

INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

Grado en Ingeniería Química(2022/2023) Problemas Resueltos

©2022 Autor Alexander Cuadrado Conde

Algunos derechos reservados

Este documento se distribuye bajo la licencia
“Atribución-Compartir Igual 4.0 Internacional” de Creative Commons,
disponible en <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>

Temario

Bloque I. Fundamentos Electrónica

- Tema 1. Teoría de circuitos DC y AC.
- Tema 2. Trifásica
- Tema 3. Máquinas eléctricas..

Bloque II. Electrónica Analógica: electrónica de semiconductores

- Tema 4. Amplificador Operacional. Amplificación y ganancia
- Tema 5. Diodo y rectificación.

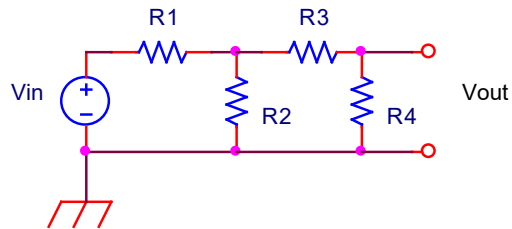
Bloque III. Electrónica digital y Automática

- Tema 6. Sistemas de numeración.
- Tema 7. Álgebra de Boole. Lógica combinacional
- Tema 8. Fundamentos de electrónica automática.

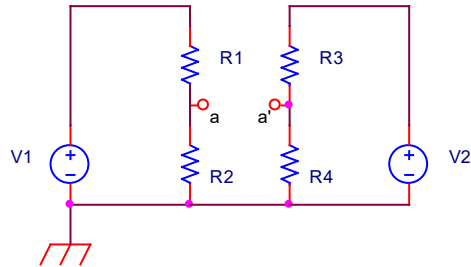
Bloque I. Fundamentos Electrónica

Tema 1. Problemas DC

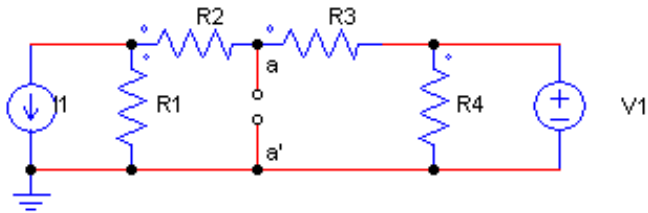
Problema 1. Calcular el voltaje de salida, V_{out} si el de entrada, v_{in} es 6 V y el valor de las resistencias es $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ y $R_3 = R_4 = 20 \text{ k}\Omega$.



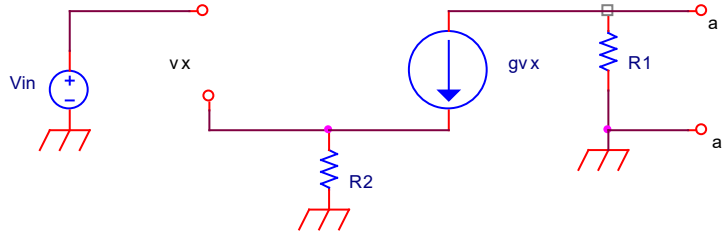
Problema 2. Calcular el voltaje que cae entre a y a' si $V_1 = 12 \text{ V}$, $V_2 = 5 \text{ V}$ y las resistencias valen $10 \text{ k}\Omega$. Calculad la corriente que circula entre a y a' si se hace un cortocircuito entre ambos puntos.



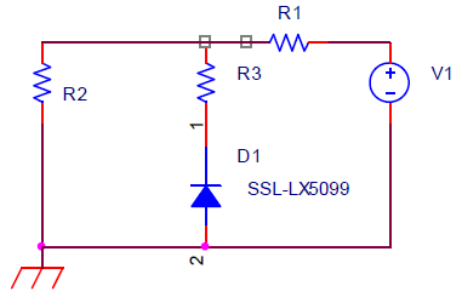
Problema 3. Hallar aplicando el principio de superposición el voltaje que cae entre a y a'.



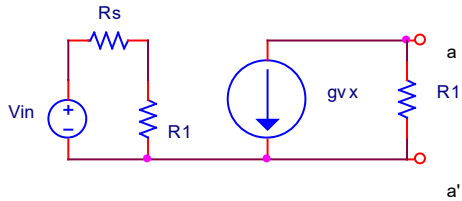
Problema 4. Hallar el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'



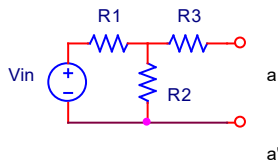
Problema 5. Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo $R1 = 6\text{ k}\Omega$, $R2 = 4\text{ k}\Omega$, $R3 = 0.9\text{ k}\Omega$, $V1 = 10\text{ V}$.



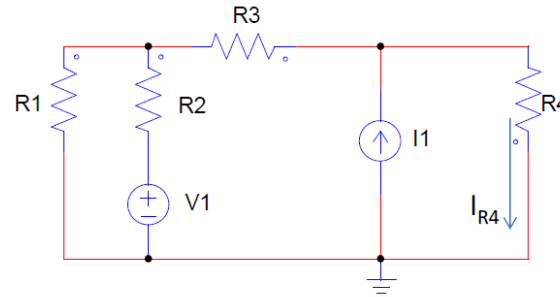
Problema 6. Calcular el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'. V_x es el voltaje que cae en R_1 (izquierda)



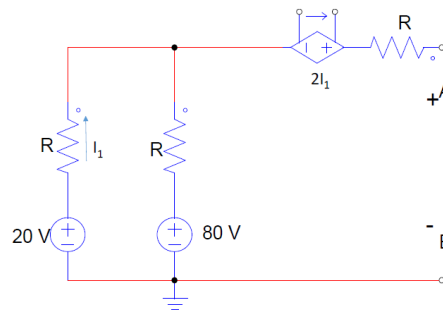
Problema 7 Calcular el circuito equivalente de Thévenin y de Norton entre a y a'.



Problema 8. Calcula la corriente que circula por la resistencia R4 aplicando el principio de superposición. Datos: $R_1=27\Omega$, $R_2=47\Omega$, $R_3=4\Omega$, $R_4=23\Omega$, $V_1=200V$, $I_1=20A$.

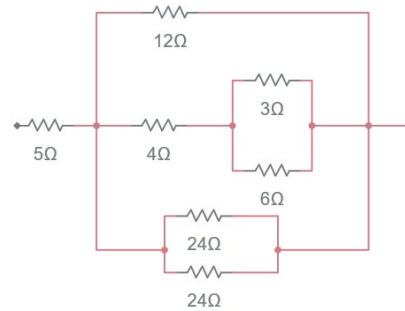


Problema 9. Calcula el circuito equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. $R = 1\Omega$.

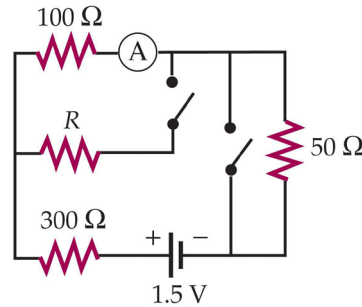


Problema 10 Se tienen tres lámparas marcadas como A, B y C. Se observa que si se aplican 220 V a cada una de ellas, su consumo es de 55, 100 y 160 W, respectivamente. Si ahora se conectan las tres lámparas en serie y se aplican 380 V al conjunto, determina la potencia que consume cada una de las lámparas.

Problema 11. Si se sabe que por la resistencia de $5\ \Omega$ circula una corriente de $12\ \text{A}$, ¿Qué corriente pasa por la resistencia de $6\ \Omega$ del circuito de la figura?

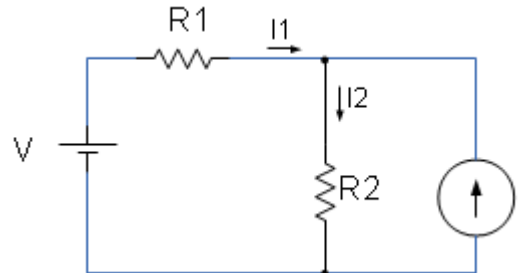


Problema 12. En el circuito indicado en la figura, calcula el valor de la resistencia R para que la lectura del amperímetro sea la misma cuando ambos interruptores están abiertos y cuando ambos están cerrados.

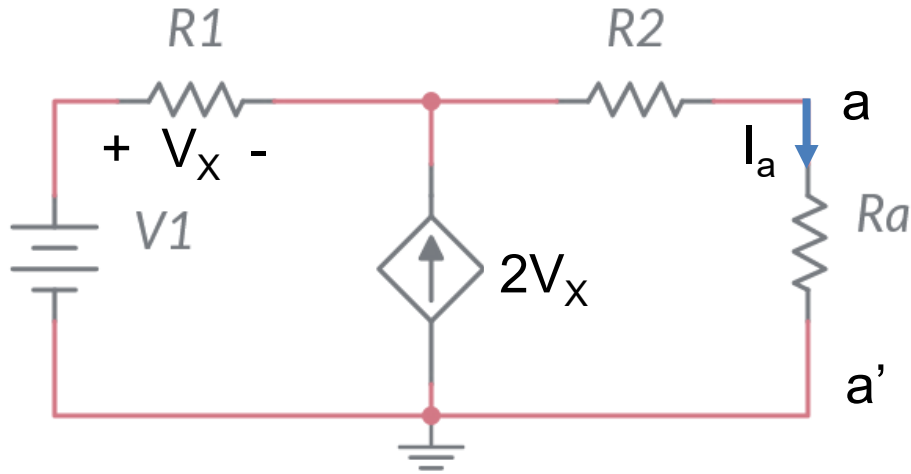


Problema 13: Calcular las corrientes I_1 , I_2 . Y las caídas de tensión en las resistencias R_1 y R_2 . $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $V = 12\ \text{V}$, $I = 0,5\ \text{A}$. Se recomienda resolverlo 4 veces usando los métodos explicados:

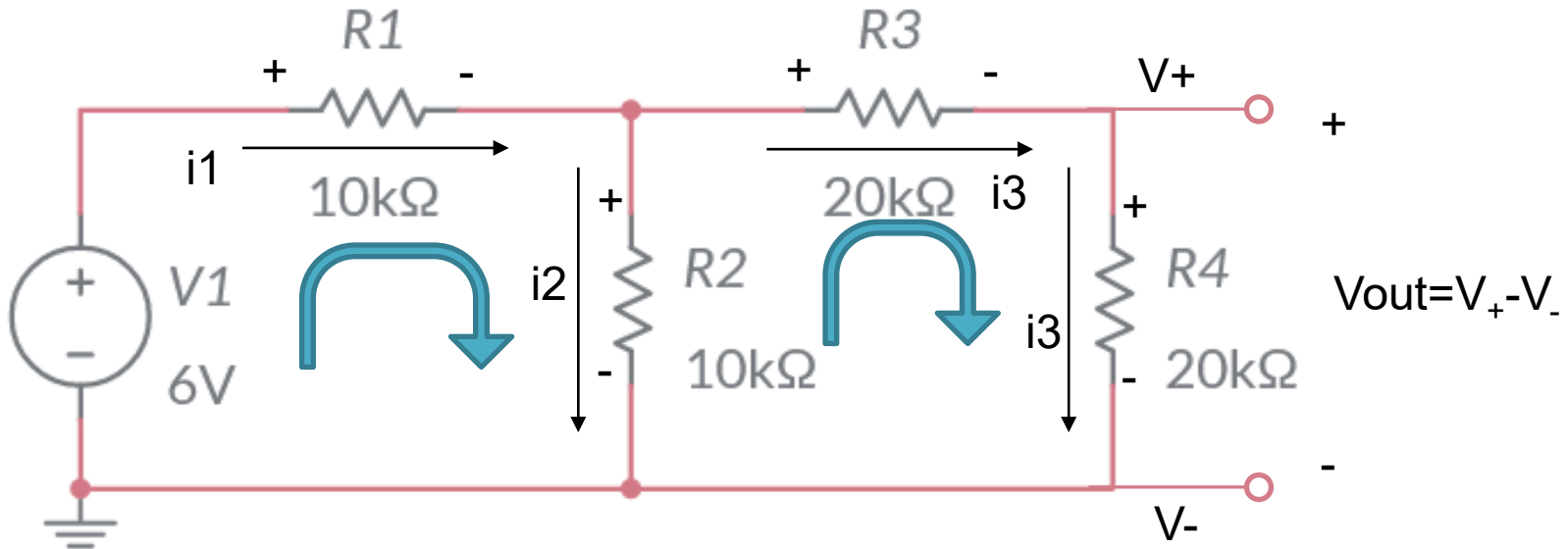
1. El teorema de superposición
2. Las leyes de Kirchhoff
3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton



Problema 14. Calcula la tensión que cae entre a y a' . Calcula la corriente que circula por la resistencia R_a . Siendo $V_1 = 10V$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, y $R_a = 3\Omega$.



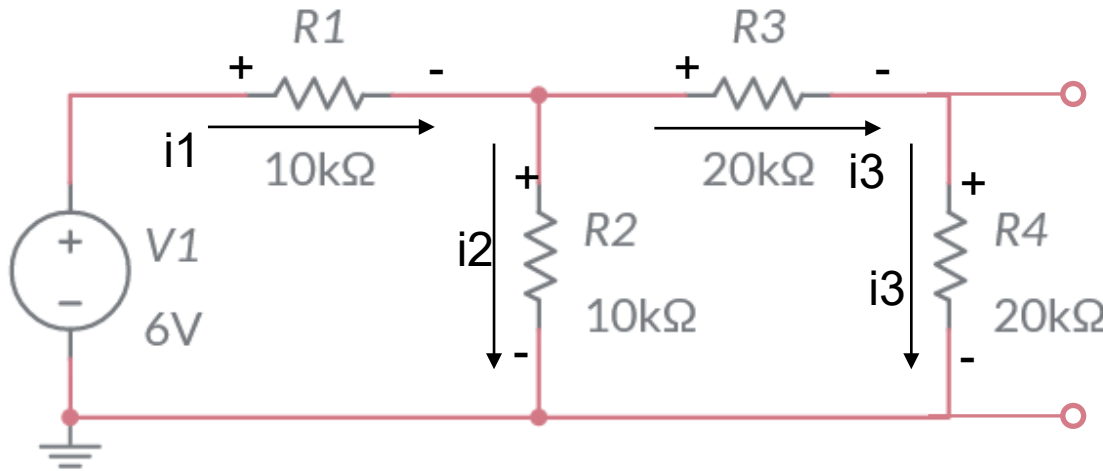
Problema 1. Calcular el voltaje de salida, V_{out} si el de entrada, V_{in} es 6 V y el valor de las resistencias es $R_1 = R_2 = 10\text{ k}\Omega$ y $R_3 = R_4 = 20\text{ k}\Omega$.



Nodo: $i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow i_3 = i_1 - i_2$


Mallas:

$$\begin{aligned}
 V_{in} &= V_{R1} + V_{R2} = R_1 i_1 + R_2 i_2 \\
 V_{R2} - V_{R3} - V_{R4} &= 0 = R_2 i_2 - R_3 i_3 - R_4 i_3 = 0 \\
 \rightarrow R_2 i_2 - R_3 (i_1 - i_2) - R_4 (i_1 - i_2) &= 0
 \end{aligned}$$



$$V_{in} = R_1 i_1 + R_2 i_2$$

$$R_2 i_2 - R_3 (i_1 - i_2) - R_4 (i_1 - i_2) = 0$$



$$6 = 10i_1 + 10i_2$$

$$10i_2 - 20(i_1 - i_2) - 20(i_1 - i_2) = 0 \rightarrow -40i_1 + 50i_2 = 0$$

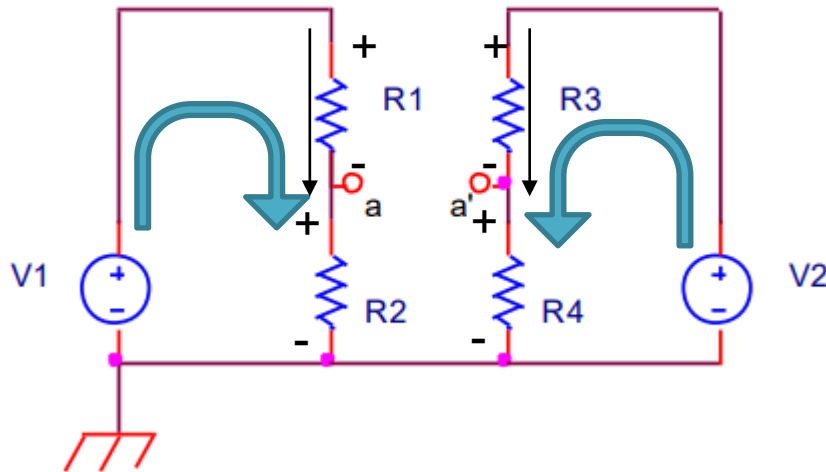
$$\left. \begin{array}{l} 6 = 10i_1 + 10i_2 \\ -40i_1 + 50i_2 = 0 \rightarrow \\ i_2 = \frac{40i_1}{50} = \frac{4i_1}{5} \end{array} \right\} 6 = 10i_1 - 10 \frac{4i_1}{5} = 18i_1 \rightarrow i_1 = \frac{6}{18} = 0.333 \text{ mA}$$

$$i_2 = \frac{4i_1}{5} = 0.267 \text{ mA}$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 0.333 - 0.267 = 0.067 \text{ mA}$$

$$V_{out} = i_3 * R_4 = 0.067 \times 20 = 1.33 \text{ V}$$

Problema 2. Calcular el voltaje que cae entre a y a' si $V1 = 12\text{ V}$, $V2 = 5\text{ V}$ y las resistencias valen $10\text{ k}\Omega$.
 Calculad la corriente que circula entre a y a' si se hace un cortocircuito entre ambos puntos



$$V_{aa'} = V_a - V_{a'}$$

$$\begin{aligned}
 V1 &= V_{R1} + V_{R2} & V1 &= i_1 R_1 + i_1 R_2 \\
 V2 &= V_{R3} + V_{R4} & V2 &= i_2 R_3 + i_2 R_4
 \end{aligned}$$

$$i_1 = \frac{V1}{R_1 + R_2} = \frac{12}{20} = 0.6\text{ mA}$$

$$i_2 = \frac{V2}{R_3 + R_4} = \frac{5}{20} = 0.25\text{ mA}$$

$$V_a = i_1 R_2 = 0.6 * 10 = 6\text{ V}$$

$$V_a - V_{a'} = 6 - 2.5 = 3.5\text{ V}$$

$$V_{a'} = i_2 R_4 = 0.25 * 10 = 2.5\text{ V}$$

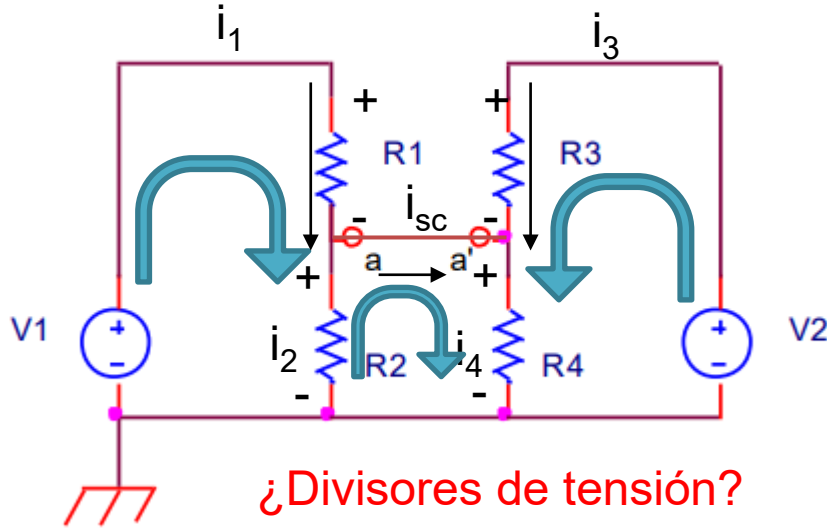
$$V_{a'} = i_2 R_4 = 0.25 * 10 = 2.5\text{ V}$$

Divisor de tensión

$$V_a = V1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 * 0.5$$

$$V_{a'} = V2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 5 * 0.5 = 2.5\text{ V}$$

Calculad la corriente que circula entre a y a' si se hace un cortocircuito entre ambos puntos



$$V1 = V_{R1} + V_{R2}$$

$$V1 = i_1 R_1 + i_2 R_2$$

$$V2 = V_{R3} + V_{R4}$$

$$V2 = i_3 R_3 + i_4 R_4$$

$$i_1 = i_2 + i_{sc}$$

$$V1 = (i_2 + i_{sc}) R_1 + i_2 R_2$$

$$i_3 + i_{sc} = i_4$$

$$V2 = (i_4 - i_{sc}) R_3 + i_4 R_4$$

$$V_{R2} = V_{R4} \rightarrow i_2 R_2 = i_4 R_4 \rightarrow i_4 = \frac{i_2 R_2}{R_4}$$

$$\begin{aligned}
 V1 &= (i_2 + i_{sc}) R_1 + i_2 R_2 \\
 V2 &= \left(\frac{i_2 R_2}{R_4} - i_{sc} \right) R_3 + \frac{i_2 R_2}{R_4} R_4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12 &= (i_2 + i_{sc}) 10 + i_2 10 = 20i_2 + 10i_{sc} \\
 5 &= \left(\frac{i_2 10}{10} - i_{sc} \right) 10 + \frac{i_2 10}{10} 10 = 20i_2 - 10i_{sc}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12 &= 20i_2 + 10i_{sc} \\
 5 &= 20i_2 - 10i_{sc}
 \end{aligned}$$

$$12 + 5 = 20i_2 + 20i_2 + 10i_{sc} - 10i_{sc} \quad i_2 = \frac{17}{40} = 0.425 \text{ mA}$$

$$i_4 = i_2 = 0.425 \text{ mA}$$

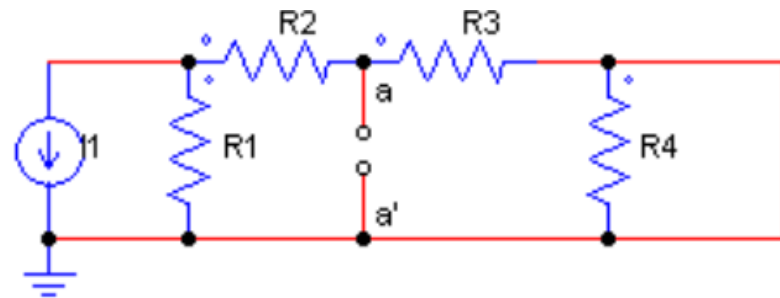
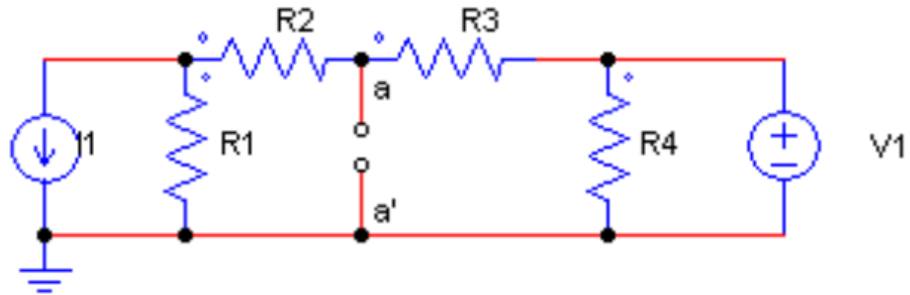
$$V1 = i_1 R_1 + i_2 R_2 \rightarrow i_1 = \frac{V1 - i_2 R_2}{R_1} = 0.775 \text{ mA}$$

$$V2 = i_3 R_3 + i_4 R_4 \rightarrow i_3 = \frac{V2 - i_4 R_4}{R_3} = 0.075 \text{ mA}$$

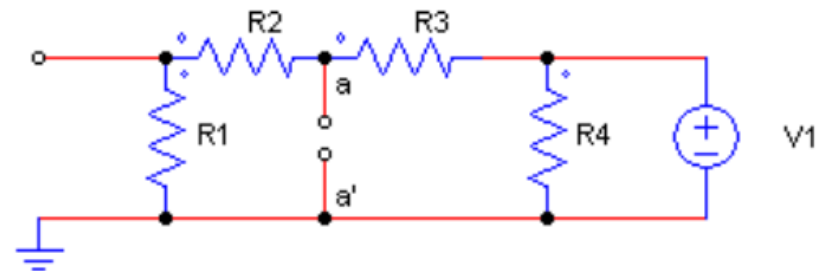
$$i_{sc} = i_1 - i_2 = 0.35 \text{ mA}$$

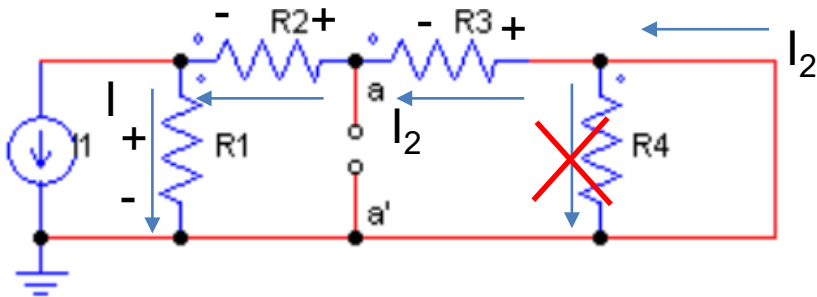
$$i_{sc} = i_4 - i_3 = 0.35 \text{ mA}$$

Problema 3. Hallar aplicando el ppio. de superposición el voltaje que cae entre a y a'



+

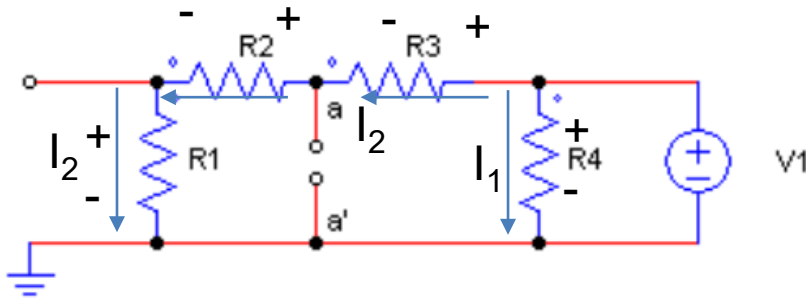




$$I_1 + I = I_2 \rightarrow I = I_2 - I_1$$

$$\begin{aligned}
 V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} &= 0 \\
 R_1(I_2 - I_1) + R_2I_2 + R_3I_2 &= 0 \rightarrow \\
 I_2 &= \frac{R_1I_1}{R_1 + R_2 + R_3}
 \end{aligned}$$

$$V_{aa'} = -R_3I_2 = \frac{-R_3R_1I_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

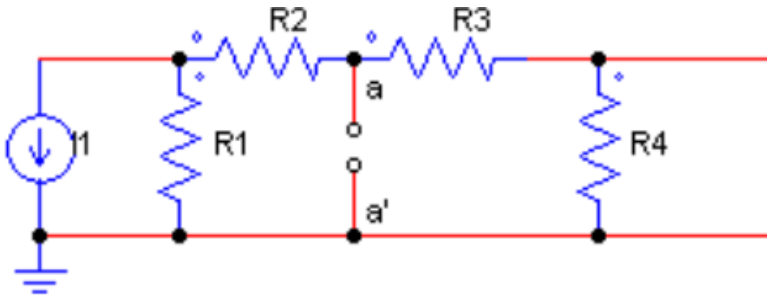


$$V_1 = V_{R4} = I_1R_4 \rightarrow I_1 = \frac{V_1}{R_4}$$

$$\begin{aligned}
 V_1 &= V_{R2} + V_{R3} + V_{R1} \\
 &= I_2(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow I_2 \\
 &= \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3}
 \end{aligned}$$

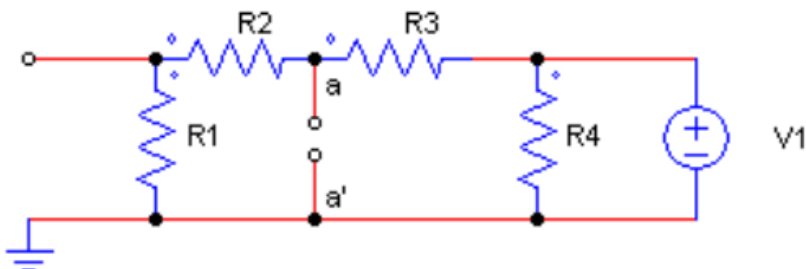
$$V_{aa'} = V_{R1} + V_{R2} = I_2(R_1 + R_2) = \frac{V_1(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_{aa'} = V_1 - V_{R3} = V_1 - I_2R_3 = V_1 - \frac{V_1R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{V_1(R_1 + R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} - \frac{V_1R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

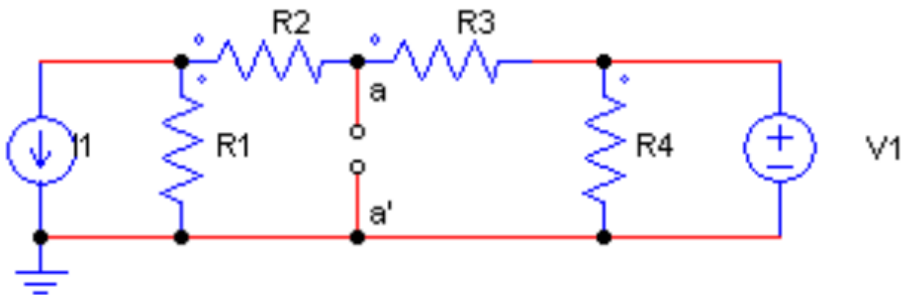


$$V_{aa'} = \frac{-R_3 R_1 I_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

+

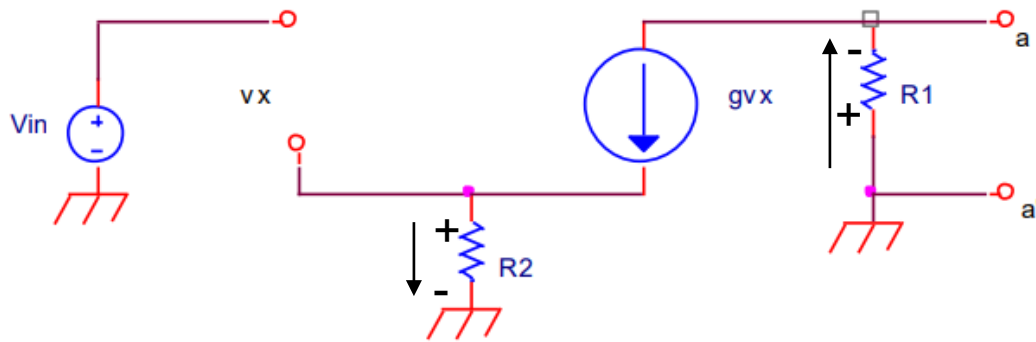


$$V_{aa'} = \frac{V_1 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$



$$V_{aa'} = \frac{-R_3 R_1 I_1 + V_1 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Problema 4. Hallar el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'



Thévenin:

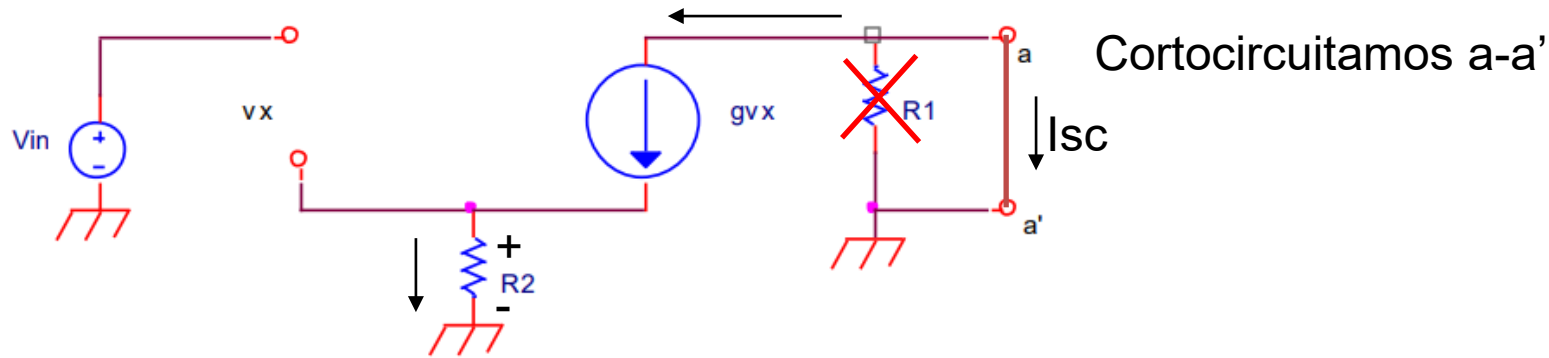
- $V_{th} = -V_{R1}$
- R_{th}

$$V_{R1} = I_1 R_1 = g V_x R_1$$

$$V_x = V_{in} - V_{R2} = V_{in} - I_1 R_2 = V_{in} - g V_x R_2 \rightarrow V_x (1 + g R_2) = V_{in} \rightarrow V_x = \frac{V_{in}}{1 + g R_2}$$

$$V_{R1} = g V_x R_1 = g \frac{V_{in} R_1}{1 + g R_2} \rightarrow V_{TH} = -g \frac{V_{in} R_1}{1 + g R_2}$$

Para R_{th} no podemos apagar las fuentes y calcular R_{eq} porque tenemos una fuente dependiente $\rightarrow R_{th} = V_{oc} / I_{sc}$



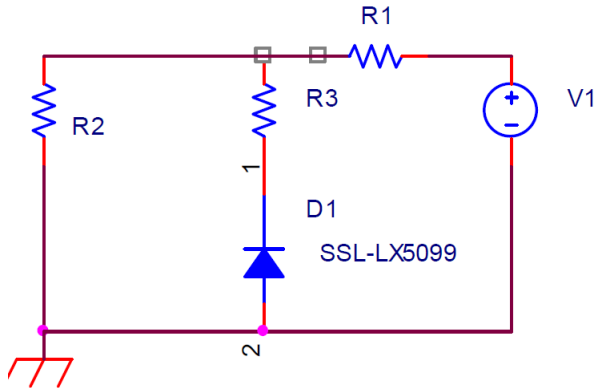
$$I_{sc} = -gV_x$$

$$V_x = V_{in} - V_{R2} = V_{in} - I_1 R_2 = V_{in} - gV_x R_2 \rightarrow V_x(1 + gR_2) = V_{in} \rightarrow V_x = \frac{V_{in}}{1 + gR_2}$$

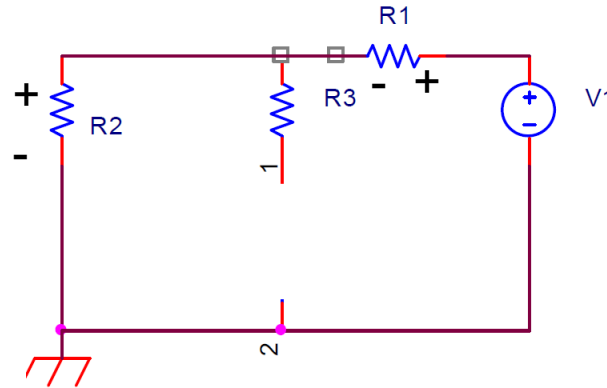
$$I_{sc} = -gV_x = -gV_x = -g \frac{V_{in}}{1 + gR_2}$$

$$\rightarrow R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{sc}} = \frac{-g \frac{V_{in} R_1}{1 + gR_2}}{-g \frac{V_{in}}{1 + gR_2}} = R_1$$

Problema 5. Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo $R_1 = 6\text{ k}\Omega$, $R_2 = 4\text{ k}\Omega$, $R_3 = 0.9\text{ k}\Omega$, $V_1 = 10\text{ V}$.



