Universidad Rey Juan Carlos

Prácticas de laboratorio de Física Aplicada a la Ingeniería

Curso 2022-2023

Alexandre Wagemakers

©Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional

Índice general

Capítulo 1

Ley de Ohm y asociaciones de resistencias

1.1. Conceptos aplicados

La ley de Ohm relaciona la caída de potencial en una resistencia con la intensidad que la recorre. Es posible establecer varias asociaciones simples de resistancias en un circuito, en cuyo caso se puede determinar el valor de una resistencia equivalente a toda la asociación.

1.2. Fundamento teórico

Cuando una corriente eléctrica atraviesa un conductor en un circuito eléctrico, hay una relación entre la intensidad que circula a través del conductor y la diferencia de potencial entre sus extremos. Esta relación es la ley de Ohm

$$V = RI, \tag{1.1}$$

donde R es la resistencia del conductor. En muchos casos se puede considerar el valor de la resistencia como constante, con lo que la relación entre voltaje e intensidad es lineal.

Cuando tenemos una única resistencia se puede aplicar la ley de Ohm sin dificultad, pero cuando lo que tenemos es un sistema de

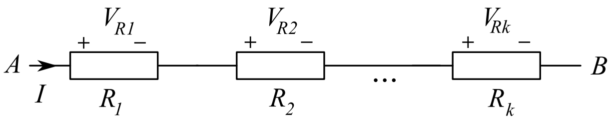


Figura 1.1: Asociación de resistencias en serie.

resistencias la cuestión es más comprometida. A pesar de ello, debido a que se puede utilizar la ley de Ohm como una buena aproximación lineal en una gran parte de las situaciones, es posible simplificar los circuitos formados por varias resistencias y emplear un único valor que represente a toda la asociación. A este valor se le denomina resistencia equivalente. Vamos a considerar dos maneras básicas de asociar las resistencias, en serie y en paralelo.

1.2.1. Resistencias en serie

Dos o más resistencias están puestas en serie cuando por ellas circula exáctamente la misma intensidad de corriente para cualquier valor de la tensión que se les aplique.

En este tipo de asociaciones, la caída de potencial total que tiene lugar en las resistencias es la suma de las caídas de potencial en cada una de ellas,

$$V = V_1 + V_2 + ... \tag{1.2}$$

Puesto que se puede aplicar la ley de Ohm a cada una de ellas, y dado que sabemos que la intensidad de corriente que circula por cada una de ellas es la misma, tenemos que

$$V = I_1 R_1 + I_2 R_1 + ... = I\left(R_1 + R_2 + ...\right). \tag{1.3}$$

Finalmente se puede asociar este valor con el de la resistencia equivalente, es decir,

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + ... \tag{1.4}$$

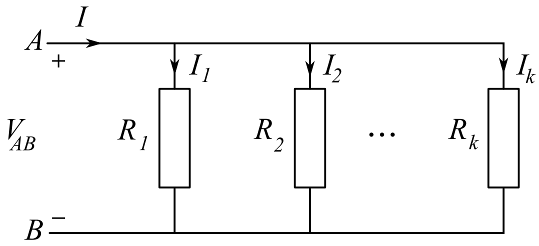


Figura 1.2: Asociación de resistencias en paralelo.

1.2.2. Resistencias en paralelo

Dos o más resistencias están conectadas en paralelo cuando la caída de potencial que tiene lugar en cada una de ellas es exactamente la misma para cualquier valor de la intensidad de corriente.

En estas asociaciones, por cada resistencia circula un diferente valor de la intensidad de corriente. Por tanto la intensidad total que pasa por ellas es la suma de las intensidades que pasan por cada una de ellas,

$$I = I_1 + I_2 + ... \tag{1.5}$$

Aplicando la ley de Ohm en cada resistencia, y dado que la caída de potencial que tiene lugar en cada una es la misma, resulta que

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + ... = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ...\right). \tag{1.6}$$

Se puede ahora identificar este valor con el de la resistencia equivalente, esto es,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... \tag{1.7}$$

1.3. Montaje experimental y Resultados

1.3.1. Resistencia interna del multimetro digital

El multimetro mide varias magnitudes eléctricas pero no es un medidor perfecto. Un parámetro importante es la resistencia interna del

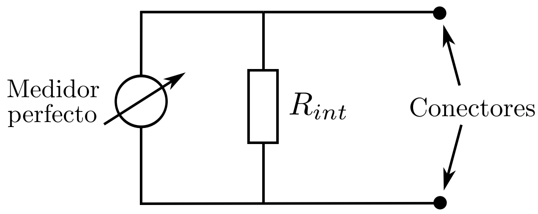


Figura 1.3: Esquema eléctrico interno de un polímetro

medidor. En la figura 1.3 se muestra el esquema eléctrico interno de un polímetro. La resistencia interna R_{int} suele ser muy alta, del orden del MΩ. Puede afectar significamente las medidas en algunos casos.

