PROGRAMACIÓN DECLARATIVA

PROGRAMACIÓN LÓGICA

Tema PL2: El lenguaje PROLOG, aspectos básicos

5. Aritmética

Grado en Ingeniería Informática

URJC

Ana Pradera

Contenido

1. INTRODUCCIÓN
2. CONSTANTES Y OPERADORES ARITMÉTICOS
3. PREDICADOS ARITMÉTICOS
4. ALGUNOS PROGRAMAS ARITMÉTICOS

INTRODUCCIÓN

- PROLOG incluye herramientas extra-lógicas que permiten realizar de forma eficiente todas las operaciones aritméticas habituales en cualquier lenguaje de programación.

- Estas herramientas son de dos tipos:
  - Constantes y operadores aritméticos, que sirven para **construir** expresiones aritméticas.
  - Predicados aritméticos, que sirven para **evaluar** las expresiones aritméticas construidas mediante los operadores aritméticos anteriores.

- En lo que sigue se introducen tanto los operadores como los predicados aritméticos, y se ilustra su funcionamiento mediante algunos ejemplos de programas aritméticos.

CONSTANTES Y OPERADORES ARITMÉTICOS

Constantes numéricas

Las habituales: enteros y reales en notación decimal o científica.

Operadores aritméticos

`X+Y`	suma de X e Y
`X-Y`	X menos Y
`X*Y`	producto de X por Y
`X/Y`	cociente real de la división de X por Y
`X//Y`	cociente entero de la división de X por Y
`X mod Y`	resto de la división entera de X por Y
`abs(X)`	valor absoluto de X
`sqrt(X)`	raíz cuadrada de X
`log(X)`	logaritmo neperiano de X
.....	

Observación

Los operadores aritméticos permiten simplemente construir expresiones aritméticas, pero estas no son más que *términos compuestos* (algunos, como los seis primeros de más arriba, en notación infija) que no representan ningún valor.

Ejemplo

La expresión `3+5` no es más que el término compuesto `+(3,5)` escrito en notación infija.

- " `?- 3+5.`": ERROR, puesto que "+" no es un predicado.
- La consulta " `?- 3+5 = 8.`" devuelve `false`, dado que el término compuesto `3+5`, equivalente a `+(3,5)`, no es unificable con el término constante `8`.

Para poder evaluar expresiones aritméticas en PROLOG hay que utilizar los predicados aritméticos que se describen a continuación.

PREDICADOS ARITMÉTICOS

`X is Y` Si Y es una expresión aritmética, esta se evalúa y el resultado se intenta *unificar* con X (término cualquiera).

A la hora de usar este predicado hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Su uso puede dar lugar a un error en los dos siguientes casos:
   1. cuando la parte derecha no es una expresión aritmética:
      ```
      ?- X is a+1. % a es una constante no numérica
      { ... ERROR: ...}
      ```
   2. cuando la parte derecha es una expresión aritmética pero no se puede evaluar (error de instanciación):
      ```
      ?- X is 4*Z. % Z es una variable sin valor concreto
      {... ERROR: ...}
      ```
2. Salvo en los casos anteriores, el resultado del predicado dependerá de si la parte izquierda (tal cual aparece) unifica o no con el resultado obtenido al evaluar la parte derecha.

Ejemplos (Uso del predicado aritmético `is`)

`?- X is sqrt(4).` resultado: X = 2.0

% sqrt(4) da 2, que se puede unficar (y se unifica) con X mediante u.m.g. $\{X = 2\}$

