R_b)}{R_a}(v_1 - v_2)$$

Problema 8. Hallar la función de transferencia del circuito inferior.



Llamaremos i_1 a la corriente que va desde v_- del AO1 a tierra, i_2 a la corriente que circula por R, de derecha a izquierda, e i_3 a la corriente que circula entre la salida del AO1 y v_- del AO2, atravesando R_1.
Planteamos las siguientes ecuaciones:

$$i_1 = \frac{V_1}{R_2}$$

$$i_2 = \frac{V_2 - V_1}{R}$$

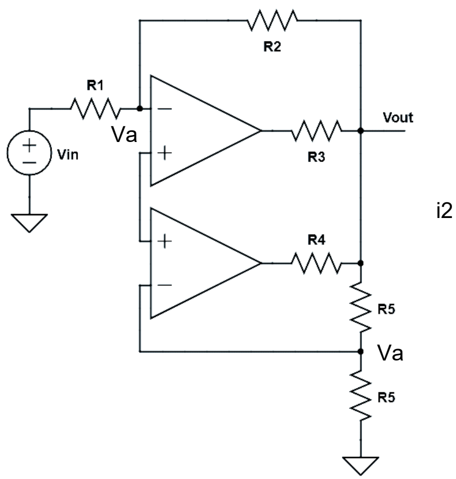
$$V_1 - V_2 = (i_2 - i_1)R_1 + i_3 R_1 \rightarrow i_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_1} - (i_2 - i_1)$$

$$v_{out} = V_2 - (i_3 - i_2)R_2 = V_2 - \left[\frac{V_1 - V_2}{R_1} - (i_2 - i_1) - i_2\right]R_2 = V_2 - \left[\frac{V_1 - V_2}{R_1} - 2i_2 + i_1\right]R_2$$

$$v_{out} = V_2 - \left[\frac{V_1 - V_2}{R_1} - 2\frac{V_2 - V_1}{R} + \frac{V_1}{R_2}\right]R_2 = V_2 - V_1 + (V_2 - V_1)\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R}\right)$$

$$v_{out} = (V_2 - V_1)\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R}\right)$$

Problema 9. Hallar la función de transferencia del circuito inferior.



Empezamos buscando una relación entre el voltaje de salida y el de entrada. El voltaje de salida también se puede expresar de la siguiente forma, en función de i_2:

$$Vin - Vout = i_1(R_1 + R_2) \rightarrow i_1 = \frac{Vin - Vout}{R_1 + R_2}$$

$$Vout = 2i_2R_5 \rightarrow i_2 = \frac{Vout}{2R_5}$$

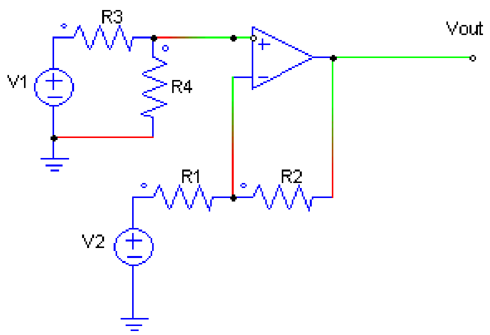
Vamos a utilizar un voltaje intermedio, Va, por simplicidad. Este voltaje no es necesario pero nos ayuda a ver más clara la relación entre las corriente i_1 e i_2.

$$\left.\begin{aligned} Va &= i_2R_5 \\ Vin - Va &= i_1R_1 \rightarrow Va = Vin - i_1R_1 \end{aligned}\right\} \text{Va=Va}$$

$$\frac{Vout}{2}\frac{\cancel{R_5}}{\cancel{R_5}} = Vin - \frac{Vin - Vout}{R_1 + R_2}R_1 \rightarrow Vout\left(\frac{1}{2} - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = Vin\left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

$$Vout\left(\frac{R_1 + R_2 - 2R_1}{2(R_1 + R_2)}\right) = Vin\left(\frac{R_1 + R_2 - R_1}{R_1 + R_2}\right) \rightarrow Vout = 2Vin\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)$$

Problema 10. Hallar V_{out} en función de V_1, V_2, y las resistencias del circuito.



Llamando i a la corriente que circula por R_3 y R_4 e i' a la que circula por R_1 y R_2, aplicando las leyes de Kirchhoff tenemos que:

$$V_1 = R_3 i + R_4 i \rightarrow i = \frac{V_1}{R_3 + R_4}$$

$$v_+ = R_4 i = R_4 \frac{V_1}{R_3 + R_4}$$

$$V_2 = R_1 i_2 + R_2 i_2 + v_{out} \rightarrow i_2 = \frac{V_2 - v_{out}}{R_1 + R_2}$$

$$v_- = V_2 - R_1 i_2 = V_2 - R_1 \frac{V_2 - v_{out}}{R_1 + R_2} = \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 v_{out}}{R_1 + R_2}$$

Igualando v_+ con v_- tenemos que:

$$v_+ = v_- \rightarrow \frac{R_4 V_1}{R_3 + R_4} = \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 v_{out}}{R_1 + R_2} \rightarrow \frac{v_{out} R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_4 V_1}{R_3 + R_4} - \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow v_{out} = V_1 \frac{R_4 (R_1 + R_2)}{(R_3 + R_4) R_1} - V_2 \frac{R_2}{R_1}$$

En el caso particular de que $R_3=R_1$ y $R_4=R_2$, tenemos que:

$$\Rightarrow v_{out} = \frac{R_2}{R_1}(V_1 - V_2)$$

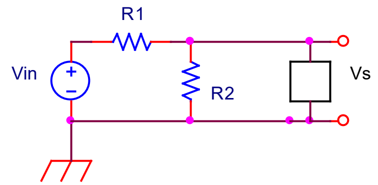
Tema 3. El Diodo

Problema 1. En la figura inferior hay un elemento no lineal cuya característica corriente-voltaje viene dado por la expresión:

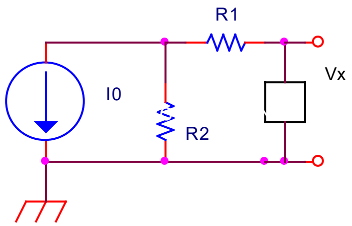
$i_s = A(v_s - v_t)^2$ si $v_s > v_t$

$i_s = 0$ si $v_s < v_t$

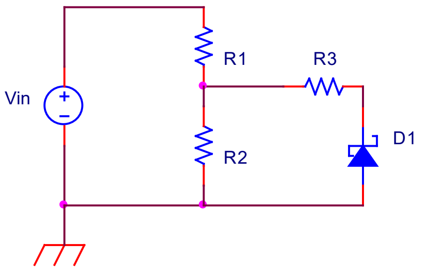
Calcular el voltaje que cae en dicho dispositivo si A =1, v_t=0, V_{in} =12 V y R_1= 1 kΩ y R_2 = 1 kΩ.



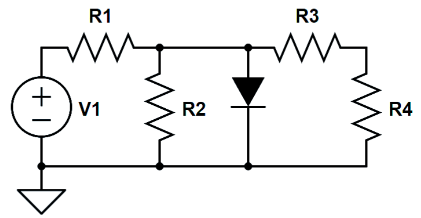
Problema 2 Encontrar la recta de carga presentada al elemento desconocido por el circuito resistivo de la figura. I =5 mA, R_1 =R_2= 10 kΩ.



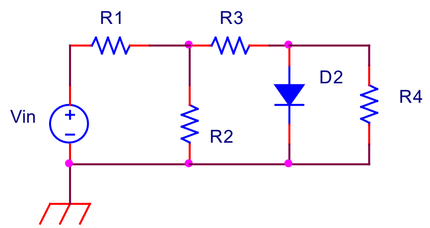
Problema 3 Si el diodo Zéner de la figura tiene un voltaje de activación de 0,7 V y un voltaje de ruptura de 3 V hallar su punto de trabajo (v_{in} = 12 V, R_1= 1 kΩ, R_2 = 1 kΩ y R_3 = 0.5 kΩ)



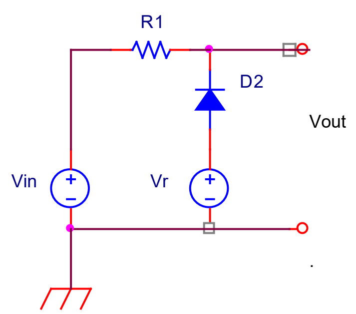
Problema 4 Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. (V_{in} = 12 V, R_1= 10 kW, R_2 = 5 kW, R_3 = 100 kW y R_4 = 50 kW)



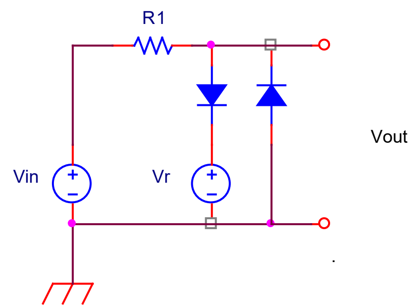
Problema 5. Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. (v_{in} = 12 V, R_1= 10 kW, R_2 = 5 kW, R_3 = 100 kW, y R_4 = 50 kW)



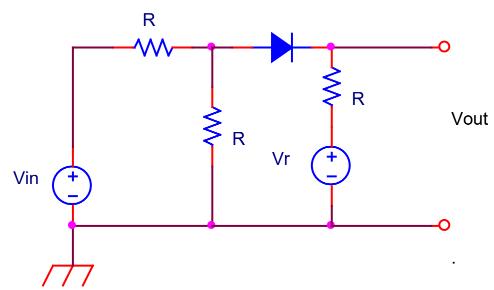
Problema 6. Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} (R_1 = 10 kΩ y V_r = 3V, el voltaje de activación del diodo es 0,7 V).



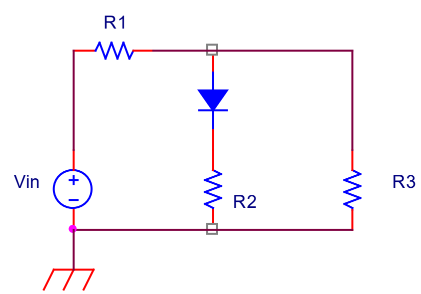
Problema 7 Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} (R_1 = 10 kW y V_r = 5V, el voltaje de activación de los diodos es 0,7 V).



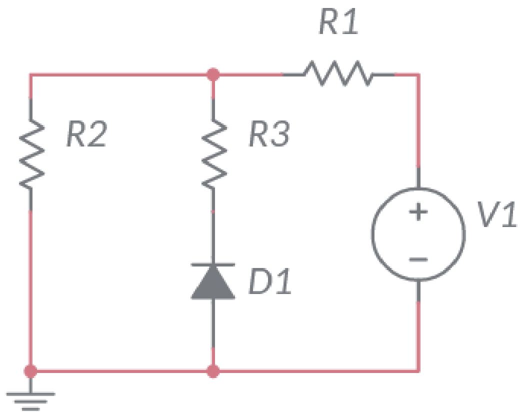
Problema 8 Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in}. El voltaje de activación es 0,7 V y la fuente de referencia es 3 V.



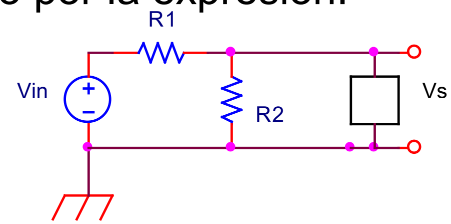
Problema 9 Hallar el punto de operación del diodo de la figura. (v_{in} = 3 V, R_1= 1 kΩ, R_2 = 2 kΩ y R_3 = 3 kΩ)



Problema 10. Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo R_1 = 6 kΩ, R_2 = 4 kΩ, R_3 = 0.9 kΩ, V_1 =10 V.



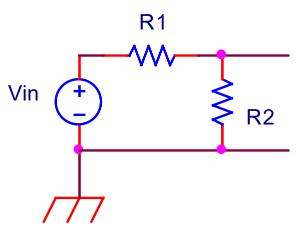
Problema 1. En la figura inferior hay un elemento no lineal cuya característica corriente-voltaje viene dado por la expresión:



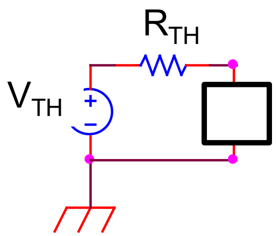
$$I_s = A(v_s - v_t)^2 \ \ si\ v_s > v_t$$
$$I_s = 0 \ \ si\ v_s < v_t$$

Calcular el voltaje que cae en dicho dispositivo si A =1, v_t=0, V_{in} =12 V y R_1= 1 kΩ y R_2 = 1 kΩ

Empezamos calculando el equivalente de Thévenin entre los bornes del elemento no lineal:



$$V_{Th} = \frac{V_{in}R_2}{R_1 + R_2} = 6V$$
$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0{,}5k\Omega$$

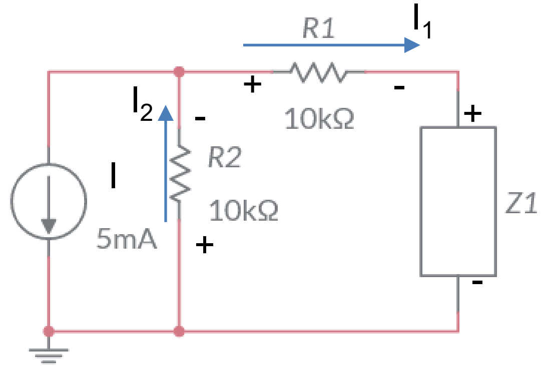


Aplicando Kirchhoff nos queda:

$$V_{Th} = R_{Th} i_s + v_s$$
$$V_{Th} = R_{Th} A(v_s - v_t)^2 + v_s$$

$$6 = 0.5v_s^2 + v_s \rightarrow 0.5v_s^2 + v_s - 6 = 0$$
$$\rightarrow v_s = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4x0.5x(-6)}}{2x0.5} = -1 \pm 3.6 = 2.6 \qquad \rightarrow I_s = A(v_s - v_t)^2 = (2.6)^2 = 6.76\ A$$

Problema 2. Encontrar la recta de carga presentada al elemento desconocido por el circuito resistivo de la figura. I =5 mA, $R_1 = R_2 = 10\ k\Omega$.

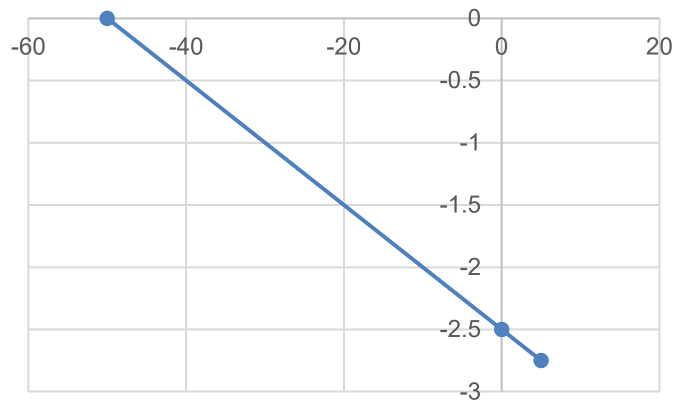


$$I + I_1 = I_2$$

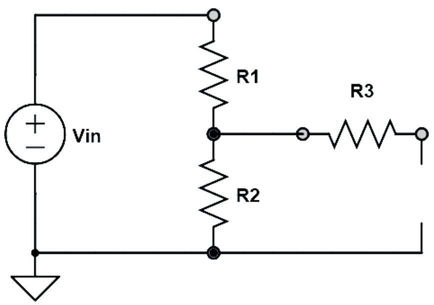
$$V_{R2} + V_{R1} + V_x = 0 \rightarrow R_2(I + I_1) + R_1 I_1 + V_x = 0$$

$$10(5 + I_1) + 10 I_1 + V_x = 0 \rightarrow I_1 = \frac{-V_x - 50}{20} = -\frac{V_x}{20} - 2.5$$

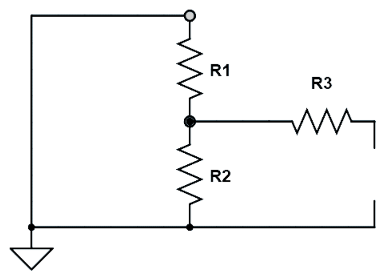
La recta de carga tiene pendiente -1/20=-0,05 y ordenada en el origen -2,5

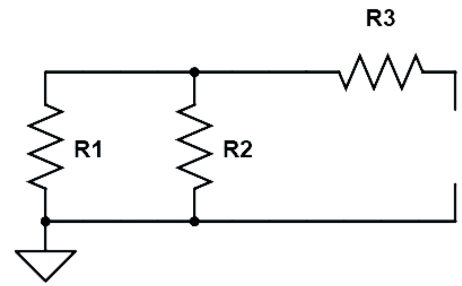


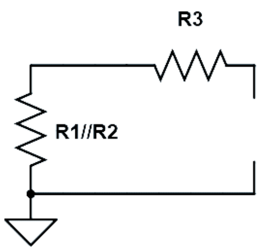
Problema 3 Si el diodo Zéner de la figura tiene un voltaje de activación **de 0,7 V** y un voltaje de **ruptura de 3 V** hallar su punto de trabajo (v_{in} = 12 V, R_1= 1 kΩ, R_2 = 1 kΩ y R_3 = 0.5 kΩ)



Empezamos haciendo un equivalente de Thévenin de toda la parte lineal del circuito (V_{in}, R_1, R_2 y R_3).



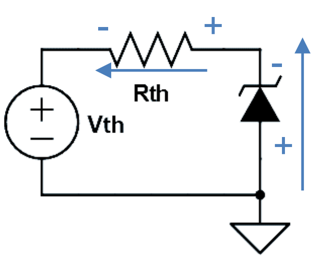




$$V_{Th} = \frac{V_{in} R_2}{R_1 + R_2} = 6V$$

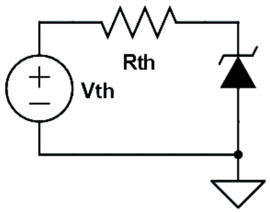
$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 1k\Omega$$

Con el circuito equivalente de Thévenin, planeamos la ecuación de de Kirchhoff para obtener la recta de carga: (llamamos v_d al voltaje que cae en el diodo e i_d a la corriente que lo atraviesa)



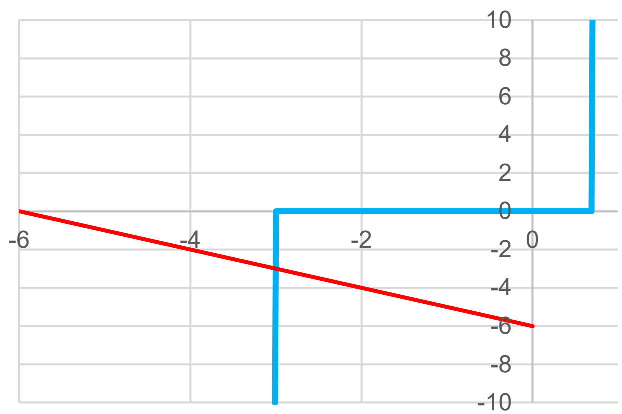
$$V_{Th} + V_{R_{TH}} + V_d = 0$$
$$6 + i_d R_{Th} + V_d = 0$$
$$i_d = -6 - v_d$$

Resolvemos mediante el método gráfico. Representaremos en una misma gráfica la característica i-v del diodo Zener (usando el modelo sencillo) y la recta de carga (en rojo).
La recta de carga es una recta de pendiente -1 y ordenada en el origen -6.



$$i_d = -6 - v_d$$

Puntos de corte con los ejes: vd=0→id=-6 mA
id=0→vd=-6 V



En el gráfico se observan las dos características y el punto de corte que está en Q: v_d = -3 V, i_d =-3 mA

Resolución numérica. Si el diodo Zener conduce en directa, Vd=0.7 V, si conduce en inversa Vd=-3 V.
Suponemos inversa:

$$i_d = -6 - v_d = -6 - (-3)) = -3\ mA$$

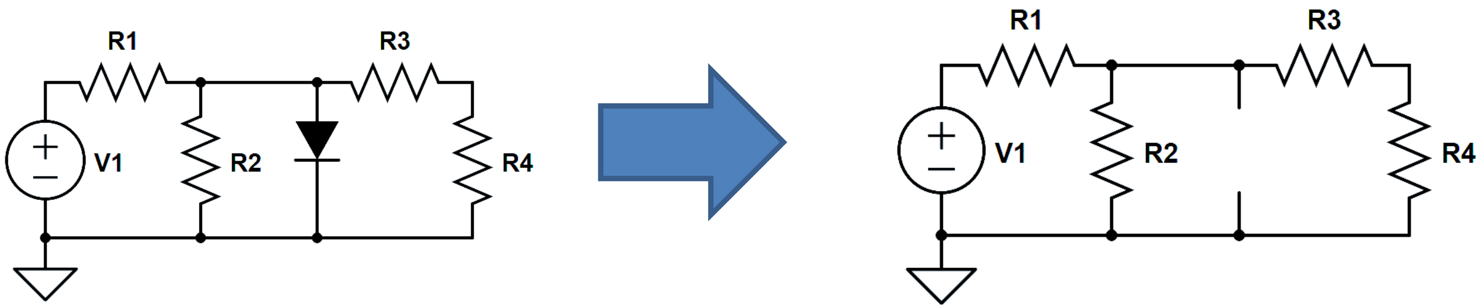
Como la corriente obtenida id<0, la suposición era correcta. Qd=(-3V,-3mA).