Se va a proceder a medir la resistencia interna con un procedimiento sencillo:

1. Fijar un voltaje de 2V en el generador de tensión continua.
2. Medir este voltaje V_0 con el polímetro.
3. A continuación colocar una resistencia de $R_1 = 1\text{M}\Omega$ en serie con el generador usando la placa de inserción.
4. Medir el nuevo voltaje V_1 con esta resistencia en serie.

En teoría, el voltaje V_1 se expresa como:

$$V_1 = V_0 \frac{R_{int}}{R_{int} + R_1} \tag{1.8}$$

A partir de las medidas y de la formula anterior hallar el valor de R_{int} del multímetro.

1.3.2. Asociación de resistencias en serie

En este apartado se van a asociar varias resistencias en serie. Primero se estimará el valor teórico y luego se medirá con un polimétro el valor de la resistencia del montaje total.

Se realizara las siguientes tareas:

1. Elegir 5 resistencias diferentes entre las disponibles y medir el valor de cada una con el polímetro. El error de la medida depende de la escala del polimétro.

$R_1 \pm \varepsilon_R$ (Ω)	$R_2 \pm \varepsilon_R$ (Ω)	$R_3 \pm \varepsilon_R$ (Ω)	$R_4 \pm \varepsilon_R$ (Ω)	$R_5 \pm \varepsilon_R$ (Ω)

2. Asociar las resistencias en serie con la placa de inserción.

3. Calcular el valor teórico de la asociación usando el valor nominal de las resistencias, es decir con el código de colores.

R_{th} (Ω)

4. Medir el valor de la asociación con un polímetro, el error de la medida depende de la escala del polimétro.

$R_{pr} \pm \varepsilon_{R_{pr}}$ (Ω)

5. Calcular el error entre el valor teórico esperado y el valor medido.

ΔR (Ω)

6. Calcular el error relativo en porcentaje. ¿Está dentro de la tolerancia de las resistencias especificado por el fabricante?

$\Delta R/R_{pr}$ (%)

7. Si no está dentro de la tolerancia especificada, explicar la diferencia. ¿Juega un papel la resistencia interna del aparato de medida? Justificar.

1.3.3. Asociación de resistencias en paralelo

En el siguiente apartado se van a asociar varias resistencias en paralelo. Se deben de realizar la siguientes tareas:

1. Usar las resistencia del apartado anterior.

2. Asociar las resistencias en paralelo con la placa de inserción.

3. Calcular el valor teórico de la asociación.

R_{th} (Ω)

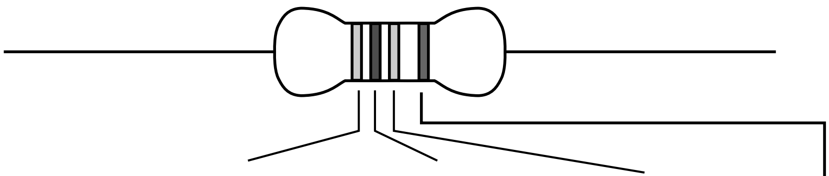
4. Medir el valor de la asociación con un polímetro, el error de la medida depende de la escala del polimétro.

$R_{pr} \pm \varepsilon_{R_{pr}}$ (Ω)

5. Calcular el error relativo entre el valor esperado y el valor medido.

$\Delta R/R_{pr}$ (%)

6. Si no está dentro de la tolerancia especificada, explicar la diferencia. ¿Juega un papel la resistencia interna del aparato de medida? Justificar.