Como queremos obtener el equivalente en bornes del diodo, quitamos el diodo y calculamos Thévenin entre el punto 1 y 2:



Obtenemos $V_{OC} = V_{12}$. Como por R_3 no circula corriente, $V_{R_3} = 0$ y por lo tanto $V_{12} = V_{R_2}$. Para obtener esta tensión empleamos la fórmula del divisor de tensión:

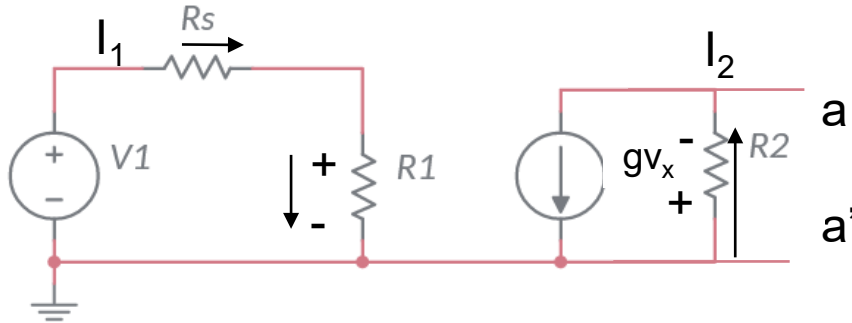
$$V_{R_2} = \frac{V_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 * \frac{4}{10} = 4V$$

Para calcular R_{th} podemos anular la fuente y calcular la resistencia equivalente del circuito. Al anular V_1 , R_2 y R_1 están en paralelo, y el resultado en serie con R_3 :

$$R_1 \parallel R_2 = \frac{6 * 4}{6 + 4} = 2.4\text{ k}\Omega$$

$$R_{TH} = R_1 \parallel R_2 + R_3 = 2.4 + 0.9 = 3.3\text{ k}\Omega$$

Problema 6. Calcular el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'. V_x es el voltaje que cae en R_1 (izquierda)



Thévenin:

- $V_{th} = -V_{R_2}$ (porque hemos definido la corriente hacia arriba)
- R_{th}

$$V_{R_2} = I_2 R_2 = g V_x R_2 \quad (\text{aquí } V_{R_2} \text{ está definido como } V_{a'} - V_a)$$

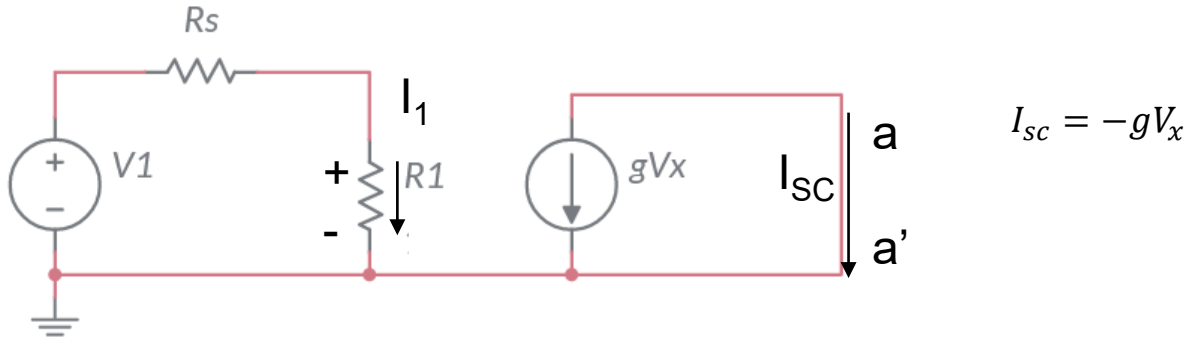
$$V_{in} = V_{R_S} + V_{R_1} = I_1 (R_S + R_1) \rightarrow I_1 = \frac{V_{in}}{R_S + R_1}$$

$$V_x = V_{R_1} = I_1 R_1 = \frac{V_{in} R_1}{R_S + R_1} \quad (\text{Divisor de tensión}) \rightarrow V_{R_2} = g V_x R_2 = \frac{g R_2 V_{in} R_1}{R_S + R_1}$$

$$\rightarrow V_{TH} = -V_{R_2} = -\frac{g V_{in} R_2 R_1}{R_S + R_1}$$

Para R_{th} no podemos apagar las fuentes y calcular R_{eq} porque tenemos una fuente dependiente $\rightarrow R_{th} = V_{oc} / I_{sc}$

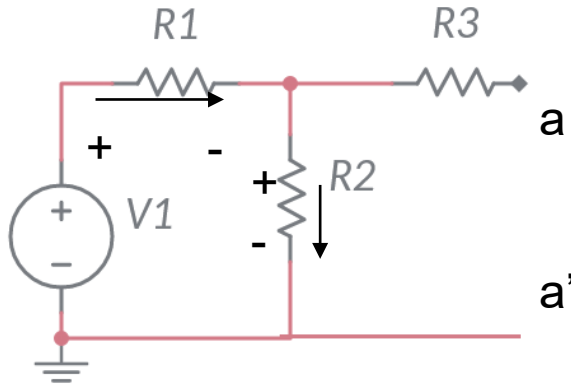
Cortocircuitamos a-a'



$$V_x = \frac{V_{in}R_1}{R_s + R_1} \quad (\text{Divisor de tensión}) \quad \rightarrow I_{sc} = -gV_x = \frac{gV_{in}R_1}{R_s + R_1}$$

$$\rightarrow R_{TH} = \frac{V_{th}}{I_{sc}} = -\frac{\frac{gV_{in}R_2R_1}{R_s + R_1}}{\frac{gV_{in}R_1}{R_s + R_1}} = R_2 \quad \rightarrow R_{TH} = R_2$$

Problema 7. Calcular el circuito equivalente de Thévenin y de Norton entre a y a'



Thévenin:

- V_{th}
- R_{th}

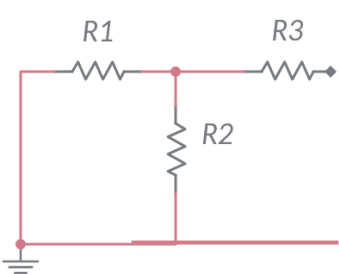
$$V_{TH} = V_{R2}$$

(Por R3 no circula corriente al estar en abierto)

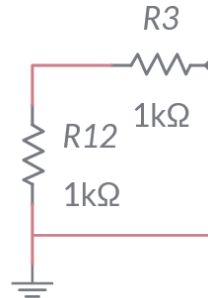
$$V_{in} = V_{R1} + V_{R2} = I(R_1 + R_2) \rightarrow I = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2}$$

$$V_{R2} = IR_2 = \frac{V_{in}R_2}{R_1 + R_2} = V_{TH} \quad (\text{Divisor de tensión})$$

Para calcular R_{TH} anulamos la fuente y calculamos Req:

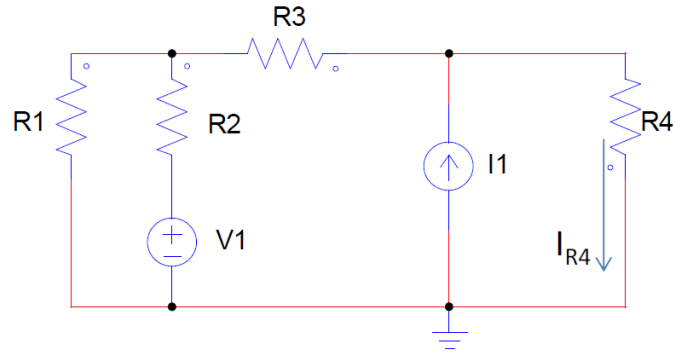


$$R_{12} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

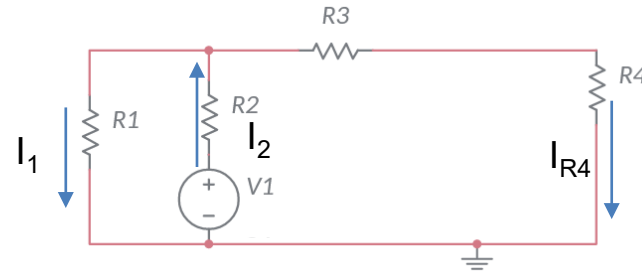


$$R_{eq} = R_{12} + R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$

Problema 8. Calcula la corriente que circula por la resistencia R4 aplicando el principio de superposición. Datos: $R_1=27\Omega$, $R_2=47\Omega$, $R_3=4\Omega$, $R_4=23\Omega$, $V_1=200V$, $I_1=20A$.



Dividimos el problema en dos sub-circuitos más sencillos, anulando V_1 e I_1 respectivamente. Anulando la fuente de corriente:



Ec. de Nodo: $I_2 = I_1 + I_{R4} \rightarrow I_1 = I_2 - I_{R4}$

Ec. de Mallas:

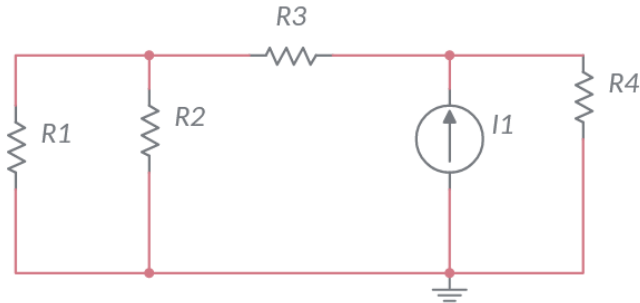
$$V_1 = V_{R2} + V_{R3} + V_{R4} = I_2 R_2 + I_{R4} R_3 + I_{R4} R_4 \rightarrow 200 = 47I_2 + 4I_{R4} + 23I_{R4}$$

$$V_1 = V_{R2} + V_{R1} = I_2 R_2 + I_1 R_1 = I_2 R_2 + (I_2 - I_{R4}) R_1 \rightarrow 200 = 47I_2 + 27(I_2 - I_{R4})$$

$$\left. \begin{aligned} 200 &= 47I_2 + 27I_{R4} \\ 200 &= 74I_2 - 27I_{R4} \end{aligned} \right\} 400 = 121I_2 \rightarrow I_2 = \frac{400}{121} = 3.306 \text{ mA}$$

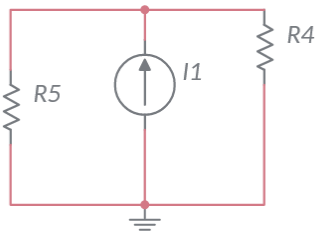
$$200 = 47I_2 + 27I_{R4} \rightarrow I_{R4} = \frac{200 - 47 * 3.306}{27} = 1.653 \text{ mA}$$

Anulando la fuente de tensión:



Agrupamos en $R_5 = (R_1 \parallel R_2) + R_3$, de forma que tenemos un divisor de corriente:

$$R_5 = (R_1 \parallel R_2) + R_3 = \frac{27 * 47}{27 + 47} + 4 = 17.15 + 4 = 21.15 k\Omega$$



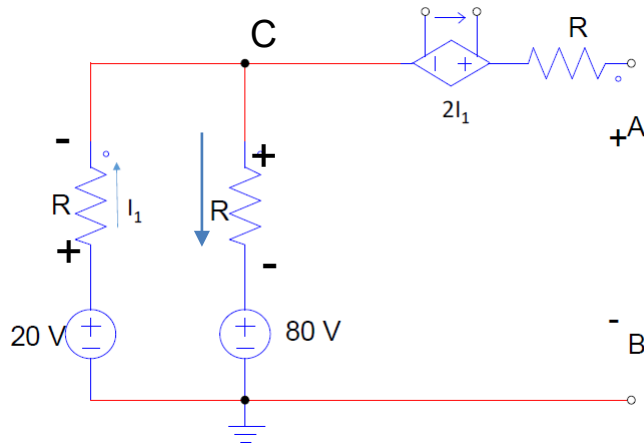
Aplicando la ecuación del divisor de corriente:

$$I_{R4} = \frac{I_1 R_5}{R_5 + R_4} = \frac{20 * 21.15}{21.15 + 23} = 9.581 \text{ mA}$$

La corriente por R4 será la suma de las dos corrientes obtenidas:

$$I_{R4} = 1.653 \text{ mA} + 9.75 \text{ mA} = 11.23 \text{ mA}$$

Problema 9. Calcula el circuito equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. $R = 1\Omega$



Para obtener el equivalente de Thévenin tenemos que obtener V_{oc} , y R_{th} . Al haber una fuente dependiente, no podemos calcular R_{th} directamente, por lo que necesitamos I_{sc} .

Al haber un circuito abierto entre A-B, no circula corriente por R. Sin embargo, la fuente de tensión dependiente sí que estará funcionando, a pesar de que no circule ninguna corriente por ella. Por lo tanto el voltaje $V_{OC}=V_{AB}$ será el voltaje en el punto C, más el voltaje que aporta la fuente dependiente:

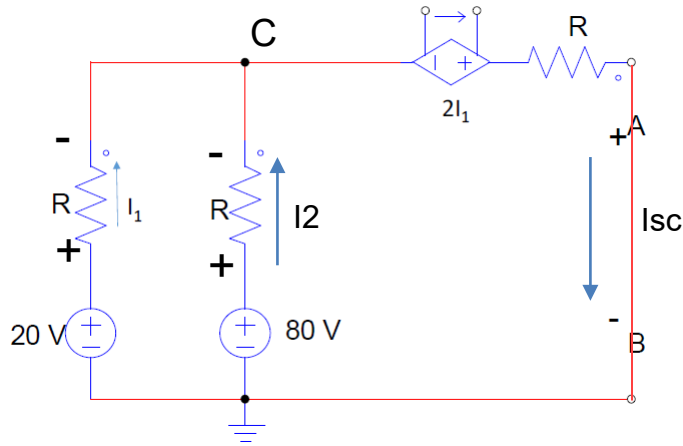
$$V_{OC} = V_{AB} = V_C + 2I_1 \quad (V_B=0, \text{ tierra})$$

La ecuación de malla nos da: $V_1 - V_R - V_R - V_2 = 0 \rightarrow 20 - I_1R - I_1R - 80 = 0 \rightarrow I_1 = -\frac{60}{2} = -30 \text{ A}$

$$V_C = 20 - I_1R = 20 - (-30) = 50V \quad (\text{Podemos obtener } V_C \text{ por lo dos caminos})$$

$$V_C = 80 + I_1R = 80 + (-30) = 50V$$

$$V_{OC} = V_{AB} = V_C + 2I_1 = 50 + 2x(-30) = 50 - 60 = -10V$$



Para calcular I_{sc} , cortocircuitamos AB y obtenemos la corriente que circula de A a B.

$$\text{Nodo C: } I_1 + I_2 = I_{SC} \rightarrow I_2 = I_{SC} - I_1$$

$$\begin{aligned} \text{Malla1: } V_1 - V_{R1} + V_{R2} - V_2 &= 0 \rightarrow \\ 20 - I_1R + I_2R - 80 &= 0 \rightarrow -I_1 + I_2 - 60 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Malla2: } V_1 - V_{R1} + 2I_1 - V_{R3} &= 0 \rightarrow \\ 20 - I_1R + 2I_1 - I_{sc}R &= 0 \rightarrow 20 - I_1 + 2I_1 - I_{sc} = 0 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Malla1: } -I_1 + I_2 - 60 &= 0 \rightarrow -60 - I_1 + (I_{sc} - I_1) = 0 \rightarrow 60 = I_{sc} - 2I_1 \\ \text{Malla2: } 20 - I_1 + 2I_1 - I_{sc} &= 0 \rightarrow 20 = I_{sc} - I_1 \end{aligned} \right\} 60 - 20 = -2I_1 + I_1 \rightarrow I_1 = -40 \text{ A}$$

$$20 = I_{sc} - I_1 \rightarrow I_{sc} = 20 + I_1 = 20 - 40 = -20 \text{ A}$$

$$R_{Th} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} = \frac{-10}{-20} = 0.5 \Omega$$

Problema 10. Se tienen tres lámparas marcadas como A, B y C. Se observa que si se aplican 220 V a cada una de ellas, su consumo es de 55, 100 y 160 W, respectivamente. Si ahora se conectan las tres lámparas en serie y se aplican 380 V al conjunto, determina la potencia que consume cada una de las lámparas.

A partir del primer dato podemos calcular la resistencia de cada lámpara, aplicando la ecuación:

$$P = IV = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P}: \quad R_A = \frac{220^2}{55} = 880 \, \Omega \quad R_B = \frac{220^2}{100} = 484 \, \Omega$$
$$R_C = \frac{220^2}{160} = 302.5 \, \Omega$$

Al conectarlas en serie, ahora la tensión se repartirá entre todas las lámparas, mientras que la corriente será la misma:

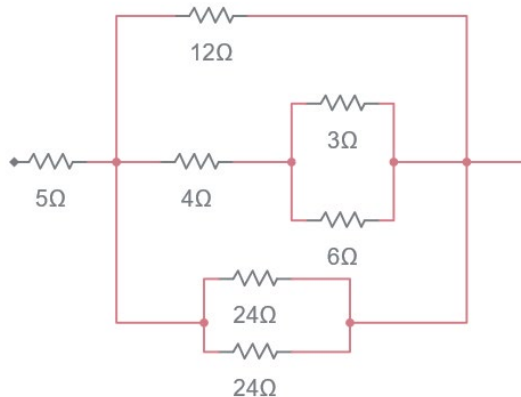
$$V = I(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow 380 = I(880 + 484 + 302.5) \rightarrow I = \frac{380}{1666.5} = 0.228 \, A$$

La potencia ahora en cada lámpara la podemos obtener a partir de la corriente:

$$P = IV = I^2R \rightarrow \quad P_A = 0.228^2 \times 880 = 45.75 \, W \quad P_B = 0.228^2 \times 484 = 25.16 \, W$$

$$P_C = 0.228^2 \times 302.5 = 15.73 \, W$$

Problema 11. Si se sabe que por la resistencia de $5\ \Omega$ circula una corriente de $12\ \text{A}$, ¿Qué corriente pasa por la resistencia de $6\ \Omega$ del circuito de la figura?

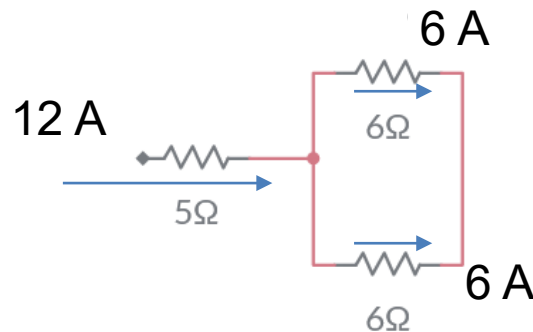


Para calcular la corriente por la resistencia podemos ir agrupando resistencias y después aplicar el divisor de corriente:

$$(24\ \Omega \parallel 24\ \Omega) = 12\ \Omega \rightarrow (12\ \Omega \parallel 12\ \Omega) = 6\ \Omega$$

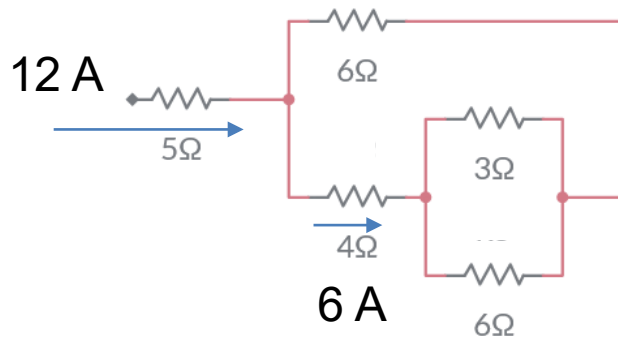
$$(3\ \Omega \parallel 6\ \Omega) = 2\ \Omega \rightarrow (4\ \Omega + 2\ \Omega) = 6\ \Omega$$

Finalmente tenemos dos resistencias de $6\ \Omega$ en paralelo. Por lo tanto, por ambas ramas circulará la misma corriente, que será la mitad de los $12\ \text{A}$ (divisor de corriente con dos resistencias iguales):



Problema 11.

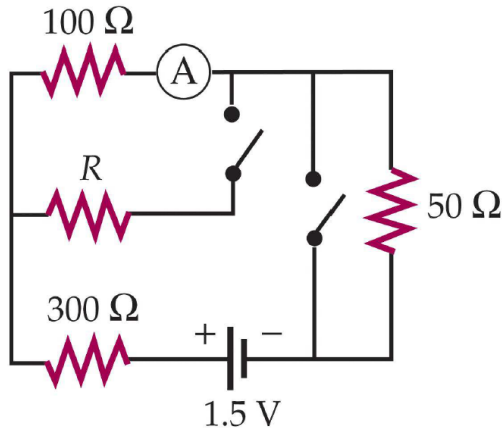
Deshaciendo la agrupación de las resistencias de 4 Ω , 3 Ω y 6 Ω :



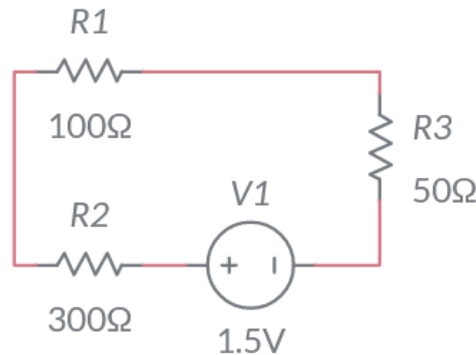
Volvemos a aplicar el divisor de corriente entre las resistencias de 3 Ω y 6 Ω :

$$I_6 = I \frac{3}{3 + 6} = 6 \times \frac{1}{3} = 2 \text{ A}$$

Problema 12. En el circuito indicado en la figura, calcula el valor de la resistencia R para que la lectura del amperímetro sea la misma cuando ambos interruptores están abiertos y cuando ambos están cerrados.

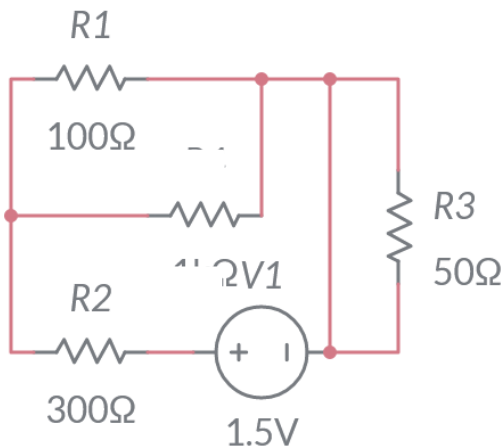


Cuando los interruptores están abiertos podemos calcular la corriente que pasará por el amperímetro:

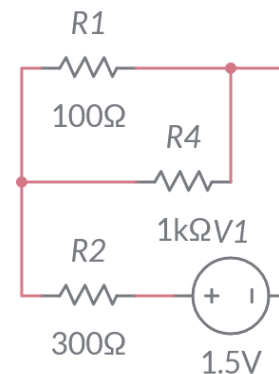


$$\begin{aligned}
 V_1 &= I(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow \\
 1.5 &= I(100 + 300 + 50) \rightarrow \\
 I &= \frac{1.5}{450} = \frac{1}{300} = 0.0333 \text{ A} = 3.33 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

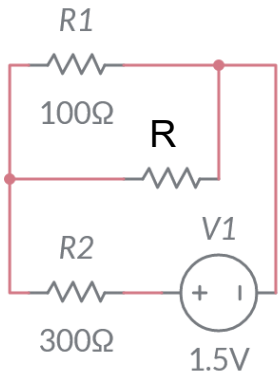
Cuando los interruptores están cerrados el circuito cambia y queda de la siguiente forma:



Al tener un cable en paralelo con una resistencia, la corriente circulará por el cable y no habrá corriente por la resistencia de 50Ω :



Problema 12.



R1 y R están en paralelo:

$$R_{eq} = \frac{100R}{100 + R}$$

Ahora tenemos una sola malla:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= V_{R2} + V_{Req} = I \left(300 + \frac{100R}{100 + R} \right) \rightarrow I_{tot} = \frac{1.5}{300 + \frac{100R}{100 + R}} \\
 &= \frac{1.5}{\frac{30000 + 300R + 100R}{100 + R}} = \frac{1.5(100 + R)}{30000 + 400R}
 \end{aligned}$$

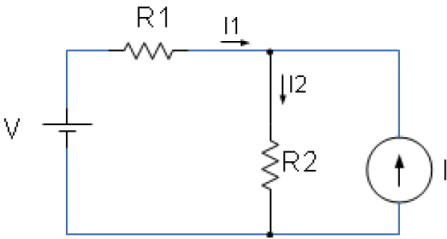
Para obtener la corriente que pasa por R1 podemos usar el divisor de corriente entre R1 y R:

$$I_R = I_{tot} \frac{R}{100 + R} = \frac{1.5(100 + R)}{30000 + 400R} \frac{R}{100 + R} = \frac{1.5R}{30000 + 400R}$$

Esta corriente tiene que ser la misma que hemos obtenido en el primer apartado:

$$I_R = \frac{1.5R}{30000 + 400R} = 0.0333 \text{ mA} \rightarrow 1.5R = 100 + 1.33R \rightarrow R = \frac{100}{0.167} = \mathbf{600 \Omega}$$

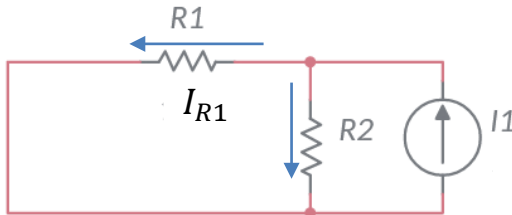
Problema 13. Calcular las corrientes I_1 , I_2 . Y las caídas de tensión en las resistencias R_1 y R_2 .
 $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $V = 12V$, $I = 0,5A$.



Se recomienda resolverlo 4 veces usando los métodos explicados:

1. El teorema de superposición
2. Las leyes de Kirchhoff
3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

1. Para aplicar el teorema de superposición, anulamos primero la fuente de tensión:

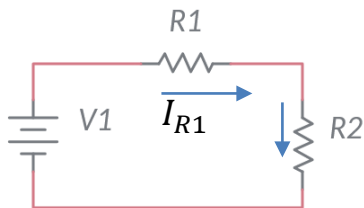


Nos queda un divisor de corriente, teniendo en cuenta que la corriente I_1 está definida en sentido contrario al del divisor:

$$I_1 = -I_{R1} = -I_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -0.5x \frac{6}{3 + 6} = -\frac{1}{3} A$$

$$I_{R2} = I_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0.5x \frac{3}{3 + 6} = \frac{1}{6} A$$

Anulamos ahora la fuente de corriente:

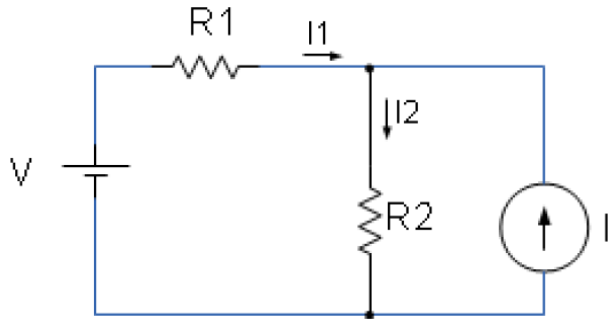


$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_1}{R_1 + R_2} = \frac{12}{3 + 6} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} A$$

La corriente total por cada resistencia será la suma de las dos contribuciones:

$$I_{R1} = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = 1; \quad I_{R2} = \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = \frac{1}{6} + \frac{8}{6} = \frac{9}{6} = 1.5 A$$

Problema 13.



2. Las leyes de Kirchhoff

Tenemos una ecuación de nodo y una ecuación de malla:

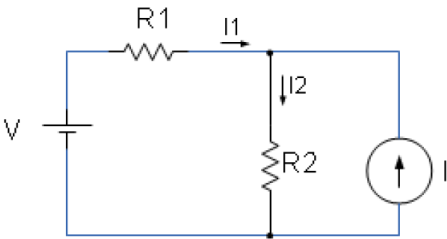
$$I + I_1 = I_2$$

$$V_1 = V_{R1} + V_{R2} = I_1 R_1 + I_2 R_2 \rightarrow V_1 = I_1 R_1 + R_2 (I + I_1)$$

$$12 = 3I_1 + 6I_1 + 6 \times 0.5 \rightarrow I_1 = \frac{9}{9} = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = I_1 + I = 1 + 0.5 = 1.5 \text{ A}$$

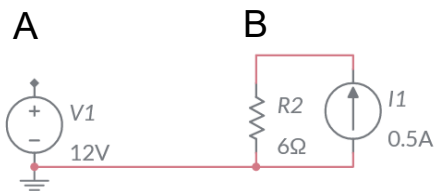
Problema 13.