`?- 5 is 2+3.` resultado: true

% 2+3 da 5, que se puede unificar con 5 con u.m.g. vacío

`?- 3+5 is 3+5.` resultado: false

% el 3+5 de la dcha da 8, que NO se puede unificar con el 3+5=+(3,5) de la izqda

`?- X is 5, Y is X+1.` resultado: X = 5, Y = 6

% PROLOG construye el Árbol de Resolución siguiente:

$$?- \underline{X \text{ is } 5}, Y \text{ is } X + 1.$$
$$\Big| \sigma_1 = \{X/5\}$$
$$?- \underline{Y \text{ is } 5 + 1}.$$
$$\Big| \sigma_2 = \{Y/6\}$$
$$?-$$

$$\boxed{\underline{X\sigma_1\sigma_2} = \underline{5\sigma_2} = 5, \qquad \underline{Y\sigma_1\sigma_2} = \underline{Y\sigma_2} = 6}$$

Otros predicados aritméticos, en los que, a diferencia de `is`, *ambos* argumentos deben ser expresiones aritméticas evaluables (se producirá un error si esto no es así). Una vez evaluados X e Y:

`X=:=Y`	cierto si los valores numéricos de X e Y son iguales
`X=\=Y`	cierto si los valores numéricos de X e Y son distintos
`X<Y`	cierto si el valor numérico de X es menor que el de Y
`X=<Y`	cierto si el valor numérico de X es menor o igual que el de Y
`X>Y`	cierto si el valor numérico de X es mayor que el de Y
`X>=Y`	cierto si el valor numérico de X es mayor o igual que el de Y

Ejemplos (Uso de predicados aritméticos)

```
?- X+3 < sqrt(4).
 .. ERROR: ..
```

```
?- 3+5 =< 8.
 true (OJO, es =< y no <=)
```

```
?- 1+5 > abs(-8).
 false
```

```
?- 3 =\= 3*a.
 .. ERROR: ..
```

Observación

Conviene resaltar las diferencias entre los siguientes predicados predefinidos:

`X = Y` (`X \= Y`)	cierto si `X` e `Y` son términos que son (no son) unificables
`X =:= Y` (`X =\= Y`)	cierto si `X` e `Y` son expresiones aritméticas, se pueden evaluar, y sus valores numéricos son (no son) iguales.
`X == Y` (`X \== Y`)	cierto si `X` e `Y` son términos que son (no son) literalmente idénticos.

Ejercicios (Uso básico de operadores y predicados aritméticos)

Ejercicio nº 1 de la Práctica de PROLOG *nº 2.*

ALGUNOS PROGRAMAS ARITMÉTICOS

- En el apartado relativo a la sintaxis de PROLOG se ha discutido la implementación de algunos predicados aritméticos (suma, producto, par, impar) con lógica "pura".
- Son programas interesantes por su *versatilidad* (por ejemplo el predicado `suma` también sirve para restar o para descomponer un natural en sumandos) pero *incómodos* -uso de `s(X)` para representar a los naturales- e *ineficientes* -cálculo recursivo-.
- En la práctica, para realizar programas aritméticos se deben utilizar los operadores y predicados aritméticos de PROLOG.
- Lo anterior supone ganar en comodidad y eficiencia pero perder la versatilidad: observe por ejemplo cómo el programa para sumar que se incluye a continuación, debido al uso de `is`, requiere que sus dos primeros argumentos sean de *entrada*, por lo que ya no sirve ni para restar ni para descomponer.

Ejemplo (Programas aritméticos “suma, producto” y “par”)

```
% suma(+X,+Y,?Z)
% cierto si Z es la suma de X e Y
    suma(X,Y,Z) :-
        Z is X+Y.

% producto(+X,+Y,?Z)
% cierto si Z es el producto de X e Y
    producto(X,Y,Z) :-
        Z is X*Y.

% par(+X)
% cierto si X es par
    par(X) :-
        X mod 2 =:= 0.
```

Ejemplo (Algunas consultas a “suma” y “par”)

- `?- suma(0, 1, 1).` *True*
- `?- suma(1, 1, X).` X = 2
- `?- suma(1, 1, X), suma(X, 2, Z).` X = 2, Z = 4
- `?- suma(0,0,Z), suma(0,2,Z).` *False*
- `?- suma(1, Y, 3).` ERROR de instanciación

Esta versión de “suma” NO sirve para restar.