Color	1^{st} Banda	2^{nd} Banda	3rd Banda
Negro	0	0	x 1 Ω
Marron	1	1	x 10 Ω
Rojo	2	2	x 100 Ω
Naranja	3	3	x 1K Ω
Amarillo	4	4	x 10K Ω
Verde	5	5	x 100K Ω
Azul	6	6	x 1M Ω
Violeta	7	7	x 10M Ω
Oro	5%		x .1 Ω
Plata	10%		x .01 Ω

Código de resistencias

Capítulo 2

Teorema de Thévenin

2.1. Conceptos aplicados

El teorema de Thévenin es una herramienta de síntesis de circuitos lineales muy potente. Permite reducir una red lineal eléctrica a un equivalente de una impedancia en serie con una fuente de tensión. En esta práctica se van a realizar medidas para hallar el equivalente de un circuito resistivo sencillo.

2.2. Fundamento teórico

El teorema de Thévenin permite reducir cualquier circuito lineal a una simple fuente de tensión asociada a una resistencia. Es decir, que cualquier asociación de elementos lineales visto entre dos puntos[1] se comporta como un generador con un elemento pasivo en serie (una resistencia en corriente continua). Es un resultado muy interesante que permite hacer abstracción de todo los elementos del circuito y lo reduce a un modelo mucho más sencillo. Las aplicaciones para el análisis son múltiples, y es una herramienta muy potente para reducir la complejidad de un esquema eléctrico o electrónico.

El método general para obtener el equivalente Thévenin de un

[1] Cuando decimos "visto entre dos puntos", significa que tenemos dos terminales accesibles entre los que podemos medir la característica del circuito subyacente.

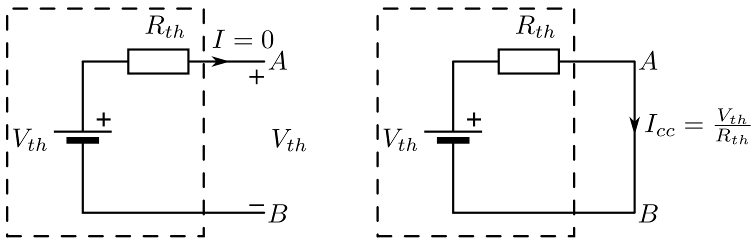


Figura 2.1: Para encontrar el equivalente Thévenin visto de desde dos puertos se halla el voltaje y la corriente en las dos situaciones de prueba: en circuito abierto y en corto circuito.

circuito visto de desde dos puntos A y B consiste en lo siguiente:

- El voltaje de Thévenin V_{th} se obtiene midiendo el voltaje entre A y B desconectando la posible carga o elementos entre los puntos A y B.
- Para calcular la resistencia de Thévenin R_{th}, se ponen en corto-circuito los puntos A y B y se mide la corriente I_{cc} que circula entre los dos puntos. La resistencia se obtiene con: $R_{th} = V_{th}/I_{cc}$.

La Figura 2.1 representa el procedimiento, mostrando las dos etapas necesarias para encontrar el equivalente. Se reduce el circuito a únicamente dos parámetros: V_{th} y R_{th}.

2.3. Montaje experimental y Resultados

2.3.1. Equivalente Thévenin de un circuito resistivo

En este apartado se va realizar el montaje de un circuito con resitencias y un generador de tensión. Con un polímetro se procede primero a obtener directamente el equivalente midiendo el voltaje de Thévenin y luego la corriente de corto-circuito.

Se realizara las siguientes tareas:

1. Escoger 6 resistencias entre las disponibles y medirlas con un polímetro:

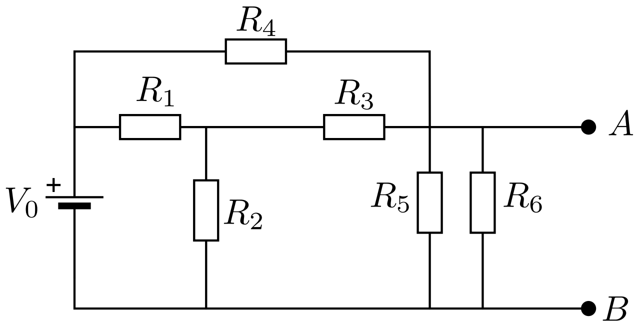


Figura 2.2: Montaje del circuito a realizar

R_1 (Ω)	R_2 (Ω)	R_3 (Ω)	R_4 (Ω)	R_5 (Ω)	R_6 (Ω)

2. Realizar en la placa de inserción el montaje de la figura 2.2. Incluid fotos del montaje y un esquema en la memoria de la práctica.