3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

En este caso tenemos que obtener los equivalentes de Thévenin y Norton desde el punto de vista de R1 y desde R2.

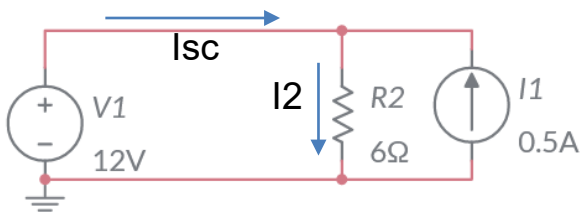
Desde R1:



$$V_{OC} = V_{AB}; V_A = 12V$$

$$V_B = V_{R2} = 0.5 * 6 = 3V \rightarrow V_{OC} = 12 - 3 = 9V$$

Para obtener I_{sc} , cortocircuitamos entre AB y calculamos la corriente que va de A \rightarrow B:



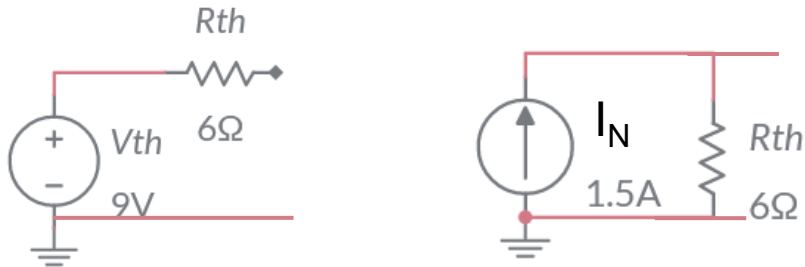
$$I_{sc} + I_1 = I_2 \rightarrow I_{sc} = I_2 - I_1$$

$$V_1 = V_{R2} = I_2 R_2 \rightarrow I_2 = \frac{12}{6} = 2A \rightarrow I_{sc} = 2 - 0.5 = 1.5A$$

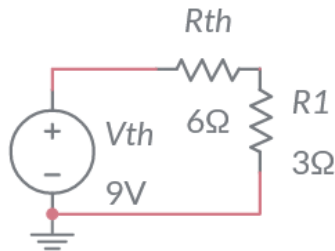
$$R_{th} = \frac{V_{OC}}{I_{sc}} = \frac{9}{1.5} = 6\Omega$$

Problema 13.

Por lo tanto, los circuitos de Thévenin in Norton, vistos desde R1, son:

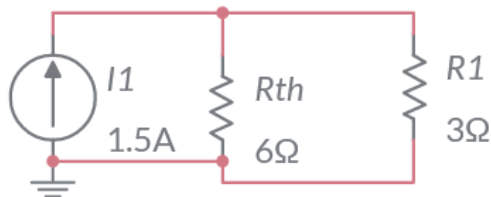


Para obtener I_{R1} con Thévenin:



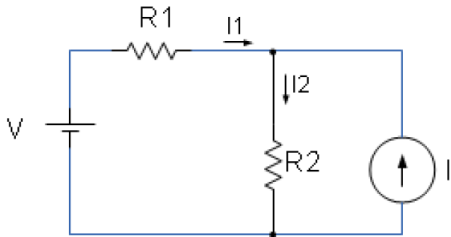
$$V_{th} = I_{R1}(R_{th} + R_1) \rightarrow 9 = I_{R1}(6 + 3) \rightarrow I_{R1} = 1A$$

Para obtener I_{R1} con Norton:



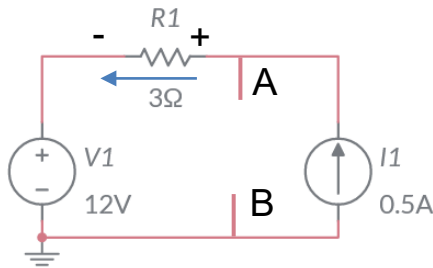
$$I_{R1} = I_N \frac{R_{th}}{R_{th} + R_1} = 1.5 \times \frac{6}{9} = 1A$$

Problema 13.



3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

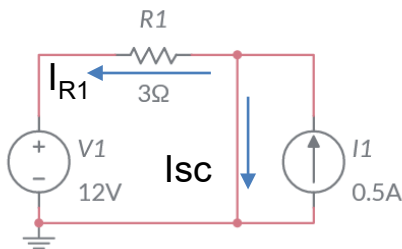
Repetimos el proceso obteniendo los equivalentes desde R2:



La fuente de corriente nos indica la dirección de la corriente que pasa por R1 y su valor (0.5 A). Por lo tanto, la ecuación de malla para obtener Voc será:

$$V_{OC} = V_{AB} = V_A = 12 + V_{R1} = 12 + 3 \times 0.5 = 13.5 \text{ V}$$

Para obtener Isc, cortocircuitamos entre AB y calculamos la corriente que va de A → B. El cable de A-B, **no** está en paralelo con R1, pues tenemos la fuente V1. Lo que sí podemos ver es que el voltaje en A, será 0 V, pues el cable cortocircuita el punto A con tierra. Es lo mismo que escribir la ecuación de malla:



$$V_1 + V_{R1} = 0 \rightarrow V_1 = -I_{R1}R_1 \rightarrow I_{R1} = \frac{-12}{3} = -4 \text{ A}$$

$$\text{Nodo: } I_1 = I_{sc} + I_{R1} \rightarrow I_{sc} = I_1 - I_{R1} = 0.5 - (-4) = 4.5 \text{ A}$$

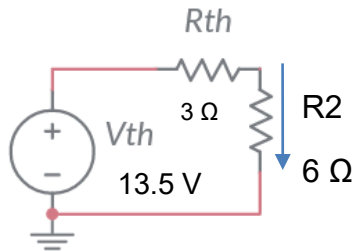
$$R_{th} = \frac{V_{OC}}{I_{sc}} = \frac{13.5}{4.5} = 3 \Omega$$

Problema 13.

Por lo tanto, los circuitos de Thévenin in Norton, vistos desde R2, son:

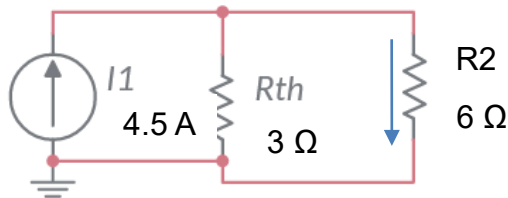


Para obtener I_{R2} con Thévenin:



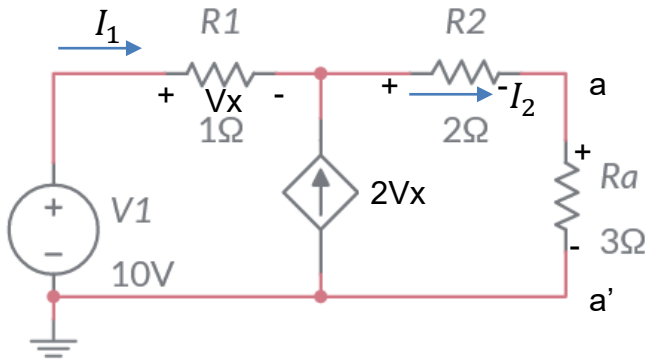
$$V_{th} = I_{R2}(R_{th} + R_2) \rightarrow 13.5 = I_{R2}(3 + 6) \rightarrow I_{R2} = \frac{13.5}{9} = 1.5 \text{ A}$$

Para obtener I_{R2} con Norton:



$$I_{R2} = I_N \frac{R_{th}}{R_{th} + R_2} = 4.5 \times \frac{3}{9} = 1.5 \text{ A}$$

Problema 14. Calcula la tensión que cae entre a y a'. Calcula la corriente que circula por la Ra. Siendo $V = 10V$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, y $R_a = 3\Omega$.



Tenemos un circuito con una fuente de corriente dependiente del voltaje que cae en R1. Planteamos las ecuaciones de Kirchoff:

$$I_1 + 2V_x = I_2; \quad V_x = V_{R1} = I_1 R_1$$

$$V_1 = V_{R1} + V_{R2} + V_{Ra} = I_1 R_1 + I_2 (R_2 + R_a)$$

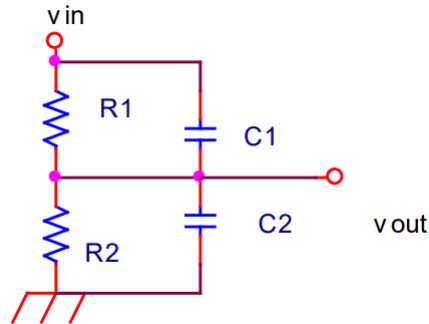
$$\begin{aligned}
 V_1 &= I_1 R_1 + (I_1 + 2V_x)(R_2 + R_a) = I_1 R_1 + (I_1 + 2I_1 R_1)(R_2 + R_a) \rightarrow \\
 10 &= 1I_1 + (I_1 + 2I_1 \cdot 1)(2 + 3) \rightarrow 10 = 16I_1 \rightarrow I_1 = \frac{10}{16} = 0.625 \text{ A}
 \end{aligned}$$

$$I_1 + 2V_x = I_2 = 0.625 + 2 \times 0.625 \times 1 = \mathbf{1.875 \text{ A}}$$

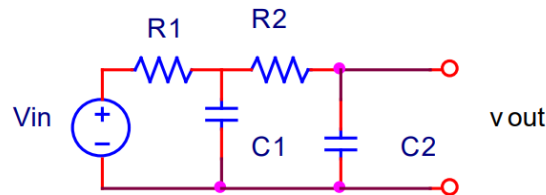
$$V_{aa'} = V_{Ra} = I_2 R_a = 1.875 \times 3 = \mathbf{5.625 \text{ V}}$$

Tema 1. Problemas AC

Problema 1. En el circuito inferior V1 es una fuente de voltaje sinusoidal. Hallar la condición que han de cumplir R1, R2, C1, C2 para que la función de transferencia del circuito no dependa de la frecuencia de trabajo.



Problema 2. Hallar la función de transferencia del circuito de la figura, siendo v_{in} una fuente de tensión sinusoidal de frecuencia ω .



Problema 3. Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en serie. Particularizar para una frecuencia de red de 50 Hz y valores $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 1 \text{ mH}$ y $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$.

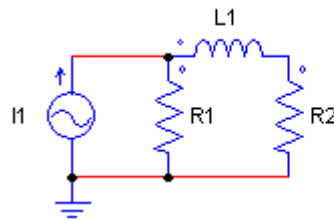
Problema 4. Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en paralelo para una frecuencia de red de 50 Hz y valores $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$.

Problema 5. Hallar la frecuencia de resonancia de un circuito RLC con valores $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$.

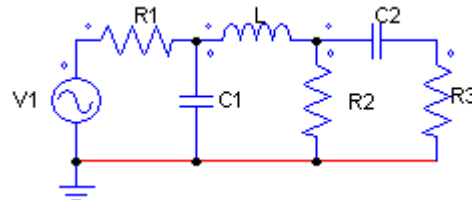
Problema 6. Hallad la corriente en un circuito RLC en serie si el voltaje de entrada es $V = 10 \cos 8t$. $R = 4 \text{ }\Omega$, $L = 1 \text{ H}$ y $C = 0,025 \text{ F}$.

Problema 7. Hallad el voltaje que cae en el condensador del ejercicio anterior.

Problema 8. Hallad el voltaje que cae en R_2 de la figura inferior si $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $L = 0,5 \text{ H}$ y $I_1 = 10 \cos 8t$.



Problema 9. Hallad $i(t)$ (corriente que genera V_1) en el circuito inferior, sabiendo que $R_1 = 0,5 \text{ }\Omega$, $C_1 = 1 \text{ F}$, $L = 1 \text{ H}$, $C_2 = 0,5 \text{ F}$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 2\Omega$ y $V = 12 \cos(t+1)$.

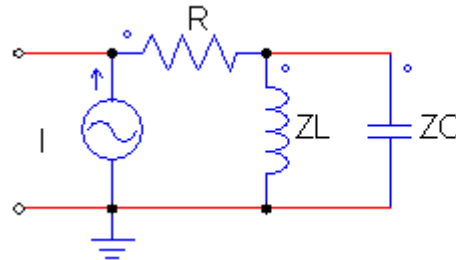


Problema 10. Hallad la función de transferencia de un circuito RC, tomando la salida en bornes del condensador. Indicad cuál es el límite de dicha función a frecuencia muy baja y a frecuencia muy alta.

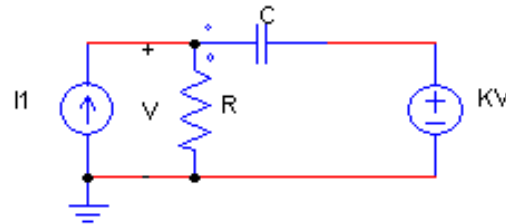
Problema 11. Tenemos una fuente $V = 1$ conectada en serie con dos elementos $Z_1 = -2j$ y $Z_2 = 1 + 2j$. Hallad el voltaje que cae en Z_2 .

Problema 12. En el mismo circuito del problema 18 hallad Z_2 para que $V_2 = 7 - 3j$, sabiendo que $V_1 = 3 + j$ y que $Z_1 = -2j$.

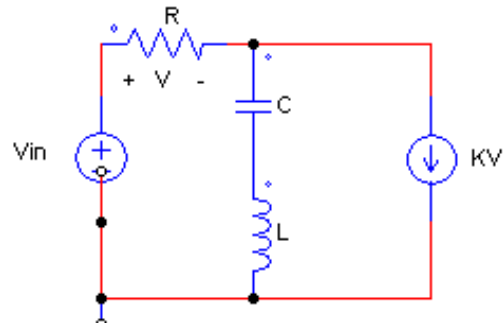
Problema 13. Hallad el circuito equivalente de Thévenin del circuito inferior. $R = 3 \Omega$, $Z_L = 2j$, $Z_C = -4j$, $I = 2 \angle 10^\circ$.



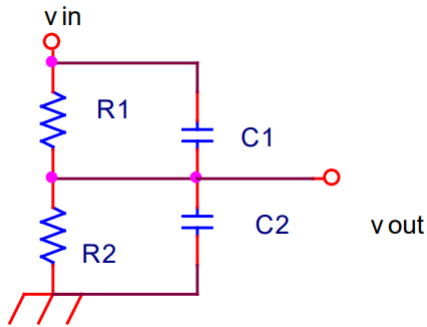
Problema 14. Hallar en el circuito inferior la corriente que circula por la resistencia. $R = 4 \Omega$, $C = 0,125 \text{ F}$, $I(t) = 3 \cos 4t$, $K = 0,5$



Problema 15. Hallar la corriente que genera la fuente de tensión en el circuito inferior. $R=1 \Omega$, $C= 1F$, $L=1 H$, $K=1,5$, $V_{in} = 4\cos 3t$



Problema 1. En el circuito inferior V1 es una fuente de voltaje sinusoidal. Hallar la condición que han de cumplir R1, R2, C1, C2 para que la función de transferencia del circuito no dependa de la frecuencia de trabajo.



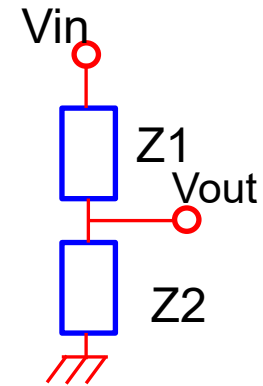
$$R1 \parallel C1 \text{ y } R2 \parallel C2.$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow Z_R \parallel Z_C = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

$$Z1 = R_1 / (1 + j\omega R_1 C_1)$$

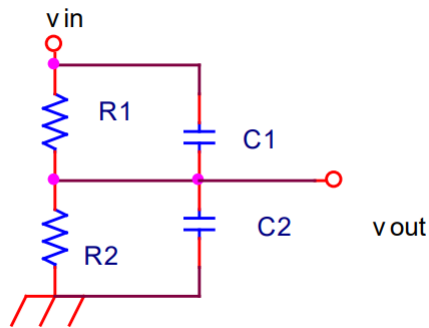
$$Z2 = R_2 / (1 + j\omega R_2 C_2)$$

$$V_{in} = Z_1 i + Z_2 i \rightarrow i = \frac{V_{in}}{Z_1 + Z_2}$$



$$V_{out} = Z_2 i = Z_2 \frac{V_{in}}{Z_1 + Z_2} = V_{in} \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}$$

$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}}$$



$$H = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

Para que no dependa de ω , el cociente $\frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}$ debe ser constante (K):

$$k = \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1} \rightarrow k + j\omega k R_1 C_1 = 1 + j\omega R_2 C_2$$

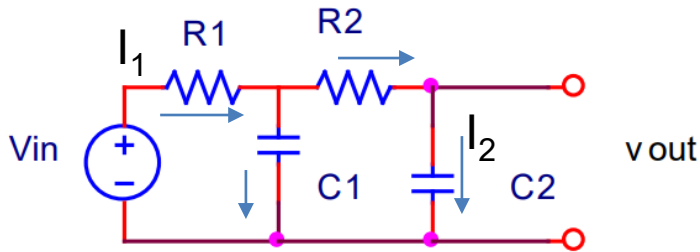
Al ser una ecuación compleja:

$$k = 1$$

$$\omega k R_1 C_1 = \omega R_2 C_2 \rightarrow R_1 C_1 = R_2 C_2$$

Por lo tanto, siempre que los componentes cumplan esta condición, la función H no dependerá de la frecuencia de la fuente de tensión

Problema 2. Hallar la función de transferencia del circuito de la figura, siendo v_{in} una fuente de tensión sinusoidal de frecuencia ω .



$$V_{out} = V_{C2} = i_2 \times Z_{C2}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\text{Malla 1: } V_{in} = R_1 i_1 + Z_{C1}(i_1 - i_2) \rightarrow V_{in} = R_1 i_1 + (i_1 - i_2)/(j\omega C_1)$$

$$\text{Malla 2: } V_{C1} = Z_{C1}(i_1 - i_2) = R_2 i_2 + Z_{C2} i_2 \rightarrow (i_1 - i_2)/(j\omega C_1) = R_2 i_2 + i_2/(j\omega C_2) \rightarrow$$

$$i_1 = i_2 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} \right) j\omega C_1$$

$$V_{in} = R_1 i_1 + (i_1 - i_2)/(j\omega C_1) = R_1 i_2 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} \right) j\omega C_1 + i_2 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} \right) - \frac{i_2}{j\omega C_1} \rightarrow$$

$$i_2 = V_{in} \left(jR_1 R_2 \omega C_1 + \frac{R_1 C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} - \frac{1}{j\omega C_1} \right)^{-1}$$

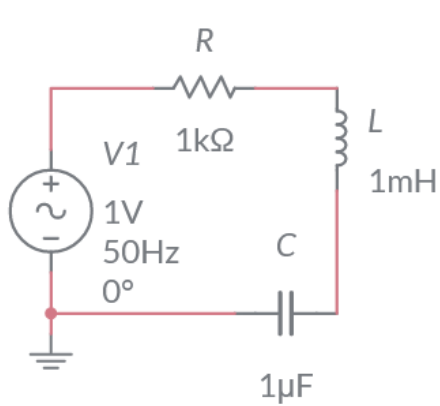
$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i_2 Z_{C2}}{V_{in}} = \frac{Z_{C2}}{\left(jR_1 R_2 \omega C_1 + \frac{R_1 C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)}$$

$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i_2 Z_{C2}}{V_{in}} = \frac{Z_{C2}}{\left(jR_1 R_2 \omega C_1 + \frac{R_1 C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)}$$

$$H = \frac{1/j\omega C_2}{\left(jR_1 R_2 \omega C_1 + \frac{R_1 C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)} = \frac{1}{(-R_1 R_2 \omega^2 C_1 C_2 + j\omega R_1 C_1 + j\omega C_2 R_1 + j\omega C_2 R_2 + 1)}$$

$$H = \frac{1}{(1 - R_1 R_2 \omega^2 C_1 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2))}$$

Problema 3. Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en serie. Particularizar para una frecuencia de red de 50 Hz y valores $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 1 \text{ mH}$ y $C = 1 \mu\text{F}$.

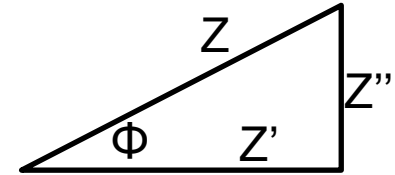


$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

El Factor de potencia es el coseno de la fase de $Z \rightarrow$

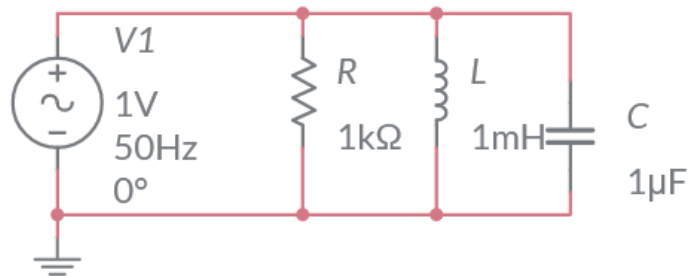
$$Z = Z' + jZ''$$

$$\tan\phi = \frac{Z''}{Z'}; \quad \cos\phi = \frac{Z'}{Z}; \quad \text{sen}\phi = \frac{Z''}{Z}$$



$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \longrightarrow \quad \cos\phi = \frac{1000}{\sqrt{1000^2 + \left(2\pi 50 \times 0,001 - \frac{1}{2\pi 50 \times 10^{-6}}\right)^2}} = 0,3$$

Problema 4. Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en paralelo para una frecuencia de red de 50 Hz y valores $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$.



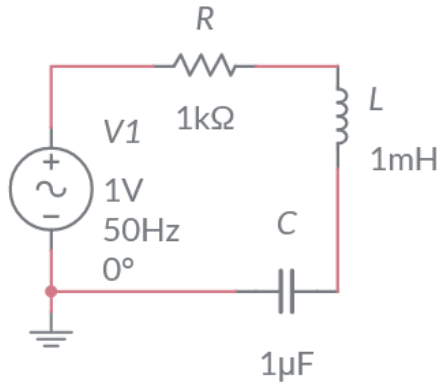
Trabajaremos con la admitancia: $Y=1/Z$
 $\text{ang}(Y)=-\text{ang}(Z)$
 $\cos \phi = \cos(-\phi) \rightarrow \text{fp}=\cos(\phi)$ no cambia

$$Y_R = \frac{1}{R}; Y_C = j\omega C; Y_L = \frac{1}{j\omega L}$$

Las admitancias se agrupan al contrario que las impedancias \rightarrow en paralelo se suman:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad \longrightarrow \quad \cos \phi = \frac{\frac{1}{R}}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega CR - \frac{R}{\omega L}\right)^2}}$$

Problema 5. Hallar la frecuencia de resonancia de un circuito RLC con valores $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$.



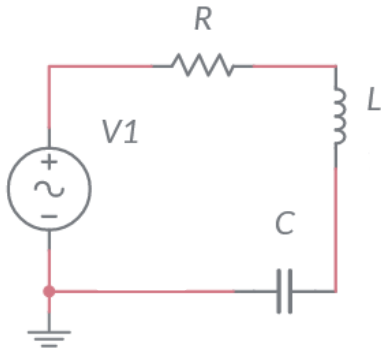
$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Frecuencia de resonancia: aquella a la cual $Z''=0$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \times 10^{-6}}} = 3.1622 \times 10^4 \text{ rd/s}$$

$$\omega = 2\pi f = 3.16 \times 10^4 \rightarrow f = \frac{3.16 \times 10^4}{2\pi} = 5.03 \times 10^3 \text{ Hz} = 5.03 \text{ kHz}$$

Problema 6. Hallad la corriente en un circuito RLC en serie si el voltaje de entrada es $V = 10 \cos 8t$. $R = 4 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$ y $C = 0,025 \text{ F}$.



$$V = 10 \angle 0^\circ \qquad Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$V = 10 \cos 8t \rightarrow \omega = 8 \text{ rd/s}; V_P = 10 \text{ V}; \Phi_v = 0^\circ$$

$$Z = 4 + j\left(8 \times 1 - \frac{1}{8 \times 0.025}\right) = 4 + j3 = \sqrt{16 + 9} \angle \text{atan}\left(\frac{3}{4}\right)$$

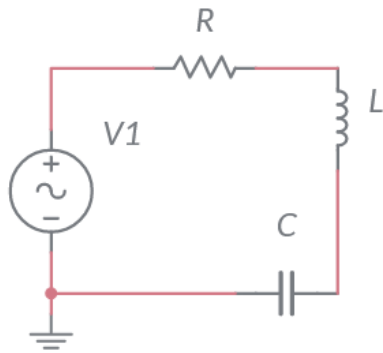
$$Z = 5 \angle 36.87^\circ \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5 \angle 36.87^\circ \Omega} = 2 \angle -36.87^\circ \rightarrow$$

$$I = 2 \cos(-36.87^\circ) + j2 \text{sen}(-36.87^\circ) \rightarrow I = 1.6 - 1.2j \text{ A}$$

En forma sinusoidal: $I = 2 \cos(8t - 36.9^\circ) \text{ A}$

Problema 7. Hallad el voltaje que cae en el condensador del ejercicio anterior.



$$V = 10 \angle 0^\circ$$

El voltaje en el condensador se haya multiplicando la corriente por la impedancia del condensador:

$$I = 2 \angle -36.87^\circ \rightarrow I = 1.6 - 1.2j \text{ A}$$

En forma sinusoidal: $I = 2 \cos(8t - 36.9^\circ) \text{ A}$

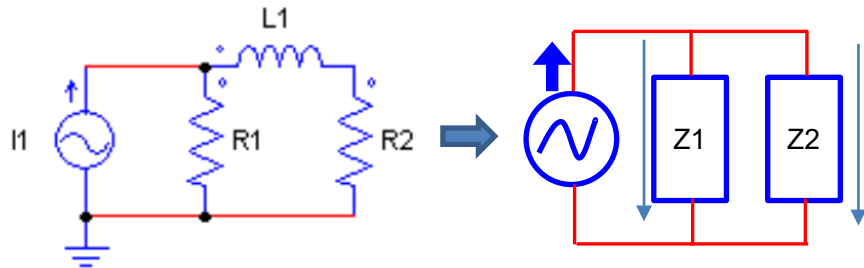
$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j8 \times 0.025} = -5j \Omega$$

$$V_c = I_c Z_c = (2 \angle -36.87^\circ) \times (5 \angle -90^\circ) = 10 \angle -126.87^\circ \text{ V} \rightarrow$$

$$V_c = 10 \cos(-126.87^\circ) + j10 \text{sen}(-126.87^\circ) = -6 - 8j$$

$$V_c = 10 \cos(8t - 126.87^\circ)$$

Problema 8. Hallad el voltaje que cae en R2 de la figura inferior si $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $L = 0,5\text{ H}$ y $I_1 = 10 \cos 8t$.



$$I = 10\angle 0^\circ \text{ A}$$

Podemos utilizar el divisor de corriente:

$$I_2 = I \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_1 = R_1 = 1\Omega = 1\angle 0^\circ \quad Z_2 = R_2 + j\omega L = 2 + j8 \times 0.5 = 2 + 4j\Omega = \sqrt{20}\angle 63.43^\circ$$

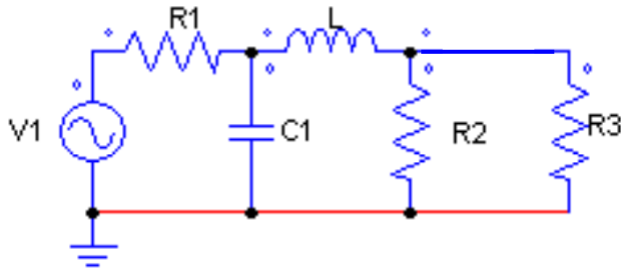
$$I_2 = 10\angle 0^\circ \cdot \frac{1\angle 0^\circ}{1 + 2 + 4j} = \frac{10\angle 0^\circ}{3 + 4j} = \frac{10\angle 0^\circ}{\sqrt{25}\angle 53.13^\circ} = 2\angle -53.13^\circ \text{ A}$$

$$V_{R_2} = I_2 Z_{R_2} = 2\angle -53.13^\circ \times 2\angle 0^\circ = 4\angle -53.13^\circ \text{ V}$$

$$V_{R_2} = 2.4 - 3.2j$$

$$V_c = 4 \cos(8t - 53.13^\circ) \text{ V}$$

Problema 9. Hallad $i(t)$ (corriente que genera V1) en el circuito inferior, sabiendo que $R1=0,5 \Omega$, $C1 =1 \text{ F}$, $L =1 \text{ H}$, $C2=0,5\text{F}$, $R2 =3\Omega$, $R3 =2\Omega$ y $V=12\cos(t+14)$



Asociamos las impedancias de derecha \rightarrow izquierda

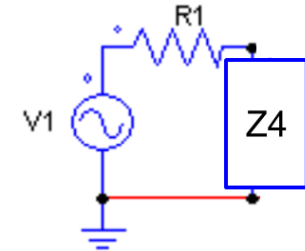
$$Z_1 = Z_{R3} + Z_{C2}$$

$$Z_2 = Z_1 \parallel Z_{R2}$$

$$Z_3 = Z_2 + Z_L$$

$$Z_4 = Z_3 \parallel Z_{C1}$$

$$Z_{total} = Z_4 + Z_{R1}$$



$$Z_1 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_2} = 2 + \frac{1}{j0,5} = 2 - 2j$$

$$Z_2 = \frac{R_2 Z_1}{R_2 + Z_1} = \frac{3(2 - 2j)}{3 + 2 - 2j} = \frac{6 - 6j}{5 - 2j} = \frac{(6 - 6j)(5 + 2j)}{(5 - 2j)(5 + 2j)} = \frac{30 + 12j - 30j + 12}{25 + 4} = \frac{42 - 18j}{29} = 1,45 - 0,621j$$

$$Z_3 = Z_2 + j\omega L = 1,45 - 0,621j + j = 1,45 + 0,379j$$

$$Z_4 = \frac{\frac{1}{j\omega C_1} Z_3}{\frac{1}{j\omega C_1} + Z_3} = \frac{\frac{1,45 + 0,379j}{j}}{\frac{1}{j} + 1,45 + 0,379j} = \frac{0,379 - 1,45j}{1,45 - 0,621j} = \frac{1,499 \angle -75,35^\circ}{1,577 \angle -23,18^\circ} = 0,95 \angle -52,17^\circ = 0,583 - 0,75j$$

$$Z_{total} = Z_4 + 0,5 = 1,083 - 0,75j = 1,32 \angle -34,70^\circ$$

$$I = \frac{V}{Z_{total}} = \frac{12 \angle 14^\circ}{1,083 - 0,75j} = 9,11 \angle 48,7^\circ \rightarrow i(t) = 9,11 \cos(t + 48,7^\circ)$$

Problema 10. Hallad la función de transferencia de un circuito RC, tomando la salida en bornes del condensador. Decir cuál es el límite de dicha función a frecuencia muy baja y a frecuencia muy alta.

Primero calculamos la corriente que circula por el circuito y después calculamos el voltaje en bornes del condensador:

$$I = \frac{V_{in}}{R + Z_C}$$

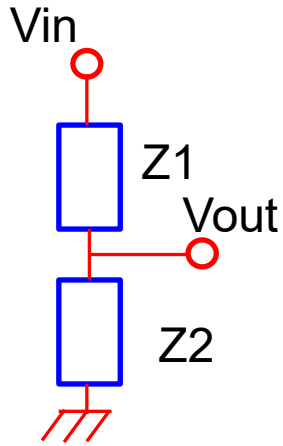
$$V_{out} = IZ_C = \frac{V_{in}Z_C}{R + Z_C} \rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Calculamos ahora los límites de esa función a baja y a alta frecuencia:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{1 + j\omega RC} = 1 = 1 \angle 0^\circ$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{-j}{\omega RC} = 0 \angle -90^\circ$$

Problema 11. Tenemos una fuente $V = 1\text{ V}$ conectada en serie con dos elementos $Z_1 = -2j$ y $Z_2 = 1 + 2j$. Hallad el voltaje que cae en Z_2 .

