Programación Declarativa

3^{er} Curso, Grado en Ingeniería en Informática
Universidad Rey Juan Carlos

Programación Lógica

REPASO: SINTAXIS DE LA LÓGICA DE PRIMER ORDEN

La **Lógica de Predicados de Primer Orden**, a menudo denominada *Lógica de Predicados* o *Lógica de Primer Orden* (LPO), estudiada en la asignatura "Lógica" de primer curso, es la base de la mayoría de los sistemas de Programación Lógica y, en particular, del lenguaje de programación Prolog (este último utiliza un subconjunto de la LPO). Se presenta por ello a continuación un breve repaso de su sintaxis.

La LPO constituye la parte central de la Lógica Matemática clásica, encontrándose a medio camino entre la Lógica de Proposiciones (con menor poder expresivo) y las lógicas de orden superior (con mayor poder expresivo). En lo que sigue se describe brevemente su **sintaxis**, incluyendo los elementos básicos del lenguaje (el *alfabeto*) y las normas que permiten construir las expresiones bien formadas del lenguaje, es decir, las *fórmulas*.

1. Alfabetos

- **Elementos comunes a cualquier lenguaje de primer orden**
  - **Conectivos Lógicos**
    - constantes (aridad 0): $\bot$ (falso); $\top$ (cierto).
    - conectivos unarios: $\neg$ (negación)
    - conectivos binarios: $\wedge$ (y), $\vee$ (ó), $\rightarrow$ (implicación), $\leftrightarrow$ (coimplicación), ... En lo que sigue, el símbolo $\circ$ se usará para representar un conectivo binario cualquiera.
  - **Cuantificadores**
    - $\forall$: cuantificador universal, "para todo"
    - $\exists$: cuantificador existencial, "existe"
  - **Variables**

    se denotan $X, Y, Z, \ldots$ y sirven para representar objetos
  - **Símbolos de puntuación**

    paréntesis abiertos y cerrados; comas.

- **Elementos específicos de cada lenguaje**
  - **Símbolos de predicado**

    se denotan $p, q, r, \ldots$; cada uno de ellos tiene asociado un número natural n que indica su aridad (número de argumentos):
    - $n = 0$ (pred. constantes): sirven para representar *proposiciones atómicas*
    - $n = 1$ (pred. monádicos): sirven para representar *propiedades* de objetos
    - $n > 1$ (pred. poliádicos): sirven para representar *relaciones* entre objetos

- **Símbolos de función**

  se denotan $f, g, h, \ldots$; cada uno de ellos tiene asociado un número natural n que indica su aridad (número de argumentos) (los símbolos de función tales que $n = 0$ son equivalentes a los símbolos de constante). Sirven para representar transformaciones de objetos en otros objetos.

- **Símbolos de constante**

  se denotan $a, b, c, \ldots$ y sirven para representar objetos concretos.

2. Expresiones bien construidas: Términos y Fórmulas

Los elementos básicos del lenguaje descritos en el apartado anterior permiten construir expresiones arbitrarias, formadas por secuencia finitas de símbolos del alfabeto. De todas ellas, las únicas de interés son las que se conocen como *términos* (que sirven para representar objetos) y *fórmulas* (que, por medio de predicados, expresan hechos relativos a objetos).

- **Términos**

  Definición 1 Un *término* se define de forma inductiva como sigue:

  1. Todo símbolo de *variable* es un término.
  2. Todo símbolo de *constante* es un término.
  3. Si f es un símbolo de *función* de aridad n y $t_1, \ldots, t_n$ son términos, entonces $f(t_1, \ldots, t_n)$ es un término.
  4. No hay más términos que los construidos mediante las 3 reglas anteriores.

- **Fórmulas**

  Definición 2 Una *fórmula atómica* es cualquier expresión de la forma $p(t_1, \ldots, t_n)$ donde p es un símbolo de predicado con aridad n y $t_1, \ldots, t_n$ son términos. Los conectivos lógicos constantes $\perp$ y $\top$ también se consideran fórmulas atómicas.

  Definición 3 Una *fórmula* se define de forma inductiva como sigue:

  1. Toda fórmula atómica es una fórmula.
  2. Si φ es una fórmula, $\neg\varphi$ también es una fórmula.
  3. Si φ_1, φ_2 son fórmulas y $\circ$ es un conectivo lógico binario, $(\varphi_1 \circ \varphi_2)$ también es una fórmula.
  4. Si φ es una fórmula y X es un símbolo de variable, entonces $\exists X \varphi$ y $\forall X \varphi$ también son fórmulas.
  5. No hay más fórmulas que las construidas mediante las 4 reglas anteriores.