3. Fijar un voltaje V_0 en la fuente de tensión.

$V_0 \pm \varepsilon_R$ (V)

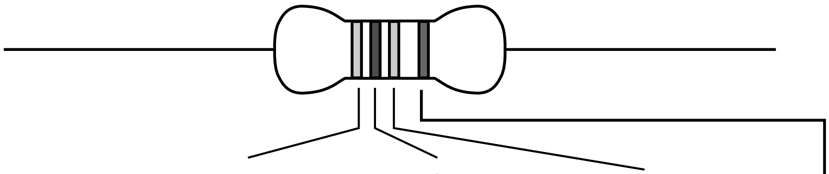
4. Con un polímetro, medir primero la tensión en circuito abierto y luego la corriente en circuito cerrado (poniendo el amperímetro entre A y B) de acuerdo con el esquema de la figura 2.1:

$V_{AB} \pm \varepsilon_R$ (V)	$I_{cc} \pm \varepsilon_I$ (A)

5. A partir de las dos medidas anteriores, obtener un equivalente de Thévenin del circuito.

$R_{th} \pm \varepsilon_R$ (Ω)	$V_{th} \pm \varepsilon_V$ (V)

6. Comparar los valores obtenidos con los valores teóricos de V_{th} y R_{th} obtenidos a partir del esquema de la figura 2.2 y de los valores de las resistencias elegidas.



Color	1st Banda	2nd Banda	3rd Banda
Negro	0	0	x 1 Ω
Marron	1	1	x 10 Ω
Rojo	2	2	x 100 Ω
Naranja	3	3	x 1K Ω
Amarillo	4	4	x 10K Ω
Verde	5	5	x 100K Ω
Azul	6	6	x 1M Ω
Violeta	7	7	x 10M Ω
Oro	5%		x .1 Ω
Plata	10%		x .01 Ω

Código de resistencias

Capítulo 3

Dinámica de circuitos RC

3.1. Objetivo

En esta práctica se estudiará la dinámica de elementos capacitivos midiendo la corriente y la tensión de estos elementos cuando se les excita con una señal de tensión cuadrada.

3.2. Fundamento teórico

3.2.1. Dinámica del condensador

Los condensadores son elementos pasivos capaces de almacenar energía en forma de cargas eléctricas. Estas cargas se acumulan en el condensador a una cierta velocidad que depende de la capacidad del condensador y del circuito de carga. Para poder llevar a cabo un proceso de carga en un condensador en un circuito de corriente continua es necesario disponer en el circuito de una resistencia R. En la figura 3.1 tenemos un generador de forma de onda cuadrada conectado a un elemento RC en serie. Consideramos el condensador inicialmente descargado, es decir $V_c(0) = 0$V. Cuando conectamos la fuente de tensión, la tensión pasa bruscamente de 0V a un valor V_0 constante durante un intervalo de tiempo que consideramos largo. En estas condiciones, se puede demostrar que la dinámica del condensador obedece a la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{RC}(V_0 - V_c) \tag{3.1}$$

Durante el proceso de carga la evolución temporal de la intensidad de corriente en el condensador viene dada por la expresión,

$$I(t) = I_0 e^{\frac{-t}{RC}}, \tag{3.2}$$

en la que R es la resistencia del circuito por el que se carga, C es la capacidad del condensador, t es el tiempo e I_0 es la intensidad inicial del condensador cuyo valor es:

$$I_0 = \frac{V_0}{R}, \tag{3.3}$$

Si nos interesa la tensión de la resistencia tenemos la siguiente expresión:

$$V_R(t) = RI(t) = RI_0 e^{\frac{-t}{RC}} = V_0 e^{\frac{-t}{RC}} \tag{3.4}$$

La tensión del condensador se halla por las leyes de Kirchhoff:

$$V_C(t) = V_0(1 - e^{\frac{-t}{RC}}) \tag{3.5}$$

A la expresión $\tau = RC$, la cual tiene unidades de tiempo, se le conoce como constante de tiempo del circuito, y es una característica intrínseca del circuito RC, ya que nos da idea de como de rápido se llevarán a cabo los procesos de carga y descarga del mismo. La medida de esta constante τ será el objeto de nuestra práctica.

3.3. Montaje experimental y Resultados

El montaje experimental de nuestra práctica puede verse reflejado en las figuras 3.1, **??** y 3.2. En esta práctica, tal y como comentamos anteriormente, calcularemos el valor de la constante de tiempo del circuito τ para distintas situaciones.