Si hubiéramos supuesto directa:

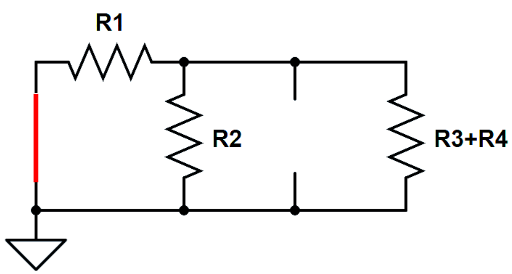
$$i_d = -6 - v_d = -6 - (0.7) = -6.7\ mA < 0 \rightarrow incorrecto$$

¿Si Vin=4 V?

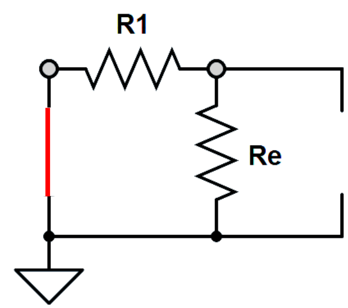
Problema 4 Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. (V_{in} = 12 V, R_1= 10 kΩ, R_2 = 5 kΩ, R_3 = 100 kΩ y R_4 = 50 kΩ)

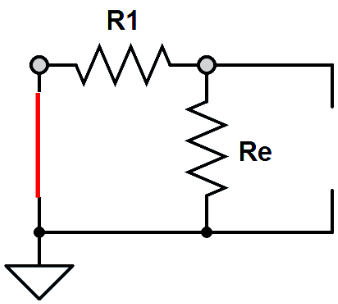


Calculamos Rth: anulamos V1



R_3 y R_4 están en serie y a su vez en paralelo con R_2. Llamaremos R_e a esta resistencia equivalente (R_2 //(R_3+R_4)).



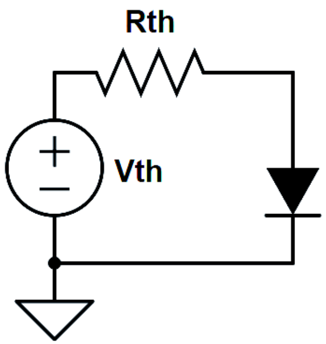


Aquí la resistencia total será el paralelo de R1 con Re.

$$R_e = R_2//(R_3 + R_4) = 5\ //150 = \frac{5 * 150}{5 + 150} = 4.84\ k\Omega$$

$$R_{th} = R_1//R_e = \frac{10 * 4.84}{10 + 4.84} = 3.27\ k\Omega$$

$$V_{th} = \frac{V_{in}R_e}{R_1 + R_e} = 12\frac{4.84}{14.84} = 3.91\ V$$



¿Conducirá el diodo? Vth>0.7V→Suponemos que sí:

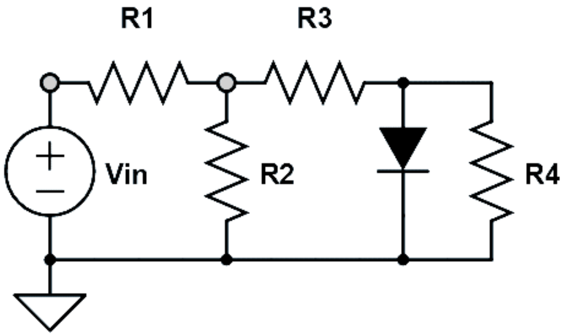
$$V_{th} - V_{Rth} - V_d = 0 = 3.91 - i * 3.27 - V_d = 0$$

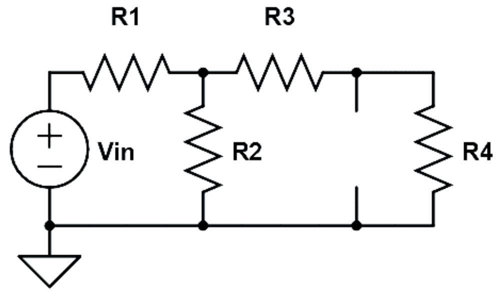
$$3.91 - i * 3.27 - 0.7 = 0 \rightarrow i = \frac{3.91 - 0.7}{3.27} = 0.982\ mA$$

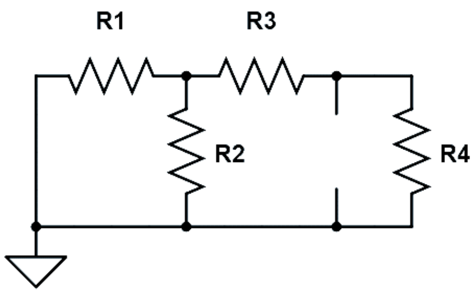
i>0→ Estábamos en lo correcto.

Punto de operación del diodo es Q=(Vd=0.7 V, id=0.982mA).

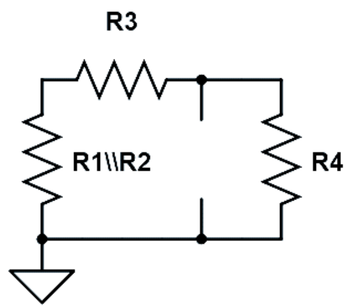
Problema 5. Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. (v_{in} = 12 V, R_1= 10 kΩ, R_2 = 5 kΩ, R_3 = 100 kΩ, y R_4 = 50 kΩ)



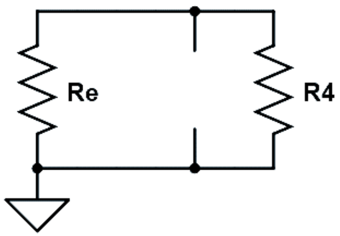




$R1 \backslash\backslash R2$

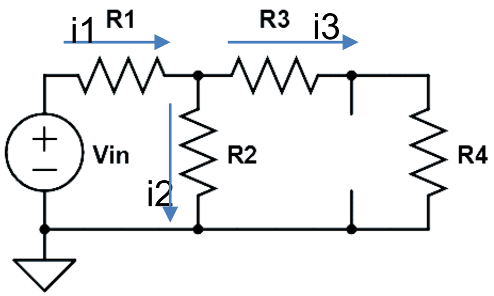


$Re = R3 + (R1 \backslash\backslash R2)$



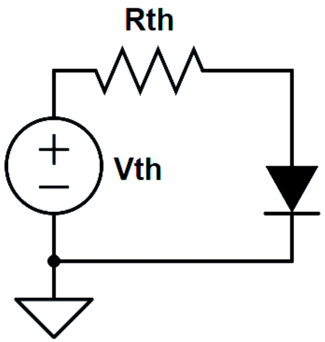
$$Rth = Re\backslash\backslash R4$$

$$Rth = R4\backslash\backslash\ [R3 + (R1\backslash\backslash R2)] = 50\backslash\backslash\left[100 + \frac{10*5}{10+5}\right] = \frac{50*103.33}{50+103.33} = 33.7\ k\Omega$$



$$V_{in} = R_1 i_1 + R_2 i_2 = R_1 i_1 + R_2(i_1 - i_3)$$
$$R_2 i_2 = R_3 i_3 + R_4 i_3 = R_2(i_1 - i_3) = (R_3+R_4) i_3$$
$$V_{th} = R_4 i_3$$

$$12 = 10 i_1 + 5(i_1 - i_3) = 15 i_1 - 5 i_3$$
$$5(i_1 - i_3) = 150 i_3 \rightarrow i_1 = 155/5 i_3 = 31 i_3$$
$$12 = 15 * 31 i_3 - 5 i_3 \rightarrow i_3 = \frac{12}{460} = 0.0261\ mA$$
$$V_{th} = R_4 i_3 = 50 * 0.0261 = 1.3\ V$$



¿Conducirá el diodo? Vth>0.7V→Suponemos que sí:

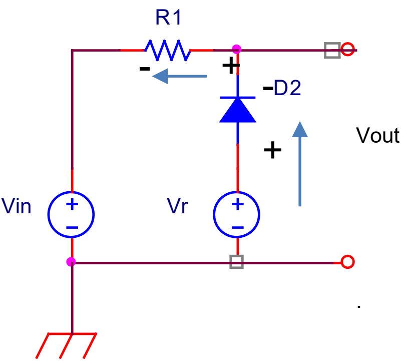
$$V_{th} - V_{Rth} - V_d = 0 = 1.3 - i * 33.69 - V_d = 0$$

$$1.3 - i * 33.69 - 0.7 = 0 \rightarrow i = \frac{1.3 - 0.7}{33.69} = 0.0178\, mA$$

i>0→ Estábamos en lo correcto.

Punto de operación del diodo es Q=(Vd=0.7 V, id= 0.0178 mA).

Problema 6. Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} (R_1 = 10 kΩ y V_r = 3V, el voltaje de activación del diodo es 0,7 V).



Una sola malla → no hacemos Thévenin.
Comprobamos los distintos casos en función de Vin.

a) Diodo está en zona de conducción→ la corriente atraviesa R_1 de derecha a izquierda.

$$V_{in} + R_1 i + v_d - V_r = 0$$

Si el diodo está en ON, el voltaje en él es 0,7 V aproximadamente:

$$V_{out} = Vr - Vd = 3 - 0.7 = 2.3\ V$$

Condición para diodo en On → *i*>0

$$i = \frac{V_r - v_d - V_{in}}{R_1} = \frac{3 - 0,7 - V_{in}}{10} = \frac{2,3 - V_{in}}{10}$$

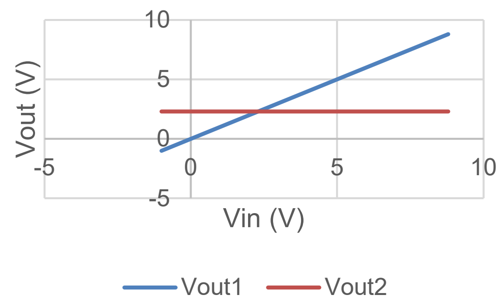
$$i \geq 0 \Rightarrow 2,3 - V_{in} \geq 0 \Rightarrow 2,3 \geq V_{in}$$

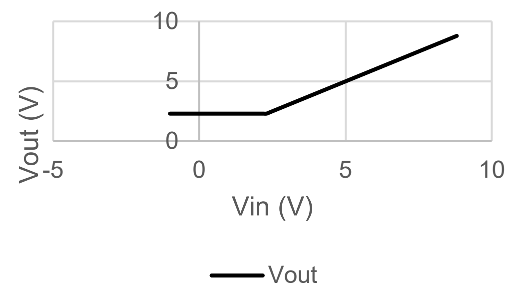
b) Si V_{in} >2,3 el diodo estará en OFF.
Cuando el diodo no conduce no hay corriente por el circuito, no hay caída de tensión en la resistencia y el voltaje en un borne (V_{out}) es igual al voltaje en el otro borne (V_{in}).

En resumen:

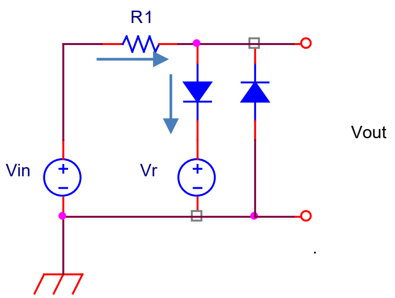
$$V_{out} = V_{in}\ si\ \ V_{in} \geq 2,3V$$

$$V_{out} = 2,3V\ \ si\ \ V_{in} \leq 2,3V$$



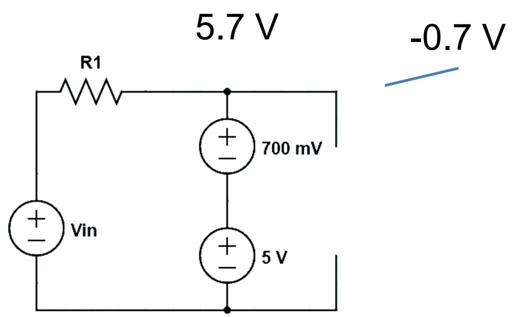


Problema 7 Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} (R_1 = 10 kΩ y V_r = 5V, el voltaje de activación de los diodos es 0,7 V).



¿Cuándo están en ON y en OFF?
En este caso, si conduce uno de ellos el otro no puede conducir.
Se darán 3 casos:

a) D1 en ON y D2 en OFF.
b) D2 en ON y D1 en OFF.
c) D1 OFF D2 en OFF

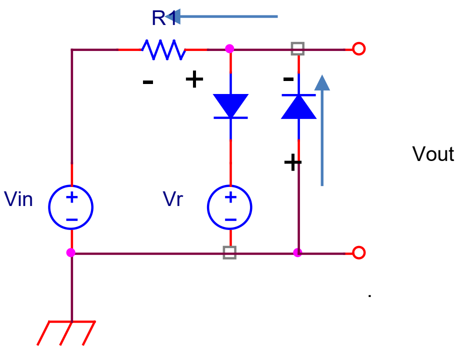


a) Si la corriente i que atraviesa R_1 circula de izda. a dcha.
El diodo que conduce es D1, mientras D2 estará en OFF. Aplicando Kirchhoff en la malla:

$$V_{in} = R_1 i + v_d + V_r$$
$$V_{in} = 10i + 0,7 + 5$$
$$\Rightarrow i = \frac{V_{in} - 5,7}{10}$$

Imponiendo esta condición nos queda que Vin > 5,7 V.
En este caso el voltaje de salida viene dado por:

$$V_{out} = V_d + V_r = 0,7 + 5 = 5,7V$$

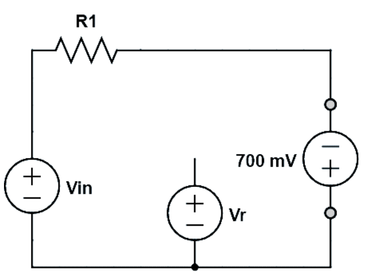


b) Corriente i de dcha a izda, el diodo 1 está en OFF y el diodo 2 está en ON. La ecuación de la malla en este caso nos queda:

$$V_{in} + R_1 i + v_d = 0$$
$$i = \frac{-V_{in} - 0.7}{10}$$

Corriente es positiva → $V_{in} < -0{,}7$ V.
En este caso el voltaje de salida viene dado por:

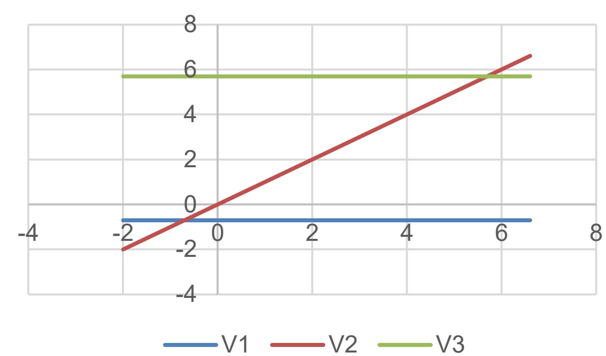
$$V_{out} = -V_d = -0{,}7V$$

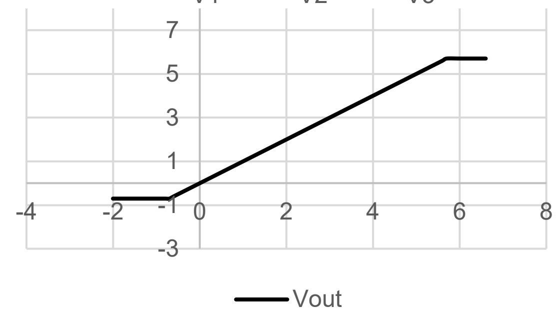


c) Para valores de V_{in} entre -0,7 V y 5,7 V tendremos a los dos diodos en OFF, la corriente que circula por R_1 será nula y por tanto $V_{out} = V_{in}$.

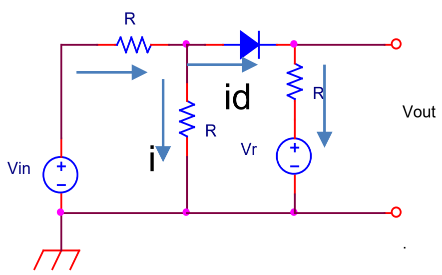
En resumen, el voltaje de salida es:

$$V_{out} = -0{,}7V si \quad V_{in} \leq -0{,}7V$$
$$V_{out} = V_{in} si \quad -0{,}7V \leq V_{in} \leq 5{,}7V$$
$$V_{out} = 5{,}7V \quad si \quad V_{in} \geq 5{,}7V$$





Problema 8 Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in}. El voltaje de activación es 0,7 V y la fuente de referencia es 3 V.



Condición que ha de cumplir V_{in} para que el diodo conduzca:
Diodo está en ON → la corriente que genera la fuente circula por R de izda a derecha.
Aplicando las leyes de las mallas tenemos que:

$$V_{in} = R(i + i_d) + Ri$$

$$Ri = v_d + Ri_d + V_r$$

Metiendo los datos del problema tenemos que:

$$V_{in} = 2Ri + Ri_d \Rightarrow V_{in} = 2R\left(\frac{3,7}{R} + i_d\right) + Ri_d = 7,4 + 3Ri_d \Rightarrow i_d = \frac{V_{in} - 7,4}{3R}$$

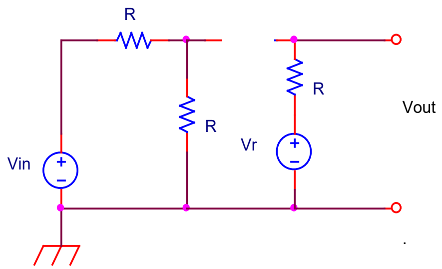
$$Ri = 0,7 + Ri_d + 3 = 3,7 + Ri_d \Rightarrow i = \frac{3,7}{R} + i_d$$

Para que id>0→ V_{in} > 7,4 V. Ambas corrientes quedan positivas.
En este caso V_{out} viene dado por:

$$V_{out} = Ri_d + V_r = R\left(\frac{V_{in} - 7,4}{3R}\right) + 3 = \frac{V_{in}}{3} - \frac{7,4}{3} + 3$$

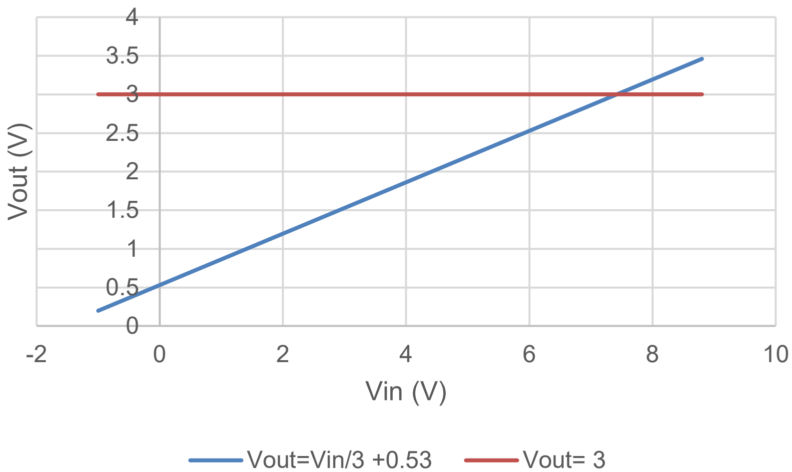
$$V_{out} = \frac{V_{in}}{3} + 0,53$$

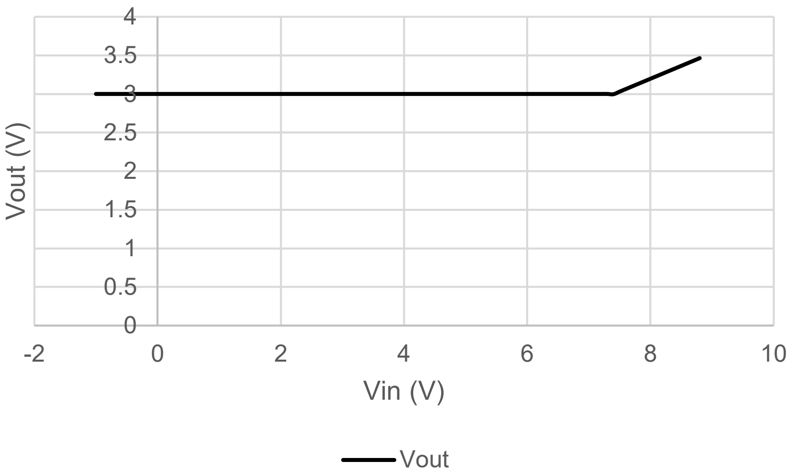
Si V_{in} no supera el valor 7,4 V el diodo estará en OFF y por tanto $V_{out}=Ri_d+V_r=V_r=3$ V.
En resumen tenemos:



$$V_{out} = \frac{V_{in}}{3} + 0{,}53 \quad \boldsymbol{si} \quad V_{in} > 7{,}4V$$

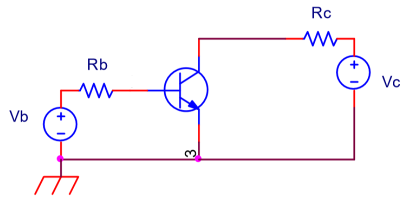
$$V_{out} = 3 \quad \boldsymbol{si} \quad V_{in} < 7{,}4V$$





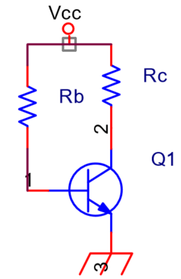
Tema 4.1. Transistores BJT

Problema 1. Hallar el punto de operación del transistor de la figura (*Vf* = 0,7V y β = 100). *Rb* =100 kΩ, *Rc* = 1k Ω, *Vb* = 5V, *Vc* =10V.

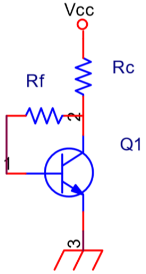


Problema 2. Hallar el punto de operación del transistor del problema 1 si *Vb* =15V.