- `?- suma(X, Y, 2).` ERROR de instanciación
- `?- suma(X, Y, Z).` ERROR de instanciación

Esta versión de “suma” NO sirve para descomponer.

- `?- par(4).` *True*
- `?- par(X).` ERROR de instanciación

Esta versión de “par” NO sirve para generar números pares.

Ejemplo (Programa aritmético para calcular factoriales)

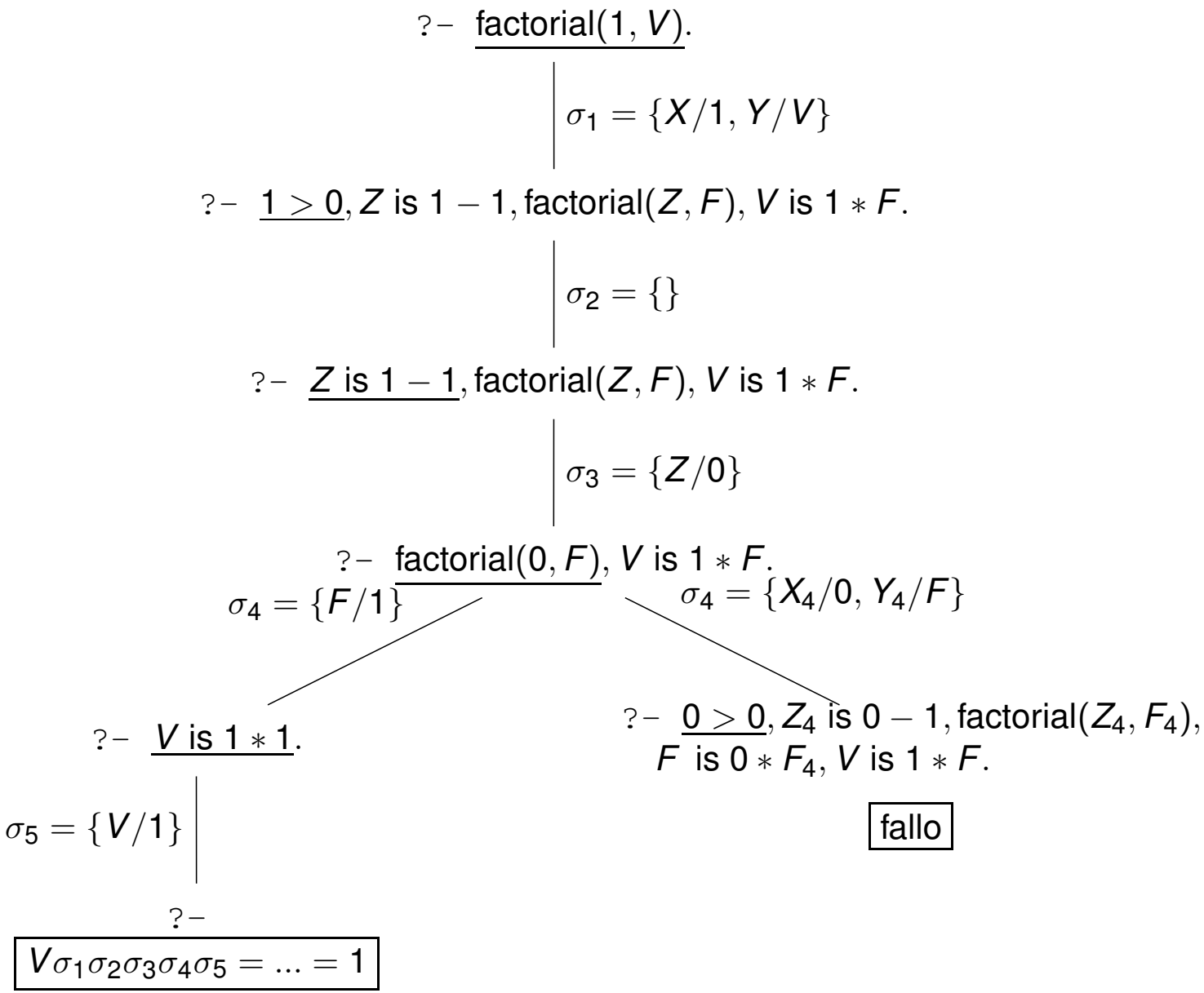
```
% factorial(+X, ?Y)
% cierto si Y es el factorial de X

    factorial(0, 1).

    factorial(X, Y) :-
        X > 0,
        Z is X-1,
        factorial(Z, F),
        Y is X*F.
```