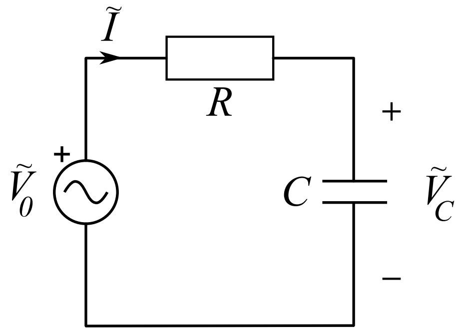


Figura 3.1: Esquema del circuito RC.

3.3.1. Medida de la constante de tiempo τ de un circuito RC.

La ecuación 3.5 nos proporciona una expresión teórica para la tensión del condensador cuando se está cargando. Cuando el tiempo t, contado desde el inicio del proceso de carga, es igual a RC, el valor de la tensión es:

$$V_C(\tau) = V_0(1 - e^{\frac{-RC}{RC}}) = V_0(1 - e^{-1}) \simeq 0{,}632 V_0 \qquad (3.6)$$

Es decir que el condensador alcanza el 63.2 % de la carga final en el tiempo $t = \tau$.

En esta primera parte de la práctica se efectua la medida de la constante τ gracias a un generador de tensión de **onda cuadrada**. Se conecta este generador a nuestro circuito RC en serie. Para observar la tensión del condensador o de la resistencia seguiremos el esquema de la figura 3.2. En el canal 1 observamos la tensión del generador de funciones mientras en el canal 2 observamos la tensión del condensador. Para poder observar la tensión de la resistencia R, simplemente intercambiamos los elementos R y C, no afecta a la corriente en absoluto.

Fijamos la forma de onda cuadrada en la fuente de forma (±1V por ejemplo) y con una frecuencia de 50Hz. Conectar en serie una resistencia de 1kΩ y un condensador de 1μF.

1. Representar la gráfica de la carga y la descarga del condensa-

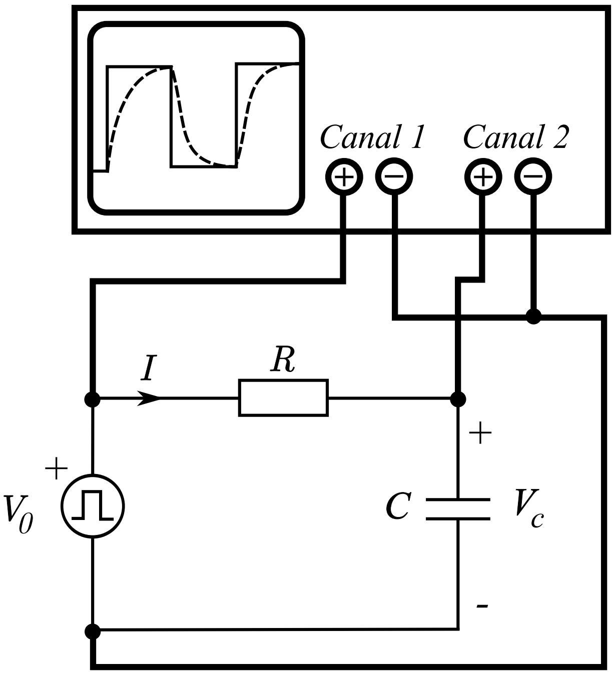


Figura 3.2: Montaje experimental para medir las tensiones del circuito. En el canal 1 Se visualiza la tensión de alimentación del generador mientras en el canal 2 se visualiza la tensión V_C del condensador.

dor haciendo uso de una tabla de valores de tensión y tiempo que se adjunta a continuación. Se pueden hacer fotografías para complementar la toma de datos teniendo cuidado en apuntar el valor de las escalas.