Problema 3. Calcular *Rb* y *Rc* para que el transistor de la figura opere en el punto Q definido por *ic* =1mA, *ib* = 10μA y V_{CE} = 7V. Sea V_{CC} =10V y V_{BE} = 0,7V.

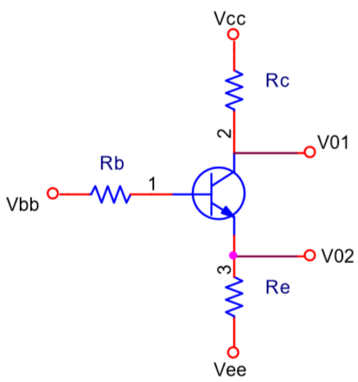


Problema 4. Calcular *Rf* y *Rc* para que el transistor de la figura opere en el punto Q definido por V_{CE}= 5V e *ic* = 5mA.
Datos V_{CC} = 9V y β = 99.

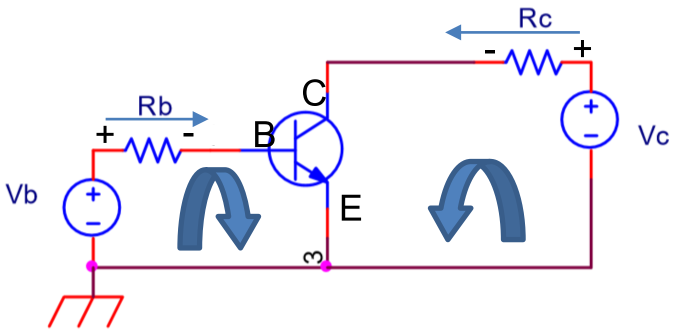


Problema 5. Calcular el punto de operación del transistor del problema anterior si $\beta = 99$, $Vcc = 10V$, $Rc = 2{,}7k\Omega$ $Rf = 180k\Omega$.

Problema 6. Calcular V01 y V02 si $\beta = 100$, $Vbb = 0$ V, $Vcc = 15$ V, $Vee = -15$ V, $Rc = 0{,}5$ kΩ, $Re = 1$ kΩ, $Rb = 44$ kΩ.



Problema 1. Hallar el punto de operación del transistor de la figura (Vf = 0,7V y β = 100). Rb = 100 kΩ, Rc = 1kΩ, Vb = 5V, Vc =10V



$$Vb = V_{RB} + V_{BE} = ib * Rb + V_{BE}$$

$$Vc = V_{RC} + V_{CE} = ic * Rc + V_{CE}$$

Vb>Vf=0.7 V.
Suponemos región activa.

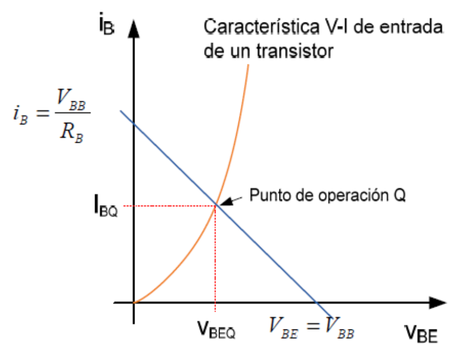
$$Vb = ib * Rb - 0.7 \rightarrow ib = \frac{5-0.7}{100} = 0.043\ mA = 43\ \mu A$$

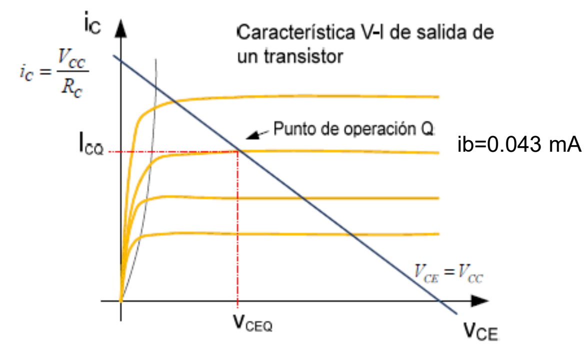
$$ic = ib\beta = 0.043 * 100 = 4.3\ mA$$

$$Vc = ic * Rc + V_{CE} \rightarrow V_{CE} = Vc - ic * Rc = 10 - 4.3 * 1 = 5.7\ V$$

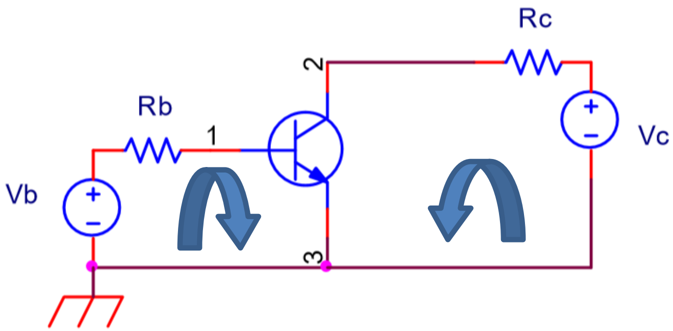
V_{CE}>V_{SAT} (=0-0.2 V)→ El transistor está en la zona de funcionamiento activa.
El punto de funcionamiento es:

$$(V_{BE}, ib) = (0.7\ V, 0.043\ mA)$$
$$(V_{CE}, ic) = (5.7\ V, 4.3\ mA)$$





Problema 2. Hallar el punto de operación del transistor del problema 1 si Vb =15V.



$$Vb = V_{RB} + V_{BE} = ib * Rb + V_{BE}$$
$$Vc = V_{RC} + V_{CE} = ic * Rc + V_{CE}$$

Vb>Vf=0.7 V.
Suponemos región activa.

$$Vb = ib * Rb + 0.7 \rightarrow ib = \frac{15 - 0.7}{100} = 0.143\ mA = 143\ \mu A$$

$$ic = ib\beta = 0.143 * 100 = 14.3\ mA$$

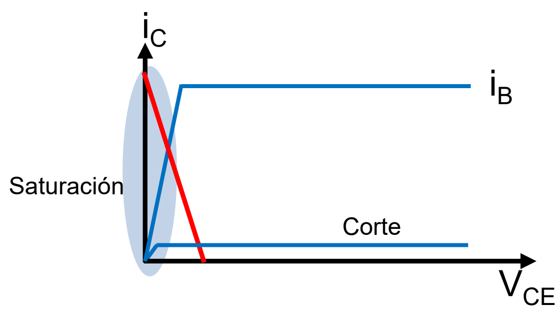
$$Vc = ic * Rc + V_{CE} \rightarrow V_{CE} = Vc - ic * Rc = 10 - 14.3 * 1 = -4.3\ V$$

V_{CE}<V_{SAT} (=0-0.2 V)→ El transistor está en la zona de saturación.
Replanteamos el problema V_{CE}=V_{SAT}=0.2V.

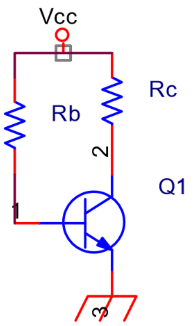
$$Vc = ic * Rc + V_{CE} \rightarrow ic = \frac{Vc - V_{CE}}{Rc} = \frac{10 - 0.2}{1} = 9.8\ mA$$

Punto de Operación

$$(V_{BE}, ib) = (0.7\ V, 0.143\ mA)$$
$$(V_{CE} = V_{sat}, ic_{sat}) = (0.2\ V, 9.8\ mA)$$



Problema 3. Calcular Rb y Rc para que el transistor de la figura opere en el pto. Q definido por ic = 1mA, ib = 10µA y V_{CE} = 7V. Sea V_{CC} =10V y V_{BE} = 0,7V

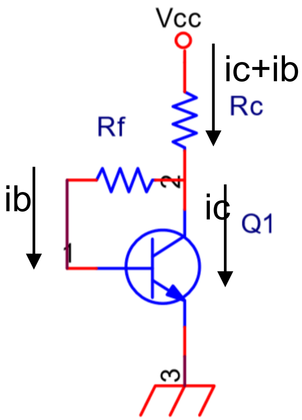


V_{CC}>Vf=0.7 V y V_{CE}>V_{SAT}→ Estará en activa

$$V_{CC} = V_{RB} + V_{BE} = ib * Rb + V_{BE} \rightarrow Rb = \frac{Vcc - V_{BE}}{ib} = \frac{10 - 0.7}{0.01} = \frac{9.3}{0.01} = 930\ k\Omega$$

$$V_{CC} = V_{RC} + V_{CE} = ic * Rc + V_{CE} \rightarrow Rc = \frac{Vcc - V_{CE}}{ic} = \frac{10 - 7}{1} = 3\ k\Omega$$

Problema 4. Calcular Rf y Rc para que el transistor de la figura opere en el pto. Q definido por V_{CE} = 5V e ic = 5mA. Datos V_{CC} = 9V y β=99.



V_{CC}>Vf=0.7 V y V_{CE}>V_{SAT}→ Estará en activa

$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{Rf} + V_{BE} = (ic + ib) * Rc + ib * Rf + V_{BE}$$

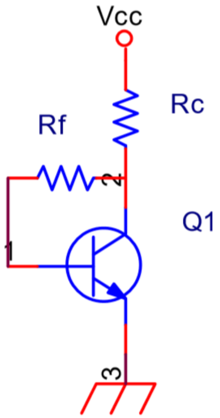
$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{CE} = (ic + ib) * Rc + V_{CE} \xrightarrow{ic=\beta ib} V_{CC} = (ic + ic/99)Rc + V_{CE} \to Rc = \frac{V_{CC}-V_{CE}}{ic100/99}$$

$$\to Rc = \frac{9-5}{1.01ic} = \frac{4}{5.05} = 0.792\ k\Omega = 792\ \Omega$$

$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{Rf} + V_{BE} = (ic + ib) * Rc + ib * Rf + V_{BE} \xrightarrow{ic=\beta ib} V_{CC} = \left(ic + \frac{ic}{99}\right) Rc + ic/99 * Rf + V_{BE}$$

$$9 = \frac{100}{99} icRc + \frac{icRf}{99} + 0.7 \to Rf = \frac{9 - 0.7 - 1.01 * 5 * 0.792}{\frac{5}{99}} = \frac{4.30}{0.5050} = 85.15\ k\Omega$$

Problema 5. Calcular el pto. de operación del transistor del problema anterior si β = 99, Vcc = 10V, Rc = 2,7kΩ Rf = 180kΩ.



V_{CC}>Vf=0.7 V y Suponemos que estará en activa

$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{Rf} + V_{BE} = (ic + ib) * Rc + ib * Rf + V_{BE} \xrightarrow{ic=\beta ib} 10 = (99ib + ib)Rc + ibRf + V_{BE} \rightarrow$$

$$\rightarrow 10 - 0.7 = (100Rc + Rf)ib \rightarrow ib = \frac{10 - 0.7}{270 + 180} = 0.02067\, mA = 20.67\mu A$$

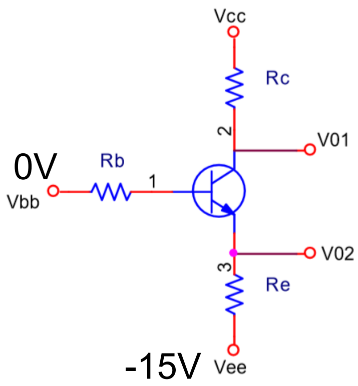
$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{CE} = (ic + ib) * Rc + V_{CE} \xrightarrow{ic=\beta ib} V_{CC} = (99ib + ib)Rc + V_{CE} \rightarrow V_{CE} = V_{CC} - 100ibRc$$

$$\rightarrow V_{CE} = 10 - 100 * 0.02067 * 2.7 = 4.42\, V$$

V_{CE}>V_{SAT} (=0-0.2 V)→ El transistor está en la zona de funcionamiento activa.
Punto de Operación

$$(V_{BE}, ib) = (0.7\, V, 20.67\mu A)$$
$$(V_{CE}, ic) = (4.42\, V, 2.046\, mA)$$

Problema 6. Calcular V01 y V02 si β = 100, Vbb = 0 V, Vcc = 15 V, Vee = -15 V, Rc = 0,5 kΩ, Re = 1 k Ω Rb = 44 kΩ.



Vee=-15V→Vbb-Vee>0.7 V → Suponemos que está en activa

$$V_{bb} - V_{RB} - V_{BE} - V_{Re} = V_{ee} \rightarrow V_{bb} - \ ib * Rb - V_{BE} - ie * Re - V_{ee} = 0$$

$$ie = ib + ic = ib + \beta ib = (\beta + 1)ib$$

$$0 - \ ib * 44 - 0.7 - ie * 1 - V_{ee} = 0 \xrightarrow{ie=(\beta+1)ib} - \ ib * 44 - 0.7 - (\beta + 1)ib * 1 - (-15) = 0$$

$$ib = \frac{15 - 0.7}{44 + 101} = 0.0986\, mA = 98.6\mu A$$

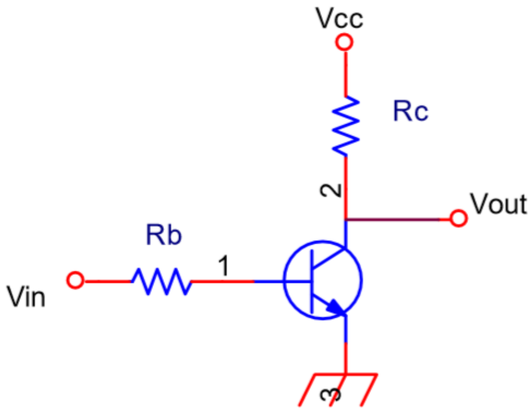
$$ic = 100ib = 9.86\, mA \qquad ie = 101ib = 9.96\, mA$$

$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{CE} + V_{Re} + V_{ee} \rightarrow V_{CE} = 15 - ic * 0.5 - ie * 1 - (-15) = 15.14\, V > Vsat \rightarrow Activa$$

$$V_{02} = V_{ee} + V_{Re} = -15 + ie * Re = -15 + 9.96 * 1 = -5.04V$$

$$V_{01} = V_{cc} - V_{Rc} = 15 - ic * Rc = 15 - 9.86 * 0.5 = 10.07V$$

Problema 8. Calcular la característica de transferencia del circuito de la figura. Datos Vcc = 10V, Vf = 0,6 V y β = 100, Rc = 1 kΩ y Rb = 20 kΩ.



Si Vin>Vt→Activa: Vbe=0.6→ $V_{in} - ib * Rb - Vbe = 0 \rightarrow ib = \dfrac{Vin - Vbe}{Rb} = \dfrac{Vin}{20} - 0.03$

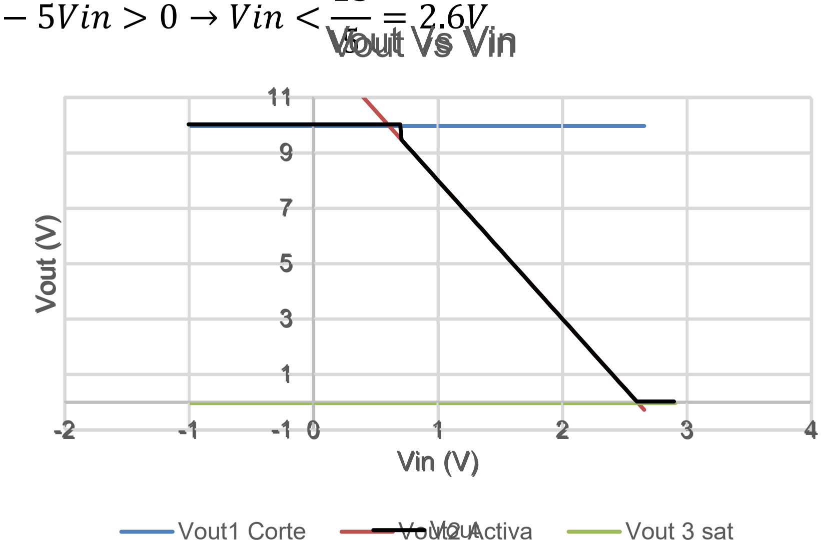
$$Vout = V_{CE} = Vcc - ic * Rc = 10 - 100 * 1\left(\frac{Vin}{20} - 0.03\right) = 10 + 3 - 5Vin$$

$$Vout = V_{CE} = 13 - 5Vin$$

Suponemos Vce=0V→ Región activa si Vce>0

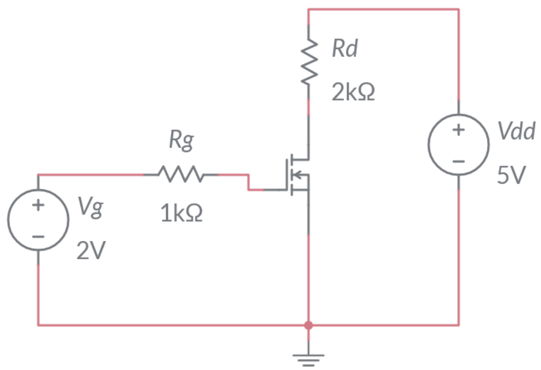
$$V_{CE} = 13 - 5Vin > 0 \rightarrow Vin < \frac{13}{5} = 2.6V$$

$$Si\ 0.6V < Vin < 2.6V \rightarrow Vout = 13 - 5Vin\ (región\ activa)$$
$$Si\ Vin > 2.6V \rightarrow Vout = Vce = 0\ V\ (región\ saturación)$$
$$Si\ Vin < 0.6V \rightarrow Vout = Vcc = 10V\ (región\ de\ corte)$$

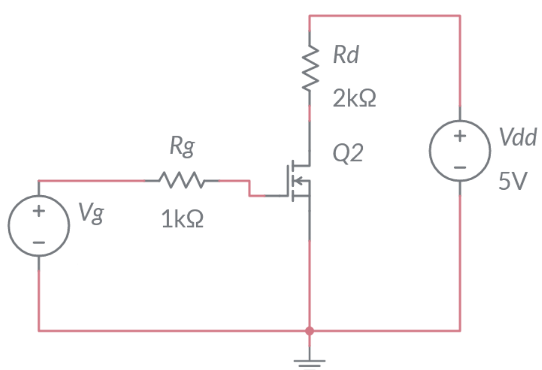


Tema 4.2. Transistores FET

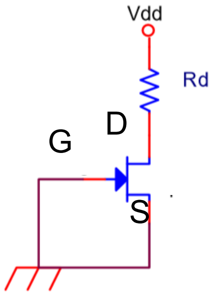
Ejemplo 1. Hallar el punto de operación del transistor FET de la figura. Vdd=5 V, VG=2 V, k = 1 mA/V^2, V_{TR} =1 V, Rd = 2 kΩ.



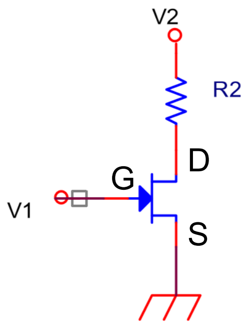
Ejemplo 2. Hallar el punto de operación del transistor FET de la figura si el voltaje de la fuente Vg aumenta hasta 3 V. Vdd=5 V, k = 1 mA/V^2, V_{TR} =1 V, Rd = 2 kΩ.



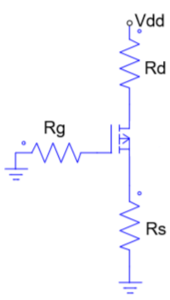
Problema 7. Hallar para que valor de Vdd tiene lugar la transición de zona de saturación a lineal o triodo. K = 0,5mA/V^2, V_{TR} =-3V, Rd = 5kΩ.



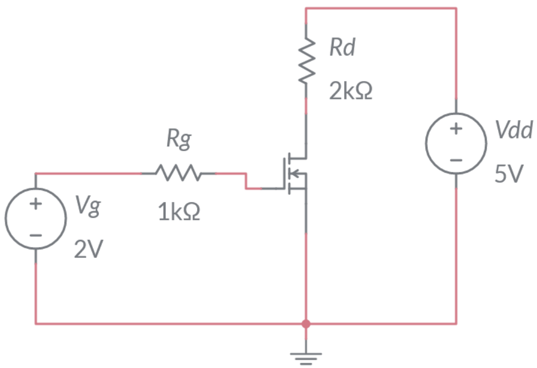
Problema 9. Determinad en el circuito de la figura el Vin necesario para que Vds = 6,2 V. k = 2 mA/V^2, Vtr =-1,5 V, R2 = 4,7 kΩ y V2 = 10 V.



Problema 10. Hallar Rd y Rs en el circuito de la figura sabiendo que Vdd = 30 V, Vds = 17.5 V, Id = 2.5 mA, Vgs = -1V.