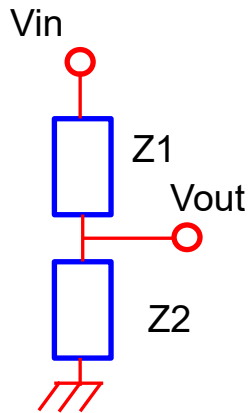


$$I = \frac{V}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{-2j + 1 + 2j} = 1$$

$$V_{Z_2} = IZ_2 = 1(1 + 2j) = 1 + 2j = \sqrt{5} \angle_{63}$$

Por divisor de tensión: $V_{Z_2} = \frac{V \times Z_2}{Z_1 + Z_2} = 1 \times \frac{1 + 2j}{1 + 2j - 2j} = 1 + 2j$

Problema 12. En el mismo circuito del problema 11 hallad Z_2 para que $V_2 = 7 - 3j$, sabiendo que $V_1 = 3 + j$ y que $Z_1 = -2j$.



Al estar en serie, sabiendo V_1 y $Z_1 \rightarrow I$

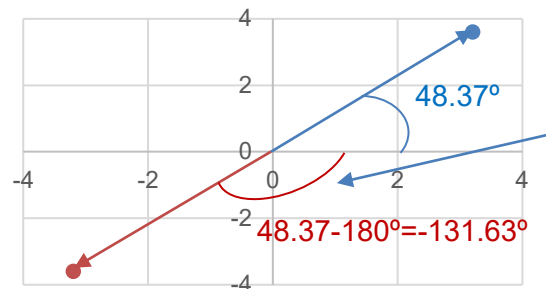
$$I = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{3 + j}{-2j} = 1,5j - 0,5$$

$$Z_2 = \frac{V_2}{I} = \frac{7 - 3j}{-0,5 + 1,5j} = \frac{(7 - 3j)(-0,5 - 1,5j)}{(-0,5 + 1,5j)(-0,5 - 1,5j)} = \frac{-3,5 + 1,5j - 10,5j - 4,5}{0,5^2 + 1,5^2} = \frac{-8 - 9j}{2,5} = -3,2 - 3,6j$$

Para pasar a forma fasorial:

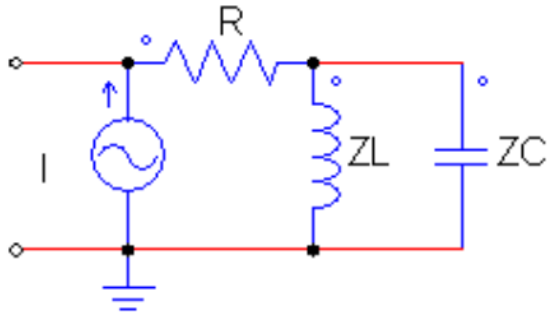
$$Z_2 = -3,2 - 3,6j = \sqrt{3,2^2 + 3,6^2} \angle \text{atan}\left(\frac{-3,6}{-3,2}\right) = 4,82 \angle -131,63^\circ$$

Cuidado al calcular el ángulo. Si hacemos $\text{atan}(3,6/3,2) \rightarrow$ el resultado es $48,37^\circ$. Sin embargo ese sería el ángulo si la parte real y la parte imaginaria fueran positivas:

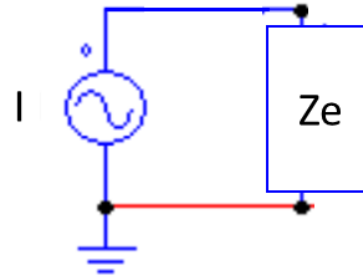


Para obtener este ángulo, restamos 180° al ángulo calculado: $48,37 - 180 = -131,63^\circ$ (sería lo mismo con $48,37 + 180 = 228,36^\circ$)

Problema 13. Hallad el circuito equivalente de Thévenin del circuito inferior. $R = 3 \Omega$, $Z_L = 2j$, $Z_C = -4j$, $I = 2 \angle 10^\circ \text{ A}$.



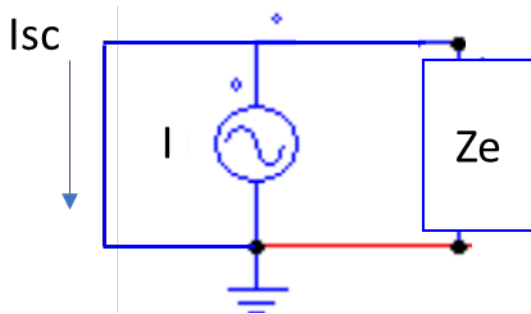
Simplificamos: $Z_1 = Z_L \parallel Z_C$ y $Z_e = Z_1 + Z_R$



$$Z_e = R + \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = 3 + \frac{2j(-4j)}{2j - 4j} = 3 + \frac{8}{-2j} = 3 + 4j = 5 \angle 53^\circ$$

$$V_{TH} = I Z_e = 2 \angle 10^\circ \times 5 \angle 43^\circ = 10 \angle 53^\circ \text{ V}$$

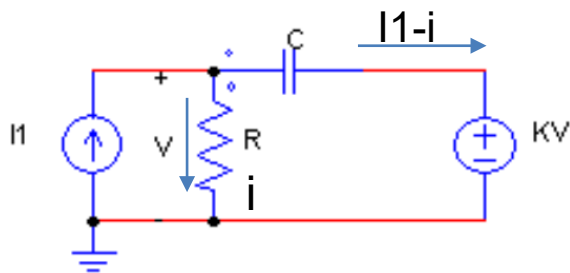
Si cortocircuitamos para obtener I_{sc} :



$$I_{SC} = I$$

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{SC}} = \frac{I Z_e}{I} = Z_e = 5 \angle 53^\circ \Omega$$

Problema 14. Hallad en el circuito inferior la corriente que circula por la resistencia. $R = 4 \Omega$, $C = 0,125 \text{ F}$, $I(t) = 3\cos 4t$, $K = 0,5$.



Fuente dependiente: KV , donde $V = V_R$.

$$V = Ri$$

Ec. Malla $V_R = V_C + KV$

$$Ri = (I_1 - i)Z_c + KV = I_1Z_c - iZ_c + KRi$$

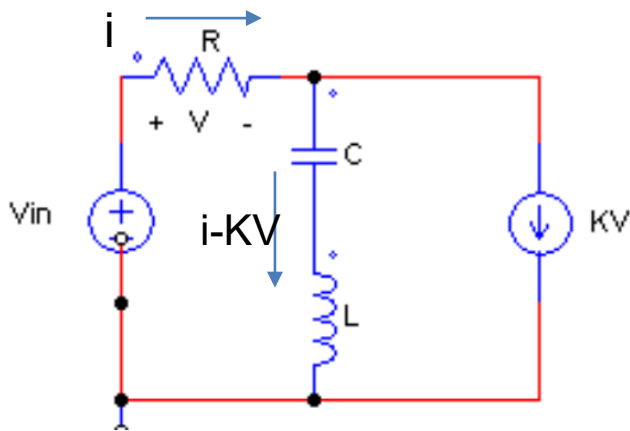
$$\Rightarrow i = \frac{I_1Z_c}{R - KR + Z_c}$$

$$I = 3\angle 0^\circ$$

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j4 \times 0,125} = -2j$$

$$\Rightarrow i = 3 \Big|_0 \frac{-2j}{4 - 2 - 2j} = 3 \Big|_0 \frac{-2j}{2 - 2j} = 3 \Big|_0 \frac{-j}{1 - j} = 3 \Big|_0 \frac{1 \Big|_{-90}}{\sqrt{2} \Big|_{-45}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Big|_{-45} = 2,43 \cos(4t - 45)$$

Problema 15. Hallar la corriente que genera la fuente de tensión en el circuito inferior. $R=1 \Omega$, $C= 1F$, $L=1 H$, $K=1,5$, $V_{in} = 4\cos 3t$



La fuente depende de V_R : $V_R = IR = I$

Malla: $V_{in} - V_R - V_C - V_L = 0$

$$V_{in} - RI - (I - 1,5V)Z_C - (I - 1,5V)Z_L = 0$$

$$V_{in} - I - (I - 1,5I)(Z_C + Z_L) = 0$$

$$Z_C + Z_L = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = \frac{1}{j3 \times 1} + j3 \times 1 = -\frac{j}{3} + \frac{9j}{3} = \frac{8j}{3}$$

$$V_{in} - I + 0,5I(j\frac{8}{3}) = 0$$

$$V_{in} + I(-1 + \frac{4}{3}j) = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{V_{in}}{1 - \frac{4}{3}j} = \frac{4|_0}{1,7|_{-53}} = 2,35|_{53}$$

Tema 2. Sistemas Trifásica

Problema 1. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia en la carga $Z=8+6j \Omega$ y un módulo de la tensión de línea $U_L=380V$. Calcula las corrientes de fase y las corrientes de línea.

Sol: $I_1=I_R=21.9\angle-36.9^\circ$ A, $I_2=I_S=21.9\angle-156.9^\circ$ A, $I_3=I_T=21.9\angle83.1^\circ$ A

Problema 2. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea $Z_L = 1\Omega$, impedancia en la carga $Z=3+3j \Omega$, impedancia en el hilo neutro $Z_N = 3\Omega$ y un módulo de la tensión de fase $U_F=100V$. Calcula las corrientes de línea.

Sol: $I_R=20\angle-36.9^\circ$, $I_S=20\angle-156.9^\circ$, $I_T=20\angle83.1^\circ$

Problema 3. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea $Z_L = 1+2j\Omega$, impedancia en la carga $Z=38/\sqrt{3}\angle45^\circ \Omega$, impedancia en el hilo neutro $Z_N = 1+2j\Omega$ y la tensión en la carga $U_{R'N'}=380/\sqrt{3}\angle0^\circ$ V. Calcula las corrientes de línea, tensiones de fase y tensiones de línea.

Sol: $I_R=10\angle-45^\circ$, $I_S=10\angle-165^\circ$, $I_T=10\angle75^\circ$; $U_{RN}=240.7\angle1.7^\circ$, $U_{SN}=240.7\angle-118.3^\circ$,
 $U_{TN}=240.7\angle121.7^\circ$; $U_{RS}=416.9\angle31.7^\circ$, $U_{ST}=416.9\angle-88.3^\circ$, $U_{TR}=416.9\angle151.7^\circ$;

Problema 4. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea $Z_L = 1+j\Omega$, impedancia en la carga $Z=10+10j \Omega$, impedancia en el hilo neutro $Z_N = 1+j\Omega$ y el módulo de la tensión de línea $U_L=380V$. Calcula las corrientes de línea y las tensiones en la carga.

Sol: $I_R=14.1\angle-45^\circ$, $I_S=14.1\angle-165^\circ$, $I_T=14.1\angle75^\circ$; $U_{R'N'}=200\angle0^\circ$, $U_{S'N'} = 200\angle-120^\circ$,
 $U_{T'N'}=200\angle120^\circ$;

Problema 5. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- Δ tiene una impedancia en la carga $Z=6+8j \Omega$ y el módulo de la tensión de línea $U_L=380V$. Calcula las corrientes de línea y las corrientes de fase en la carga.

Sol: $I_1=38\angle-23.13^\circ$, $I_2=38\angle-143.13^\circ$, $I_3=38\angle96.87^\circ$; $I_R=65.82\angle-53.13^\circ$, $I_S=65.82\angle-173.13^\circ$,
 $I_T=65.82\angle66.87^\circ$;

Problema 6. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- Δ tiene una impedancia en la carga $Z=5\angle45^\circ \Omega$ y el valor eficaz de la tensión de línea $U_{L\text{eff}}=120V$. Calcula las corrientes de línea y las corrientes de fase en la carga.

Sol: $I_1=24\angle-15$, $I_2=24\angle-135$, $I_3=24\angle105^\circ$; $I_R=41.5\angle-45^\circ$, $I_S=41.5\angle-165^\circ$, $I_T=41.5\angle75^\circ$;

Problema 7. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- Δ tiene una impedancia en la carga $Z=30\angle 30^\circ \Omega$ y el módulo de la tensión de fase $U_F=300V$. Obtener:

- El equivalente en estrella de la carga
- El circuito monofásico equivalente
- Las tensiones de línea
- Las corrientes de línea

Sol: a) $Z_Y=10\angle 30^\circ \Omega$, c) $U_{AB}=519.6\angle 30^\circ V$, $U_{BC}=519.6\angle -90^\circ V$, $U_{CA}=519.6\angle 150^\circ V$
d) $I_A=30\angle -30^\circ A$, $I_B=30\angle -150^\circ A$, $I_C=30\angle 90^\circ A$

Problema 8. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene el módulo de la tensión de línea $U_L=200 V$, una potencia activa total $P=900W$ y un FP $\cos\phi=0.9$. Obtener la corriente de línea y la impedancia en la fase. La impedancia en la línea se supone cero.

Sol: $I_L = I_F=2.89 A$; $Z=40\angle 25.8^\circ \Omega$.

Problema 9. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene el módulo de la tensión de línea $U_L=220 V$ y una impedancia en la carga $Z=3+4j \Omega$. Calcular las potencias aparente S , activa P y reactiva Q total en las cargas y el factor de potencia.

Sol: $S=9680 VA$, $P=5808 W$, $Q=7744 VAR$, $\cos\phi=0.6$.

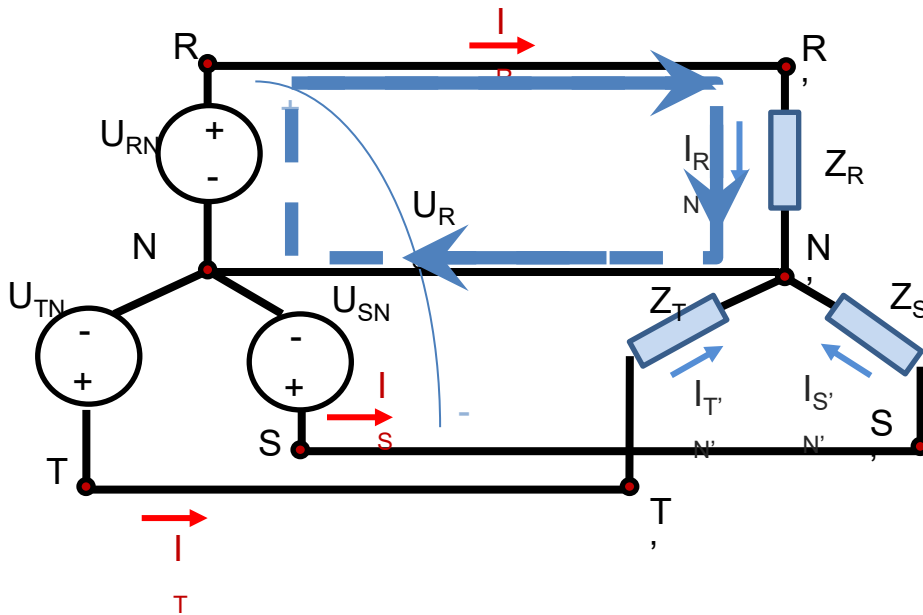
Problema 10. Un sistema trifásico equilibrado de 20 kV de línea conectado en estrella alimenta una instalación que dispone de una carga conectada en **estrella** de 100 kVA de potencia aparente con factor de potencia 0,95 capacitivo. Calcular el valor de la carga, el módulo de la corriente de línea y de fase y la potencia activa y reactiva total en la carga.

Sol: $Z=4\angle-18.19^\circ \text{ k}\Omega$, $I_L = I_F=2.89 \text{ A}$; $P=95 \text{ kW}$, $Q= -31.22 \text{ kVAr}$.

Problema 11. Un sistema trifásico equilibrado de 20 kV de línea conectado en estrella alimenta una instalación que dispone de una carga conectada en **triángulo** de 100 kVA de potencia aparente con factor de potencia 0,95 capacitivo. Calcular el valor de la carga, el módulo de la corriente de línea y de fase y la potencia activa y reactiva total en la carga.

Sol: $Z=12\angle-18.19^\circ \text{ k}\Omega$, $I_L =2.89 \text{ A}$; $I_F=1.67 \text{ A}$; $P=95 \text{ kW}$, $Q= -31.22 \text{ kVAr}$,

Problema 1. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia en la carga $Z=8+6j \Omega$ y un módulo de la tensión de línea $U_L=380V$. Calcula las corrientes de fase y las corrientes de línea.



$$\begin{aligned}
 U_L &\longrightarrow U_{RS}, U_{ST}, \\
 U_F &\longrightarrow U_{RN}^{TR}, U_{SN}^{TR}, \\
 &U_{TN}
 \end{aligned}$$

$$U_F = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \longrightarrow \begin{aligned}
 U_{RN} &= U_F | 0^\circ \\
 U_{SN} &= U_F | -120^\circ \\
 U_{TN} &= U_F | 120^\circ
 \end{aligned}$$

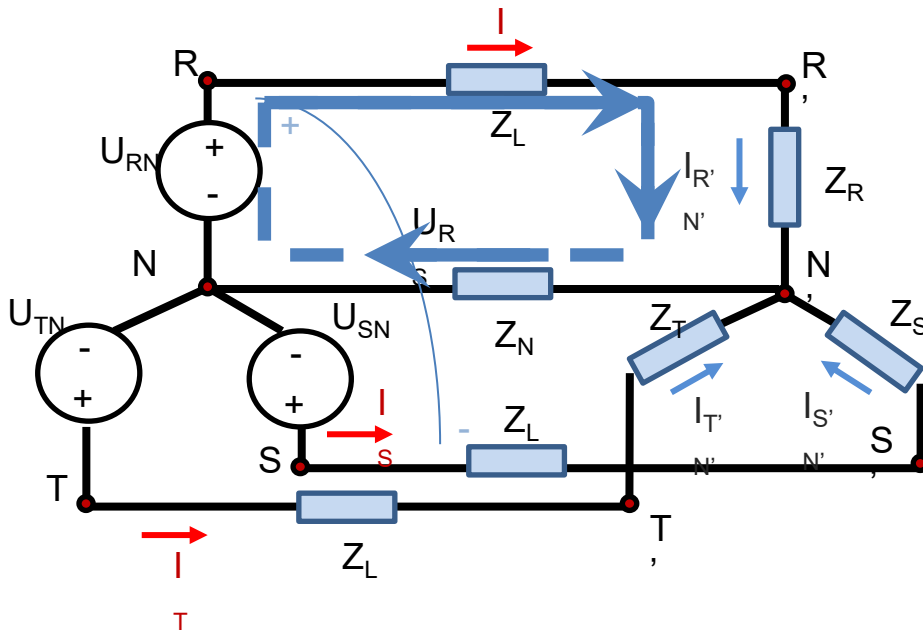
$$Z_Y = 8 + 6j = 10 | 36,86^\circ$$

$$I_F = I_L = \frac{V_F}{Z_Y} \longrightarrow I_R = \frac{380}{\sqrt{3} 10 | 36,86^\circ} = 21,93 | -36,86^\circ$$

$$\longrightarrow I_S = 21,93 | -36,86^\circ - 120^\circ = -156,81^\circ$$

$$\longrightarrow I_T = 21,93 | -36,86^\circ + 120^\circ = 83,1^\circ$$

Problema 2. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea $Z_L = 1\Omega$, impedancia en la carga $Z = 3 + 3j\Omega$, impedancia en el hilo neutro $Z_N = 3\Omega$ y un módulo de la tensión de fase $U_F = 100V$. Calcula las corrientes de línea.



$$Z_L = 1\Omega$$

$$Z_Y = 3 + 3j$$

$$Z_T = Z_Y + Z_L = 4 + 3j = 5|36,9^\circ\Omega$$

$$U_{RN} = 100V|0^\circ$$

$$U_{SN} = 100V|120^\circ$$

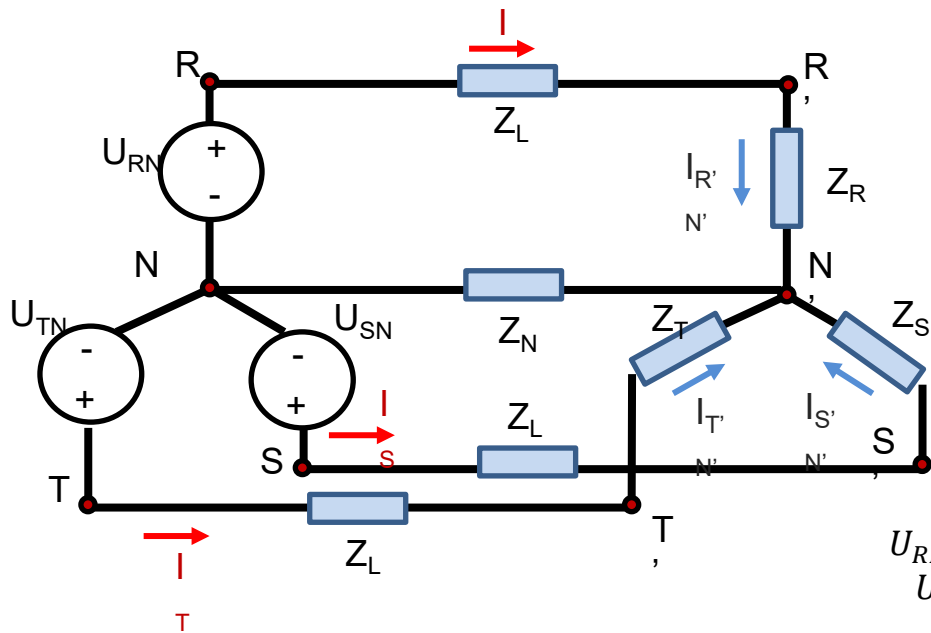
$$U_{TN} = 100V|-120^\circ$$

$$I_R = \frac{V_{RN}}{Z_T} = 20|-36,9^\circ$$

$$I_S = \frac{V_{SN}}{Z_T} = 20|-156,9^\circ$$

$$I_T = \frac{V_{TN}}{Z_T} = 20|83,1^\circ$$

Problema 3. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea $Z_L = 1 + 2j\Omega$, impedancia en la carga $Z = 38/\sqrt{3}\angle 45^\circ \Omega$, impedancia en el hilo neutro $Z_N = 1 + 2j\Omega$ y la tensión en la carga $U_{R'N'} = 380/\sqrt{3}\angle 0^\circ \text{ V}$. Calcula las corrientes de línea, tensiones de fase y tensiones de línea.



$$Z_Y = 38/\sqrt{3}\angle 45^\circ \Omega = 38/\sqrt{3} (\cos 45^\circ + j \sin 45^\circ)$$

$$Z_Y = 15,5 + j15,5 \Omega$$

$$Z_T = Z_L + Z_Y = 16,5 + j17,5 \Omega$$

$$I_R = \frac{U_{R'N'}}{Z_Y} = 10 \angle -45^\circ$$

$$I_S = \frac{U_{S'N'}}{Z_Y} = 10 \angle -165^\circ$$

$$I_T = \frac{U_{T'N'}}{Z_Y} = 10 \angle 75^\circ$$

$$U_{RN} = I_R Z_T = 240 \angle 17^\circ \Omega$$

$$U_{SN} = 240 \angle -118.3^\circ \Omega$$

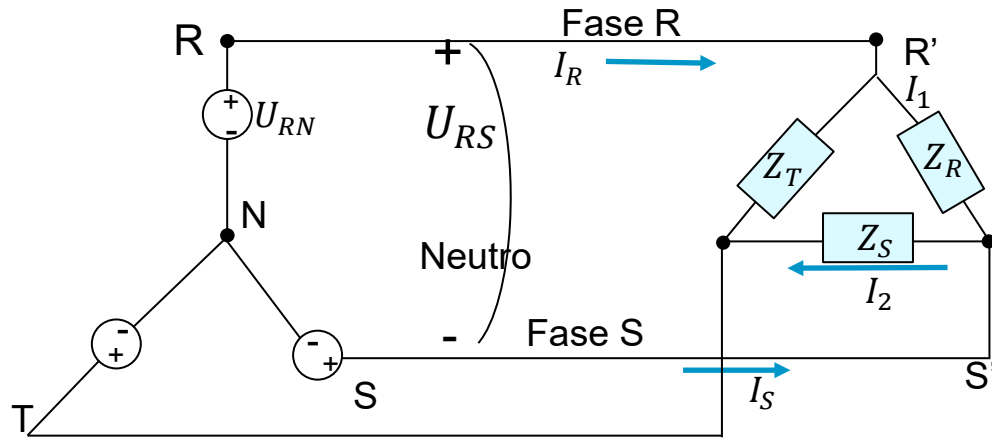
$$U_{TN} = 240 \angle 121.7^\circ \Omega$$

$$U_{RS} = U_{RN} \sqrt{3} \angle 30^\circ = 415 \angle 31.7^\circ \Omega$$

$$U_{ST} = 415 \angle -88^\circ \Omega$$

$$U_{TN} = 415 \angle 151.7^\circ \Omega$$

Problema 5. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- Δ tiene una impedancia en la carga $Z=6+8j \Omega$ y el módulo de la tensión de línea $U_L=380V$. Calcula las corrientes de línea y las corrientes de fase en la carga.



$$Z=6+8j=\sqrt{64+36}\angle\text{atan}\left(\frac{6}{8}\right)=10\angle 53.13^\circ$$

$$U_L=380V\Rightarrow U_{RN}=380/\sqrt{3}\angle 0^\circ V$$

$$U_{RS}=380\angle 30^\circ$$

Tensiones de línea:

$$U_{ST}=380\angle -90^\circ V;$$

$$U_{TR}=380\angle 150^\circ V;$$

$$I_R=\sqrt{3}I_1e^{-j30}$$

Corrientes: Sistema Y- $\Delta \rightarrow I_S=\sqrt{3}I_2e^{-j30}$

$$I_T=\sqrt{3}I_3e^{-j30}$$

Corrientes de fase:

$$I_1=\frac{U_{R'S'}}{Z_R}=\frac{380\angle 30}{10\angle 53.13^\circ}=38\angle -23.13^\circ A$$

$$I_2=\frac{U_{S'T'}}{Z_S}=38\angle -143.13^\circ A$$

$$I_3=\frac{U_{T'R'}}{Z_T}=38\angle 96.87^\circ A$$

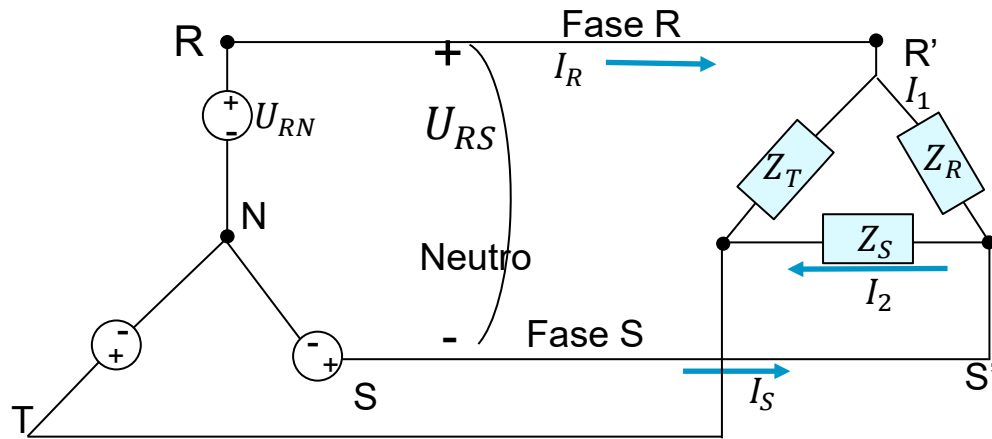
Corrientes de línea:

$$I_R=I_1\sqrt{3}e^{-j30^\circ}=38\sqrt{3}\angle -23.13-30^\circ A=65.82\angle -53.13^\circ A$$

$$I_S=65.82\angle -173.13^\circ A$$

$$I_T=65.82\angle 66.87^\circ A$$

Problema 6. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- Δ tiene una impedancia en la carga $Z=5\angle 45^\circ \Omega$ y el valor eficaz de la tensión de línea $U_{Leff}=120V$. Calcula las corrientes de línea y las corrientes de fase en la carga.



$$U_{Leff} = 120 \text{ V}$$

Tensiones de línea (eficaces):

$$U_{RS} = 120\angle 30^\circ \text{ V};$$

$$U_{ST} = 120\angle -90^\circ \text{ V};$$

$$U_{TR} = 120\angle 150^\circ \text{ V};$$

$$I_R = \sqrt{3}I_1e^{-j30}$$

Corrientes: Sistema Y- $\Delta \rightarrow I_S = \sqrt{3}I_2e^{-j30}$

$$I_T = \sqrt{3}I_3e^{-j30}$$

Corrientes de fase eficaces:

$$I_1 = \frac{U_{R'S'}}{Z_R} = \frac{120\angle 30}{5\angle 45^\circ} = 24\angle -15^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{S'T'}}{Z_S} = 24\angle -135^\circ \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{T'R'}}{Z_T} = 24\angle 105^\circ \text{ A}$$

Corrientes de línea eficaces:

$$I_R = I_1\sqrt{3}e^{-j30^\circ} = 24\sqrt{3}\angle -15 - 30^\circ \text{ A} = 41.5\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_S = 41.5\angle -165^\circ \text{ A}$$

$$I_T = 41.5\angle 75^\circ \text{ A}$$

Corrientes de línea (amplitud):

$$I_1\sqrt{2} = 24\sqrt{2}\angle -15^\circ \text{ A} = 33.94\angle -15^\circ \text{ A}$$

Problema 7. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- Δ tiene una impedancia en la carga $Z=30\angle 30^\circ \Omega$ y el módulo de la tensión de fase $U_F=300V$. Obtener: a) El equivalente en estrella de la carga b) El circuito monofásico equivalente c) Las tensiones de línea d) Las corrientes de línea.

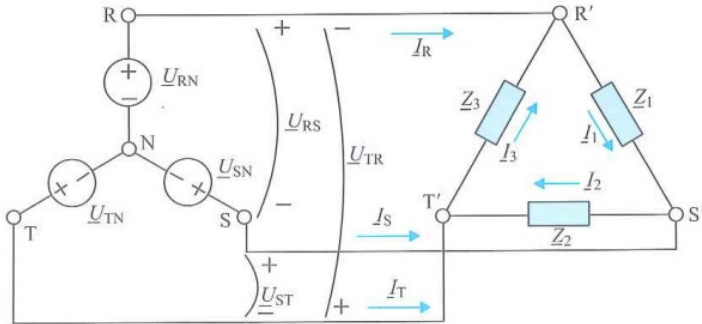
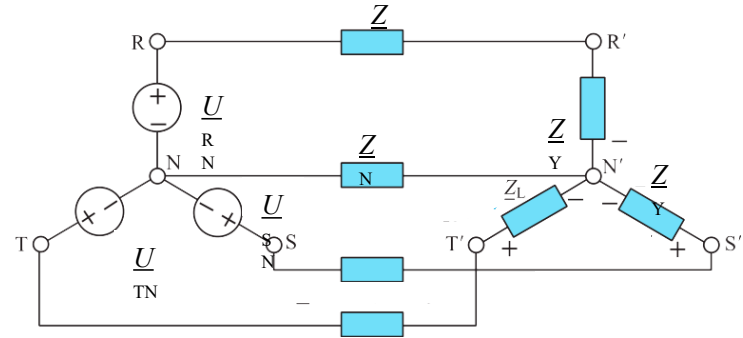
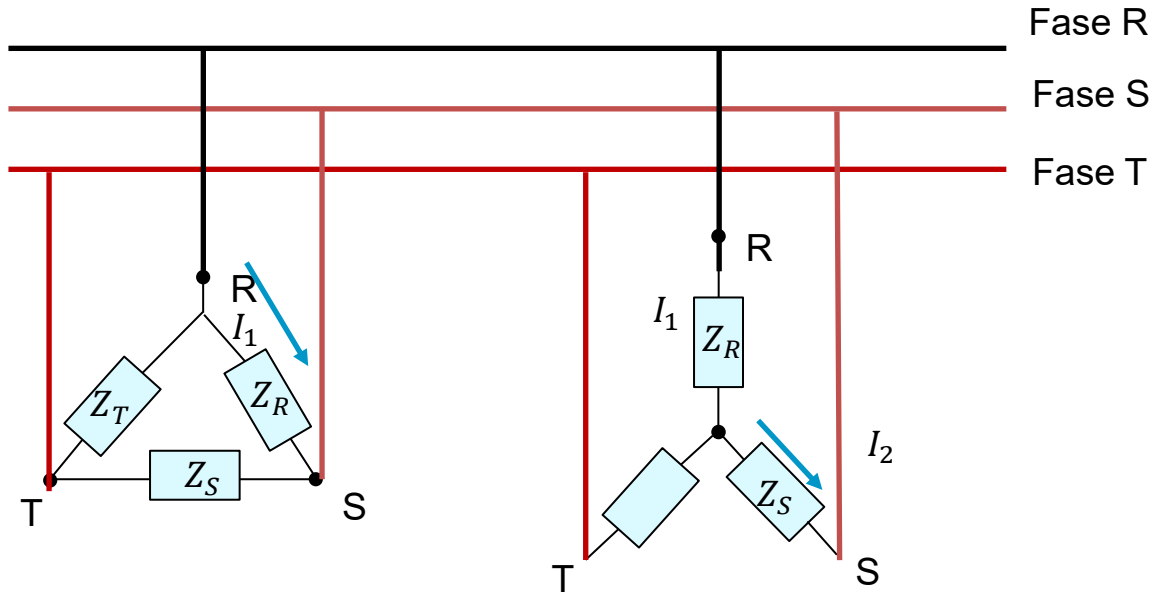


Figura 3.18 Carga equilibrada conectada en triángulo





$$Z_{RS_{\Delta}} = Z_R \parallel (Z_T + Z_S) = \frac{Z_R \times (Z_T + Z_S)}{Z_R + Z_T + Z_S} = \frac{2Z_{\Delta}^2}{3Z_{\Delta}} = \frac{2}{3}Z_{\Delta}$$

$$Z_{RS_Y} = Z_R + Z_S = 2Z_Y$$

$$\frac{2}{3}Z_{\Delta} = 2Z_Y \rightarrow Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

Problema 7.