Ejemplo (Algunas consultas a “factorial”)

- `?- factorial(1, 1).` *True*
- `?- factorial(4, X).` X = 24
- `?- factorial(X,24).` ERROR de instanciación



Respuesta PROLOG: `V=1` y `false` (no hay más soluciones)

Ejercicios (Cálculo de factoriales)

Ejercicio nº 2 de la Práctica de PROLOG *nº 2.*

Observación (Recursión final o de cola)

- La recursión de la implementación anterior de `factorial` es *recursión no final*: se realizan computaciones (en este caso una operación `is`) con posterioridad a la llamada recursiva.
- Por razones de eficiencia conviene utilizar siempre que se pueda recursión final (o recursión de cola), aquella en la que la llamada recursiva es lo último que se computa.
- Una técnica habitual para transformar una recursión no final en final es añadir uno o más parámetros adicionales, denominados parámetros de acumulación, en los que se irán acumulando los valores parciales necesarios en cada llamada recursiva.

Ejemplo (Factorial con recursión de cola, 1/2)

```
% factorial_rc(+X, ?Y)
% cierto si Y es el factorial de X.
% Implementación con recursión de cola.

% sobrecarga del predicado añadiendo -en medio-
% un parámetro de acumulación cuyo valor inicial
% es el del caso base (el factorial de 0, 1).

  factorial_rc(X, Y) :-
      factorial(X, 1, Y).

 % caso base
 % la salida es el valor acumulado

  factorial(0, Ac, Ac).
```