Ejemplo 1. Hallar el punto de operación del transistor FET de la figura. Vdd=5 V, VG=2 V, k = 1 mA/V^2, V_{TR} =1 V, Rd = 2 kΩ.



$$V_{GS} = V_G > V_{TR} \rightarrow \begin{cases} Lineal, \text{ si } V_{DS} < V_{GS} - V_{TR} \\ Saturación\ si\ V_{DS} > V_{GS} - V_{TR} \end{cases}$$

Suponemos saturación:

$$id = k(V_{GS} - V_{TR})^2 = 1(2-1)^2 = 1\ mA$$

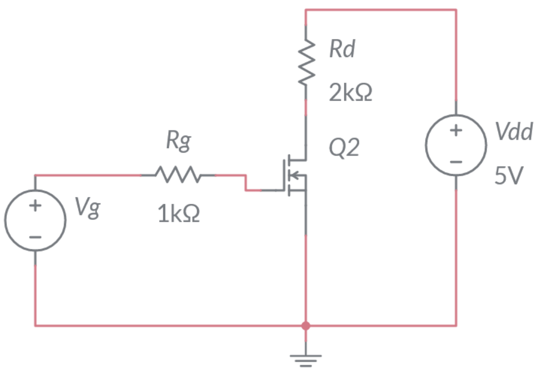
$$V_{dd} = id * Rd + V_{DS} \rightarrow V_{DS} = V_{dd} - id * Rd = 5 - 1 * 2 = 3\ V$$

Comprobamos saturación:

$$V_{sat} = V_{GS} - V_{TR} = 2 - 1 = 1\ V \rightarrow V_{DS} > V_{sat}$$

La suposición era correcta

Ejemplo 2. Hallar el punto de operación del transistor FET de la figura si el voltaje de la fuente Vg aumenta hasta 3 V. Vdd=5 V, k = 1 mA/V², V_{TR} =1 V, Rd = 2 kΩ.



$$V_{GS} = V_G > V_{TR} \rightarrow \begin{cases} Lineal, \text{ si } V_{DS} < V_{GS} - V_{TR} \\ Saturación \text{ si } V_{DS} > V_{GS} - V_{TR} \end{cases}$$

Suponemos saturación:

$$id = k(V_{GS} - V_{TR})^2 = 1(3-1)^2 = 4\ mA$$

$$V_{dd} = id * Rd + V_{DS} \rightarrow V_{DS} = V_{dd} - id * Rd = 5 - 4 * 2 = \mathbf{-3\ V}$$

Comprobamos saturación:

$$V_{sat} = V_{GS} - V_{TR} = 3 - 1 = \mathbf{2\ V} \rightarrow V_{DS} < V_{sat}$$

La suposición era incorrecta

Suponemos región lineal. Corriente:

$$id = k[2(V_{GS} - V_{TR})Vds - Vds^2] = 1[2 * 2 * V_{DS} - V_{DS}^2] = -V_{DS}^2 + 4V_{DS}$$

Ecuación de malla:

$$V_{dd} - id * Rd - V_{DS} = 0 \rightarrow 5 - (-V_{DS}^2 + 4V_{DS}) * 2 - V_{DS} = 2V_{DS}^2 - 8V_{DS} - V_{DS} + 5 = 0$$

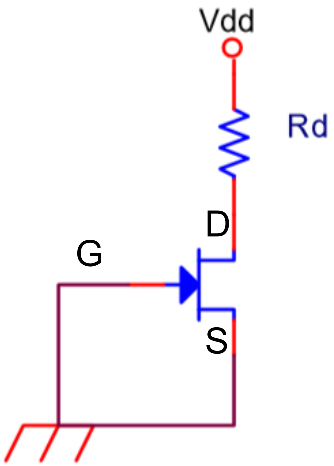
$$V_{DS} = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(2)(5)}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4} = \frac{9 \pm 6.4}{4}$$

$$\boldsymbol{V_{DS} = 3.85\ V > V_{sat}}$$

$$\boldsymbol{V_{DS} = 0.65\ V < V_{sat}}$$

$$id = -V_{DS}^2 + 4V_{DS} = 2.18\ mA$$

Problema 7. Hallar para que valor de Vdd tiene lugar la transición de zona de saturación a lineal o triodo. K = 0,5mA/V^2, V_{TR} =-3V, Rd = 5kΩ.



$$Transición: V_{DS} = V_{sat} = V_{GS} - V_{TR} \begin{cases} V_{DS} < V_{GS} - V_{TR} \rightarrow Lineal \\ V_{DS} > V_{GS} - V_{TR} \rightarrow Saturación \end{cases}$$

$$V_{GS} = 0 \rightarrow Vsat = 0 - V_{TR} = -(-3) = 3V$$

$$V_{dd} = id * Rd + V_{DS} \xRightarrow{Vds=Vsat} V_{dd} = id * Rd + 3$$

Corriente en Saturación

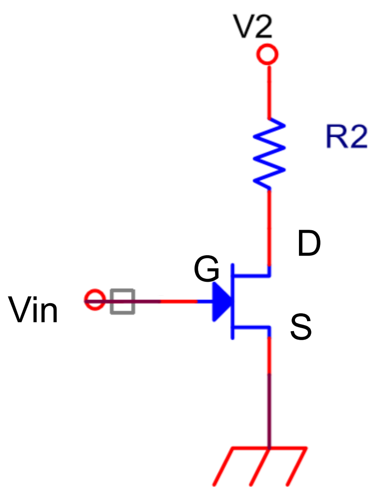
$$id = k(V_{GS} - V_{TR})^2 = 0.5(0+3)^2 = 0.5 * 9 = 4.5\ mA$$

$$V_{dd} = id * Rd + 3 = 4.5 * 5 + 3 = 25.5\ \text{V}$$

Corriente en región lineal

$$id = k[2(V_{GS} - V_{TR})Vds - Vds^2] = 0.5[2 * 3 * 3 - 9] = 4.5\ mA$$

Problema 9. Determinad en el circuito de la figura el Vin necesario para que Vds = 6,2 V. k = 2 mA/V^2, Vtr =-1,5 V, R2 = 4,7 kΩ y V2 = 10 V.



$$Vds = 6.2V \rightarrow V2 - i * R2 - 6.2 = 0 \rightarrow i = \frac{10-6.2}{R2} = \frac{3.8}{4.7} = 0.808\,mA$$

$$V_{GS} = Vin \rightarrow Vsat = Vgs - Vth = Vin + 1.5$$

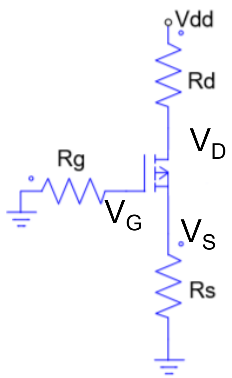
$$Suponemos\ saturación\text{: } id = k(Vgs - Vtr)^2 = 2(Vin + 1.5)^2 = 0.808\,mA \rightarrow$$
$$Vin + 1.5 = \pm\sqrt{0.404} \rightarrow Vin = \pm 0.636 - 1.5$$

$Vin = 0.636 - 1.5 = -0.864\,V$ Vin=Vgs>Vtr=-1.5→Activa

$Vin = -0.636 - 1.5 = -2.136\,V$ Vin=Vgs<Vtr=-1.5→Corte

$$¿Saturación?: Vds = 6.2\,V > Vsat = Vgs - Vtr = -0.864 + 1.5 = 0.636\,V$$

Problema 10. Hallar Rd y Rs en el circuito de la figura sabiendo que Vdd = 30 V, Vds = 17.5 V, Id = 2.5 mA, Vgs = -1V. (suponer que Ig=0).

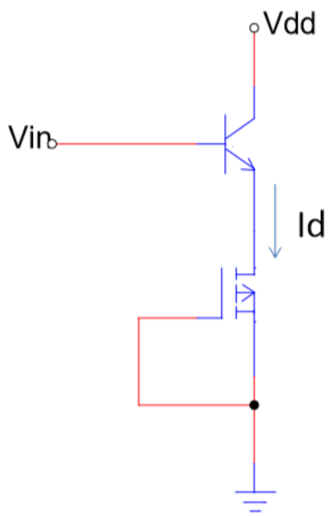


$$V_{dd} = V_{Rd} + V_{DS} + V_{Rs} = id * Rd + V_{DS} + id * Rs$$

$$0 - V_{RG} - V_{GS} - V_{RS} = 0 \rightarrow -V_{GS} = id * Rs \rightarrow Rs = -\frac{V_{GS}}{id} = \frac{1}{2.5} = 0.4\ k\Omega$$

$$V_{dd} - id * Rd - V_{DS} - V_{Rds} = 0 = 30 - 2.5Rd - 17.5 - 1 \rightarrow Rd = \frac{30 - 17.5 - 1}{2.5} = 4.6\ k\Omega$$

Problema 11. Hallar la corriente Id en el circuito de la figura sabiendo que Vdd = 12 V, Vin = 5 V, Vbe= 0.6 V, V_{TR} = - 6 V y K = 0.1 mA/V^2 (suponer que Ig=0).



Suponemos BJT en activa y MOSFET en Saturación

$$Vin - V_{be} - Vds = 0 \rightarrow VDS = 5 - 0.6 = 4.4\,V$$

$$V_{dd} - VCE - VDS = 0 \rightarrow V_{CE} = 12 - 4.4 = 7.6\,V > Vsat\,(BJT) \rightarrow Activa$$

Corriente en Saturación

$$id = k(V_{GS} - V_{TR})^2 = 0.1[0 - (-6)]^2 = 3.6\,mA$$

Comprobamos Saturación MOSFET:

$$V_{DS} = 4.4¿>?\,Vsat = V_{GS} - V_{TR} = 0 + 6 = 6 \;\rightarrow 4.4 < 6$$

Corriente en Lineal/omhica

$$id = k[2(V_{GS} - V_{TR})V_{DS} - {V_{DS}}^2] = 0.1[2 * 6 * 4.4 - 4.4^2] = 0.1[52.8 - 19.36] = 3.34\,mA$$

Bloque II.
Electrónica Digital

Tema 5. Sistemas de numeración

Problema 1. Convertir los siguientes números binarios puros a sus equivalentes en base 10**.**
a.100110:
b.110011:
c.010111:
d.101110:
e.110111:
Convertir los siguientes números decimales a sus equivalentes en binario.
a.9**:**
b.64**:**
c.31**:**
d.131**:**
Problema 2. Resolver los siguientes ejercicios:
a.Representa $(-499)_{10}$ en magnitud y signo con un ancho de palabra de 10 bits.
b.Representa $(-628)_{10}$ en complemento a 2 con 10 bits.
c.Convierte a base 10 el número binario 1001000110, dado en magnitud y signo.
d.Convierte a base 10 el número binario 1110011101, dado en complementa a 2.
e.¿Cuál es el rango del sistema d enumeración de complemento a 2 con 10 bits?
f.¿Cuál es el mínimo número de bits necesarios para poder representar cantidades en el rango $\pm 10^5$ utilizando el sistema de complemento a 2?

Problema 3. Rellena la siguiente tabla, teniendo en cuenta que se utilizan palabras de 10 bits.

Nº en base diez6	Magnitud y Signo	Complemento a 2
-530		
-103		
-52		

Problema 4. Realiza las siguientes operaciones en binario, teniendo en cuenta los distintos sistemas de numeración. El ancho de palabra en todos los casos es de 8 bits:

Binario puro

a.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 1 1 0 0 1 0
```

b.
```
  0 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 0 1 0 0 1 0
```

c.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 0 0 1 1 1 0 0 1
```

Magnitud y Signo

d.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 1 1 0 0 1 0
```

e.
```
  0 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 0 1 0 0 1 0
```

f.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 0 0 1 1 1 0 0 1
```

Complemento a 2

g.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 1 1 0 0 1 0
```

h.
```
  0 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 0 1 0 0 1 0
```

i.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 0 0 1 1 1 0 0 1
```

Problema 1. Convertir los siguientes números binarios puros a sus equivalentes en base 10.

a) $100110=0x2^0+1x2^1+1x2^2+0x2^3+0x2^4+1x2^5=0+2+4+0+0+32=38$
b) $110011=1x2^0+1x2^1+0x2^2+0x2^3+1x2^4+1x2^5=1+2+16+32=51$
c) 010111: $1x2^0+1x2^1+1x2^2+0x2^3+1x2^4+0x2^5=1+2+4+16=23$
d) 101110: $0x2^0+1x2^1+1x2^2+1x2^3+0x2^4+1x2^5=2+4+8+32=46$
e) 110111: $1x2^0+1x2^1+1x2^2+0x2^3+1x2^4+1x2^5=1+2+4+16+32=55$

Convertir los siguientes números decimales a sus equivalentes en binario.

a) $9=8+1=2^3+2^0=1x2^0+0x2^1+0x2^2+1x2^3=1001$
b) $64=2^6=1000000$
c) $31=16+8+4+2+1=1x2^0+1x2^1+1x2^2+1x2^3+1x2^4=11111$
d) $131=128+2+1= 1x2^0+1x2^1+1x2^7=10000011$

131:2 =65 (1);
65:2=32 (1);
32:2=16 (0);
16:2=8 (0);
8:2=4 (0);
4:2=2 (0);
2:2=1 (0);→10000011

64:2 =32 (0);
32:2=16 (0);
16:2=8 (0);
8:2=4 (0);
4:2=2 (0);
2:2=1 (0);→1000000

Problema 2. Resolver los siguientes ejercicios.

a) $(-499)_{10}$ en magnitud y signo con 10 bits
   1 (signo) 256+128+64+32+16+2+1=1111110011

b) $(-628)_{10}$ en Complemento a 2 con 10 bits.
   Rango representable en C2 es $[-2^{n-1}:2^{n-1-}1]=[-2^{9}:2^{9-}1]=[-511:512]$ → Fuera de Rango

c) Convertir a base 10 el número binario 1001000110, dado en magnitud y signo
   $-(0x2^0+1x2^1+1x2^2+0x2^3+0x2^4+0x2^5+1x2^6+0x2^7+0x2^8)=-(2+4+64)=-70$

d) Convertir a base 10 el número binario 1110011101, dado en complemento a 2.
   $1x2^0+0x2^1+2x1^2+1x2^3+1x2^4+0x2^5+0x2^6+1x2^7+1x2^8\mathbf{-1x2^9}=1+4+8+16+128+256\mathbf{-512}=-99$

e) ¿Cuál es el rango del sistema de numeración de complemento a 2 con 10 bits.
   $[-2^{n-1}:2^{n-1-}1]=[-2^{9}:2^{9-}1]=[-511:512]$

f) ¿Cuál es el mínimo número de bits necesario para poder representar cantidades en el rango $\pm 10^5$ utilizando el sistema de complemento a 2?
   $100000<2^{(n-1)}$ →$n>\log_2(10^5)+1=17.6$→$n >=18$

Problema 3. Rellenar la siguiente tabla, teniendo en cuenta que se utilizan palabras de 10 bits.

Nº en base diez	Magnitud y Signo	Complemento a 2
-530	fuera de rango [-511:511]	fuera de rango [-512:511]
-103	1001100111	1110011001
-52	1000110100	**1111001**100

103= 64+39=64+32+7=64+32+4+2+1=1100111→ (n=10) 0001100111

52:2=26 (0); 26:2=13 (0); 13:2=6 (1); 6:2=3(0); 3:2=1 (1);→110100→(n=10) **0000110**100

Problema 4. Realiza las siguientes operaciones en binario, teniendo en cuenta los distintos sistemas de numeración. El ancho de palabra en todos los casos es de 8 bits:

Binario puro

a.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 1 1 0 0 1 0
1 0 1 1 1 1 0 0  (FUERA DE RANGO)
```

b.
```
  0 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 0 1 0 0 1 0
  1 0 0 1 1 1 0 0
```
$[(156)_{10}]$

c.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 0 0 1 1 1 0 0 1
  1 1 0 0 0 0 1 1
```
$[(195)_{10}]$

Magnitud y Signo

d.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 1 1 0 0 1 0
  1 0 1 1 1 1 0 0
```
$[(-60)_{10}]$

e.
```
  0 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 0 1 0 0 1 0
  1 0 0 0 1 0 0 0
```
$[(-8)_{10}]$

f.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 0 0 1 1 1 0 0 1
  0 0 1 0 1 1 1 1
```
$[(47)_{10}]$