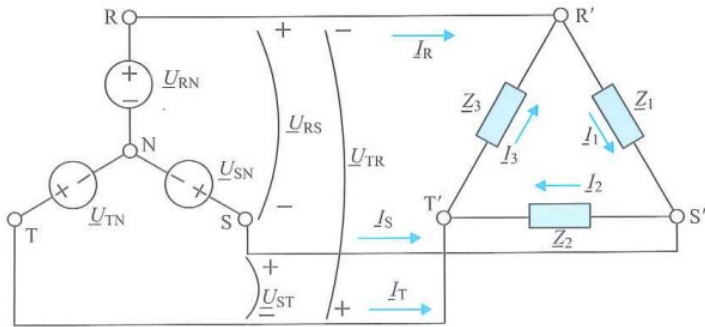
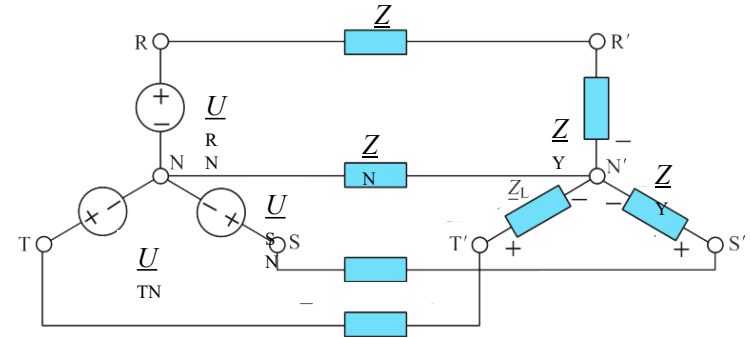


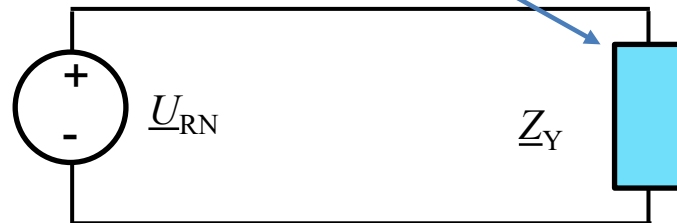
Figura 3.18 Carga equilibrada conectada en triángulo

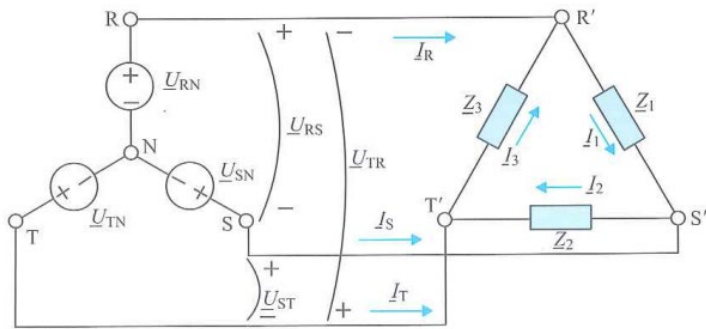


$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} \quad Z_\Delta = 30 \angle 30^\circ \rightarrow Z_Y = 10 \angle 30^\circ$$

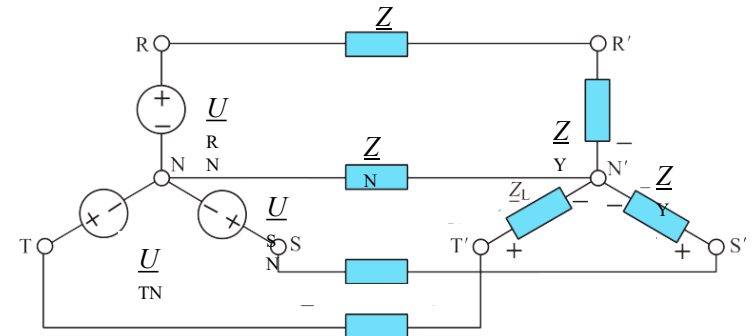
$$U_F = 300V$$

b) Monofásico equivalente:





$$Z_{\Delta} = 30 \angle 30^{\circ}$$



$$Z_Y = 10 \angle 30^{\circ}$$

c) Tensiones de línea ($U_F=300$ V).

Las tensiones de líneas de ambos circuitos son las mismas: $U_L = \sqrt{3}U_F = 519.61$ V

Tomando U_{RN} como referencia: $U_{RN}=300 \angle 0^{\circ} \rightarrow U_{RS}=519.61 \angle 30^{\circ}$; $U_{ST}=519.61 \angle -90^{\circ}$; $U_{TR}=519.61 \angle 150^{\circ}$

d) Las corrientes de línea son iguales en ambos circuitos:

$$\text{En estrella } I_L = I_F \rightarrow I_R = I_1 = \frac{U_{RN}}{Z_Y} = \frac{300 \angle 0^{\circ}}{10 \angle 30^{\circ}} = 30 \angle -30^{\circ} \text{ A}$$

$$\text{En triángulo } I_1 = \frac{U_{RS}}{Z_{\Delta}} = \frac{300\sqrt{3} \angle 30^{\circ}}{30 \angle 30^{\circ}} =$$

$$10\sqrt{3} \angle 0^{\circ} \text{ A} \rightarrow I_R = I_1 \sqrt{3} e^{-j30} = 10\sqrt{3} \angle 0^{\circ} \sqrt{3} \angle -30 = 30 \angle -30^{\circ} \text{ A}$$

$$I_S = 30 \angle -150^{\circ} \text{ A}; I_T = 30 \angle 90^{\circ} \text{ A}$$

Problema 8. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene el módulo de la tensión de línea $U_L=200$ V (eficaz), una potencia activa total $P=900$ W y un FP $\cos\varphi=0.9$. Obtener la corriente de línea y la impedancia en la fase. La impedancia en la línea se supone cero.

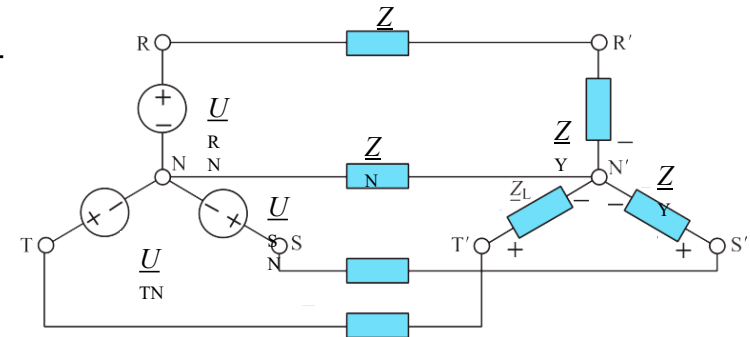
$$P = 3U_F I_F \cos \varphi [W] \quad U_L = 200 \rightarrow U_F = 200/\sqrt{3}$$

$$900 = 3 \frac{200}{\sqrt{3}} I_F 0.9 \rightarrow I_F = \frac{900}{\sqrt{3} \times 200 \times 0.9} = 2.89 \text{ A}$$

A partir de ec. de línea:

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi \rightarrow 900 = \sqrt{3} \times 200 \times I_L \times 0.9 \rightarrow I_L = \frac{900}{\sqrt{3} \times 200 \times 0.9}$$

$$\left. \begin{aligned}
 Y - Y \rightarrow U_F &= I_F |Z| \rightarrow |Z| = \frac{U_F}{I_F} = \frac{200/\sqrt{3}}{2.89} = 40 \Omega \\
 \cos \varphi &= 0.9 \rightarrow \varphi = \arccos(0.9) = 25.8^\circ
 \end{aligned} \right\} Z = 40 \angle 25.8^\circ \Omega$$



Problema 9. Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene el módulo de la tensión de línea $U_L=220$ V y una impedancia en la carga $Z=3+4j$ Ω . Calcular las potencias aparente S , activa P y reactiva Q total en las cargas y el factor de potencia.

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi$$

$$U_L = 220 \rightarrow U_F = 220/\sqrt{3}$$

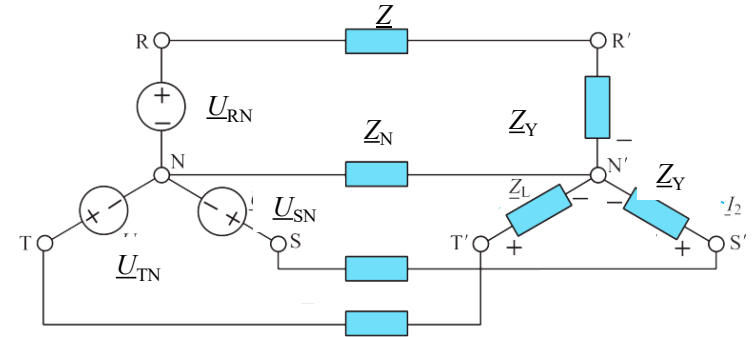
$$I_R = I_1 = \frac{U_{RN}}{Z} = \frac{220/\sqrt{3} \angle 0}{5 \angle 53.13} = \frac{44}{\sqrt{3}} \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} \times 220 \times \frac{44}{\sqrt{3}} \cos \varphi = 9680 \times \frac{3}{\sqrt{9+16}} = 5808 \text{ W}$$

$$Z = 3 + 4j \Omega \rightarrow \cos \varphi = \frac{Z'}{|Z|}$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = 5808 \times \frac{\sqrt{9+16}}{3} = 9680 \text{ [VA]}$$

$$Q = S \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = 7744 \text{ [VAr]}$$



Problema 10. Un sistema trifásico equilibrado de 20 kV de línea conectado en estrella alimenta una instalación que dispone de una carga conectada en estrella de 100 kVA de potencia aparente con factor de potencia 0,95 capacitivo. Calcular el valor de la carga, el módulo de la corriente de línea y de fase y la potencia activa y reactiva total en la carga.

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi$$

$$U_L = 20 \text{ kV}$$

$$S = 100 \text{ kVA} = \sqrt{3}U_L I_L \rightarrow I_L = \frac{100}{20\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \left[\frac{\text{kVA}}{\text{kV}} = \text{A} \right]$$

$$U_F = I_F Z \rightarrow Z = \frac{U_F}{I_F} = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 5} = 4 \left[\frac{\text{kV}}{\text{A}} = \text{k}\Omega \right]$$

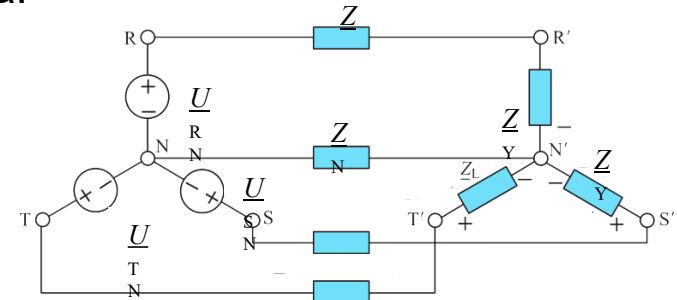
$$Z = 4 \angle -18.19^\circ \text{ k}\Omega$$

$$fp = 0.95 = \cos \varphi \rightarrow \varphi = \arccos(0.95) = 18.19^\circ; \text{capacitivo} \rightarrow \varphi = -18.19^\circ$$

$$P = S \cos \varphi = 100 \times 0.95 = 95 \text{ kW}$$

$$Q = S \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 95^2} = 31.22 \rightarrow Q = -31.22 \text{ kVAr}$$

capacitivo



Problema 11. Un sistema trifásico equilibrado de 20 kV de línea conectado en estrella alimenta una instalación que dispone de una carga conectada en triángulo de 100 kVA de potencia aparente con factor de potencia 0,95 capacitivo. Calcular el valor de la carga, el módulo de la corriente de línea y de fase y la potencia activa y reactiva total en la carga.

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi$$

$$U_L = 20 \text{ kV}$$

$$S = 100 \text{ kVA} = \sqrt{3}U_L I_L \rightarrow I_L = \frac{100}{20\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \left[\frac{\text{kVA}}{\text{kV}} = \text{A} \right]$$

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{5/\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1.67 \text{ A}$$

$$U_{RS} = I_F Z \rightarrow |Z| = \frac{U_L}{I_F} = \frac{20}{5/3} = 12 \left[\frac{\text{kV}}{\text{A}} = \text{k}\Omega \right]$$

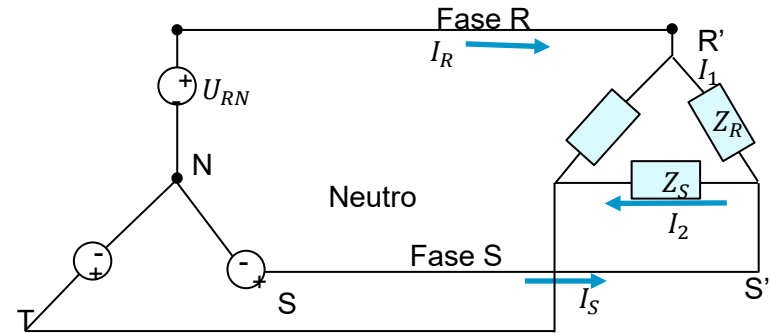
$$Z = 12 \angle -18.19^\circ \text{ k}\Omega$$

$$fp = 0.95 = \cos \varphi \rightarrow \varphi = \arccos(0.95) = 18.19^\circ; \text{capacitivo} \rightarrow \varphi = -18.19^\circ$$

$$P = S \cos \varphi = 100 \times 0.95 = 95 \text{ kW}$$

capacitivo

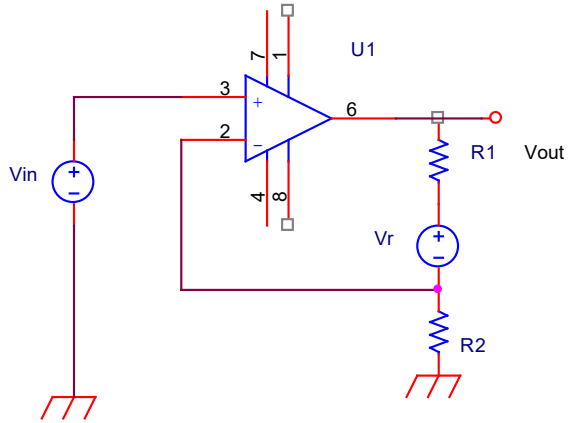
$$Q = S \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 95^2} = 31.22 \rightarrow Q = -31.22 \text{ kVAr}$$



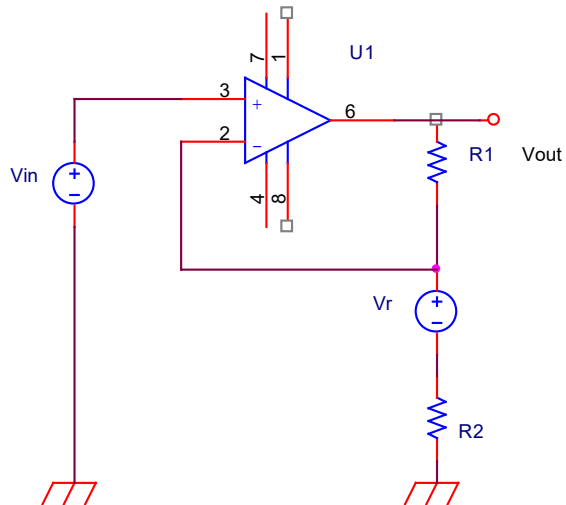
Bloque 2. Electrónica Analógica: Electrónica de semiconductores

Tema 4. Amplificador Operacional (A. O.)

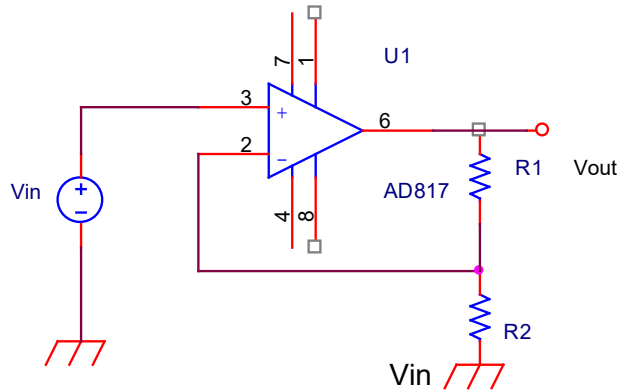
Problema 1. Hallar la función de transferencia del circuito (V_{out} vs. V_{in}).



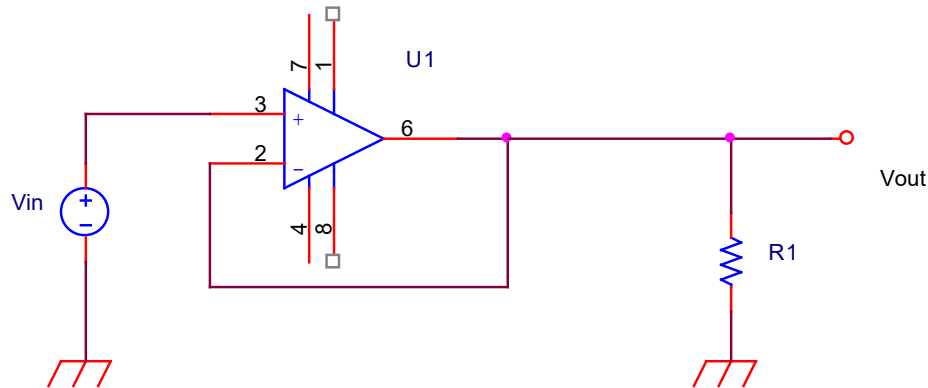
Problema 2. Hallar la función de transferencia del circuito (v_{out} vs. v_{in}).



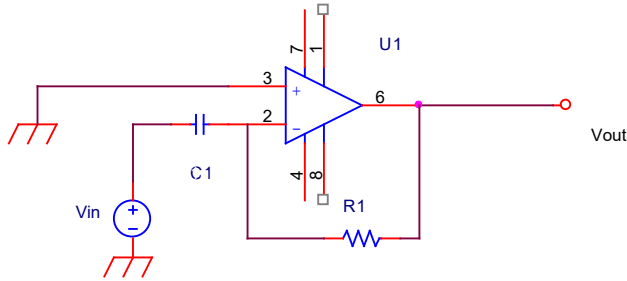
Problema 3. Hallar la función de transferencia del circuito (v_{out} vs. v_{in}).



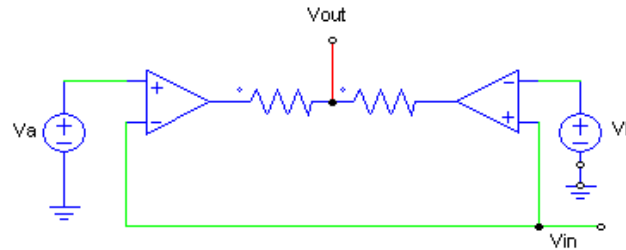
Problema 4 Suponiendo que el AO de la figura tiene una ganancia en lazo abierto $A=2 \cdot 10^5$ hallar v_{out} sabiendo que $v_{in} = 3V$. Hallar la corriente que pasa por R_1 si ésta vale $10\text{ k}\Omega$.



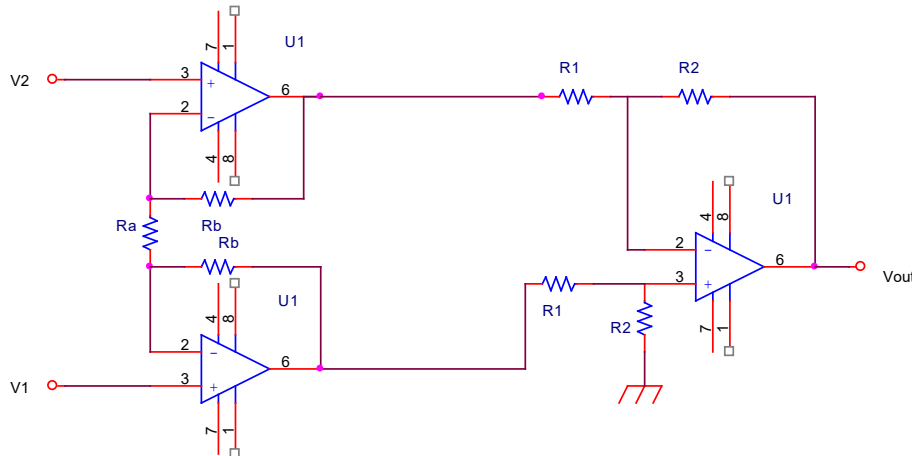
Problema 5. Hallar la función de transferencia del circuito de la figura (v_{out} vs. v_{in}).



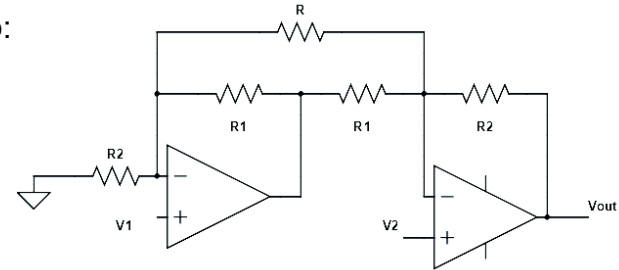
Problema 6. El circuito de la figura es un detector de rango de voltaje. Hallar la función de transferencia del mismo si los voltajes de saturación son +15 V y -15 V. $V_a = -4$ V y $V_b = 8$ V.



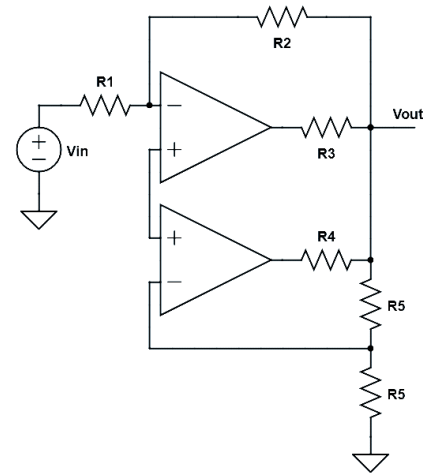
Problema 7. El circuito de la figura es un amplificador de instrumentación. Hallar su función de transferencia.



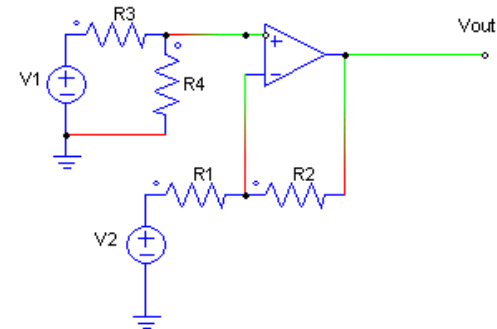
Problema 8. Hallar la función de transferencia del siguiente circuito:



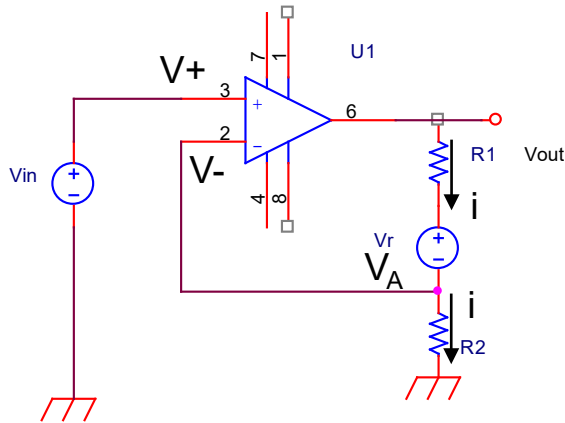
Problema 9. Hallar la función de transferencia del del siguiente circuito:



Problema 10. Hallar V_{out} en función de V_1 , V_2 , y las resistencias del circuito.



Problema 1. Hallar la función de transferencia del circuito (V_{out} vs. V_{in}).



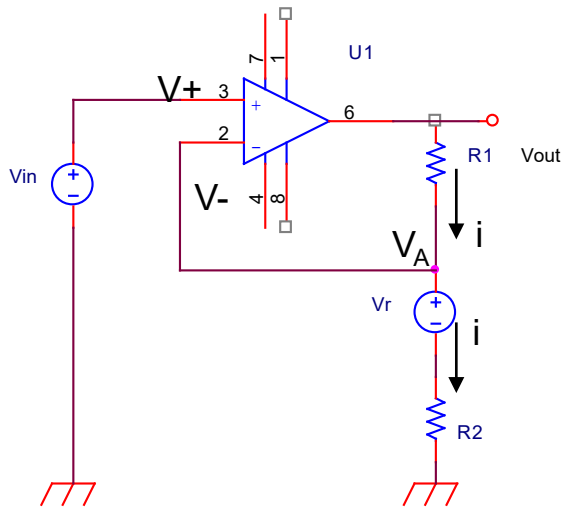
Teniendo en cuenta que no hay corrientes de entrada al AO y que el voltaje en las dos entradas es igual, aplicamos las leyes de Kirchhoff en la malla de entrada y en la de salida (llamamos i a la corriente que pasa por las resistencias).

$$V_+ = V_{in} \rightarrow V_- = V_{in} \rightarrow V_A = V_{in}$$

$$V_{in} = iR_2 \rightarrow i = \frac{V_{in}}{R_2}$$

$$V_{out} = V_{R2} + V_r + V_{R1} = iR_2 + V_r + iR_1 \rightarrow V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r$$

Problema 2. Hallar la función de transferencia del circuito (vout vs. vin).



El voltaje en las dos entradas (V_+ , V_-) es el mismo
 La corriente de entrada es nula

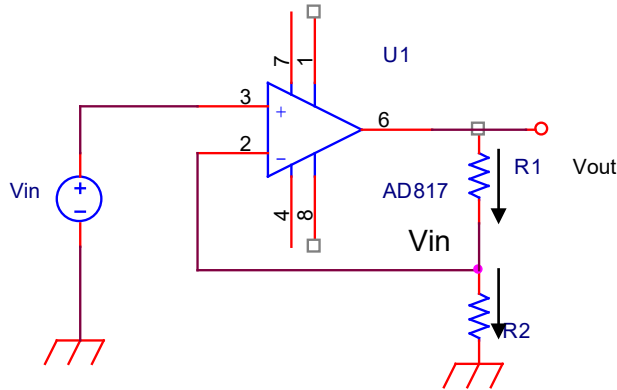
$$V_+ = V_{in} \rightarrow V_- = V_{in} \rightarrow V_A = V_{in}$$

$$V_{in} = V_r + iR_2 \rightarrow i = \frac{V_{in} - V_r}{R_2}$$

$$V_{out} = V_{R2} + V_r + V_{R1} = iR_2 + V_r + iR_1 \rightarrow V_{out} = \frac{V_{in} - V_r}{R_2} R_2 + V_r + \frac{V_{in} - V_r}{R_2} R_1$$

$$V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r \left(1 - \frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r \left(\frac{R_1}{R_2} \right)$$

Problema 3. Hallar la función de transferencia del circuito (v_{out} vs. v_{in}).

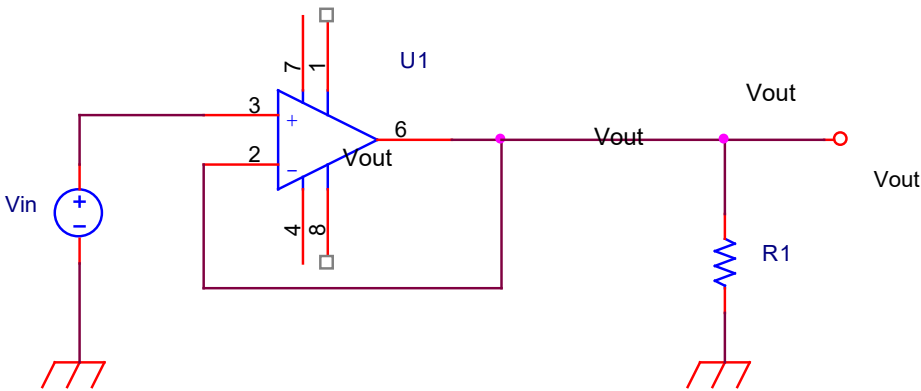


Llamando i a la corriente que circula por las resistencias:

$$v_+ = v_- \Rightarrow V_{in} = iR_2 \Rightarrow i = \frac{V_{in}}{R_2}$$

$$V_{out} = iR_1 + iR_2 \Rightarrow V_{out} = \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} V_{in}$$

Problema 4 Suponiendo que el AO de la figura tiene una ganancia en lazo abierto $A=2 \cdot 10^5$ hallar v_{out} sabiendo que $v_{in} = 3V$. Hallar la corriente que pasa por R_1 si ésta vale $10\text{ k}\Omega$.



$$V_{out} = A(v_+ - v_-) = A(V_{in} - V_{out}) \Rightarrow V_{out}(1 + A) = AV_{in}$$

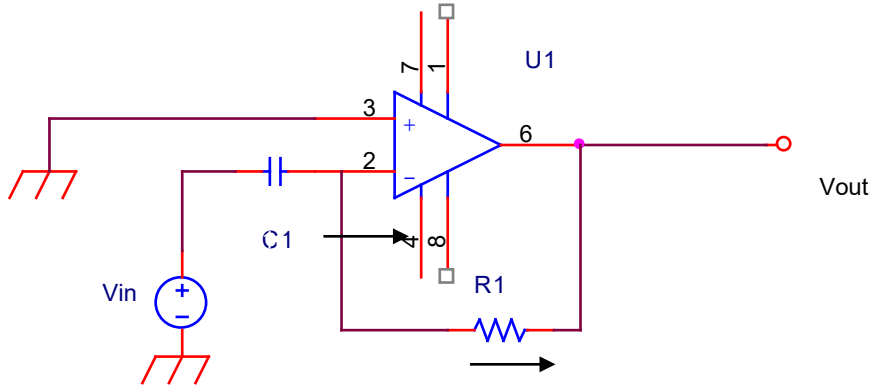
$$\Rightarrow V_{out} = \frac{A}{1 + A} V_{in}$$

$$V_{out} = \frac{2 \times 10^5}{1 + 2 \times 10^5} V_{in} \approx V_{in} = 3V$$

$$I = \frac{V_{out}}{R_1} = \frac{3V}{10\text{ k}\Omega} = 0.3\text{ mA}$$

0.999995

Problema 5. Hallar la función de transferencia del circuito de la figura (v_{out} vs. v_{in}).



$$v_+ = v_- = 0$$

$$i_c = i_{R1} \rightarrow \frac{V_{in} - 0}{Z_c} = \frac{0 - V_{out}}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R}{Z_c} = -\frac{R}{\frac{1}{j\omega C}} = -j\omega RC$$

Otra forma más genérica de resolverlo

$$V_{out} = 0 - V_R = -iR = -RC \frac{dv_c}{dt}$$

\uparrow
 $i_c = C \frac{dv_c}{dt}$

Circuito integrador

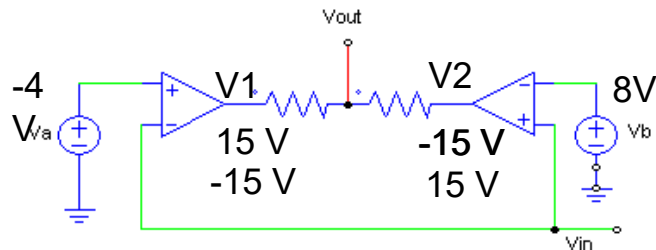
$$v_c = V_{in}$$

$$\downarrow \frac{dv_c}{dt}$$

$$si V_{in} = V_o e^{j\omega t} \rightarrow \frac{dv_c}{dt} = j\omega V_o e^{j\omega t} = j\omega V_{in}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{RCj\omega V_{in}}{V_{in}} = -j\omega RC$$

Problema 6. El circuito de la figura es un detector de rango de voltaje. Hallar la función de transferencia del mismo si los voltajes de saturación son +15 V y -15 V. $V_a = -4$ V y $V_b = 8$ V.