$t \pm \varepsilon_t$ (s)	$V_C \pm \varepsilon_V$ (V)	$\ln(V_{final} - V_C) \pm \varepsilon$

2. Medir la constante de tiempo con la ayuda del osciloscopio. Es conveniente representar la subida o la bajada con la escala más grande posible de forma que ocupe toda la pantalla.

$$\tau \ (\pm\varepsilon_\tau) = \tag{3.7}$$

3. Representar $\ln(V_{final} - V_C)$ frente a t en una gráfica y ajustar los datos a una recta usando el método de los mínimos cuadrados $y = at + b$. La tensión V_{final} corresponde a la diferencia entre $V_C(0)$ (diferencia de potencial al inicio del proceso) y $V_C(\infty)$ (diferencia de potencial al final del proceso de carga). A partir de los datos del ajuste y de la fórmula (3.5) calcular el valor de la constante de tiempo τ.

$$\tau \ (\pm\varepsilon_\tau) = \tag{3.8}$$

Capítulo 4

Medición de impedancias

4.1. Conceptos aplicados

En esta práctica se estudia el comportamiento de los componentes pasivos alimentados en corriente alterna. El objetivo de la práctica es medir la impedancia compleja equivalente de circuitos formados por bobinas y resistencias alimentados en corriente alterna.

4.2. Fundamento teórico

Los elementos pasivos se comportan de una manera peculiar cuando se alimentan con una corriente alterna. Los elementos tales como los condensadores e inductancias, provocan desfases entre la onda de corriente y tensiones. Los modelos matématicos con números complejos permiten simplificar el estudio de dichos componentes en corriente alterna.

Un bobina alimentada en alterna introduce un desfase entre la tensión y la corriente en sus bornes de $\pi/2$ rad y tiene un impedancia equivalente compleja:

$$Z_L = jL\omega \tag{4.1}$$

Siendo $\omega = 2\pi f$ la frecuencia ángular del generador y L el coeficiente de autoinducción de la bobina.

La asociacón de varios componentes lineales lleva a una impedancia compleja equivalente Z. Esta impedancia, una vez alimentada por una fuente de tensión $\tilde{V}$ puede relacionarse con la corriente mediante la ley de Ohm:

$$\tilde{V} = Z\tilde{I} \tag{4.2}$$

Si conocemos la impencia y la tensión podemos determinar la corriente. También podemos determinar la impedancia equivalente a partir de la medidas de corriente y tensión eficaz y del desfase entre tensión y corriente. Tenemos:

$$|Z| = \frac{|\tilde{V}|}{|\tilde{I}|}, \tag{4.3}$$

es decir podemos obtener el módulo de la impedancia a partir de la tensión y corriente eficaz. Por otro lado:

$$arg(Z) = \frac{arg(\tilde{V})}{arg(\tilde{I})} = \phi_V - \phi_I = \Phi \tag{4.4}$$

Podemos obtener el ángulo de la impedancia equivalente a partir de la medida del desfase entre tensión y corriente.

4.3. Montaje experimental y Resultados

En esta práctica se van a identificar las impedancias equivalente a partir de medidas de tensión, de corriente y de desfases. Las tensiones y corrientes eficaces se van a medir con polímetros o usando el osciloscopio. Los desfases entre diferente tensiones se van a medir con un osciloscopio de la siguiente manera (ver figura 4.3):

- En el canal 1 introducir una de las señales.
- En el canal 2 visualizar la segunda señal.
- Ajustar los controles hasta visualizar correctamente las dos señales (para dudas sobre el manejo del osciloscopio ayudarse de la práctica número 0).

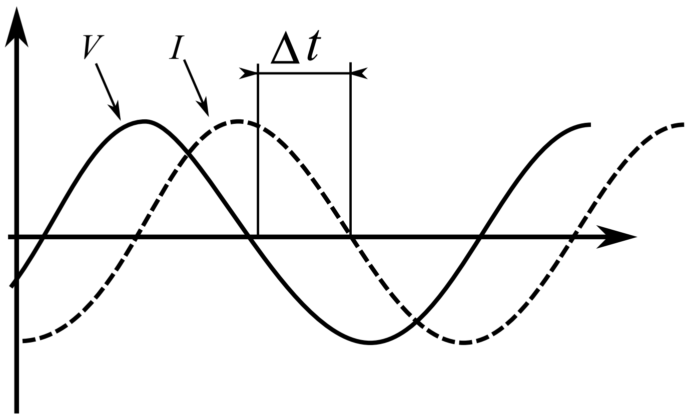


Figura 4.1: Desfase entre dos ondas de misma frecuencia. La onda de corriente está en atraso con respeto a la onda de tensión.

- Medir la diferencia de tiempo entre la dos formas de onda. Por ejemplo, puede fijarse en el cruce del eje de tiempo y medir esta diferencia tal como se muetra en la figura 4.1.
- Para obtener el desfase en radianes se aplica la siguiente fórmula:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}, \tag{4.5}$$

  siendo Δt el desfase entre las dos señales y T el periodo de la señal.