Complemento a 2

g.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 1 1 0 0 1 0
```
~~0 0 1 1 1 1 0 0~~ Fuera de rango
(la suma de dos negativos no puede dar un positivo)

h.
```
  0 0 0 0 1 0 1 0
+ 1 0 0 1 0 0 1 0
  1 0 0 1 1 1 0 0
```
$[(-100)_{10}]$

i.
```
  1 0 0 0 1 0 1 0
+ 0 0 1 1 1 0 0 1
  1 1 0 0 0 0 1 1
```
$[(-61)_{10}]$

Tema 6. Digital

Problema 1. Utilizando los mapas de Karnaugh, simplificar las siguientes funciones de conmutación, obtenerlas en función de suma de productos o producto de sumas:

$f_1(w,x,y,z) = \sum m(5,6,9,10)$

$f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7)$

$f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6)$

$f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15)$

Problema 2.

Para cada una de las funciones dadas a continuación, dibujar un circuito con puertas AND, OR Y NOT que la sintetice:

a) $F = \overline{x}yz + \overline{y}(x\overline{z} + z)$

b) $G = (x + \overline{y} + \overline{z})(\overline{x} + yz)$

c) $H = (\overline{x}\,\overline{y} + xz)(\overline{x} + \overline{y}z)$

Problema 3. En un proceso químico la temperatura de la mezcla se ha de mantener entre los valores -4ºC y 4ºC, ambos incluidos. El sensor de temperatura en su salida ofrece la medida en cuatro bits codificados en complemento a 2. Se va a diseñar un circuito tal que si la temperatura de la mezcla está fuera de margen se activa una alarma luminosa, constituida por un LED, que se enciende cuando se le aplica un valor de tensión alta.

Se pide:

•Escribir la tabla de verdad del sistema.

•Expresar la variable de salida en forma de suma de productos.

•Simplificar la función por el método que se crea más conveniente.

•Implementar el circuito en puertas lógicas.

Problema 4. Un motor es controlado por tres pulsadores A, B y C. Diseñe su circuito de control mediante puertas lógicas que cumpla las siguientes condiciones de funcionamiento:

•Si se pulsan los tres pulsadores el motor se activa

•Si se pulsan dos pulsadores cualesquiera el motor se activa pero se enciende un LED como señal de emergencia

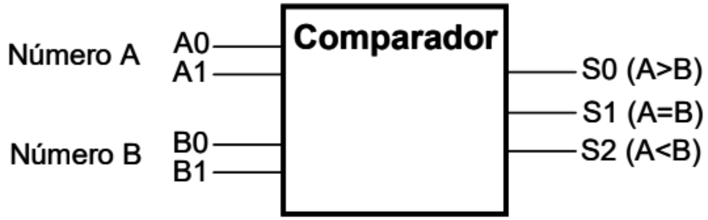
•Si sólo se pulsa un pulsador el motor no se activa pero se enciende el LED indicador de emergencia

•Si no se pulsa ningún pulsador, ni el motor ni el LED se activan.

Se pide:

a. Escribir la tabla de verdad de la señal que controla el motor (M) y de la señal que controla el LED de emergencia (L).
b. Expresar las funciones de salida del motor y del LED como suma de productos (Primera Forma Canónica).
c. Obtener las expresiones reducidas de las funciones por el método de Karnaugh.
d. Implementar los circuitos del motor y del LED utilizando puertas lógicas.

Problema 5. El circuito de la figura es un comparador binario de dos números (A y B) de dos bits. Las salidas (S0, S1 y S2) toman el valor lógico “1” cuando A>B, A=B y A<B respectivamente.



Problema 6. Se quiere realizar un circuito para activar la alarma de incendios (**A**) para la evacuación de un edificio. Para ello se tiene un sensor de gases (**G**), un sensor de humos (**H**), y dos señales procedentes de un termómetro que indican si la temperatura es mayor de 45ºC (**T45**) y si la temperatura es mayor de 60ºC (**T60**).
Debido a que a veces los sensores detectan humos y gases que no siempre proceden de incendios (por ejemplo de los cigarrillos o las cocinas), para evitar falsas alarmas, la señal **A** se activará cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- Si la temperatura es mayor de 60ºC siempre se activará la alarma.
- Si la temperatura está entre 45ºC y 60ºC se activará la alarma sólo si han detectado gases ohumos (o ambos).
- Si la temperatura es menor de 45ºC se activará la alarma sólo si se detectan gases y humos.

Resumiendo, las 4 señales binarias de entradas son:

- **G:** vale '1' si se detecta **GAS** resultante de la combustión.
- **H:** vale '1' si se detecta **HUMO**.
- **T45**: vale '1' si la temperatura es superior a 45ºC.
- **T60**: vale '1' si la temperatura es superior a 60ºC.La señal de salida **A** (alarma) se activará a nivel alto ‘1’.

Se pide:

a) Realizar la tabla de verdad de la señal de alarma (**A**) a partir de las señales de entrada(**G**, **H**, **T45**, **T60**).
b) Expresar la señal **A** como suma de productos (Primer Forma Canónica)
c) Obtener la expresión reducida de la señal **A** en suma de productos por el método deKarnaugh.
d) Implementa la señal **A** obtenida el en apartado anterior utilizando puertas lógicas.

Problema 7. Se necesita construir un sistema digital que acepte números del 1 al 10 codificados en binario puro yque genere una salida igual a 1 cuando la entrada sea múltiplo de 2 o igual a 9. Para ello:

a) Obtén la tabla de verdad del sistema.
b) Expresa la función de salida en Primera Forma Canónica.
c) Simplifica al máximo la función utilizando el método de Karnaugh.
d) Implementa la función de salida utilizando el mínimo número de puertas lógicas.

Problema 1. Utilizando los mapas de Karnaugh, simplificar las siguientes funciones de conmutación, obtenerlas en función de suma de productos o producto de sumas:

a) $f_1(w,x,y,z) = \sum m(5,6,9,10)$ → No se puede simplificar

b) $f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7)$ → $x + y$

c) $f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6)$ → $x\bar{y} + y\bar{z}$

d) $f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15)$ → $xy + yz + wx\bar{z}$

a) $f_1(w,x,y,z)$

wx \ yz	00	01	11	10
00	0 ^{0}	0 ^{1}	0 ^{3}	0 ^{2}
01	0 ^{4}	1 ^{5}	0 ^{7}	1 ^{6}
11	0 ^{12}	0 ^{13}	0 ^{15}	0 ^{14}
10	0 ^{8}	1 ^{9}	0 ^{11}	1 ^{10}

b) $f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7) \rightarrow x + y$

x \ yz	00	01	11	10
0	0 [0]	0 [1]	1 [3]	1 [2]
1	1 [4]	1 [5]	1 [7]	1 [6]

x	y	z
1	0	0
1	0	1
1	1	1
1	1	0

x

x	y	z
0	1	1
0	1	0
1	1	1
1	1	0

y

c) $f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6) \rightarrow x\bar{y} + y\bar{z}$

x \ yz	00	01	11	10
0	0 (0)	0 (1)	0 (3)	1 (2)
1	1 (4)	1 (5)	0 (7)	1 (6)

x	y	z
1	0	0
1	0	1

$x\bar{y}$

x	y	z
0	1	0
1	1	0

$y\bar{z}$

d) $f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15) \rightarrow xy + yz + wx\bar{z}$

wx \ yz	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (1)	1 (3)	0 (2)
01	0 (4)	0 (5)	1 (7)	1 (6)
11	1 (12)	0 (13)	1 (15)	1 (14)
10	0 (8)	0 (9)	1 (11)	0 (10)

w	x	y	z
1	1	0	0
1	1	1	0

$wx\bar{z}$

w	x	y	z
0	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1
1	0	1	1

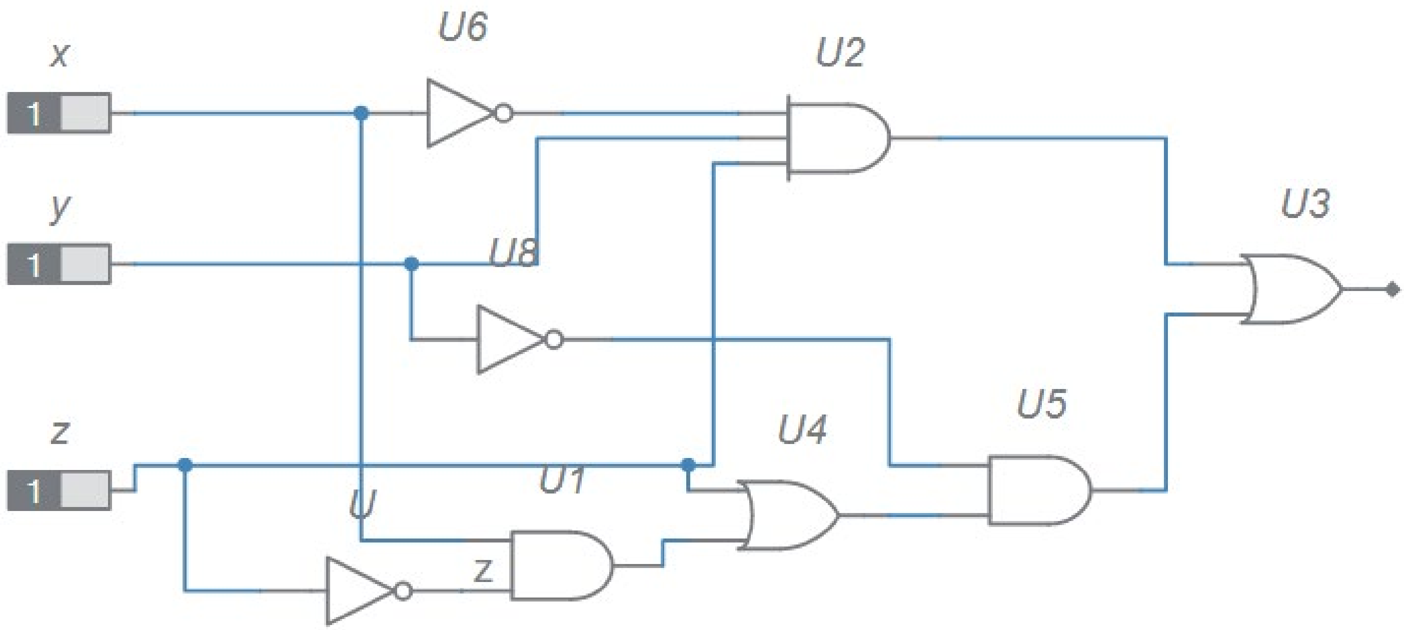
yz

w	x	y	z
0	1	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1
1	1	1	0

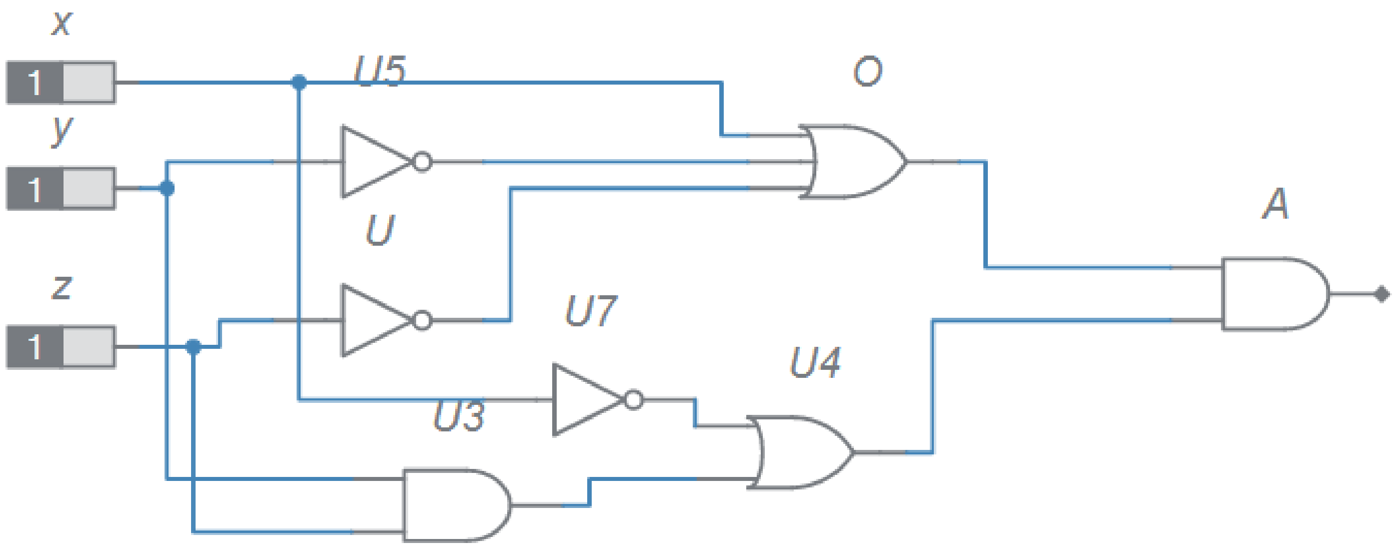
xy

Problema 2. Para cada una de las funciones dadas a continuación, dibujar un circuito con puertas AND, OR Y NOT que la sintetice:

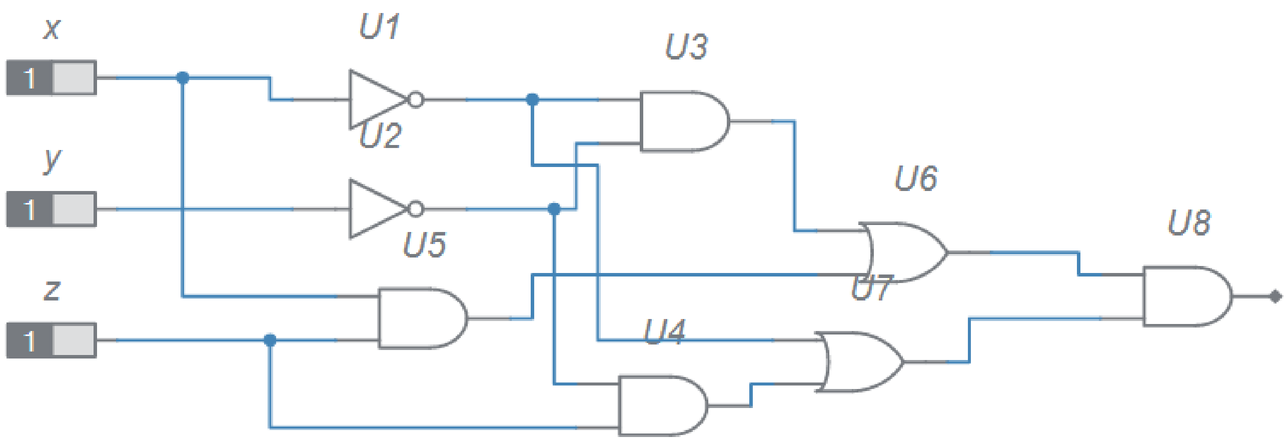
a) $F = \overline{x}yz + \overline{y}(x\overline{z} + z)$



b) $G = (x + \overline{y} + \overline{z})(\overline{x} + yz)$



c) $H = (\overline{x}\,\overline{y} + xz)(\overline{x} + \overline{y}z)$



Problema 3. En un proceso químico la temperatura de la mezcla se ha de mantener entre los valores -4ºC y 4ºC, ambos incluidos. El sensor de temperatura en su salida ofrece la medida en cuatro bits codificados en complemento a 2. Se va a diseñar un circuito tal que si la temperatura de la mezcla está fuera de margen se activa una alarma luminosa, constituida por un LED, que se enciende cuando se le aplica un valor de tensión alta.

Se pide:

a) Escribir la tabla de verdad del sistema.
b) Expresar la variable de salida en forma de suma de productos.
c) Simplificar la función por el método que se crea más conveniente.