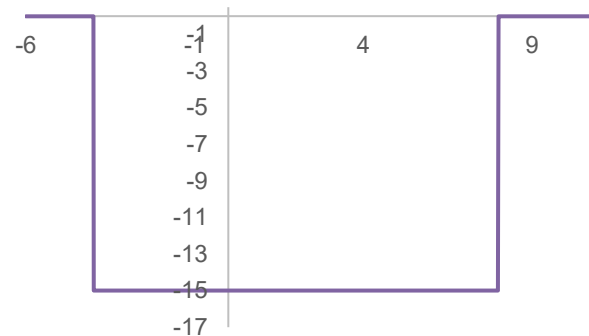
En este problema no hay realimentación negativa, por tanto los AO estarán saturados a ± 15 V:

$$\begin{aligned}
 \text{Si } V_+ > V_- &\rightarrow V_o = +V_{cc} (15V) \\
 \text{Si } V_+ < V_- &\rightarrow V_o = -V_{cc} (-15V)
 \end{aligned}$$

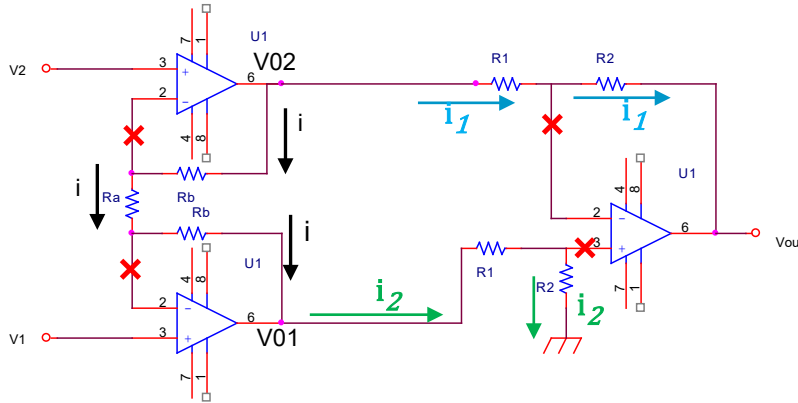
Estudiamos los diferentes casos:

- Si $V_{in} < -4$ V $\rightarrow V_1 = 15$ V y $V_2 = -15$ V $\rightarrow V_{out} = 0$ V
- Si $8 > V_{in} > -4$ V $\rightarrow V_1 = -15$ V y $V_2 = -15$ V $\rightarrow V_{out} = -15$ V
- Si $V_{in} > 8$ V $\rightarrow V_1 = -15$ V y $V_2 = 15$ V $\rightarrow V_{out} = 0$ V

La salida es diferente de cero cuando el valor del voltaje de entrada está entre -4 V y 8 V (las fuentes de referencia). El circuito es capaz de detectar este rango de voltaje.



Problema 7. El circuito de la figura es un amplificador de instrumentación. Hallar su función de transferencia.



i circula por R_b , por R_a y por R_b .

i_1 circula desde la salida del 2º operacional, a la salida del 3er operacional.

i_2 circula desde la salida del AO1 hasta tierra.

Llamaremos v_{01} y v_{02} a las salidas de los AO1 y AO2.

Aplicando las leyes de Kirchhoff a la parte izquierda del circuito (formada por los AO1 y AO2) tenemos que:

$$i = \frac{v_{-2} - v_{-1}}{R_a} = \frac{v_2 - v_1}{R_a} \quad \text{Aplicando cortocircuito virtual (} v_+ = v_- \text{)}$$

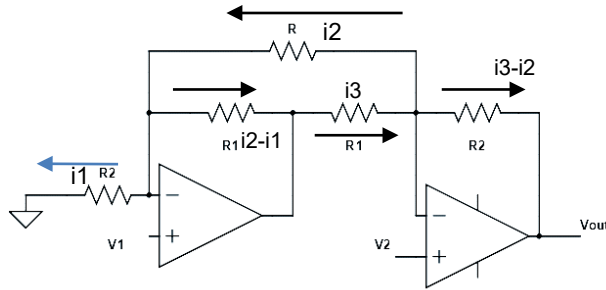
$$\text{Como en los operacionales no entra corriente} \rightarrow i = \frac{V_{02} - V_{01}}{R_b + R_a + R_b} = \frac{V_{02} - V_{01}}{2R_b + R_a} \rightarrow \frac{V_{02} - V_{01}}{2R_b + R_a} = \frac{v_2 - v_1}{R_a} \rightarrow V_{02} - V_{01} = \frac{v_2 - v_1}{R_a} (2R_b + R_a)$$

Si aplicamos las leyes de Kirchhoff a la parte derecha, y teniendo en cuenta que $v_+ = v_-$:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{V_{02} - V_{out}}{R_1 + R_2} \\ i_2 &= \frac{V_{01} - 0}{R_1 + R_2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} V_{02} - i_1 R_1 &= V_{01} - i_2 R_1 \rightarrow V_{02} - \frac{V_{02} - V_{out}}{R_1 + R_2} R_1 = V_{01} - \frac{V_{01}}{R_1 + R_2} R_1 \rightarrow (V_{02} - V_{01}) \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = -V_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \rightarrow \\ \rightarrow V_{out} &= \frac{R_2}{R_1} (V_{01} - V_{02}) \end{aligned} \quad \text{Expresando } V_{out} \text{ en función de } v_1 \text{ y de } v_2, \text{ tenemos que:}$$

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1} (V_{01} - V_{02}) = \frac{R_2}{R_1} \frac{(R_a + 2R_b)}{R_a} (v_1 - v_2)$$

Problema 8. Hallar la función de transferencia del circuito inferior.



Llamaremos i_1 a la corriente que va desde v_1 del AO1 a tierra, i_2 a la corriente que circula por R , de derecha a izquierda, e i_3 a la corriente que circula entre la salida del AO1 y v_1 del AO2, atravesando R_1 .

Planteamos las siguientes ecuaciones:

$$i_1 = \frac{V_1}{R_2}$$

$$i_2 = \frac{V_2 - V_1}{R}$$

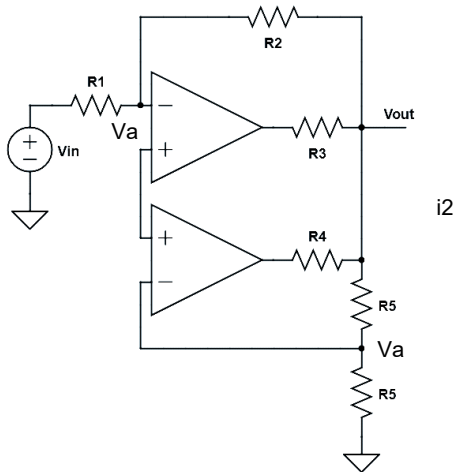
$$V_1 - V_2 = (i_2 - i_1)R_1 + i_3R_1 \rightarrow i_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_1} - (i_2 - i_1)$$

$$v_{out} = V_2 - (i_3 - i_2)R_2 = V_2 - \left[\frac{V_1 - V_2}{R_1} - (i_2 - i_1) - i_2 \right] R_2 = V_2 - \left[\frac{V_1 - V_2}{R_1} - 2i_2 + i_1 \right] R_2$$

$$v_{out} = V_2 - \left[\frac{V_1 - V_2}{R_1} - 2 \frac{V_2 - V_1}{R} + \frac{V_1}{R_2} \right] R_2 = V_2 - V_1 + (V_2 - V_1) \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R} \right)$$

$$v_{out} = (V_2 - V_1) \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R} \right)$$

Problema 9. Hallar la función de transferencia del circuito inferior.



Empezamos buscando una relación entre el voltaje de salida y el de entrada. El voltaje de salida también se puede expresar de la siguiente forma, en función de i_2 :

$$V_{in} - V_{out} = i_1(R_1 + R_2) \rightarrow i_1 = \frac{V_{in} - V_{out}}{R_1 + R_2}$$

$$V_{out} = 2i_2R_5 \rightarrow i_2 = \frac{V_{out}}{2R_5}$$

Vamos a utilizar un voltaje intermedio, V_a , por simplicidad. Este voltaje no es necesario pero nos ayuda a ver más clara la relación entre las corriente i_1 e i_2 .

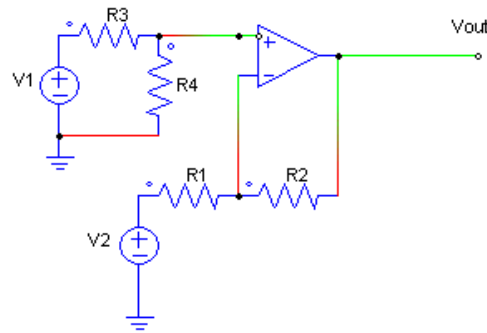
$$V_a = i_2R_5 \quad \left. \vphantom{V_a = i_2R_5} \right\} V_a = V_a$$

$$V_{in} - V_a = i_1R_1 \rightarrow V_a = V_{in} - i_1R_1$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{out} R_5}{2 R_5} &= V_{in} - \frac{V_{in} - V_{out}}{R_1 + R_2} R_1 \rightarrow V_{out} \left(\frac{1}{2} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \\ &= V_{in} \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \end{aligned}$$

$$V_{out} \left(\frac{R_1 + R_2 - 2R_1}{2(R_1 + R_2)} \right) = V_{in} \left(\frac{R_1 + R_2 - R_1}{R_1 + R_2} \right) \rightarrow V_{out} = 2V_{in} \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1} \right)$$

Problema 10. Hallar V_{out} en función de V_1 , V_2 , y las resistencias del circuito.



Llamando i a la corriente que circula por R_3 y R_4 e i' a la que circula por R_1 y R_2 , aplicando las leyes de Kirchoff tenemos que:

$$V_1 = R_3 i + R_4 i \rightarrow i = \frac{V_1}{R_3 + R_4}$$

$$v_+ = R_4 i = R_4 \frac{V_1}{R_3 + R_4}$$

$$V_2 = R_1 i_2 + R_2 i_2 + v_{out} \rightarrow i_2 = \frac{V_2 - v_{out}}{R_1 + R_2}$$

$$v_- = V_2 - R_1 i_2 = V_2 - R_1 \frac{V_2 - v_{out}}{R_1 + R_2} = \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 v_{out}}{R_1 + R_2}$$

Igualando v_+ con v_- tenemos que:

$$v_+ = v_- \rightarrow \frac{R_4 V_1}{R_3 + R_4} = \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 v_{out}}{R_1 + R_2} \rightarrow \frac{v_{out} R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_4 V_1}{R_3 + R_4} - \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow v_{out} = V_1 \frac{R_4 (R_1 + R_2)}{(R_3 + R_4) R_1} - V_2 \frac{R_2}{R_1}$$

En el caso particular de que $R_3=R_1$ y $R_4=R_2$, tenemos que:

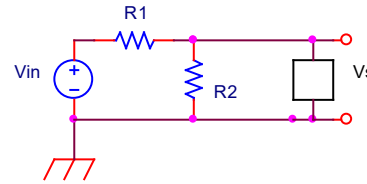
$$\Rightarrow v_{out} = \frac{R_2}{R_1} (V_1 - V_2)$$

Tema 5. El Diodo y rectificación

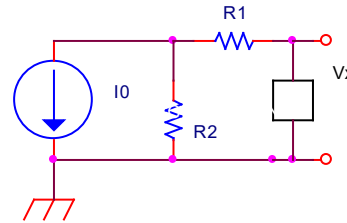
Problema 1. En la figura inferior hay un elemento no lineal cuya característica corriente-voltaje viene dado por la expresión:

$$\begin{aligned}
 i_s &= A(v_s - v_t)^2 & \text{si } v_s > v_t \\
 i_s &= 0 & \text{si } v_s < v_t
 \end{aligned}$$

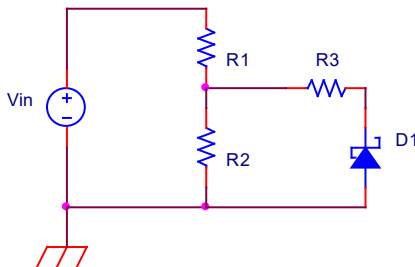
Calcular el voltaje que cae en dicho dispositivo si $A=1$, $v_t=0$, $V_{in}=12\text{ V}$ y $R_1=1\text{ k}\Omega$ y $R_2=1\text{ k}\Omega$.



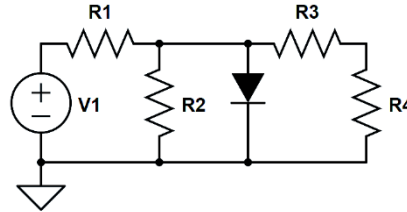
Problema 2 Encontrar la recta de carga presentada al elemento desconocido por el circuito resistivo de la figura. $I=5\text{ mA}$, $R_1=R_2=10\text{ k}\Omega$.



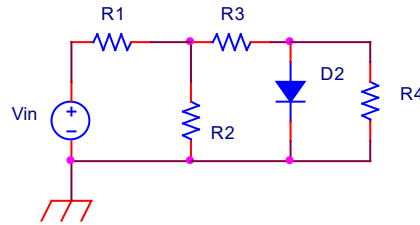
Problema 3 Si el diodo Zéner de la figura tiene un voltaje de activación de $0,7\text{ V}$ y un voltaje de ruptura de 3 V hallar su punto de trabajo ($v_{in}=12\text{ V}$, $R_1=1\text{ k}\Omega$, $R_2=1\text{ k}\Omega$ y $R_3=0,5\text{ k}\Omega$)



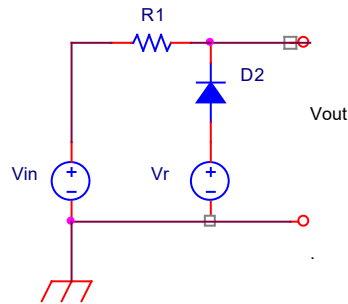
Problema 4 Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. ($V_{in} = 12\text{ V}$, $R_1 = 10\text{ kW}$, $R_2 = 5\text{ kW}$, $R_3 = 100\text{ kW}$ y $R_4 = 50\text{ kW}$)



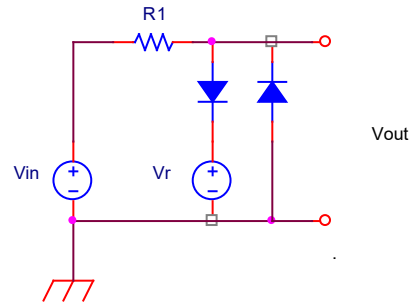
Problema 5. Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. ($v_{in} = 12\text{ V}$, $R_1 = 10\text{ kW}$, $R_2 = 5\text{ kW}$, $R_3 = 100\text{ kW}$, y $R_4 = 50\text{ kW}$)



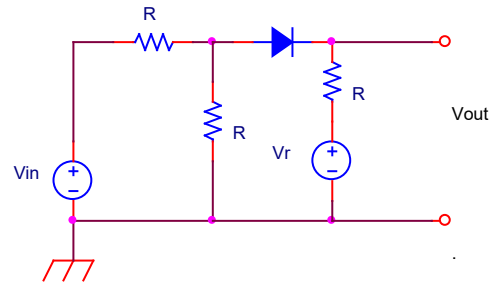
Problema 6. Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} ($R_1 = 10\text{ kW}$ y $V_r = 3\text{ V}$, el voltaje de activación del diodo es $0,7\text{ V}$).



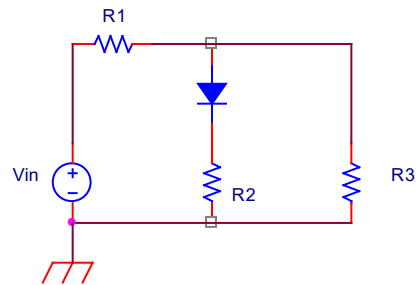
Problema 7 Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} ($R_1 = 10 \text{ kW}$ y $V_r = 5\text{V}$, el voltaje de activación de los diodos es $0,7 \text{ V}$).



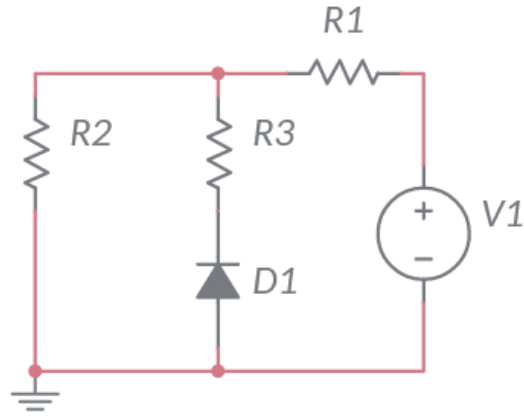
Problema 8 Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} . El voltaje de activación es $0,7 \text{ V}$ y la fuente de referencia es 3 V .



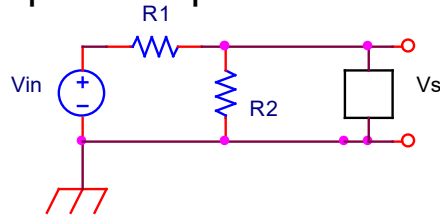
Problema 9 Hallar el punto de operación del diodo de la figura. ($v_{in} = 3 \text{ V}$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ y $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$)



Problema 10. Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo $R_1 = 6 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 0.9 \text{ k}\Omega$, $V_1 = 10 \text{ V}$.



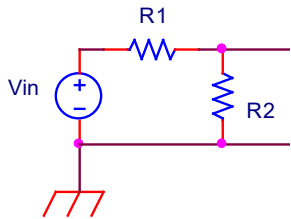
Problema 1. En la figura inferior hay un elemento no lineal cuya característica corriente-voltaje viene dado por la expresión:



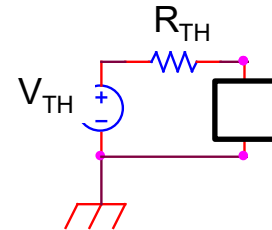
$$\begin{aligned}
 I_s &= A(v_s - v_t)^2 \text{ si } v_s > v_t \\
 I_s &= 0 \text{ si } v_s < v_t
 \end{aligned}$$

Calcular el voltaje que cae en dicho dispositivo si $A=1$, $v_t=0$, $V_{in}=12\text{ V}$ y $R_1=1\text{ k}\Omega$ y $R_2=1\text{ k}\Omega$

Empezamos calculando el equivalente de Thévenin entre los bornes del elemento no lineal:



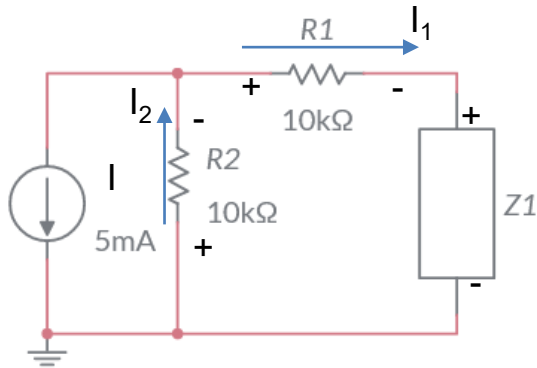
$$\begin{aligned}
 V_{Th} &= \frac{V_{in} R_2}{R_1 + R_2} = 6V \\
 R_{Th} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0,5k\Omega
 \end{aligned}$$



Aplicando Kirchhoff nos queda:

$$\begin{aligned}
 V_{Th} &= R_{Th} i_s + v_s \\
 V_{Th} &= R_{Th} A(v_s - v_t)^2 + v_s \rightarrow v_s = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 0.5 \times (-6)}}{2 \times 0.5} = -1 \pm 3.6 = 2.6 \rightarrow I_s = A(v_s - v_t)^2 = (2.6)^2 = 6.76 A
 \end{aligned}$$

Problema 2. Encontrar la recta de carga presentada al elemento desconocido por el circuito resistivo de la figura. $I = 5 \text{ mA}$, $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$.

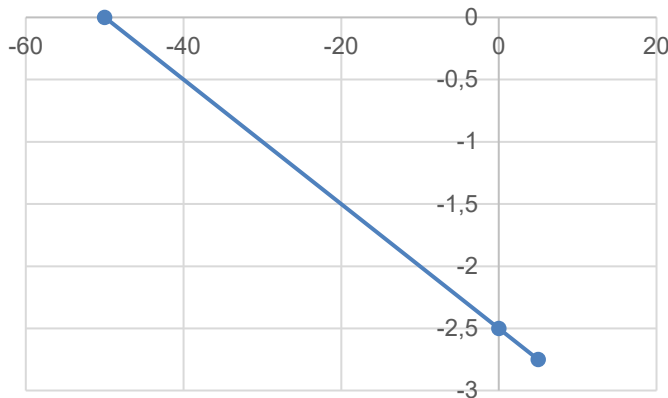


$$I + I_1 = I_2$$

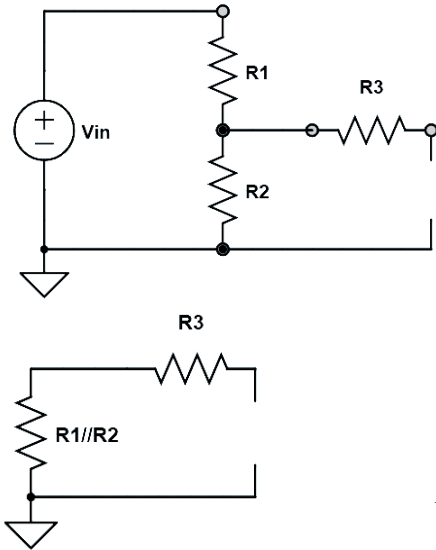
$$V_{R2} + V_{R1} + V_x = 0 \rightarrow R_2(I + I_1) + R_1 I_1 + V_x = 0$$

$$10(5 + I_1) + 10I_1 + V_x = 0 \rightarrow I_1 = \frac{-V_x - 50}{20} = -\frac{V_x}{20} - 2.5$$

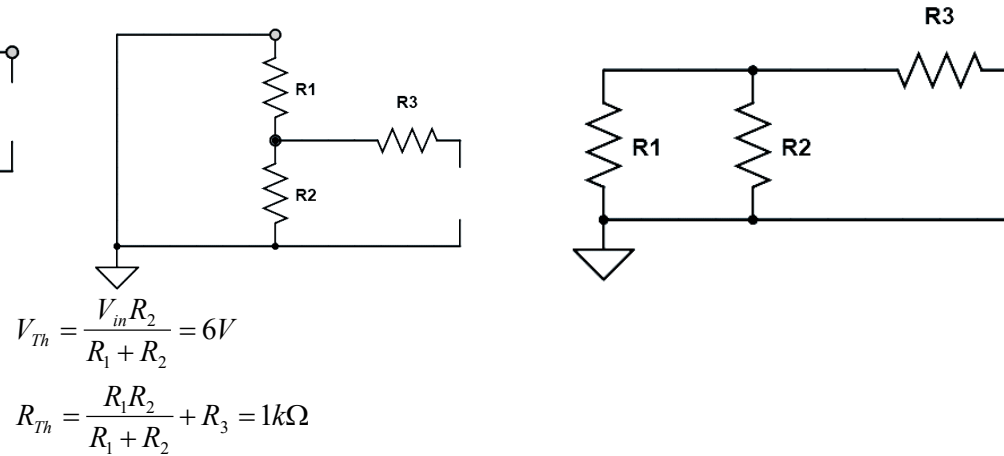
La recta de carga tiene pendiente $-1/20 = -0,05$ y ordenada en el origen $-2,5$



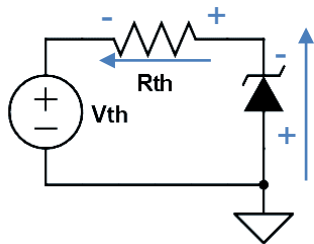
Problema 3 Si el diodo Zéner de la figura tiene un voltaje de activación de **0,7 V** y un voltaje de ruptura de **3 V** hallar su punto de trabajo ($v_{in} = 12\text{ V}$, $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 1\text{ k}\Omega$ y $R_3 = 0.5\text{ k}\Omega$)



Empezamos haciendo un equivalente de Thévenin de toda la parte lineal del circuito (V_{in} , R_1 , R_2 y R_3).



Con el circuito equivalente de Thévenin, planeamos la ecuación de de Kirchoff para obtener la recta de carga: (llamamos v_d al voltaje que cae en el diodo e i_d a la corriente que lo atraviesa)



$$V_{Th} + V_{R_{TH}} + V_d = 0$$

$$6 + i_d R_{Th} + V_d = 0$$

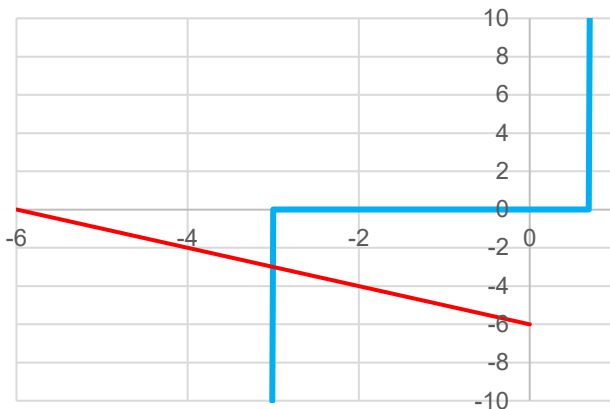
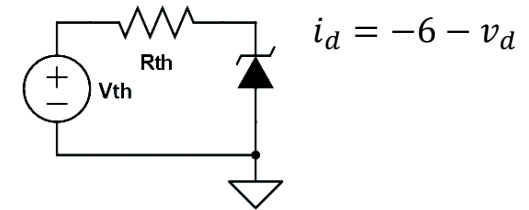
$$i_d = -6 - v_d$$

Resolvemos mediante el método gráfico. Representaremos en una misma gráfica la característica i-v del diodo Zener (usando el modelo sencillo) y la recta de carga (en rojo).

La recta de carga es una recta de pendiente -1 y ordenada en el origen -6.

Puntos de corte con los ejes: $v_d=0 \rightarrow i_d=-6 \text{ mA}$

$i_d=0 \rightarrow v_d=-6 \text{ V}$



En el gráfico se observan las dos características y el punto de corte que está en Q: $v_d = -3 \text{ V}$, $i_d = -3 \text{ mA}$

Resolución numérica. Si el diodo Zener conduce en directa, $V_d=0.7 \text{ V}$, si conduce en inversa $V_d=-3 \text{ V}$.

Suponemos inversa:

$$i_d = -6 - v_d = -6 - (-3) = -3 \text{ mA}$$

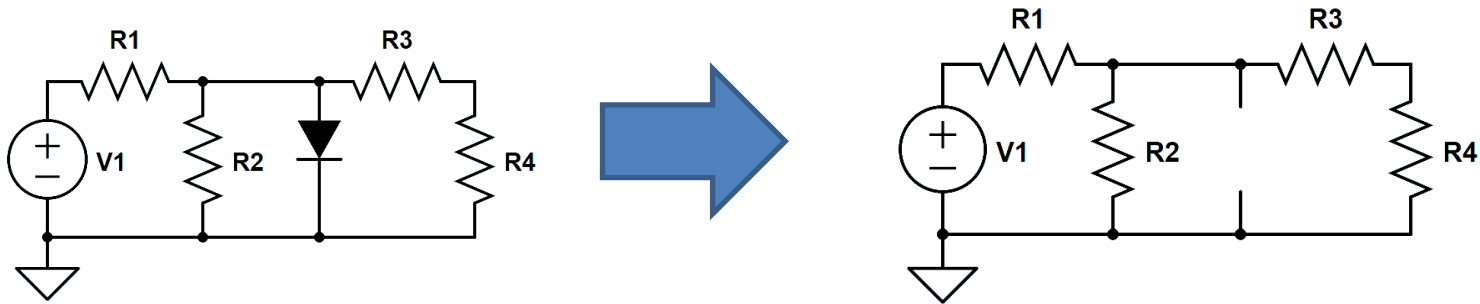
Como la corriente obtenida $i_d < 0$, la suposición era correcta. $Q_d = (-3 \text{ V}, -3 \text{ mA})$.

Si hubiéramos supuesto directa:

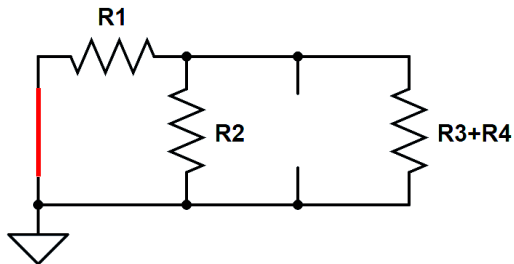
$$i_d = -6 - v_d = -6 - (0.7) = -6.7 \text{ mA} < 0 \rightarrow \text{incorrecto}$$

¿Si $V_{in}=4 \text{ V}$?

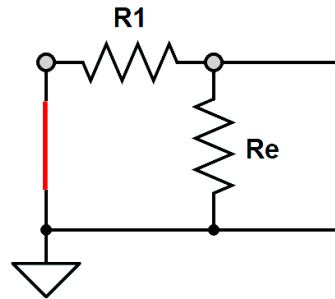
Problema 4 Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. ($V_{in} = 12\text{ V}$, $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 5\text{ k}\Omega$, $R_3 = 100\text{ k}\Omega$ y $R_4 = 50\text{ k}\Omega$)

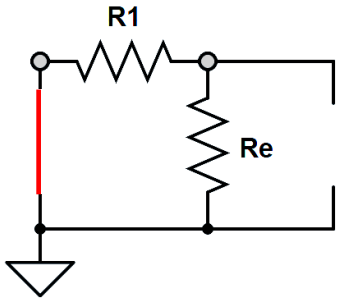


Calculamos Rth: anulamos V1



R_3 y R_4 están en serie y a su vez en paralelo con R_2 .
 Llamaremos R_e a esta resistencia equivalente ($R_2 \parallel (R_3 + R_4)$).