El desfase entre tensión y corriente es entonces $\Delta\varphi = \varphi_V - \varphi_I$. Este desfase es positivo si la corriente está en atraso con respeto a la tensión ($\varphi_I < \varphi_V$) y es negativo si la tensión está en atraso con respeto a la corriente.

4.3.1. Circuito LR

Realizar el circuito de la figura 4.3 con los siguientes valores de los componentes: $R = 1k\Omega$, $L = 10$mH. Fijar el generador de tensiones con una frecuencia de 50kHz y una amplitud eficaz de 2V (se puede elegir otra amplitud, no cambiará el resultado).

Medir las siguientes variables del circuito:

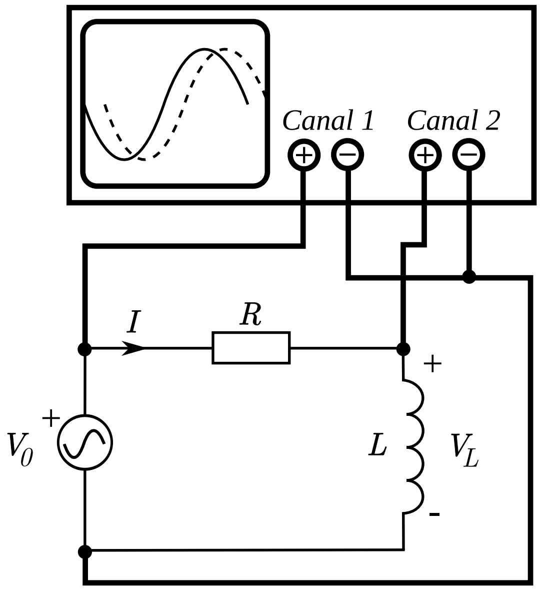


Figura 4.2: Esquema del circuito LR con un osciloscopio.

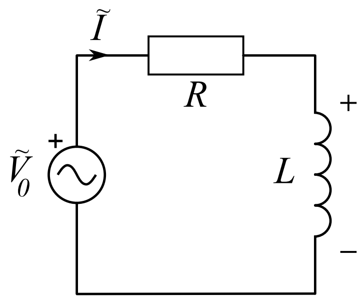


Figura 4.3: Esquema del circuito LR

- La frecuencia f_0 y la amplitud eficaz V_0 de la señal (usar el osciloscopio).
- La tensión y corriente eficaz de la bobina y de la resistencia. Para medir la corriente podemos medir con precisión el valor de la resistencia y deducir la corriente usando la ley de Ohm.
- Desfase $\varphi_{V_0} - \varphi_{V_R}$ entre la tensión del generador y la tensión de la resistencia.
- Desfase $\varphi_{V_0} - \varphi_{V_L}$ entre la tensión del generador y la tensión de la bobina.

f_0 (Hz)	V_0 (V)	V_{Lef} (V)	V_{Ref} (V)	I_{ef} (mA)	$\varphi_{V_0} - \varphi_{V_R}$ (rad)	$\varphi_{V_0} - \varphi_{V_L}$ (rad)

Realizar las siguientes tareas usando las medidas anteriores:

1. Representar las ondas $V_R(t)$, $V_L(t)$ y $V_0(t)$ en una **única** gráfica.
2. Usando **únicamente** las medidas anteriores de tensión, corriente y diferencia de fase calcular la impedancia compleja equivalente del circuito formado por la resistencia y la inductancia con la ayuda de las fórmulas (4.3) y (4.4):

$\lvert Z_{eq}\rvert$ (Ω)	$arg(Z_{eq})$ (V)

3. ¿La forma de onda de la tensión de la bobina esta en retraso o en adelanto comparado con la del generador?

4. Calcular el valor de la impedancia compleja usando la expresión teórica de Z_{eq} y el valor de los componentes medidos con un polímetro y el osciloscopio para ω_0:

$R \pm \varepsilon_R$ (Ω)	$L \pm \varepsilon_L$ (H)	$\omega_0 \pm \varepsilon_{\omega_0}$ (rad.s^{-1})	Z_{eq} (Ω)

5. Comparar el resultado experimental con la impedancia del cálculo teórico anterior.

6. A partir de las medidas experimentales, representar los fasores correspondientes a $\tilde{V}_L$, $\tilde{V}_R$ y $\tilde{V}_0$ en el plano complejo.