d) Implementar el circuito en puertas lógicas.

0°→0 0 0 0	
1°→0 0 0 1	-1°→1 1 1 1
…	…
7°→0 1 1 1	-7°→1 0 0 1
	-8°→1 0 0 0

A	B	C	D	Tempª	Salida	
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	2	0	2
0	0	1	1	3	0	3
0	1	0	0	4	0	4
0	1	0	1	5	1	5
0	1	1	0	6	1	6
0	1	1	1	7	1	7
1	0	0	0	-8	1	8
1	0	0	1	-7	1	9
1	0	1	0	-6	1	10
1	0	1	1	-5	1	11
1	1	0	0	-4	0	12
1	1	0	1	-3	0	13
1	1	1	0	-2	0	14
1	1	1	1	-1	0	15

$$f(a,b,c,d) = \sum m(5,6,7,8,9,10,11)$$

f(a,b,c,d) =∑ m(5,6,7,8,9,10,11) → f(a,b,c,d) = $\bar{a}bd$+ $\bar{a}bc$+$a\bar{b}$

ab \ cd	00	01	11	10
00	0^{0}	0^{1}	0^{3}	0^{2}
01	0^{4}	1^{5}	1^{7}	1^{6}
11	0^{12}	0^{13}	0^{15}	0^{14}
10	1^{8}	1^{9}	1^{11}	1^{10}

a	b	c	d
0	1	0	1
0	1	1	1

$\bar{a}bd$

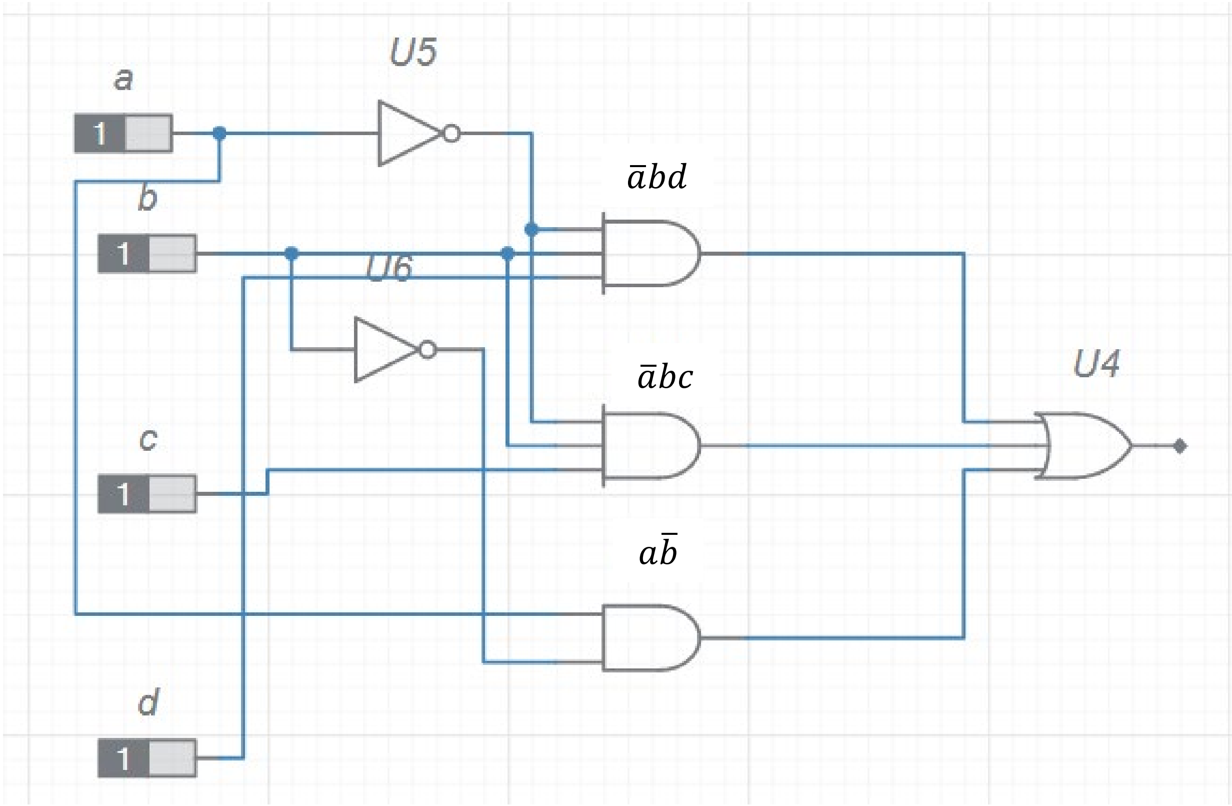
a	b	c	d
0	1	1	1
0	1	1	0

$\bar{a}bc$

a	b	c	d
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	0	1	0

$a\bar{b}$

→f(a,b,c,d) = $\bar{a}bd$+ $\bar{a}bc$+$a\bar{b}$



Problema 4. Un motor es controlado por tres pulsadores A, B y C. Diseñe su circuito de control mediante puertas lógicas que cumpla las siguientes condiciones de funcionamiento:

- Si se pulsan los tres pulsadores el motor se activa
- Si se pulsan dos pulsadores cualesquiera el motor se activa pero se enciende un LED como señal de emergencia
- Si sólo se pulsa un pulsador el motor no se activa pero se enciende el LED indicador de emergencia
- Si no se pulsa ningún pulsador, ni el motor ni el LED se activan.

Se pide:

a) Escribir la tabla de verdad de la señal que controla el motor (M) y de la señal que controla el LED de emergencia (L).
b) Expresar las funciones de salida del motor y del LED como suma de productos (Primera Forma Canónica).
c) Obtener las expresiones reducidas de las funciones por el método de Karnaugh.
d) Implementar los circuitos del motor y del LED utilizando puertas lógicas.

A	B	C	Motor (M)	LED (L)	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	2
0	1	1	1	1	3
1	0	0	0	1	4
1	0	1	1	1	5
1	1	0	1	1	6
1	1	1	1	0	7

- 3 pulsadores → motor se activa
- 2 pulsadores → el motor se activa, LED activa
- 1 pulsador → el motor no se activa, pero se enciende el LED
- Ningún pulsador → ni el motor ni el LED se activan.

$$M(a,b,c,) = \sum m(3,5,6,7)$$

$$L(a,b,c,) = \sum m(1,2,3,4,5,6)$$

M(a,b,c,) =∑ m(3,5,6,7)

a \ bc	00	01	11	10
0	0 [0]	0 [1]	1 [3]	0 [2]
1	0 [4]	1 [5]	1 [7]	1 [6]

ac bc ab

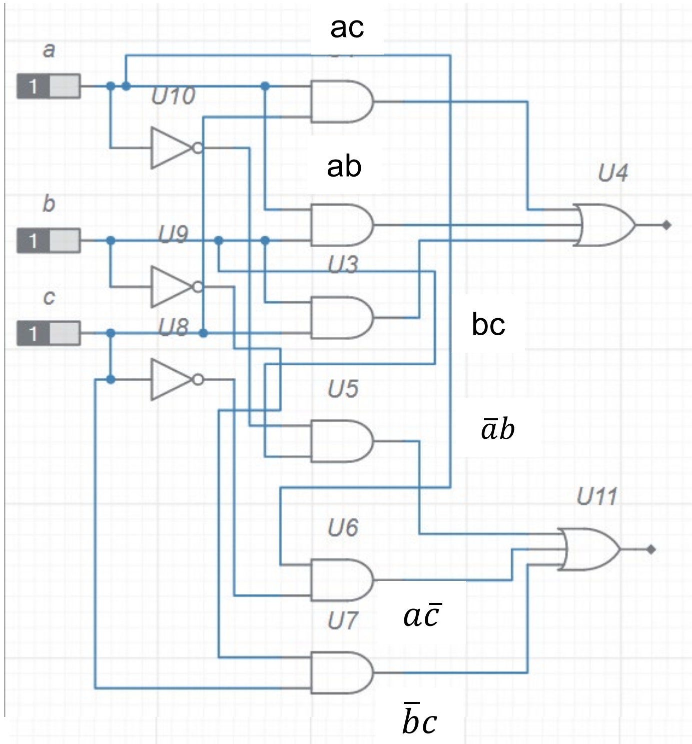
M(a,b,c,) =ac+bc+ab

L(a,b,c,) =∑ m(1,2,3,4,5,6)

a \ bc	00	01	11	10
0	0 [0]	1 [1]	1 [3]	1 [2]
1	1 [4]	1 [5]	0 [7]	1 [6]

$\bar{b}c$ $a\bar{c}$ $\bar{a}b$

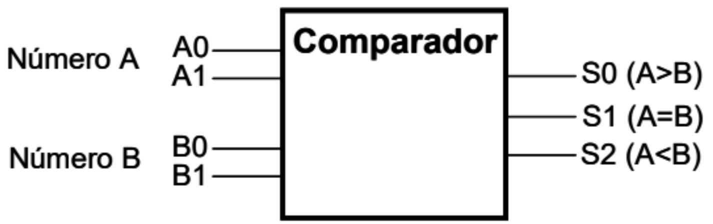
L(a,b,c,) =$\bar{b}c + a\bar{c} + \bar{a}b$



M(a,b,c,) $=ac+bc+ab$

L(a,b,c,) $=\bar{b}c + a\bar{c} + \bar{a}b$

Problema 5. El circuito de la figura es un comparador binario de dos números (A y B) de dos bits. Las salidas (S0, S1 y S2) toman el valor lógico "1" cuando A>B, A=B y A.



A0	A1	Número A
0	0	0
0	1	1
1	0	2
1	1	3

B0	B1	Número B
0	0	0
0	1	1
1	0	2
1	1	3

A0	A1	B0	B1	S0 (A>B)	S1(A=B)	S2(A<B)	
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	2
0	0	1	1	0	0	1	3
0	1	0	0	1	0	0	4
0	1	0	1	0	1	0	5
0	1	1	0	0	0	1	6
0	1	1	1	0	0	1	7
1	0	0	0	1	0	0	8
1	0	0	1	1	0	0	9
1	0	1	0	0	1	0	10
1	0	1	1	0	0	1	11
1	1	0	0	1	0	0	12
1	1	0	1	1	0	0	13
1	1	1	0	1	0	0	14
1	1	1	1	0	1	0	15

$$S0(a,b,c,d) = \sum m(4,8,9,12,13,14)$$

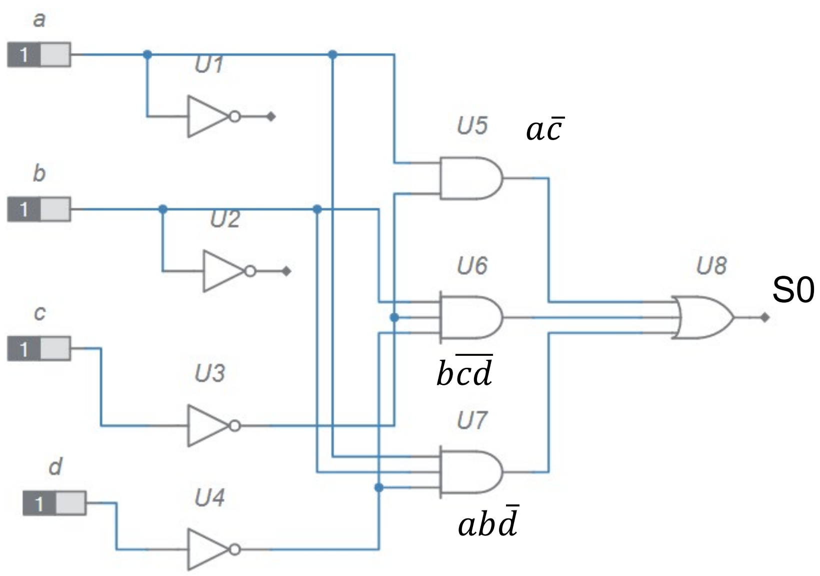
$$S1(a,b,c,d) = \sum m(0,5,10,15)$$

$$S2(a,b,c,d) = \sum m(1,2,3,6,7,11)$$

S0(a,b,c,d) =$a\bar{c} + b\overline{cd} + ab\bar{d}$

S1(a,b,c,d) =$\overline{abcd} + \bar{a}b\bar{c}d + abcd + a\bar{b}c\bar{d}$ No se puede simplificar

S2(a,b,c,d) =$\bar{a}c + \bar{b}cd + \overline{ab}d$



Problema 6. Se quiere realizar un circuito para activar la alarma de incendios (**A**) para la evacuación de un edificio. Para ello se tiene un sensor de gases (**G**), un sensor de humos (**H**), y dos señales procedentes de un termómetro que indican si la temperatura es mayor de 45ºC ($\mathbf{T_{45}}$) y si la temperatura es mayor de 60ºC ($\mathbf{T_{60}}$). Debido a que a veces los sensores detectan humos y gases que no siempre proceden de incendios (por ejemplo de los cigarrillos o las cocinas), para evitar falsas alarmas, la señal **A** se activará cuando se cumplan las siguientes condiciones:

• Si la temperatura es mayor de 60ºC siempre se activará la alarma.

• Si la temperatura está entre 45ºC y 60ºC se activará la alarma sólo si han detectado gases o humos (o ambos).

• Si la temperatura es menor de 45ºC se activará la alarma sólo si se detectan gases y humos.

Resumiendo, las 4 señales binarias de entradas son:

• **G:** vale '1' si se detecta **GAS** resultante de la combustión.

• **H:** vale '1' si se detecta **HUMO**.

• $\mathbf{T_{45}}$: vale '1' si la temperatura es superior a 45ºC.

• $\mathbf{T_{60}}$: vale '1' si la temperatura es superior a 60ºC. La señal de salida **A** (alarma) se activará a nivel alto ‘1’.

Se pide:

a) Realizar la tabla de verdad de la señal de alarma (**A**) a partir de las señales de entrada (**G**, **H**, $\mathbf{T_{45}}$, $\mathbf{T_{60}}$).

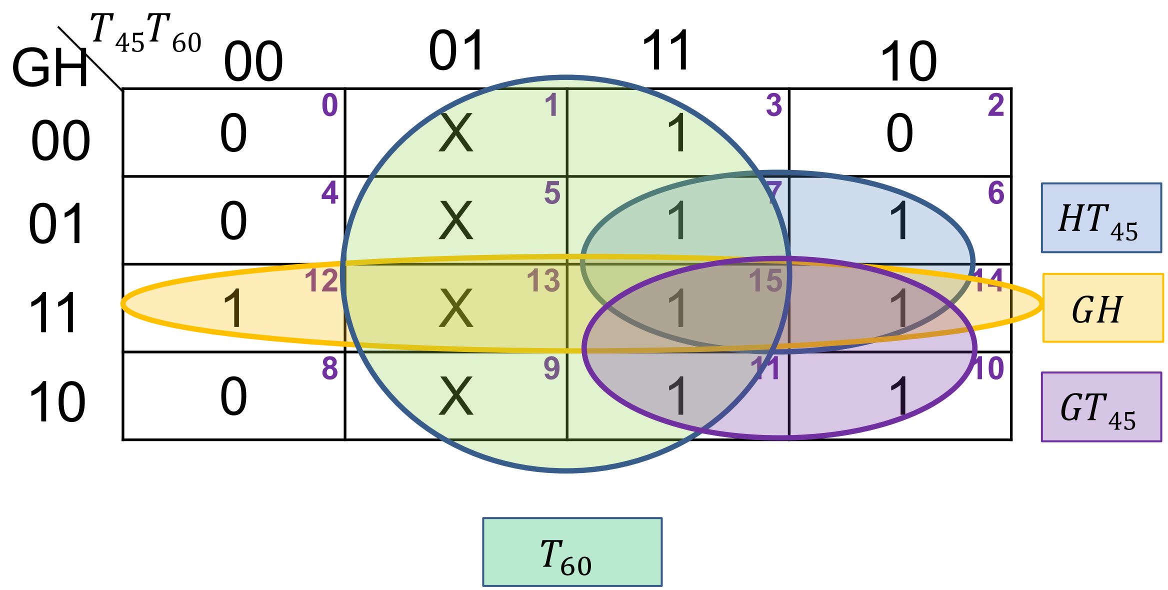
b) Expresar la señal **A** como suma de productos (Primer Forma Canónica)

c) Obtener la expresión reducida de la señal **A** en suma de productos por el método de Karnaugh.

d) Implementa la señal **A** obtenida el en apartado anterior utilizando puertas lógicas.

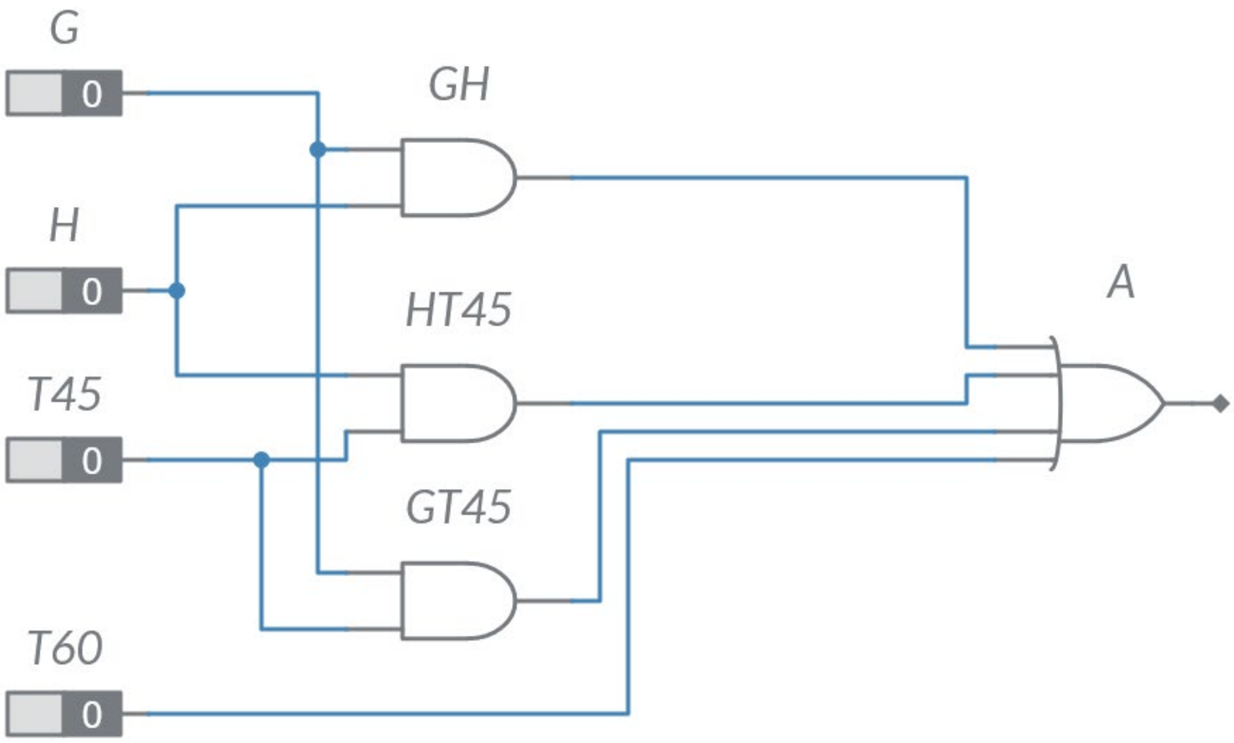
G	H	T_{45}	T_{60}	Salida(A)	
0	0	0	0	**0**	0
0	0	0	1	**X**	1
0	0	1	0	**0**	2
0	0	1	1	**1**	3
0	1	0	0	**0**	4
0	1	0	1	**X**	5
0	1	1	0	**1**	6
0	1	1	1	**1**	7
1	0	0	0	**0**	8
1	0	0	1	**X**	9
1	0	1	0	**1**	10
1	0	1	1	**1**	11
1	1	0	0	**1**	12
1	1	0	1	**X**	13
1	1	1	0	**1**	14
1	1	1	1	**1**	15

$$f(G,H,T_{45},T_{60}) = \sum m(3,6,7,10,11,12,14,15) + \sum X(1,5,9,13)$$



No se puede dar que la temperatura sea <45º y >60º al mismo tiempo →T45=0 y T60=1→X

$$f(G,H,T_{45},T_{60}) = T_{60} + GH + HT_{45} + GT_{45}$$


G
0
GH
H
0
HT45
A
T45
0
GT45
T60
0

Problema 7. Se necesita construir un sistema digital que acepte números del 1 al 10 codificados en binario puro y que genere una salida igual a 1 cuando la entrada sea múltiplo de 2 ~~o igual a 9~~. Para ello:

a) Obtén la tabla de verdad del sistema.
b) Expresa la función de salida en Primera Forma Canónica.
c) Simplifica al máximo la función utilizando el método de Karnaugh.
d) Implementa la función de salida utilizando el mínimo número de puertas lógicas.

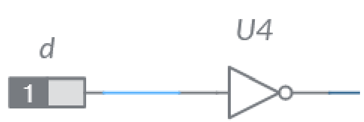
Acepta números del 1 al 10 en binario puro → 4 bits.
Entrada: 0, 2, 4, 6, 8, 10 → Salida: 1
Entrada: 1, 3, 5, 7, 9 → Salida 0
Entrada: 11, 12, 13, 14, 15 → ¿Salida? Indefinido: X

A	B	C	D	Salida	
0	0	0	0	**1**	0
0	0	0	1	**0**	1
0	0	1	0	**1**	2
0	0	1	1	**0**	3
0	1	0	0	**1**	4
0	1	0	1	**0**	5
0	1	1	0	**1**	6
0	1	1	1	**0**	7
1	0	0	0	**1**	8
1	0	0	1	**0**	9
1	0	1	0	**1**	10
1	0	1	1	**X**	11
1	1	0	0	**X**	12
1	1	0	1	**X**	13
1	1	1	0	**X**	14
1	1	1	1	**X**	15

$$f(a,b,c,d) = \sum m(0,2,4,6,8,10) + \sum X(11,22,13,14,15)$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1 (0)	0 (1)	0 (3)	1 (2)
01	1 (4)	0 (5)	0 (7)	1 (6)
11	X (12)	X (13)	X (15)	X (14)
10	1 (8)	0 (9)	X (11)	1 (10)

$\boxed{\bar{d}}$



A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	**1**
0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	**1**
0	0	1	1	**0**
0	1	0	0	**1**
0	1	0	1	**0**
0	1	1	0	**1**
0	1	1	1	**0**
1	0	0	0	**1**
1	0	0	1	**0**
1	0	1	0	**1**
1	0	1	1	**X**
1	1	0	0	**X**
1	1	0	1	**X**
1	1	1	0	**X**
1	1	1	1	**X**

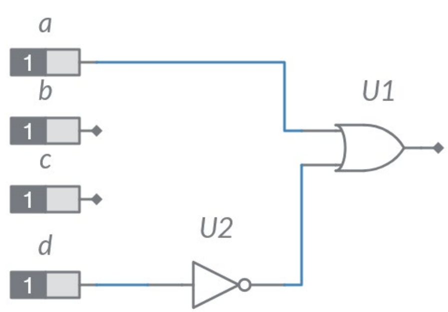
Añadiendo el 9:

$$f(a,b,c,d) = \sum m(0,2,4,6,8,9,10) + \sum X(11,22,13,14,15)$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1 (0)	0 (1)	0 (3)	1 (2)
01	1 (4)	0 (5)	0 (7)	1 (6)
11	X (12)	X (13)	X (15)	X (14)
10	1 (8)	1 (9)	X (11)	1 (10)

$\bar{d}$ a

Con el 9: $\bar{d} + a$

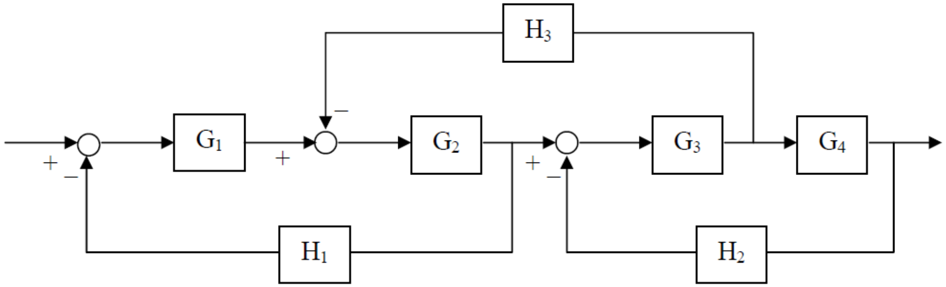


A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	**1**
0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	**1**
0	0	1	1	**0**
0	1	0	0	**1**
0	1	0	1	**0**
0	1	1	0	**1**
0	1	1	1	**0**
1	0	0	0	**1**
1	0	0	1	**1**
1	0	1	0	**1**
1	0	1	1	**X**
1	1	0	0	**X**
1	1	0	1	**X**
1	1	1	0	**X**
1	1	1	1	**X**

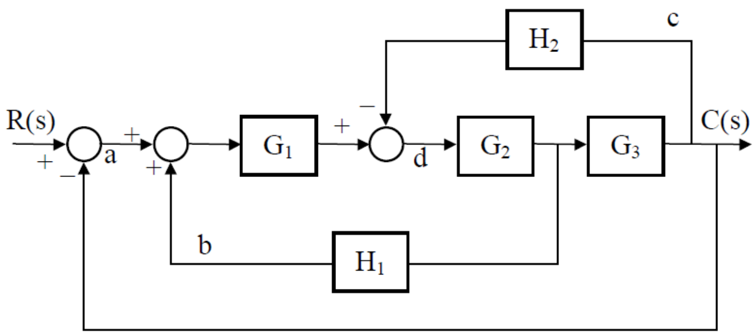
Bloque III.
Automática

Tema 7. Diagramas de Bloques

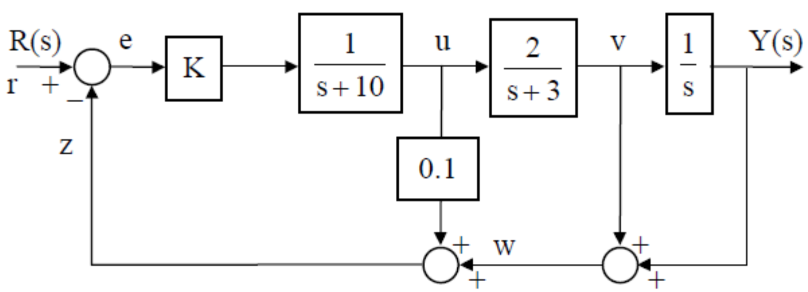
Problema 1. Obtener la función de transferencia del siguiente diagrama de bloques.



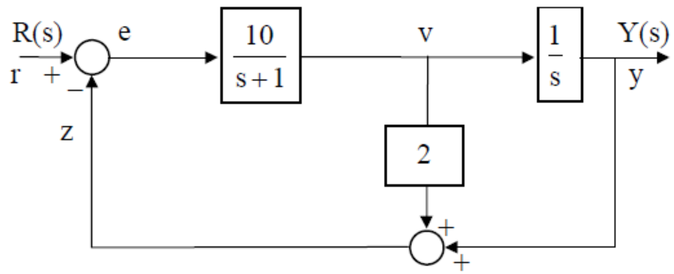
Problema 2. Obtener la función de transferencia del siguiente diagrama de bloques.



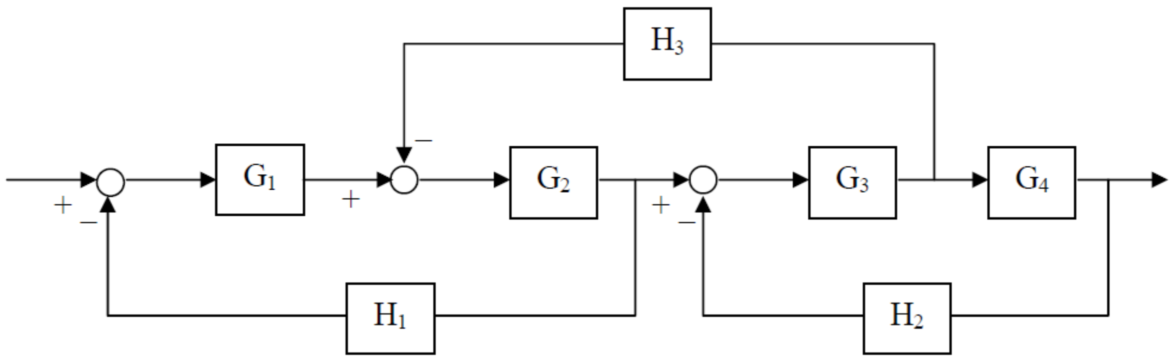
Problema 3. Para el diagrama de bloques de la figura, encontrar G_{eq} y H_{eq}:



Problema 4. Para el diagrama de bloques de la figura, encontrar G_{eq} y H_{eq}. Calcular también la función de transferencia equivalente para que el sistema tenga realimentación unitaria.

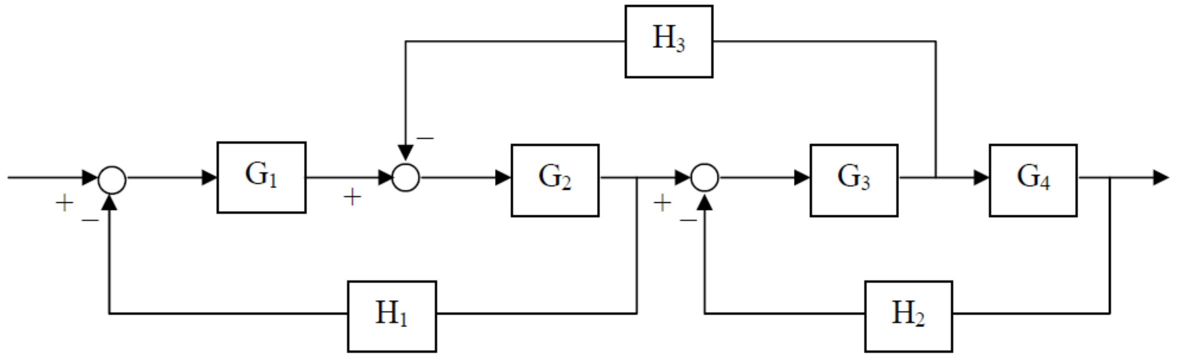


Problema 1. Obtener la función de transferencia del siguiente diagrama de bloques.



Solución:

$$\frac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_1G_2H_1+G_3G_4H_2+G_2G_3H_3+G_1G_2G_3G_4H_1H_2}$$



Desplazamos lazo superior

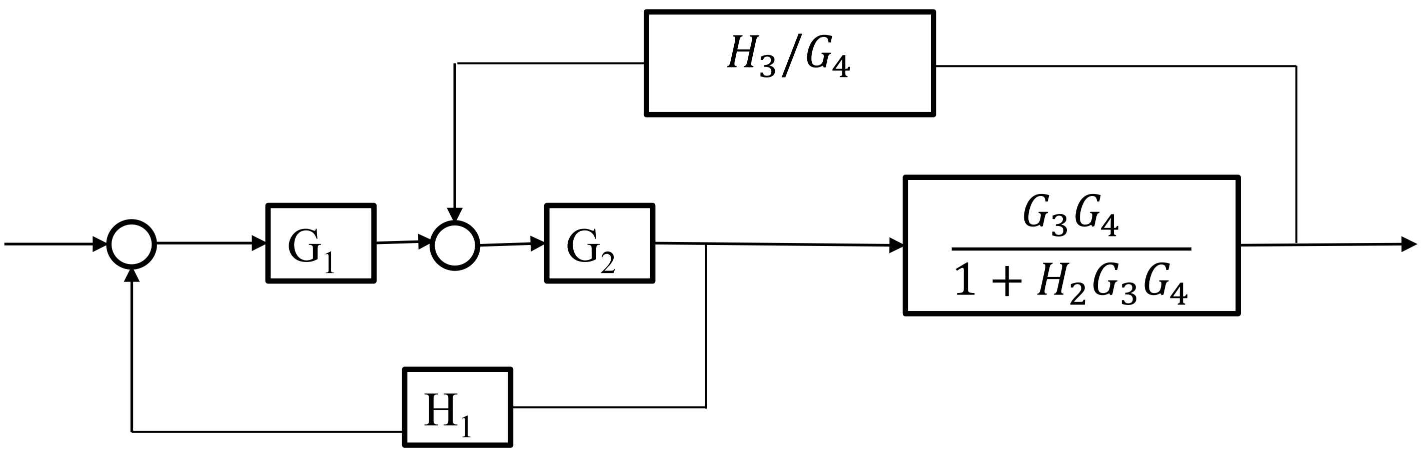
H_3/G_4

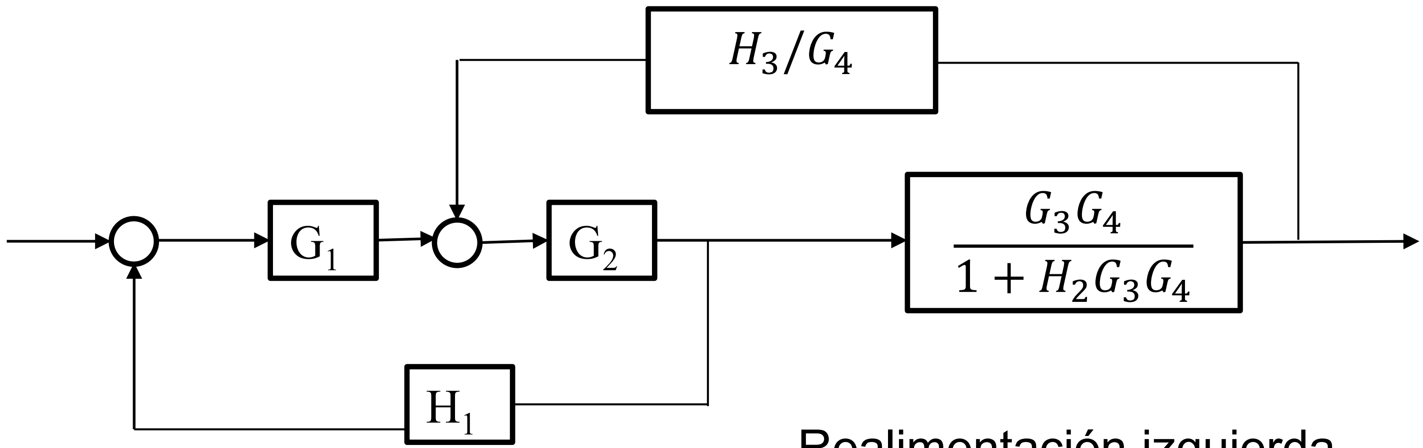
Cascada de bloques

G_3G_4

Realimentación derecha

$$\frac{G_3G_4}{1+H_2G_3G_4}$$



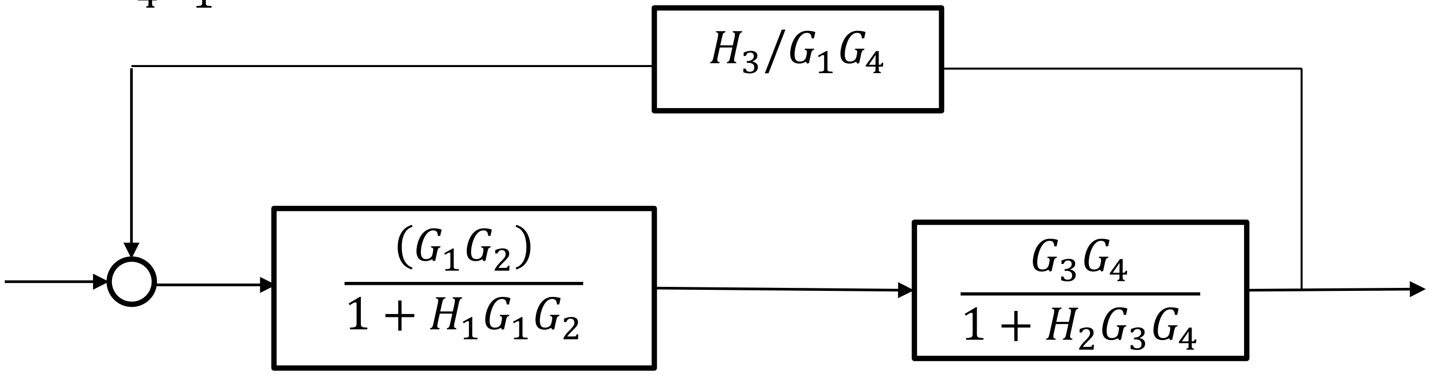


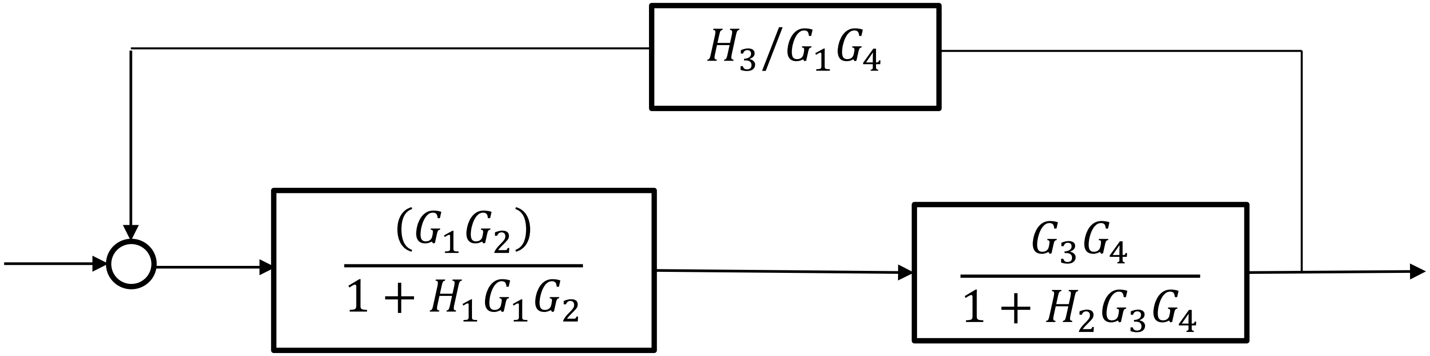
Desplazamos lazo superior

$$\frac{H_3}{G_4G_1}$$

Realimentación izquierda

$$\frac{(G_1G_2)}{1+H_1G_1G_2}$$





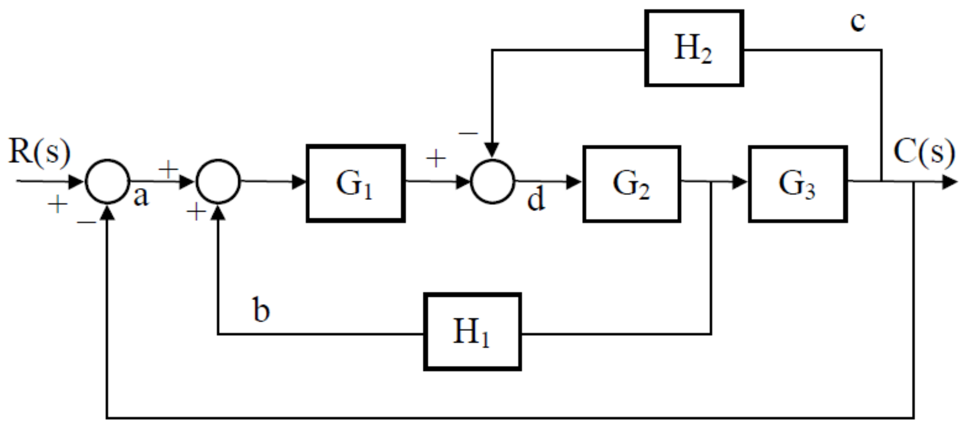
Cascada de bloques

$$\frac{G_1G_2}{1+G_1G_2H_1}\frac{G_3G_4}{1+H_2G_3G_4}=\frac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_1G_2H_1+H_2G_3G_4+H_2G_3G_4G_1G_2H_1}$$

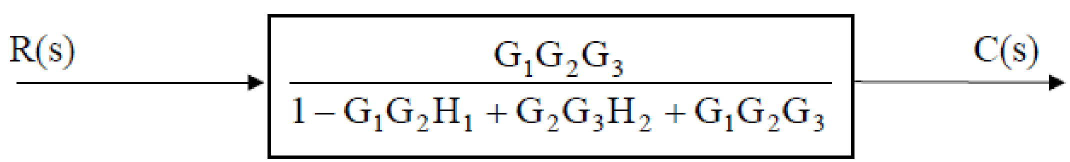
$$\frac{\dfrac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_1G_2H_1+H_2G_3G_4+H_2G_3G_4G_1G_2H_1}}{1+\dfrac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_1G_2H_1+H_2G_3G_4+H_2G_3G_4G_1G_2H_1}\dfrac{H_3}{G_1G_4}}=$$

$$=\frac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_1G_2H_1+H_2G_3G_4+H_1H_2G_3G_4G_1G_2+G_2G_3H_3}$$

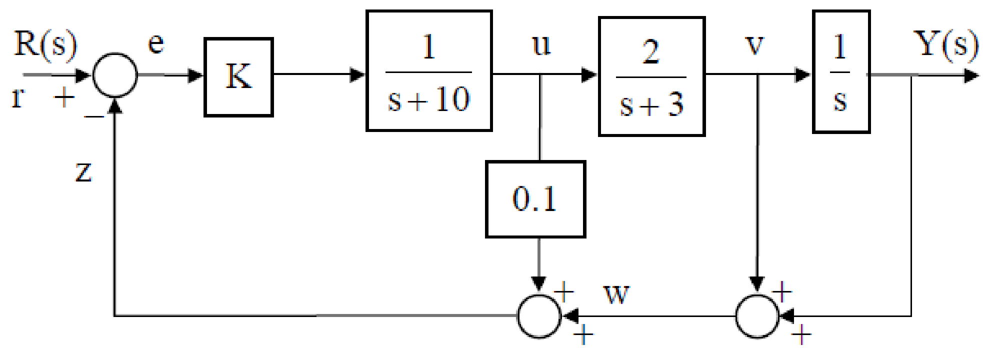
Problema 2. Obtener la función de transferencia del siguiente diagrama de bloques.



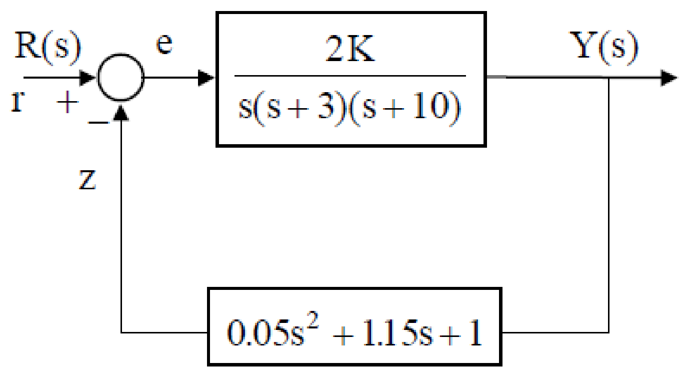
Solución:



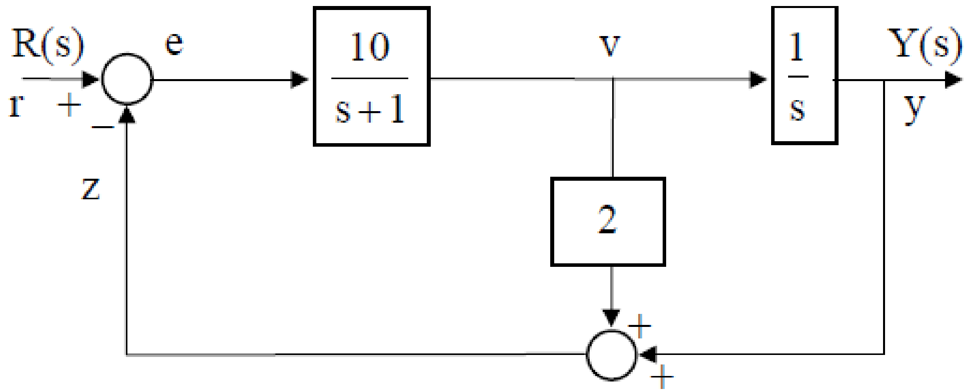
Problema 3. Para el diagrama de bloques de la figura, encontrar G_{eq} y H_{eq}:



Solución:



Problema 4. Para el diagrama de bloques de la figura, encontrar G_{eq} y H_{eq}. Calcular también la función de transferencia equivalente para que el sistema tenga realimentación unitaria.



Solución:

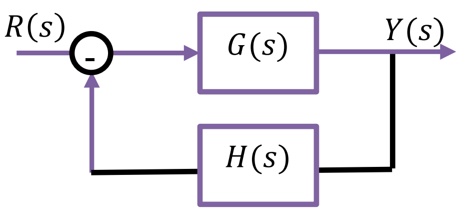
$$M(s) = \frac{\dfrac{10}{s^2+21s}}{\dfrac{s^2+21s}{s^2+21s}+\dfrac{10}{s^2+21s}} = \frac{\dfrac{10}{s^2+21s}}{1+\dfrac{10}{s^2+21s}} = \frac{G'(s)}{1+G'(s)}$$

Tema 8. Problemas Análisis Temporal

Problema 1. Sea la función de transferencia: $Y(s) = \dfrac{15(s+1)}{s(s+3)(s+2)}$

a) Descomponer en suma de fracciones independientes
b) Obtener y(t)

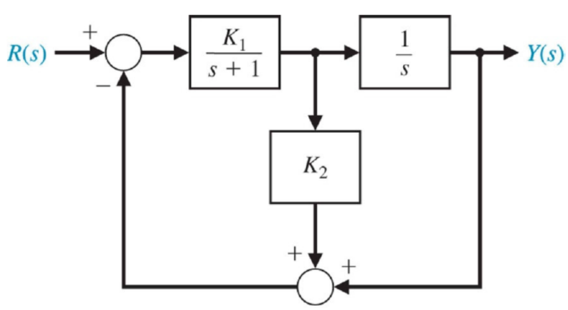
Problema 2. Sea el siguiente sistema:
a) Obtener la F. T. en lazo cerrado: Y(s)/R(s)
b) Calcula y(t) sabiendo que r(t) es una función escalón
c) Calcula el valor de y(t) en régimen estacionario



$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 15s + 50}$$

$$H(s) = 2s + 16$$

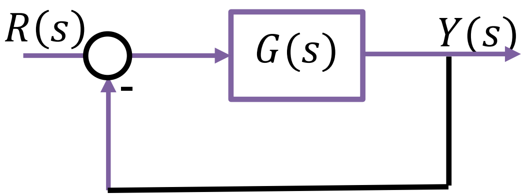
Problema 3. Del sistema de la figura obténgase:
a) La función de transferencia global del sistema Y(s)/R(s)
b) Calcúlese K1 y K2 sabiendo que el sistema tiene dos raíces iguales en s=-10
c) Calcúlese y(t) para una entrada escalón



Problema 4. Dadas las siguientes funciones de transferencia de un lazo de realimentación:

a) Dibuja el lazo de realimentación propuesto.
b) Calcula la F. de T. del Sistema Y(s)/R(s).
c) Calcula la función y(t) en el caso R(s)=1.
d) Calcula la respuesta en estado estacionario cuando r(t) es la función escalón.

$$G(s) = \frac{1}{S^2 + 4s + 2}\ ; H(s) = 1$$

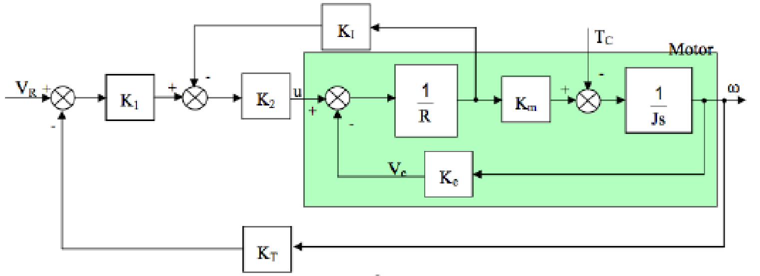


Problema 5. Dada las siguientes funciones de transferencia en el dominio de Laplace:

a) Calcula la inversa.
b) Calcula la respuesta en el estado estacionario.

$$F(s) = \frac{s+1}{s(s^2 + 2s + 1)}$$

Problema 6. El siguiente diagrama de bloques se corresponde con el de un motor-accionador de corriente continua controlado por inducido, con realimentación de velocidad e intensidad. Obtén la función de transferencia, es decir: $\omega(s)/V_R(s)$, en lazo abierto, mediante reducción de bloques, Considera T_C=0:



Problema 7. Dada la siguiente función de transferencia de un sistema en el dominio de Laplace:

a) Calcula y(t) teniendo en cuenta la entrada al sistema es la función escalón.

b) Calcula G(s) de un lazo de realimentación negativo cuya función de transferencia coincida con la F(s) indicada en el enunciado y cuyo valor para H(s) sea 1.

c) Calcula la respuesta en el estado estacionario a partir de la y(t) obtenida en el apartado a.

$$F(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s}{(s^2 + 2s + 1)}$$

Problema 1. Sea la función de transferencia: $Y(s) = \frac{15(s+1)}{s(s+3)(s+2)}$

a) Descomponer en suma de fracciones independientes
b) Obtener y(t)

$$Y(s) = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{(s+3)} + \frac{a_3}{(s+2)}$$

$$\mathrm{a}_1 = \left[\frac{15(s+1)}{s(s+3)(s+2)}s\right]_{s=0} = \frac{15}{6}$$

$$\mathrm{a}_2 = \left[\frac{15(s+1)}{s(s+3)(s+2)}(s+3)\right]_{s=-3} = \frac{15(-2)}{-3(-1)} = -\frac{30}{3} = -10$$

$$\mathrm{a}_3 = \left[\frac{15(s+1)}{s(s+3)(s+2)}(s+2)\right]_{s=-2} = \frac{15(-1)}{-2(1)} = -\frac{15}{-2} = \frac{15}{2}$$

$$Y(s) = \frac{15/6}{s} + \frac{-10}{(s+3)} + \frac{15/2}{(s+2)}$$

F(s)	F(t)
$\frac{1}{s-a}$	e^{at}

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\frac{15}{6}}{s} + \frac{-10}{(s+3)} + \frac{\frac{15}{2}}{(s+2)}\right] = \frac{15}{6} - 10e^{-3t} + \frac{15}{2}e^{-2t}$$

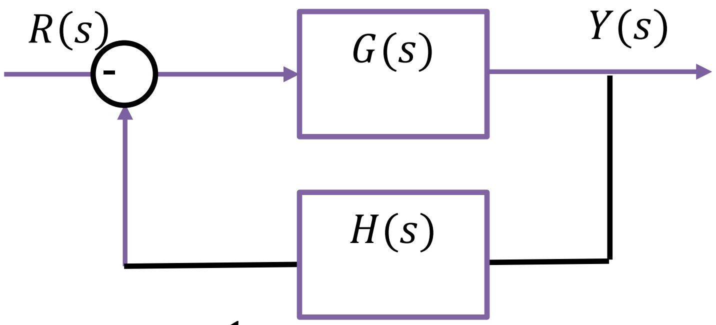
Problema 2. Sea el siguiente sistema:

a) Obtener la F. T. en lazo cerrado: Y(s)/R(s)

b) Calcula y(t) sabiendo que r(t) es una función escalón

c) Calcula el valor de y(t) en régimen estacionario

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 15s + 50} \qquad H(s) = 2s + 16$$



$$C(s) = \frac{\dfrac{1}{s^2 + 15s + 50}}{1 + \dfrac{2s + 16}{s^2 + 15s + 50}} = \frac{1}{s^2 + 15s + 50 + 2s + 16} = \frac{1}{s^2 + 17s + 66}$$

$$s_{1,2} = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4x66}}{2} = \frac{-17 \pm 5}{2} \qquad s_1 = -11 \qquad s_2 = -6$$

$$C(s) = \frac{1}{s^2 + 17s + 66} = \frac{1}{(s + 11)(s + 6)}$$

b) Calcula y(t) sabiendo que r(t) es una función escalón

$$Y(s) = \frac{C(s)1}{s} = \frac{1}{(s+11)(s+6)}\frac{1}{s} = \frac{\frac{1}{55}}{s+11} + \frac{-\frac{1}{30}}{s+6} + \frac{\frac{1}{66}}{s}$$

$$y(t) = \frac{e^{-11t}}{55} - \frac{e^{-6t}}{30} + \frac{1}{66}$$

c) Calcula el valor de y(t) en régimen estacionario

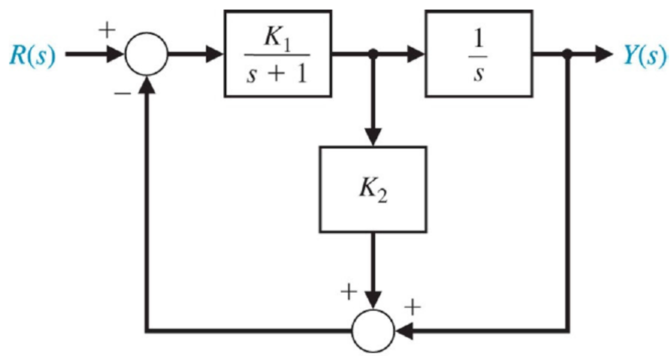
$$y(t \to \infty) = \frac{1}{66}$$

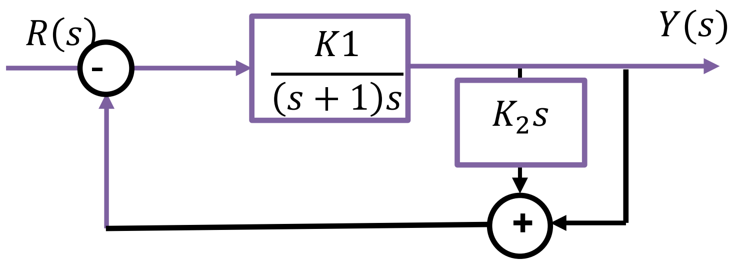
Problema 3. Del sistema de la figura obténgase:

a) La función de transferencia global del sistema Y(s)/R(s)

b) Calcúlese K1 y K2 sabiendo que el sistema tiene dos raíces iguales en s=-10