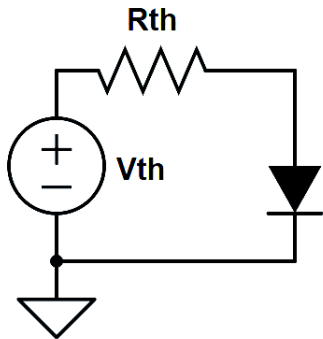


Aquí la resistencia total será el paralelo de R1 con Re.

$$R_e = R_2 // (R_3 + R_4) = 5 // 150 = \frac{5 * 150}{5 + 150} = 4.84 \text{ k}\Omega$$

$$R_{th} = R_1 // R_e = \frac{10 * 4.84}{10 + 4.84} = 3.27 \text{ k}\Omega$$

$$V_{th} = \frac{V_{in} R_e}{R_1 + R_e} = 12 \frac{4.84}{14.84} = 3.91 \text{ V}$$



¿Conducirá el diodo? $V_{th} > 0.7\text{V} \rightarrow$ Suponemos que sí:

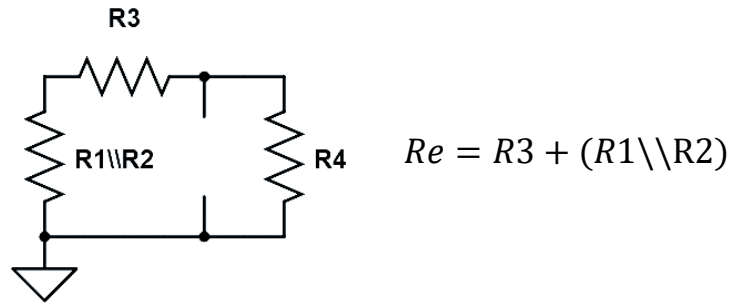
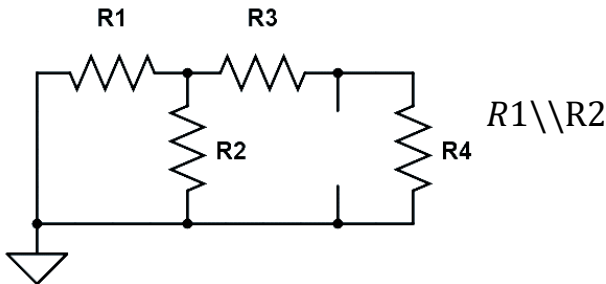
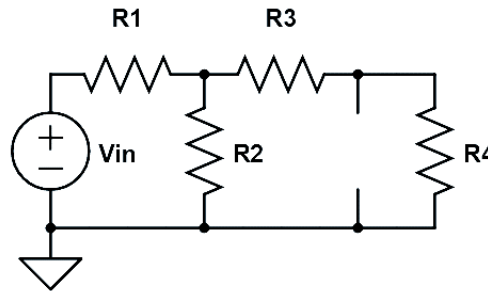
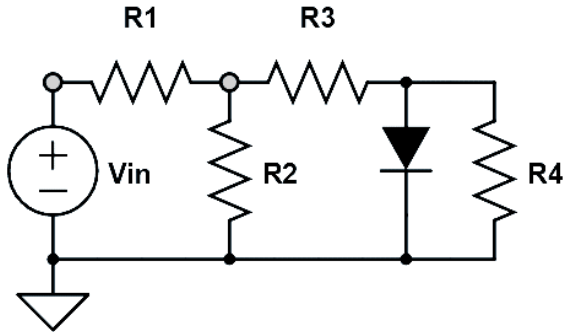
$$V_{th} - V_{Rth} - V_d = 0 = 3.91 - i * 3.27 - V_d = 0$$

$$3.91 - i * 3.27 - 0.7 = 0 \rightarrow i = \frac{3.91 - 0.7}{3.27} = 0.982 \text{ mA}$$

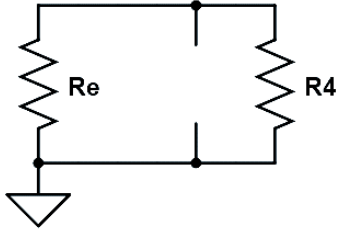
$i > 0 \rightarrow$ Estábamos en lo correcto.

Punto de operación del diodo es $Q=(V_d=0.7 \text{ V}, i_d=0.982 \text{ mA})$.

Problema 5. Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. ($v_{in} = 12\text{ V}$, $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 5\text{ k}\Omega$, $R_3 = 100\text{ k}\Omega$, y $R_4 = 50\text{ k}\Omega$)

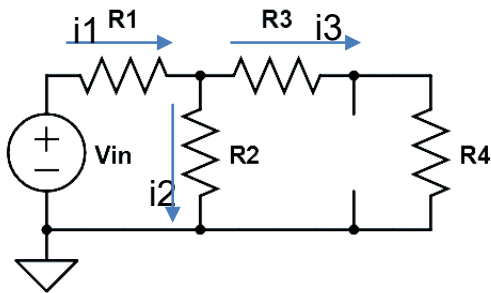


$$R_e = R_3 + (R_1 \parallel R_2)$$



$$R_{th} = R_e \parallel R_4$$

$$R_{th} = R_4 \parallel [R_3 + (R_1 \parallel R_2)] = 50 \parallel \left[100 + \frac{10 \cdot 5}{10 + 5} \right] = \frac{50 \cdot 103.33}{50 + 103.33} = 33.7 \text{ k}\Omega$$



$$V_{in} = R_1 i_1 + R_2 i_2 = R_1 i_1 + R_2 (i_1 - i_3)$$

$$R_2 i_2 = R_3 i_3 + R_4 i_3 = R_2 (i_1 - i_3) = (R_3 + R_4) i_3$$

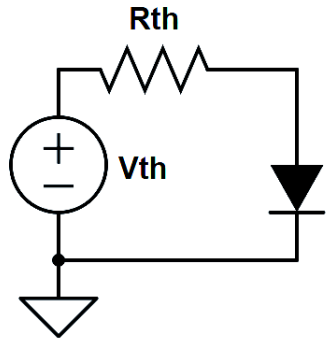
$$V_{th} = R_4 i_3$$

$$12 = 10 i_1 + 5 (i_1 - i_3) = 15 i_1 - 5 i_3$$

$$5 (i_1 - i_3) = 150 i_3 \rightarrow i_1 = 155/5 i_3 = 31 i_3$$

$$12 = 15 \cdot 31 i_3 - 5 i_3 \rightarrow i_3 = \frac{12}{460} = 0.0261 \text{ mA}$$

$$V_{th} = R_4 i_3 = 50 \cdot 0.0261 = 1.3 \text{ V}$$



¿Conducirá el diodo? $V_{th} > 0.7V \rightarrow$ Suponemos que sí:

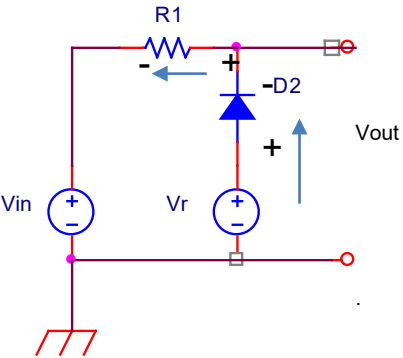
$$V_{th} - V_{Rth} - V_d = 0 = 1.3 - i * 33.69 - V_d = 0$$

$$1.3 - i * 33.69 - 0.7 = 0 \rightarrow i = \frac{1.3 - 0.7}{33.69} = 0.0178 \text{ mA}$$

$i > 0 \rightarrow$ Estábamos en lo correcto.

Punto de operación del diodo es $Q=(V_d=0.7 \text{ V}, i_d= 0.0178 \text{ mA})$.

Problema 6. Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} ($R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ y $V_r = 3\text{V}$, el voltaje de activación del diodo es $0,7 \text{ V}$).



Una sola malla \rightarrow no hacemos Thévenin.
 Comprobamos los distintos casos en función de V_{in} .

a) Diodo está en zona de conducción \rightarrow la corriente atraviesa R_1 de derecha a izquierda.

$$V_{in} + R_1 i + v_d - V_r = 0$$

Si el diodo está en ON, el voltaje en él es $0,7 \text{ V}$ aproximadamente:

$$V_{out} = V_r - V_d = 3 - 0.7 = 2.3 \text{ V}$$

Condición para diodo en On $\rightarrow i > 0$

$$i = \frac{V_r - v_d - V_{in}}{R_1} = \frac{3 - 0,7 - V_{in}}{10} = \frac{2,3 - V_{in}}{10}$$

$$i \geq 0 \Rightarrow 2,3 - V_{in} \geq 0 \Rightarrow 2,3 \geq V_{in}$$

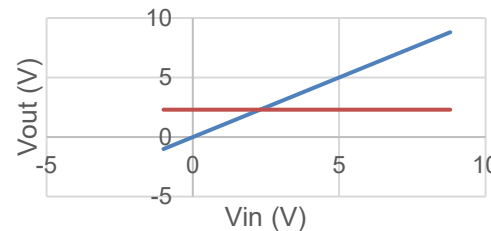
b) Si $V_{in} > 2,3$ el diodo estará en OFF.

Cuando el diodo no conduce no hay corriente por el circuito, no hay caída de tensión en la resistencia y el voltaje en un borne (V_{out}) es igual al voltaje en el otro borne (V_{in}).

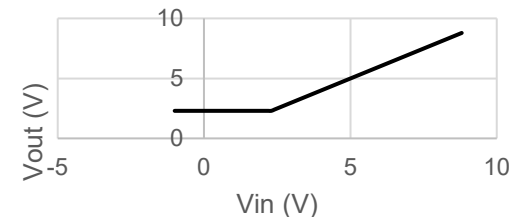
En resumen:

$$V_{out} = V_{in} \text{ si } V_{in} \geq 2,3\text{V}$$

$$V_{out} = 2,3\text{V} \text{ si } V_{in} \leq 2,3\text{V}$$

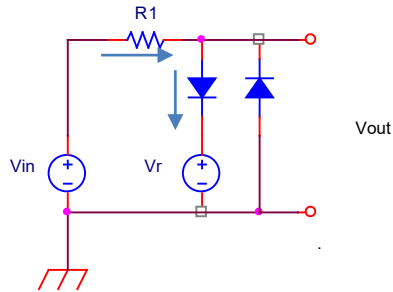


— Vout1 — Vout2

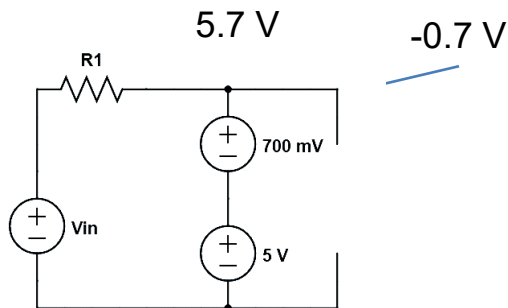


— Vout

Problema 7 Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} ($R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ y $V_r = 5\text{V}$, el voltaje de activación de los diodos es $0,7 \text{ V}$).



V_{out}



$5,7 \text{ V}$

$-0,7 \text{ V}$

¿Cuándo están en ON y en OFF?

En este caso, si conduce uno de ellos el otro no puede conducir.

Se darán 3 casos:

- a) D1 en ON y D2 en OFF.
- b) D2 en ON y D1 en OFF.
- c) D1 OFF D2 en OFF

a) Si la corriente i que atraviesa R_1 circula de izda. a dcha.

El diodo que conduce es D1, mientras D2 estará en OFF. Aplicando Kirchhoff en la malla:

$$V_{in} = R_1 i + v_d + V_r$$

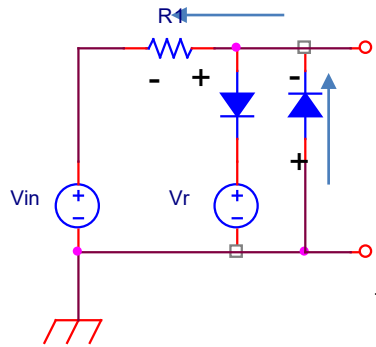
$$V_{in} = 10i + 0,7 + 5$$

$$\Rightarrow i = \frac{V_{in} - 5,7}{10}$$

Imponiendo esta condición nos queda que $V_{in} > 5,7 \text{ V}$.

En este caso el voltaje de salida viene dado por:

$$V_{out} = V_d + V_r = 0,7 + 5 = 5,7 \text{ V}$$



Vout

b) Corriente i de dcha a izda, el diodo 1 está en OFF y el diodo 2 está en ON. La ecuación de la malla en este caso nos queda:

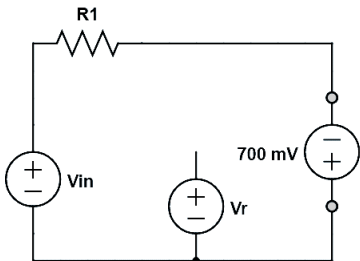
$$V_{in} + R_1 i + v_d = 0$$

$$i = \frac{-V_{in} - 0.7}{10}$$

Corriente es positiva $\rightarrow V_{in} < -0,7 \text{ V}$.

En este caso el voltaje de salida viene dado por:

$$V_{out} = -V_d = -0,7 \text{ V}$$



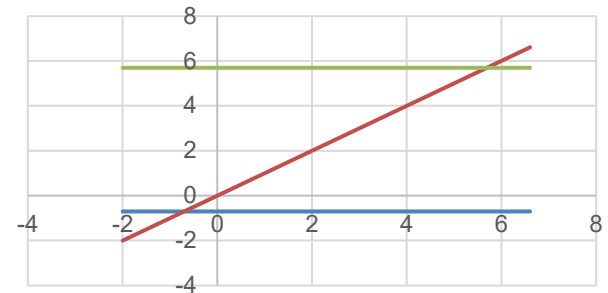
c) Para valores de V_{in} entre $-0,7 \text{ V}$ y $5,7 \text{ V}$ tendremos a los dos diodos en OFF, la corriente que circula por R_1 será nula y por tanto $V_{out} = V_{in}$.

En resumen, el voltaje de salida es:

$$V_{out} = -0,7 \text{ V si } V_{in} \leq -0,7 \text{ V}$$

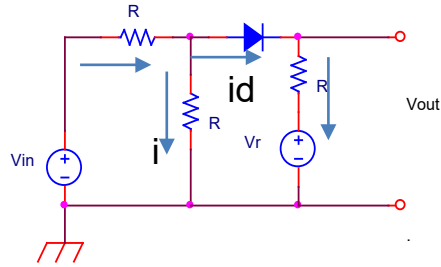
$$V_{out} = V_{in} \text{ si } -0,7 \text{ V} \leq V_{in} \leq 5,7 \text{ V}$$

$$V_{out} = 5,7 \text{ V si } V_{in} \geq 5,7 \text{ V}$$



— Vout

Problema 8 Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar v_{out} vs v_{in} . El voltaje de activación es 0,7 V y la fuente de referencia es 3 V.



Condición que ha de cumplir V_{in} para que el diodo conduzca:

Diodo está en ON \rightarrow la corriente que genera la fuente circula por R de izda a derecha.

Aplicando las leyes de las mallas tenemos que:

$$V_{in} = R(i + i_d) + Ri$$

$$Ri = v_d + Ri_d + V_r$$

Metiendo los datos del problema tenemos que:

$$V_{in} = 2Ri + Ri_d \Rightarrow V_{in} = 2R\left(\frac{3,7}{R} + i_d\right) + Ri_d = 7,4 + 3Ri_d \Rightarrow i_d = \frac{V_{in} - 7,4}{3R}$$

$$Ri = 0,7 + Ri_d + 3 = 3,7 + Ri_d \Rightarrow i = \frac{3,7}{R} + i_d$$

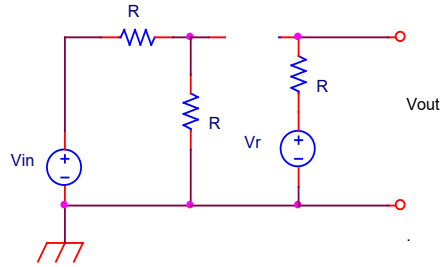
Para que $i_d > 0 \rightarrow V_{in} > 7,4$ V. Ambas corrientes quedan positivas.

En este caso V_{out} viene dado por:

$$V_{out} = Ri_d + V_r = R\left(\frac{V_{in} - 7,4}{3R}\right) + 3 = \frac{V_{in}}{3} - \frac{7,4}{3} + 3$$

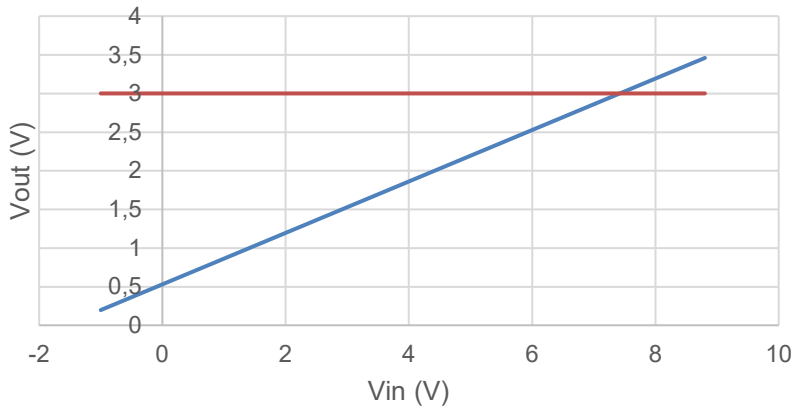
$$V_{out} = \frac{V_{in}}{3} + 0,53$$

Si V_{in} no supera el valor 7,4 V el diodo estará en OFF y por tanto $V_{out} = R_i + V_r = V_r = 3$ V.
 En resumen tenemos:

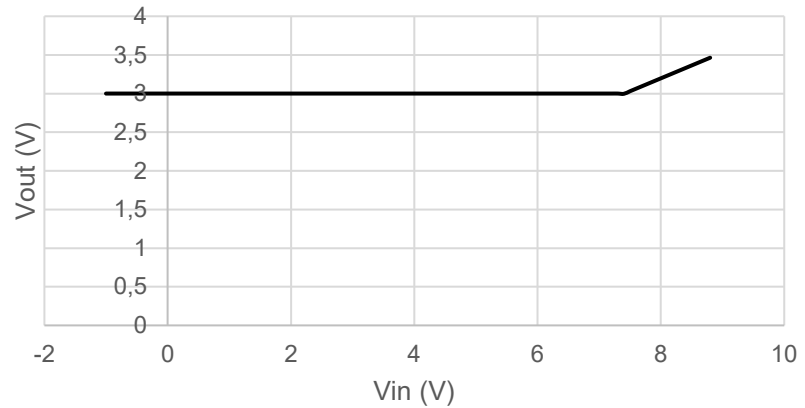


$$V_{out} = \frac{V_{in}}{3} + 0,53 \quad \text{si } V_{in} > 7,4V$$

$$V_{out} = 3 \quad \text{si } V_{in} < 7,4V$$



— $V_{out} = V_{in}/3 + 0.53$ — $V_{out} = 3$



— V_{out}

Bloque III. Electrónica Digital y Automática

Tema 6. Sistemas de numeración

Problema 1. Convertir los siguientes números binarios puros a sus equivalentes en base 10.

- a.100110:
- b.110011:
- c.010111:
- d.101110:
- e.110111:

Convertir los siguientes números decimales a sus equivalentes en binario.

- a.9:
- b.64:
- c.31:
- d.131:

Problema 2. Resolver los siguientes ejercicios:

- a.Representa $(-499)_{10}$ en magnitud y signo con un ancho de palabra de 10 bits.
- b.Representa $(-628)_{10}$ en complemento a 2 con 10 bits.
- c.Convierte a base 10 el número binario 1001000110, dado en magnitud y signo.
- d.Convierte a base 10 el número binario 1110011101, dado en complementa a 2.
- e.¿Cuál es el rango del sistema d enumeración de complemento a 2 con 10 bits?
- f.¿Cuál es el mínimo número de bits necesarios para poder representar cantidades en el rango $\pm 10^5$ utilizando el sistema de complemento a 2?

Problema 3. Rellena la siguiente tabla, teniendo en cuenta que se utilizan palabras de 10 bits.

Nº en base diez ⁶	Magnitud y Signo	Complemento a 2
-530		
-103		
-52		

Problema 4. Realiza las siguientes operaciones en binario, teniendo en cuenta los distintos sistemas de numeración. El ancho de palabra en todos los casos es de 8 bits:

Binario puro

$$\begin{array}{r} \text{a. } 10001010 \\ + 10110010 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b. } 00001010 \\ + 10010010 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c. } 10001010 \\ + 00111001 \\ \hline \end{array}$$

Magnitud y Signo

$$\begin{array}{r} \text{d. } 10001010 \\ + 10110010 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{e. } 00001010 \\ + 10010010 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{f. } 10001010 \\ + 00111001 \\ \hline \end{array}$$

Complemento a 2

$$\begin{array}{r} \text{g. } 10001010 \\ + 10110010 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{h. } 00001010 \\ + 10010010 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{i. } 10001010 \\ + 00111001 \\ \hline \end{array}$$

Problema 1. Convertir los siguientes números binarios puros a sus equivalentes en base 10.

- a) $100110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 0 + 2 + 4 + 0 + 0 + 32 = 38$
- b) $110011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 1 + 2 + 16 + 32 = 51$
- c) $010111: 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^5 = 1 + 2 + 4 + 16 = 23$
- d) $101110: 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 2 + 4 + 8 + 32 = 46$
- e) $110111: 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 1 + 2 + 4 + 16 + 32 = 55$

Convertir los siguientes números decimales a sus equivalentes en binario.

- a) $9 = 8 + 1 = 2^3 + 2^0 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 1001$
- b) $64 = 2^6 = 1000000$
- c) $31 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 = 11111$
- d) $131 = 128 + 2 + 1 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^7 = 10000011$

$$131:2 = 65 \text{ (1);}$$

$$65:2 = 32 \text{ (1);}$$

$$32:2 = 16 \text{ (0);}$$

$$16:2 = 8 \text{ (0);}$$

$$8:2 = 4 \text{ (0);}$$

$$4:2 = 2 \text{ (0);}$$

$$2:2 = 1 \text{ (0);} \rightarrow 10000011$$

$$64:2 = 32 \text{ (0);}$$

$$32:2 = 16 \text{ (0);}$$

$$16:2 = 8 \text{ (0);}$$

$$8:2 = 4 \text{ (0);}$$

$$4:2 = 2 \text{ (0);}$$

$$2:2 = 1 \text{ (0);} \rightarrow 1000000$$

Problema 2. Resolver los siguientes ejercicios.

- a) $(-499)_{10}$ en magnitud y signo con 10 bits
 1 (signo) $256+128+64+32+16+2+1=1111110011$
- b) $(-628)_{10}$ en Complemento a 2 con 10 bits.
Rango representable en C2 es $[-2^{n-1}; 2^{n-1}-1]=[-2^9; 2^9-1]=[-511; 512] \rightarrow$ Fuera de Rango
- c) Convertir a base 10 el número binario 1001000110, dado en magnitud y signo
 $-(0x2^0+1x2^1+1x2^2+0x2^3+0x2^4+0x2^5+1x2^6+0x2^7+0x2^8)=- (2+4+64)=-70$
- d) Convertir a base 10 el número binario 1110011101, dado en complemento a 2.
 $1x2^0+0x2^1+2x2^2+1x2^3+1x2^4+0x2^5+0x2^6+1x2^7+1x2^8-1x2^9=1+4+8+16+128+256-512=-99$
- e) ¿Cuál es el rango del sistema de numeración de complemento a 2 con 10 bits.
 $[-2^{n-1}; 2^{n-1}-1]=[-2^9; 2^9-1]=[-511; 512]$
- f) ¿Cuál es el mínimo número de bits necesario para poder representar cantidades en el rango $\pm 10^5$ utilizando el sistema de complemento a 2?
 $100000 < 2^{(n-1)} \rightarrow n > \log_2(10^5) + 1 = 17.6 \rightarrow n \geq 18$

Problema 3. Rellenar la siguiente tabla, teniendo en cuenta que se utilizan palabras de 10 bits.

Nº en base diez	Magnitud y Signo	Complemento a 2
-530	fuera de rango [-511:511]	fuera de rango [-512:511]
-103	1001100111	1110011001
-52	1000110100	1111001100

$103 = 64 + 39 = 64 + 32 + 7 = 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = 1100111 \rightarrow (n=10) 0001100111$

$52 : 2 = 26 (0); 26 : 2 = 13 (0); 13 : 2 = 6 (1); 6 : 2 = 3 (0); 3 : 2 = 1 (1); \rightarrow 110100 \rightarrow (n=10) \mathbf{0000110100}$

Problema 4. Realiza las siguientes operaciones en binario, teniendo en cuenta los distintos sistemas de numeración. El ancho de palabra en todos los casos es de 8 bits:

Binario puro

$$\begin{array}{r} \text{a. } 10001010 \\ + 10110010 \\ \hline \end{array}$$

1 0 1 1 1 1 0 0 (FUERA DE RANGO)

$$\begin{array}{r} \text{b. } 00001010 \\ + 10010010 \\ \hline \end{array}$$

1 0 0 1 1 1 0 0 $[(156)_{10}]$

$$\begin{array}{r} \text{c. } 10001010 \\ + 00111001 \\ \hline \end{array}$$

1 1 0 0 0 1 1 $[(195)_{10}]$

Magnitud y Signo

$$\begin{array}{r} \text{d. } 10001010 \\ + 10110010 \\ \hline \end{array}$$

1 0 1 1 1 1 0 0 $[(-60)_{10}]$

$$\begin{array}{r} \text{e. } 00001010 \\ + 10010010 \\ \hline \end{array}$$

1 0 0 0 1 0 0 0 $[(-8)_{10}]$

$$\begin{array}{r} \text{f. } 10001010 \\ + 00111001 \\ \hline \end{array}$$

0 0 1 0 1 1 1 1 $[(47)_{10}]$

Complemento a 2

$$\begin{array}{r} \text{g. } 10001010 \\ + 10110010 \\ \hline \end{array}$$

~~0 0 1 1 1 1 0 0~~ Fuera de rango
(la suma de dos negativos no puede dar un positivo)

$$\begin{array}{r} \text{h. } 00001010 \\ + 10010010 \\ \hline \end{array}$$

1 0 0 1 1 1 0 0 $[(-100)_{10}]$

$$\begin{array}{r} \text{i. } 10001010 \\ + 00111001 \\ \hline \end{array}$$

1 1 0 0 0 0 1 1 $[(-61)_{10}]$

Tema 7. Digital

Problema 1. Utilizando los mapas de Karnaugh, simplificar las siguientes funciones de conmutación, obtenerlas en función de suma de productos o producto de sumas:

$$f_1(w,x,y,z) = \sum m(5,6,9,10)$$

$$f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7)$$

$$f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6)$$

$$f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15)$$

Problema 2.

Para cada una de las funciones dadas a continuación, dibujar un circuito con puertas AND, OR Y NOT que la sintetice:

$$a) F = \bar{x}yz + \bar{y}(xz + z)$$

$$b) G = (x + \bar{y} + \bar{z})(\bar{x} + yz)$$

$$c) H = (\bar{x}\bar{y} + xz)(\bar{x} + \bar{y}z)$$

Problema 3. En un proceso químico la temperatura de la mezcla se ha de mantener entre los valores -4°C y 4°C , ambos incluidos. El sensor de temperatura en su salida ofrece la medida en cuatro bits codificados en complemento a 2. Se va a diseñar un circuito tal que si la temperatura de la mezcla está fuera de margen se activa una alarma luminosa, constituida por un LED, que se enciende cuando se le aplica un valor de tensión alta.

Se pide:

- Escribir la tabla de verdad del sistema.
- Expresar la variable de salida en forma de suma de productos.
- Simplificar la función por el método que se crea más conveniente.
- Implementar el circuito en puertas lógicas.

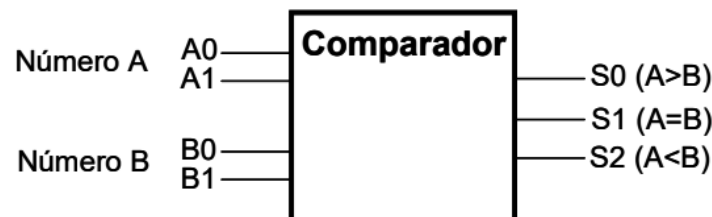
Problema 4. Un motor es controlado por tres pulsadores A, B y C. Diseñe su circuito de control mediante puertas lógicas que cumpla las siguientes condiciones de funcionamiento:

- Si se pulsaran los tres pulsadores el motor se activa
- Si se pulsaran dos pulsadores cualesquiera el motor se activa pero se enciende un LED como señal de emergencia
- Si sólo se pulsa un pulsador el motor no se activa pero se enciende el LED indicador de emergencia
- Si no se pulsa ningún pulsador, ni el motor ni el LED se activan.

Se pide:

- Escribir la tabla de verdad de la señal que controla el motor (M) y de la señal que controla el LED de emergencia (L).
- Expresar las funciones de salida del motor y del LED como suma de productos (Primera Forma Canónica).
- Obtener las expresiones reducidas de las funciones por el método de Karnaugh.
- Implementar los circuitos del motor y del LED utilizando puertas lógicas.

Problema 5. El circuito de la figura es un comparador binario de dos números (A y B) de dos bits. Las salidas (S0, S1 y S2) toman el valor lógico “1” cuando $A > B$, $A = B$ y $A < B$ respectivamente.



Problema 6. Se quiere realizar un circuito para activar la alarma de incendios (**A**) para la evacuación de un edificio. Para ello se tiene un sensor de gases (**G**), un sensor de humos (**H**), y dos señales procedentes de un termómetro que indican si la temperatura es mayor de 45°C (**T45**) y si la temperatura es mayor de 60°C (**T60**).

Debido a que a veces los sensores detectan humos y gases que no siempre proceden de incendios (por ejemplo de los cigarrillos o las cocinas), para evitar falsas alarmas, la señal **A** se activará cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- Si la temperatura es mayor de 60°C siempre se activará la alarma.
- Si la temperatura está entre 45°C y 60°C se activará la alarma sólo si han detectado gases o humos (o ambos).
- Si la temperatura es menor de 45°C se activará la alarma sólo si se detectan gases y humos.

Resumiendo, las 4 señales binarias de entradas son:

- **G**: vale '1' si se detecta **GAS** resultante de la combustión.
- **H**: vale '1' si se detecta **HUMO**.
- **T45**: vale '1' si la temperatura es superior a 45°C .
- **T60**: vale '1' si la temperatura es superior a 60°C . La señal de salida **A** (alarma) se activará a nivel alto '1'.

Se pide:

- a) Realizar la tabla de verdad de la señal de alarma (**A**) a partir de las señales de entrada (**G**, **H**, **T45**, **T60**).
- b) Expresar la señal **A** como suma de productos (Primer Forma Canónica)
- c) Obtener la expresión reducida de la señal **A** en suma de productos por el método de Karnaugh.
- d) Implementa la señal **A** obtenida en el apartado anterior utilizando puertas lógicas.

Problema 7. Se necesita construir un sistema digital que acepte números del 1 al 10 codificados en binario puro y que genere una salida igual a 1 cuando la entrada sea múltiplo de 2 o igual a 9. Para ello:

- a) Obtén la tabla de verdad del sistema.
- b) Expresa la función de salida en Primera Forma Canónica.
- c) Simplifica al máximo la función utilizando el método de Karnaugh.
- d) Implementa la función de salida utilizando el mínimo número de puertas lógicas.