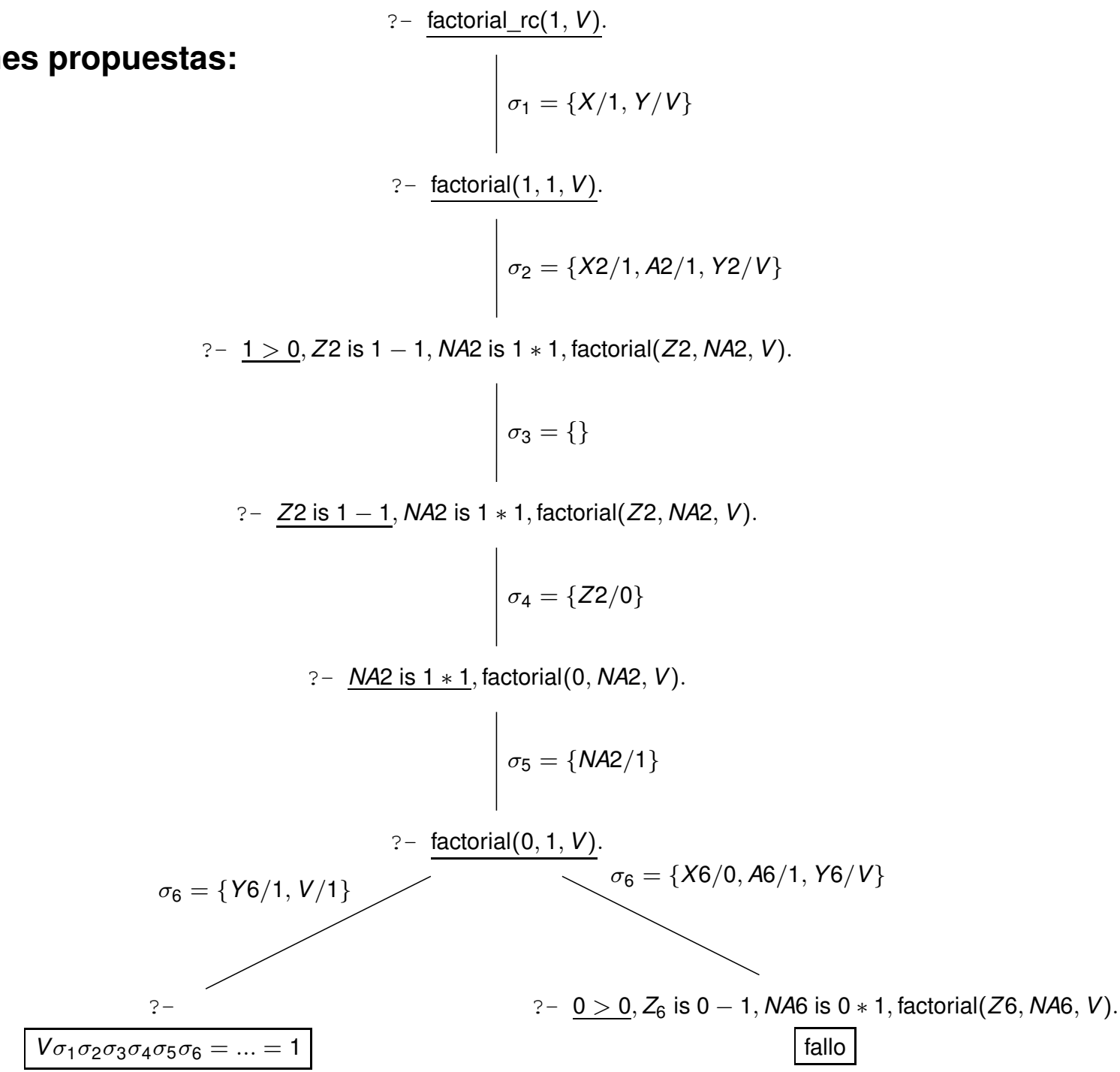
Ejemplo (Factorial con recursión de cola, 2/2)

```
% caso recursivo
% actualización del parámetro de acumulación
% previa a la llamada recursiva
  factorial(X, Ac, Y) :-
        X > 0,
        Z is X-1,
        NAc is X*Ac,    % actualización parámetro
        factorial(Z, NAc, Y).
```

Ejercicios (Programas aritméticos)

1. *Construya el Árbol de Resolución para la consulta* `?- factorial_rc(1,F)` *(con la implementación del predicado* `factorial` *mediante recursión de cola).*
2. *Ejercicios nº 3, 4 y 5 de la Práctica de* PROLOG *nº2.*

Soluciones propuestas:



BIBLIOGRAFÍA

- L. Sterling and E. Shapiro. *The Art of Prolog*. The MIT Press, Cambridge, Mass., second edition, 1994.
- W.F. Clocksin and C.S. Mellish. *Programming in Prolog*. Springer-Verlag, Berlin, fifth edition, 2003.
- I. Bratko.*Prolog Programming for Artificial Intelligence*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, third edition, 2001.
- J. Lloyd. *Foundations of Logic Programming*, (Second Edition). Springer-Verlag, 1987.
- R. O'Keefe. *The Craft of Prolog*. The MIT Press, Cambridge, MA, 1990.
- U. Nilsson and J. Maluszynski. Logic, Programming and Prolog. John Wiley & Sons Ltd, 1996.
- SWI-Prolog, entorno de programación en Prolog de dominio público.
- comp.lang.prolog. Faq