c) Calcúlese y(t) para una entrada escalón

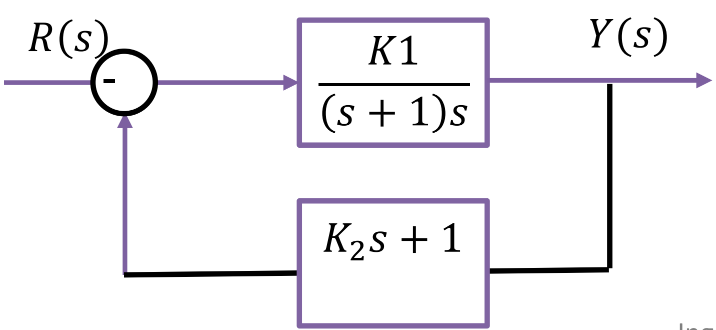




Movemos la bifurcación (K2) detrás del bloque: $K_2 \rightarrow K_2 s$

Combinamos los dos bloques en cascada: $\frac{K1}{(s+1)s}$

Sumamos las dos ramas de realimentación $K_2 s+1$



$$\frac{\frac{K_1}{(s+1)s}}{1+\frac{K_1}{(s+1)s}(K_2 s+1)} = \frac{K_1}{s(s+1)+K_1K_2 s+K_1}$$

$$= \frac{K_1}{s^2+s(1+K_1K_2)\ +K_1}$$

$$\frac{K_1}{s^2 + s(1 + K_1K_2) \ + K_1}$$

Raíz doble en s=-10→el polinomio característico es: $(s + 10)^2$

$$\left.\begin{aligned} &= s^2 + 20s + 100 \\ &s^2 + (1 + K_1K_2)s + \mathrm{K}_1 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\mathrm{K}_1 = 100 \\ &1 + \mathrm{K}_1\mathrm{K}_2 = 20 \rightarrow \mathrm{K}_2 = \frac{19}{\mathrm{K}_1} = 0{,}19 \end{aligned}$$

$$C(s) = \frac{100}{(s + 10)^2}$$

c) Calcúlese y(t) para una entrada escalón

$$Y(s) = \frac{100}{(s + 10)^2 s} = \frac{a_1}{(s + 10)^2} + \frac{a_1}{s + 10} + \frac{a_3}{s}$$

$$Y(s) = \frac{100}{(s+10)^2 s} = \frac{a_1}{(s+10)^2} + \frac{a_1}{s+10} + \frac{a_3}{s} \qquad = \frac{-10}{(s+10)^2} + \frac{-1}{s+10} + \frac{1}{s}$$

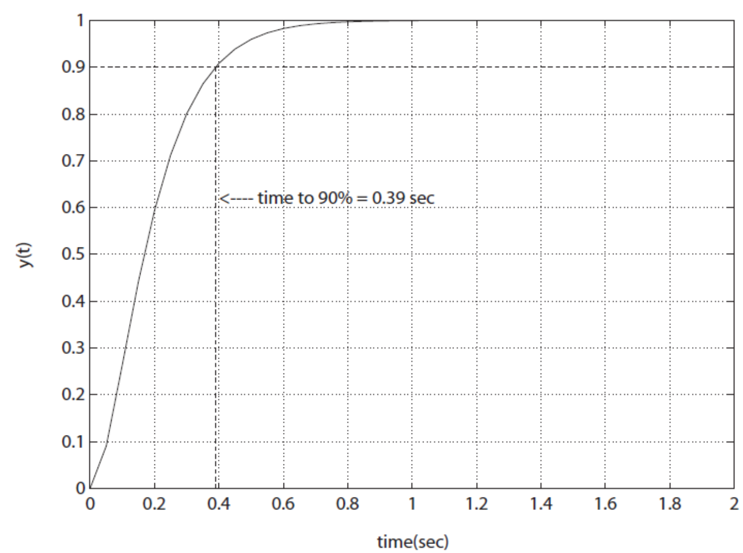
$$a_1 = \left[(s+10)^2 \frac{100}{(s+10)^2 s}\right]_{s=-10} = -10$$

$$a_2 = \frac{d}{ds}\left[(s+10)^2 \frac{100}{(s+10)^2 s}\right]_{s=-10} = \frac{d}{ds}\left[\frac{100}{s}\right]_{s=-10} = -\frac{100}{s^2}_{s=-10} = -1$$

$$a_3 = \left[s \frac{100}{(s+10)^2 s}\right]_{s=0} = 1$$

$$y(t) = -10te^{-10t} - e^{-10t} + 1$$

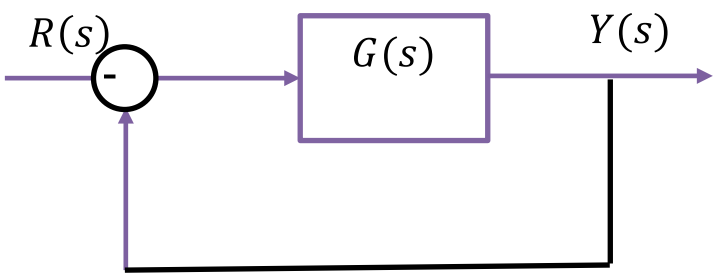
F(s)	F(t)
$\frac{1}{s-a}$	e^{at}
$\frac{1}{(s-a)^n}$	$\frac{t^{n-1}e^{at}}{(n-1)!}$



Problema 4. Dadas las siguientes funciones de transferencia de un lazo de realimentación:

a) Dibuja el lazo de realimentación propuesto.
b) Calcula la F. de T. del Sistema Y(s)/R(s).
c) Calcula la función y(t) en el caso R(s)=1.
d) Calcula la respuesta en estado estacionario cuando r(t) es la función escalón.

$$G(s) = \frac{1}{S^2 + 4s + 2} \; ; H(s) = 1$$



b) Calcula la F. de T. del Sistema Y(s)/R(s).

$$C(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{\frac{1}{S^2+4s+2}}{1+\frac{1}{s^2+4s+2}}=\frac{1}{s^2+4s+3}$$

c) Calcula la función y(t) en el caso R(s)=1.

$$Y(s)=C(s)x1=\frac{1}{s^2+4s+3}=\frac{1}{(s+3)(s+1)}$$

$$a_1=\left[\frac{1}{(s+1)}\right]_{s=-3}=-0.5$$

$$a_2=\left[\frac{1}{(s+3)}\right]_{s=-1}=0.5$$

$$Y(s)=\frac{-0.5}{(s+3)}+\frac{0.5}{(s+1)}$$

F(s)	F(t)
$\frac{1}{s-a}$	e^{at}

$$y(t)=-0.5e^{-3t}+0.5e^{-t}$$

d) Calcula la respuesta en estado estacionario cuando r(t) es la función escalón

$$Y(s) = \frac{C(s)}{s} = \frac{1}{(s+3)(s+1)}\frac{1}{s} = \frac{a_1}{(s+3)} + \frac{a_2}{s+1} + \frac{a_3}{s}$$

$$a_1 = \left[\frac{1}{(s+1)s}\right]_{s=-3} = 1/6$$

$$a_2 = \left[\frac{1}{(s+3)s}\right]_{s=-1} = -0.5$$

$$Y(s) = \frac{1/6}{(s+3)} + \frac{-0.5}{(s+1)} + \frac{1}{3s}$$

$$a_3 = \left[\frac{1}{(s+3)(s+1)}\right]_{s=0} = 1/3$$

$$y(t) = \frac{e^{-3t}}{6} - \frac{e^{-t}}{2} + \frac{1}{3}$$

F(s)	F(t)
$\frac{1}{s-a}$	e^{at}
$\frac{1}{s}$	1

Problema 5. Dada las siguientes funciones de transferencia en el dominio de Laplace:

a) Calcula la inversa.

b) Calcula la respuesta en el estado estacionario.

$$F(s) = \frac{s+1}{s(s^2+2s+1)} = \frac{s+1}{s(s+1)^2} = \frac{1}{s(s+1)}$$

$$s_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{(4-4)}}{2} = -1 \rightarrow (s+1)^2$$

$$F(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+1} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} \quad \rightarrow f(t) = 1 - e^{-t}$$

$$a_1 = \left| s\frac{1}{s(s+1)} \right|_{s=0} = \left| \frac{1}{s+1} \right|_{s=0} = 1$$

$$a_2 = \left| (s+1)\frac{1}{s(s+1)} \right|_{s=-1} = \left| \frac{1}{s} \right|_{s=-1} = -1$$

F(s)	F(t)
$\frac{1}{s-a}$	e^{at}
$\frac{1}{s}$	1

b) Calcula la respuesta en el estado estacionario.

$$F(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$ Estacionario → Respuesta a escalón (1/s)

$$Y(s) = F(s)\frac{1}{s} = \frac{1}{s^2(s+1)} = \frac{a_1}{s^2} + \frac{a_2}{s} + \frac{a_3}{s+1}$$

$$a_1 = \left| s^2 \frac{1}{s^2(s+1)} \right|_{s=0} = \left| \frac{1}{s+1} \right|_{s=0} = 1$$

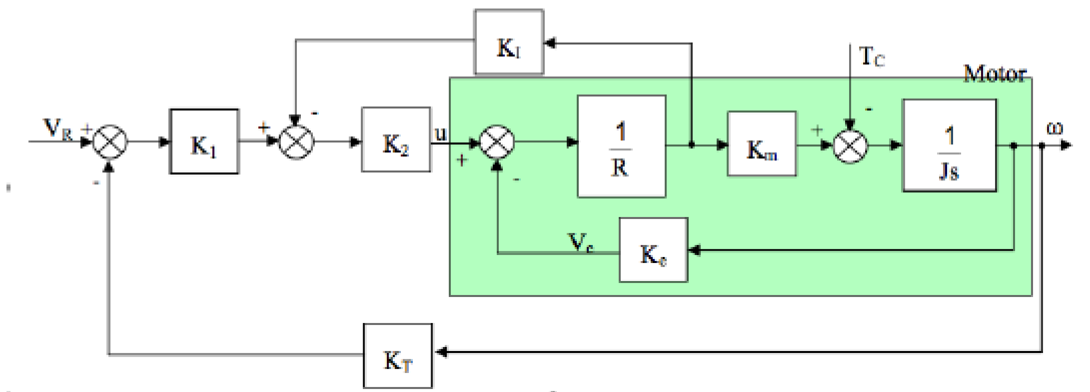
$$a_2 = \frac{d}{ds}\left| s^2 \frac{1}{s^2(s+1)} \right|_{s=0} = \frac{d}{ds}\left| \frac{1}{(s+1)} \right|_{s=0} = \left| \frac{-1}{(s+1)^2} \right|_{s=0} = -1$$

$$a_3 = \left| (s+1)\frac{1}{s^2(s+1)} \right|_{s=-1} = \left| \frac{1}{s^2} \right|_{s=-1} = 1$$

$$Y(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \quad \rightarrow f(t) = t - 1 + e^{-t}$$

F(s)	F(t)
$\frac{1}{s-a}$	e^{at}
$\frac{1}{s}$	1
$\frac{1}{s^n}$	$\frac{\mathrm{t}^{\mathrm{n}-1}}{(\mathrm{n}-1)!}$

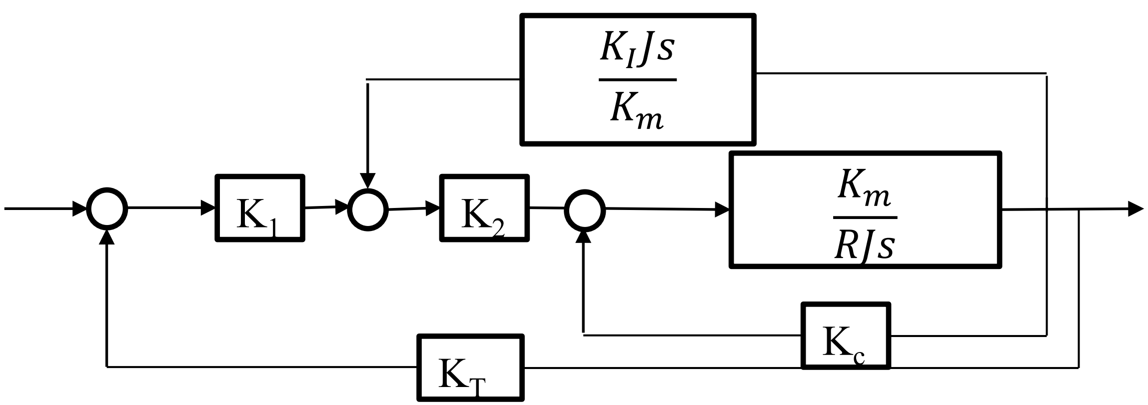
Problema 6. El siguiente diagrama de bloques se corresponde con el de un motor-accionador de corriente continua controlado por inducido, con realimentación de velocidad e intensidad. Obtén la función de transferencia, es decir: $\omega(s)/V_R(s)$, en lazo abierto, mediante reducción de bloques, Considera $T_C=0$:

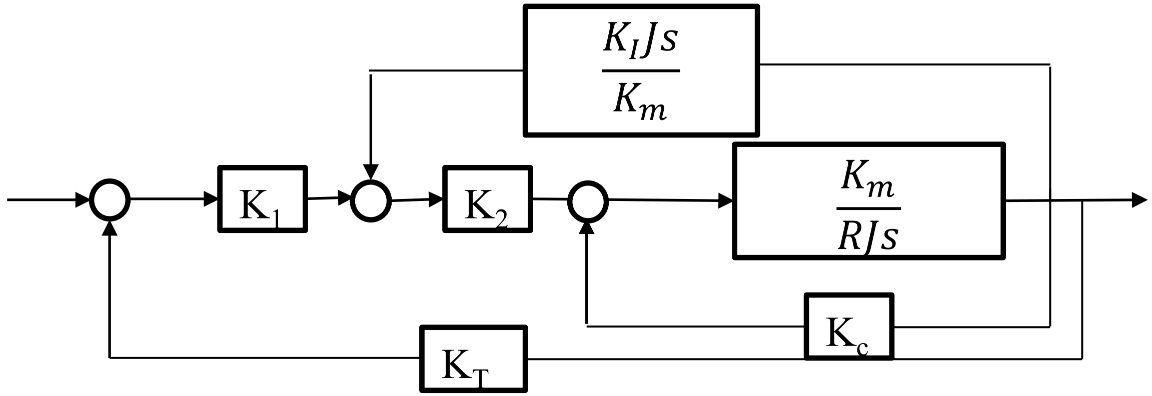


$$K_m x \frac{1}{Js} = \frac{K_m}{Js}$$

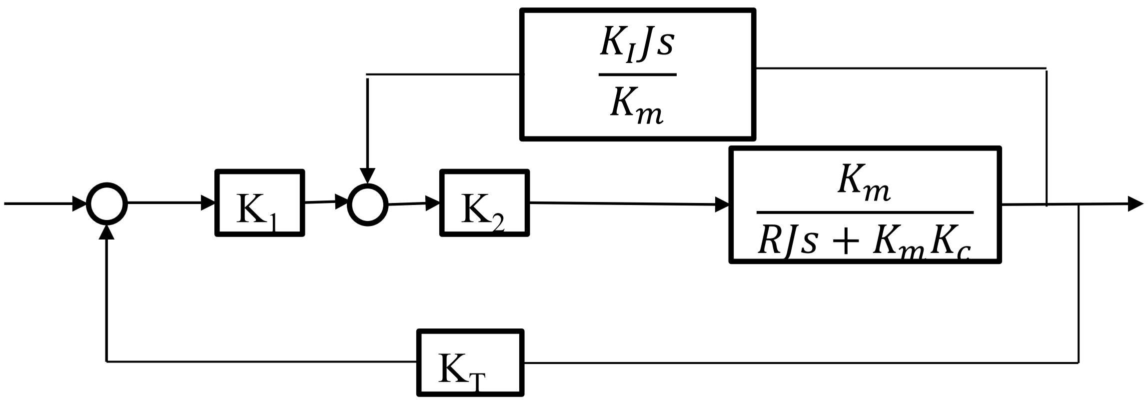
$$K_I \rightarrow \frac{K_I}{K_m/Js} = \frac{K_I Js}{K_m}$$

$$\frac{K_m}{Js} x \frac{1}{R} = \frac{K_m}{RJs}$$



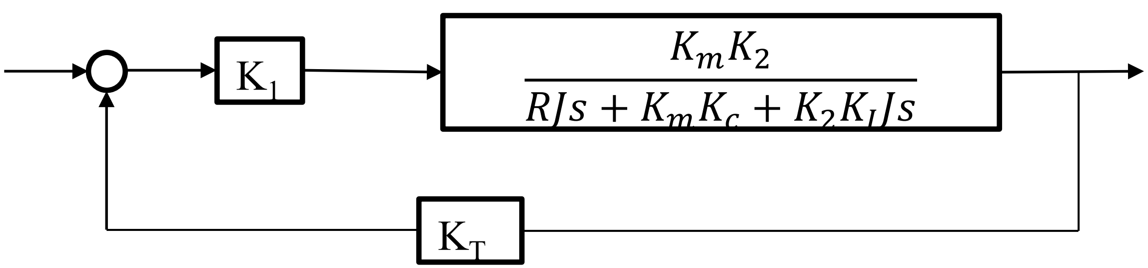


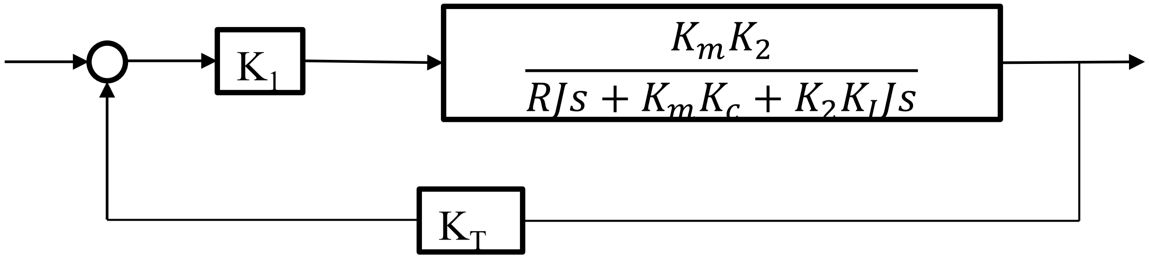
$$\frac{\frac{K_m}{RJs}}{1+\frac{K_m}{RJs}K_c}=\frac{K_m}{RJs+K_mK_c}$$



$$\frac{K_m}{RJs+K_mK_c}xK_2$$

$$\frac{\frac{K_mK_2}{RJs+K_mK_c}}{1+\frac{K_mK_2}{RJs+K_mK_c}\frac{K_IJs}{K_m}}=\frac{K_mK_2}{RJs+K_mK_c+K_2K_IJs}$$

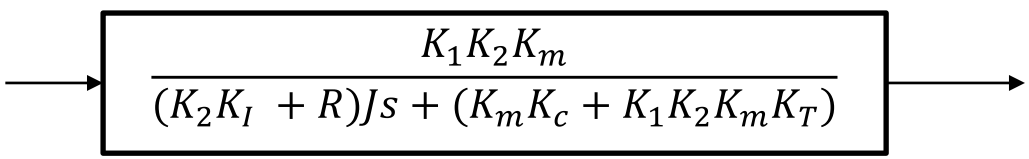




$$\frac{K_m K_2}{RJs + K_m K_c + K_2 K_I Js} x K_1$$

$$\frac{\dfrac{K_m K_2 K_1}{RJs + K_m K_c + K_2 K_I Js}}{1 + \dfrac{K_m K_2 K_1}{RJs + K_m K_c + K_2 K_I Js} K_T} = \frac{K_1 K_2 K_m}{RJs + K_m K_c + K_2 K_I Js + K_1 K_2 K_m K_T}$$

$$= \frac{K_1 K_2 K_m}{(K_2 K_I \ + R)Js + (K_m K_c + K_1 K_2 K_m K_T)}$$



Problema 7. Dada la siguiente función de transferencia de un sistema en el dominio de Laplace:

a) Calcula y(t) teniendo en cuenta la entrada al sistema es la función escalón.
b) Calcula G(s) de un lazo de realimentación negativo cuya función de transferencia coincida con la F(s) indicada en el enunciado y cuyo valor para H(s) sea 1.
c) Calcula la respuesta en el estado estacionario a partir de la y(t) obtenida en el apartado a.

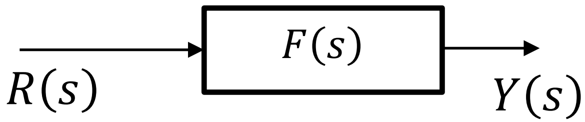
$$F(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s}{(s^2 + 2s + 1)} = \frac{s}{(s+1)^2}$$

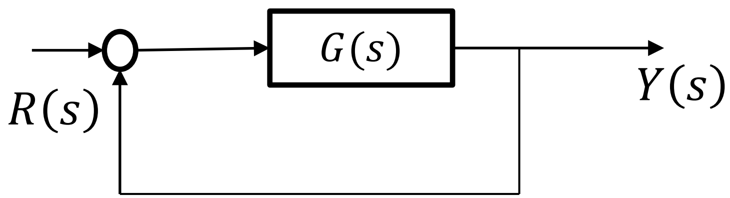
$$Y(s) = F(s)\frac{1}{s} = \frac{s}{(s+1)^2}\frac{1}{s} = \frac{1}{(s+1)^2}$$

F(s)	F(t)
$\frac{1}{(s-a)^n}$	$\frac{t^{n-1}e^{at}}{(n-1)!}$

$$\rightarrow y(t) = te^{-t}$$

b) Calcula G(s) de un lazo de realimentación negativo cuya función de transferencia coincida con la F(s) indicada en el enunciado y cuyo valor para H(s) sea 1.





$$F(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)x1} \rightarrow F(s)\big(1 + G(s)\big) = G(s) \rightarrow G(1 - F) = F \rightarrow G = \frac{F}{1 - F}$$

$$F(s) = \frac{s}{(s+1)^2} \rightarrow G(s) = \frac{\frac{s}{(s+1)^2}}{1 - \frac{s}{(s+1)^2}} = \frac{s}{(s+1)^2 - s} = \frac{s}{s^2 + 2s + 1 - s} = \frac{s}{s^2 + s + 1}$$

c) Calcula la respuesta en el estado estacionario a partir de la y(t) obtenida en el apartado a.

$$y(t) = te^{-t}$$

$$y(t \to \infty) = \frac{t}{e^{t}} \to 0$$

Para cualquier duda o sugerencia de mejora, puedes escribir a gonzalo.delpozo@urjc.es

Agradecimientos a los profesores Beatriz Romero, Belén Arredondo y
Felipe Machado por su contribución a este documento