Problema 1. Utilizando los mapas de Karnaugh, simplificar las siguientes funciones de conmutación, obtenerlas en función de suma de productos o producto de sumas:

a) $f_1(w,x,y,z) = \sum m(5,6,9,10) \rightarrow$ No se puede simplificar

b) $f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7) \rightarrow x + y$

c) $f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6) \rightarrow x\bar{y} + y\bar{z}$

d) $f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15) \rightarrow xy + yz + wx\bar{z}$

a) $f_1(w,x,y,z)$

wx \ yz	00	01	11	10
00	0 ⁰	0 ¹	0 ³	0 ²
01	0 ⁴	1 ⁵	0 ⁷	1 ⁶
11	0 ¹²	0 ¹³	0 ¹⁵	0 ¹⁴
10	0 ⁸	1 ⁹	0 ¹¹	1 ¹⁰

b) $f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7) \rightarrow x + y$

x \ yz	00	01	11	10
0	0 ⁰	0 ¹	1 ³	1 ²
1	1 ⁴	1 ⁵	1 ⁷	1 ⁶

x	y	z
1	0	0
1	0	1
1	1	1
1	1	0
x		

x	y	z
0	1	1
0	1	0
1	1	1
1	1	0
y		

c) $f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6) \rightarrow x\bar{y} + y\bar{z}$

	yz	00	01	11	10
x	0	0 ⁰	0 ¹	0 ³	1 ²
	1	1 ⁴	1 ⁵	0 ⁷	1 ⁶

x	y	z
1	0	0
1	0	1
$x\bar{y}$		

x	y	z
0	1	0
1	1	0
$y\bar{z}$		

d) $f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15) \rightarrow xy + yz + wx\bar{z}$

wx \ yz	00	01	11	10
00	0 ⁰	0 ¹	1 ³	0 ²
01	0 ⁴	0 ⁵	1 ⁷	1 ⁶
11	1 ¹²	0 ¹³	1 ¹⁵	1 ¹⁴
10	0 ⁸	0 ⁹	1 ¹¹	0 ¹⁰

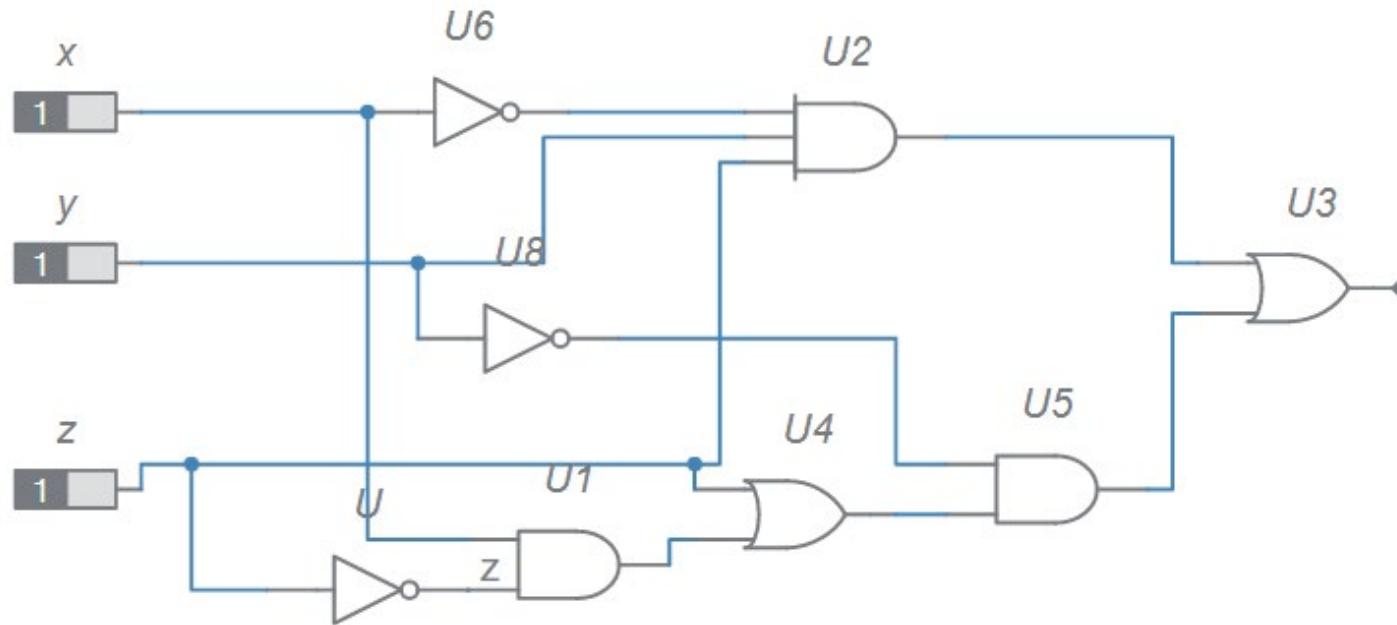
w	x	y
z		
1	1	0
0		
1	1	1
0		
$wx\bar{z}$		

w	x	y
z		
0	0	1
1		
0	1	1
1		
1	1	1
1		
1	0	1
1		
yz		

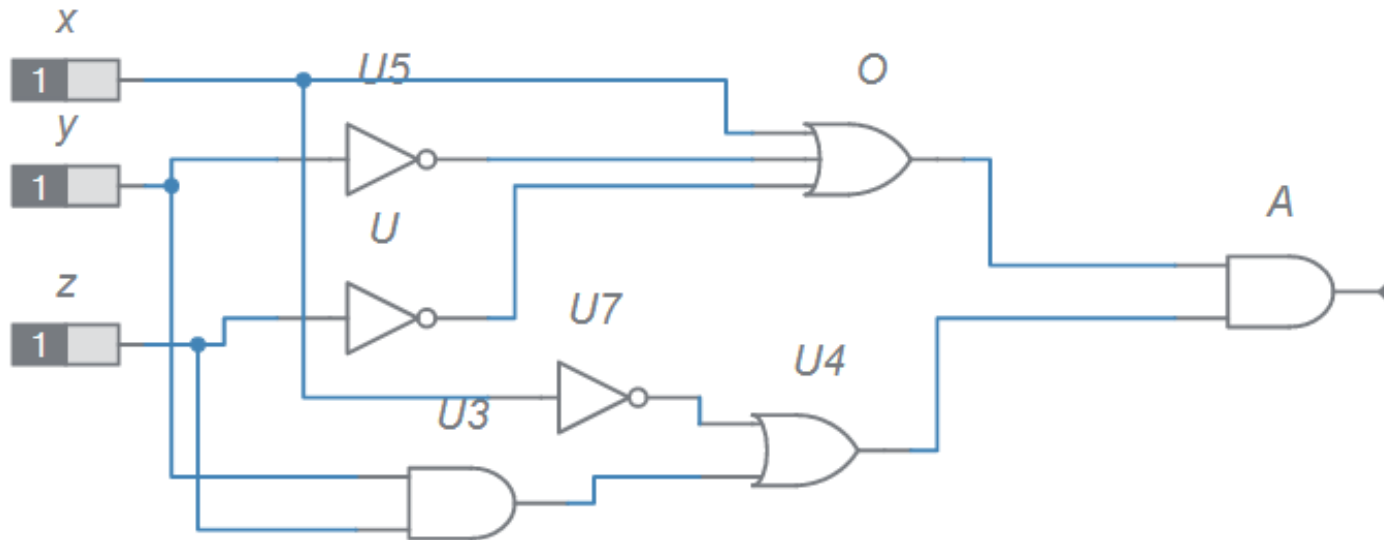
w	x	y
z		
0	1	1
1		
0	1	1
0		
1	1	1
1		
1	1	1
0		
xy		

Problema 2. Para cada una de las funciones dadas a continuación, dibujar un circuito con puertas AND, OR Y NOT que la sintetice:

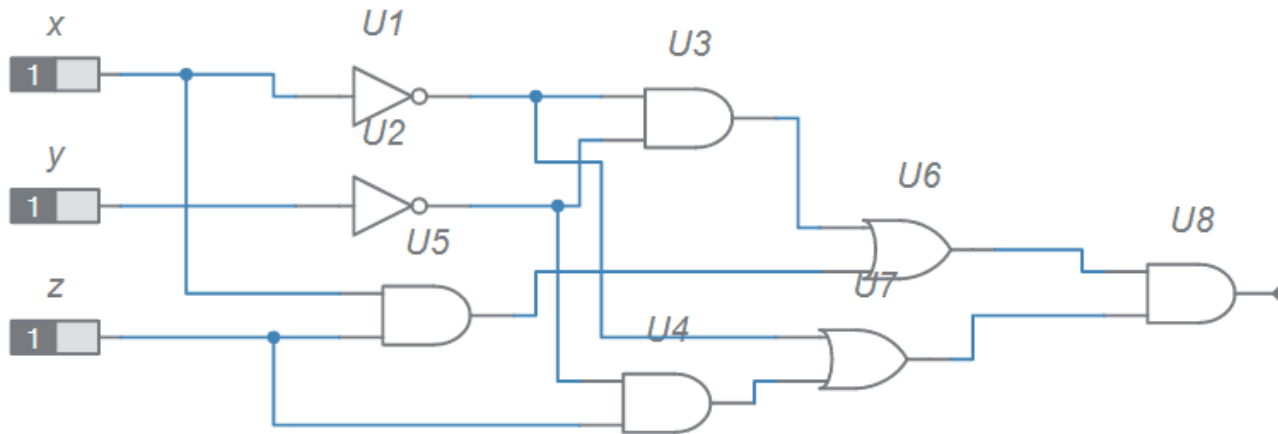
$$a) F = \bar{x}yz + \bar{y}(x\bar{z} + z)$$



b) $G = (x + \bar{y} + \bar{z})(\bar{x} + yz)$



c) $H = (\bar{x}\bar{y} + xz)(\bar{x} + \bar{y}z)$



Problema 3. En un proceso químico la temperatura de la mezcla se ha de mantener entre los valores -4°C y 4°C , ambos incluidos. El sensor de temperatura en su salida ofrece la medida en cuatro bits codificados en complemento a 2. Se va a diseñar un circuito tal que si la temperatura de la mezcla está fuera de margen se activa una alarma luminosa, constituida por un LED, que se enciende cuando se le aplica un valor de tensión alta.

Se pide:

- Escribir la tabla de verdad del sistema.
- Expresar la variable de salida en forma de suma de productos.
- Simplificar la función por el método que se crea más conveniente.
- Implementar el circuito en puertas lógicas.

$$0^{\circ} \rightarrow 0000$$

$$1^{\circ} \rightarrow 0001$$

...

$$7^{\circ} \rightarrow 0111$$

$$-1^{\circ} \rightarrow 1111$$

...

$$-7^{\circ} \rightarrow 1001$$

$$-8^{\circ} \rightarrow 1000$$

A	B	C	D	Temp ^a	Salida	
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	2	0	2
0	0	1	1	3	0	3
0	1	0	0	4	0	4
0	1	0	1	5	1	5
0	1	1	0	6	1	6
0	1	1	1	7	1	7
1	0	0	0	-8	1	8
1	0	0	1	-7	1	9
1	0	1	0	-6	1	10
1	0	1	1	-5	1	11
1	1	0	0	-4	0	12
1	1	0	1	-3	0	13
1	1	1	0	-2	0	14
1	1	1	1	-1	0	15

$$f(a,b,c,d) = \sum m(5,6,7,8,9,10,11)$$

$$f(a,b,c,d) = \sum m(5,6,7,8,9,10,11) \rightarrow f(a,b,c,d) = \bar{a}bd + \bar{a}bc + a\bar{b}$$

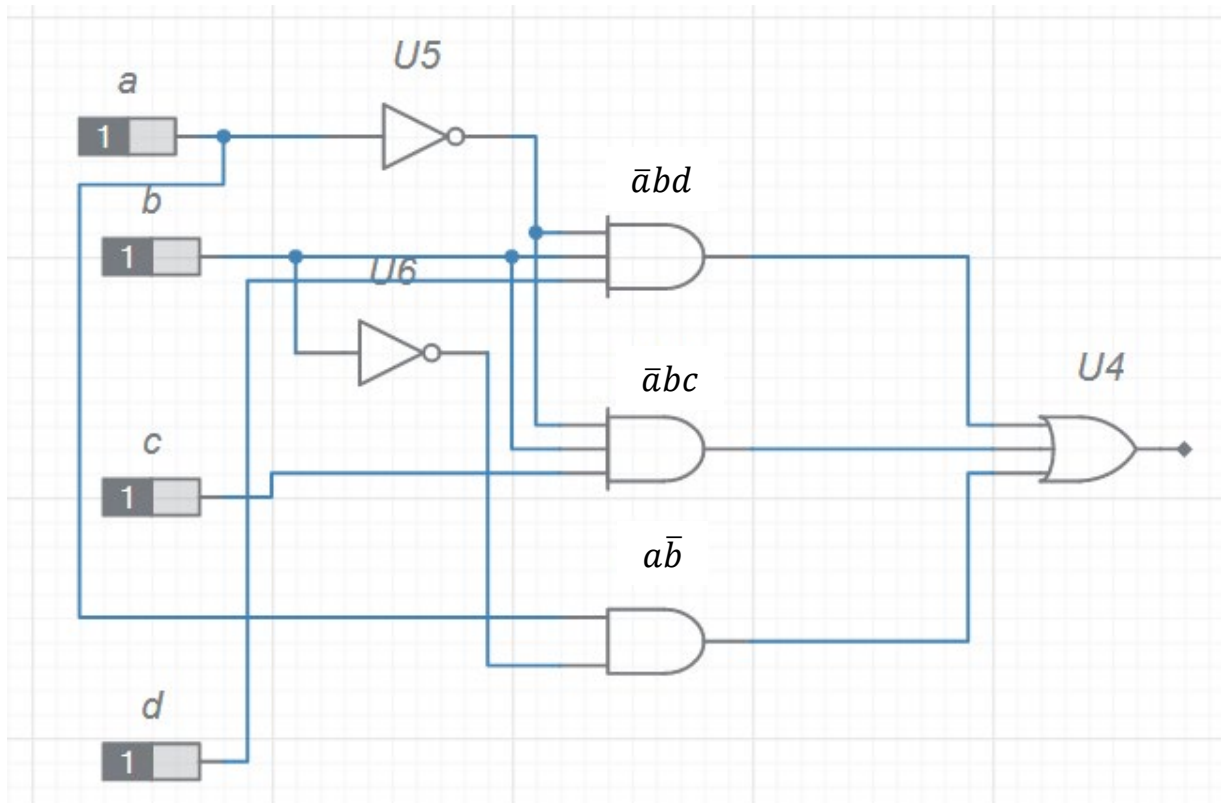
ab \ cd	00	01	11	10
00	0 ⁰	0 ¹	0 ³	0 ²
01	0 ⁴	1 ⁵	1 ⁷	1 ⁶
11	0 ¹²	0 ¹³	0 ¹⁵	0 ¹⁴
10	1 ⁸	1 ⁹	1 ¹¹	1 ¹⁰

a	b	c	d
0	1	0	1
0	1	1	1
$\bar{a}bd$			

a	b	c	d
0	1	1	1
0	1	1	0
$\bar{a}bc$			

a	b	c	d
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	0	1	0
$a\bar{b}$			

$$\rightarrow f(a,b,c,d) = \bar{a}bd + \bar{a}bc + a\bar{b}$$



Problema 4. Un motor es controlado por tres pulsadores A, B y C. Diseñe su circuito de control mediante puertas lógicas que cumpla las siguientes condiciones de funcionamiento:

- Si se pulsan los tres pulsadores el motor se activa
- Si se pulsan dos pulsadores cualesquiera el motor se activa pero se enciende un LED como señal de emergencia
- Si sólo se pulsa un pulsador el motor no se activa pero se enciende el LED indicador de emergencia
- Si no se pulsa ningún pulsador, ni el motor ni el LED se activan.

Se pide:

- a) Escribir la tabla de verdad de la señal que controla el motor (M) y de la señal que controla el LED de emergencia (L).
- b) Expresar las funciones de salida del motor y del LED como suma de productos (Primera Forma Canónica).
- c) Obtener las expresiones reducidas de las funciones por el método de Karnaugh.
- d) Implementar los circuitos del motor y del LED utilizando puertas lógicas.

A	B	C	Motor (M)	LED (L)	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	2
0	1	1	1	1	3
1	0	0	0	1	4
1	0	1	1	1	5
1	1	0	1	1	6
1	1	1	1	0	7

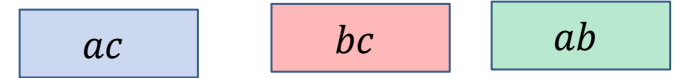
- 3 pulsadores → motor se activa
- 2 pulsadores → el motor se activa, LED activa
- 1 pulsador → el motor no se activa, pero se enciende el LED
- Ningún pulsador → ni el motor ni el LED se activan.

$$M(a,b,c,) = \sum m(3,5,6,7)$$

$$L(a,b,c,) = \sum m(1,2,3,4,5,6)$$

$$M(a,b,c) = \sum m(3,5,6,7)$$

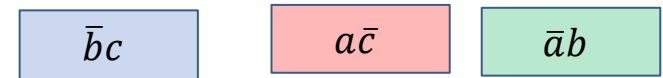
a \ bc	00	01	11	10
0	0 ⁰	0 ¹	1 ³	0 ²
1	0 ⁴	1 ⁵	1 ⁷	1 ⁶



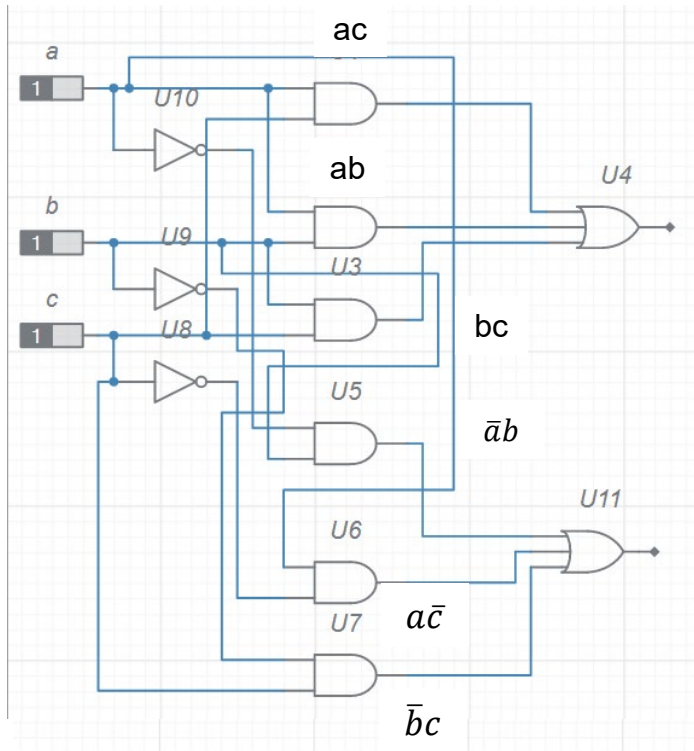
$$M(a,b,c) = ac + bc + ab$$

$$L(a,b,c) = \sum m(1,2,3,4,5,6)$$

a \ bc	00	01	11	10
0	0 ⁰	1 ¹	1 ³	1 ²
1	1 ⁴	1 ⁵	0 ⁷	1 ⁶



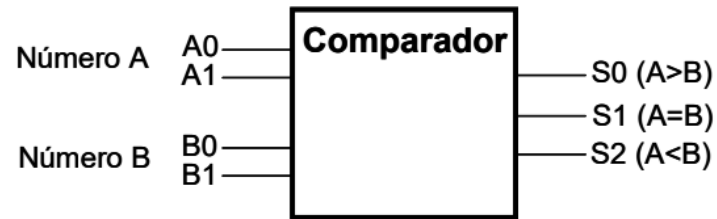
$$L(a,b,c) = \bar{b}c + a\bar{c} + \bar{a}b$$



$$M(a,b,c) = ac + bc + ab$$

$$L(a,b,c) = \bar{b}c + a\bar{c} + \bar{a}b$$

Problema 5. El circuito de la figura es un comparador binario de dos números (A y B) de dos bits. Las salidas (S0, S1 y S2) toman el valor lógico "1" cuando $A > B$, $A = B$ y $A < B$.



A0	A1	Número A
0	0	0
0	1	1
1	0	2
1	1	3

B0	B1	Número B
0	0	0
0	1	1
1	0	2
1	1	3

A0	A1	B0	B1	S0 (A>B)	S1(A=B)	S2(A<B)	
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	2
0	0	1	1	0	0	1	3
0	1	0	0	1	0	0	4
0	1	0	1	0	1	0	5
0	1	1	0	0	0	1	6
0	1	1	1	0	0	1	7
1	0	0	0	1	0	0	8
1	0	0	1	1	0	0	9
1	0	1	0	0	1	0	10
1	0	1	1	0	0	1	11
1	1	0	0	1	0	0	12
1	1	0	1	1	0	0	13
1	1	1	0	1	0	0	14
1	1	1	1	0	1	0	15

$$S0(a,b,c,d) = \sum m(4,8,9,12,13,14)$$

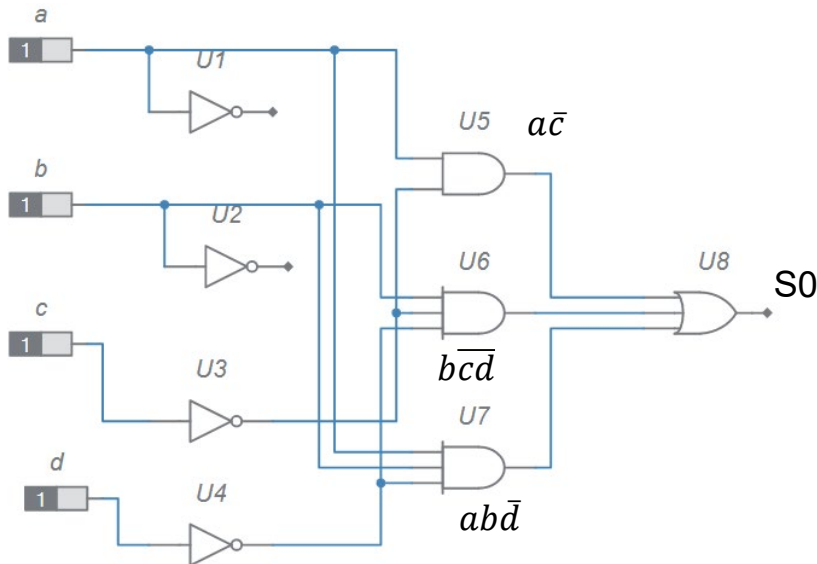
$$S1(a,b,c,d) = \sum m(0,5,10,15)$$

$$S2(a,b,c,d) = \sum m(1,2,3,6,7,11)$$

$$S0(a,b,c,d) = a\bar{c} + b\bar{c}d + ab\bar{d}$$

$$S1(a,b,c,d) = \overline{abcd} + \bar{a}b\bar{c}d + abcd + a\bar{b}c\bar{d} \quad \text{No se puede simplificar}$$

$$S2(a,b,c,d) = \bar{a}c + \bar{b}cd + \bar{a}bd$$



Problema 6. Se quiere realizar un circuito para activar la alarma de incendios (**A**) para la evacuación de un edificio. Para ello se tiene un sensor de gases (**G**), un sensor de humos (**H**), y dos señales procedentes de un termómetro que indican si la temperatura es mayor de 45°C (T_{45}) y si la temperatura es mayor de 60°C (T_{60}). Debido a que a veces los sensores detectan humos y gases que no siempre proceden de incendios (por ejemplo de los cigarrillos o las cocinas), para evitar falsas alarmas, la señal **A** se activará cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- Si la temperatura es mayor de 60°C siempre se activará la alarma.
- Si la temperatura está entre 45°C y 60°C se activará la alarma sólo si han detectado gases o humos (o ambos).
- Si la temperatura es menor de 45°C se activará la alarma sólo si se detectan gases y humos.

Resumiendo, las 4 señales binarias de entradas son:

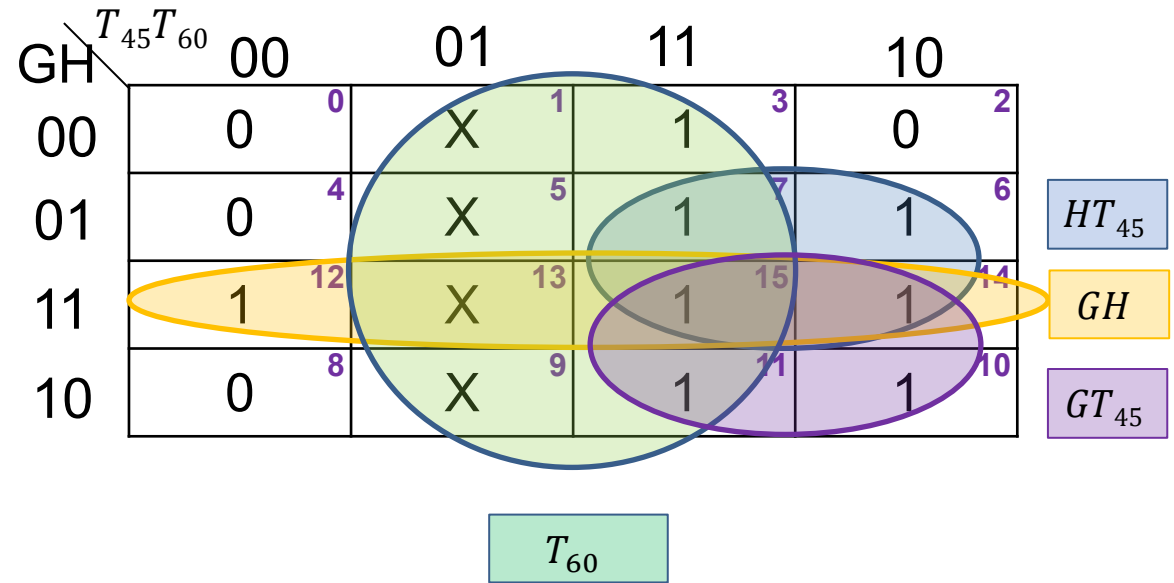
- **G**: vale '1' si se detecta **GAS** resultante de la combustión.
- **H**: vale '1' si se detecta **HUMO**.
- T_{45} : vale '1' si la temperatura es superior a 45°C .
- T_{60} : vale '1' si la temperatura es superior a 60°C . La señal de salida **A** (alarma) se activará a nivel alto '1'.

Se pide:

- a) Realizar la tabla de verdad de la señal de alarma (**A**) a partir de las señales de entrada (**G**, **H**, T_{45} , T_{60}).
- b) Expresar la señal **A** como suma de productos (Primer Forma Canónica)
- c) Obtener la expresión reducida de la señal **A** en suma de productos por el método de Karnaugh.
- d) Implementa la señal **A** obtenida el en apartado anterior utilizando puertas lógicas.

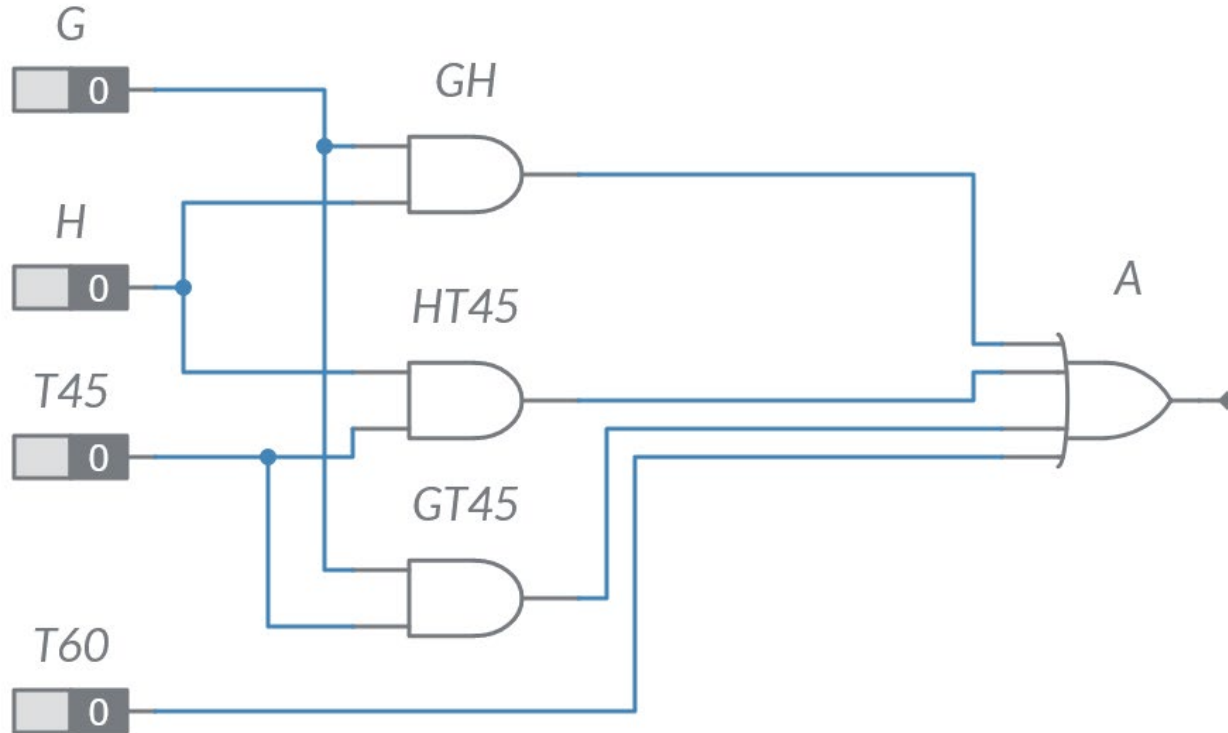
G	H	T ₄₅	T ₆₀	Salida(A)	
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	X	1
0	0	1	0	0	2
0	0	1	1	1	3
0	1	0	0	0	4
0	1	0	1	X	5
0	1	1	0	1	6
0	1	1	1	1	7
1	0	0	0	0	8
1	0	0	1	X	9
1	0	1	0	1	10
1	0	1	1	1	11
1	1	0	0	1	12
1	1	0	1	X	13
1	1	1	0	1	14
1	1	1	1	1	15

$$f(G, H, T_{45}, T_{60}) = \sum m(3,6,7,10,11,12,14,15) + \sum X(1,5,9,13)$$



No se puede dar que la temperatura sea $<45^\circ$ y $>60^\circ$ al mismo tiempo
 $\rightarrow T_{45}=0$ y $T_{60}=1 \rightarrow X$

$$f(G, H, T_{45}, T_{60}) = T_{60} + GH + HT_{45} + GT_{45}$$



Problema 7. Se necesita construir un sistema digital que acepte números del 1 al 10 codificados en binario puro y que genere una salida igual a 1 cuando la entrada sea múltiplo de 2 o igual a 9. Para ello:

- Obtén la tabla de verdad del sistema.
- Expresa la función de salida en Primera Forma Canónica.
- Simplifica al máximo la función utilizando el método de Karnaugh.
- Implementa la función de salida utilizando el mínimo número de puertas lógicas.

Acepta números del 1 al 10 en binario puro → 4 bits.

Entrada: 0, 2, 4, 6, 8, 10 → Salida: 1

Entrada: 1, 3, 5, 7, 9 → Salida 0

Entrada: 11, 12, 13, 14, 15 → ¿Salida? Indefinido: X

A	B	C	D	Salida	
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	2
0	0	1	1	0	3
0	1	0	0	1	4
0	1	0	1	0	5
0	1	1	0	1	6
0	1	1	1	0	7
1	0	0	0	1	8
1	0	0	1	0	9
1	0	1	0	1	10
1	0	1	1	X	11
1	1	0	0	X	12
1	1	0	1	X	13
1	1	1	0	X	14
1	1	1	1	X	15

$$f(a,b,c,d) = \sum m(0,2,4,6,8,10) + \sum X(11,12,13,14,15)$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1 ⁰	0 ¹	0 ³	1 ²
01	1 ⁴	0 ⁵	0 ⁷	1 ⁶
11	X ¹²	X ¹³	X ¹⁵	X ¹⁴
10	1 ⁸	0 ⁹	X ¹¹	1 ¹⁰

\bar{d}



A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

Añadiendo el 9:

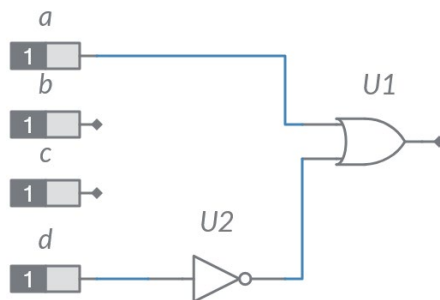
$$f(a,b,c,d) = \sum m(0,2,4,6,8,9,10) + \sum X(11,12,13,14,15)$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1 ⁰	0 ¹	0 ³	1 ²
01	1 ⁴	0 ⁵	0 ⁷	1 ⁶
11	X ¹²	X ¹³	X ¹⁵	X ¹⁴
10	1 ⁸	1 ⁹	X ¹¹	1 ¹⁰

\bar{d}

a

Con el 9: $\bar{d} + a$



A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

©2022 Autor Alexander Cuadrado Conde

Algunos derechos reservados

Este documento se distribuye bajo la licencia
“Atribución-Compartir Igual 4.0 Internacional” de Creative Commons,
disponible en <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>

Para cualquier duda o sugerencia de mejora, puedes escribir a alexander.cuadrado@urjc.es

Agradecimientos a los profesores Gonzalo del Pozo, Beatriz Romero,
Belén Arredondo y Felipe Machado por su contribución a este
documento