Programa docente de Matemáticas II

Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática (ESCET)

[Razvan Gabriel Iagar](https://gestion2.urjc.es/pdi/ver/razvan.iagar)

Área de Matemática Aplicada, ESCET

# Presentación

En esta asignatura se imparten los fundamentos del «Cálculo Diferencial e Integral en Va- rias Variables», del «Cálculo Vectorial», de las «Ecuaciones Diferenciales Ordinarias» y del

«Cálculo Numérico». En el primer bloque se trata de extender a varias variables reales los conceptos del cálculo en una variable real, incluyendo temas como optimización en varias variables y cálculo de integrales múltiples, muy importantes en aplicaciones. El segundo blo- que incluye el cálculo con campos vectoriales y las relaciones entre integrales de línea y superficie, fundamentales en las aplicaciones físicas (donde representan medidas como el trabajo de un campo de fuerzas o el flujo de un campo vectorial) y las integrales de área y vo- lumen. Estos bloques incorporan también el cálculo de longitudes, áreas, volúmenes y otras magnitudes en espacios planos y curvos, respectivamente. El tercer bloque consiste en una introducción a las ecuaciones diferenciales y los métodos de resolución básicos para ciertos tipos de ecuaciones diferenciales más comunes, tanto lineales como no lineales, subrayan- do que son el modelo principal de procesos dinámicos de la naturaleza y la ingeniería. Por último, el cuarto bloque está dedicado a los principios de la aproximación y error numéricos que sientan las bases de gran número de métodos aplicados a la ingeniería.

Esta materia es un requisito para un seguimiento y comprensión óptimos de otras asig- naturas del grado, en particular «Física» (1º), «Estructura de Componentes Electrónicos» (1º), «Termodinámica Aplicada» (2º), «Métodos Matemáticos Aplicados a la Ingeniería» (2º),

«Transmisión de calor» (2º), «Ingeniería de fluidos» (2º), «Física Aplicada a la Ingeniería» (2º), «Ciencia e Ingeniería de Materiales» (2º), «Automatización y Robótica Industrial» (3º),

«Electrónica de Potencia» (3º), «Diseño Mecánico» (3º).

**Requisitos previos.** Para el buen desarrollo de la asignatura, se recomienda encarecida- mente haber superado «Matemáticas I», asignatura de primer semestre, puesto que ésta com- prende el conocimiento de las técnicas básicas de derivación e integración de funciones de una variable a partir de las que se construyen las propias de varias variables. En todo caso, es necesario dominar (entre otros):

la teoría básica de conjuntos; la topología de la recta real;

límites y continuidad de funciones de una variable; derivabilidad e integrabilidad de funciones de una variable; optimización con funciones de una variable;

ecuaciones en el plano y ecuaciones lineales en general; el álgebra de vectores, matrices y diagonalización;

UNIVERSIDAD REY JUAN CARLOS

[urjc.es](https://urjc.es/)

notación matemática.

**Resultados del aprendizaje.** Al superar con éxito esta asignatura, un estudiante deberá ser capaz de:

comprender la geometría y la representación gráfica de funciones en varias variables;

conocer y estudiar propiedades de estas funciones como límites, continuidad, diferen- ciabilidad, continuidad de las derivadas parciales;

modelar y optimizar procesos con funciones de varias variables; parametrizar curvas y superficies;

calcular longitudes, áreas y volúmenes de curvas, superficies y sólidos; calcular trabajo a lo largo de una curva o flujo a través de una superficie;

relacionar área, volumen, trabajo y flujo mediante los teoremas fundamentales de cálcu- lo vectorial;

entender lo que es una solución de una ecuación diferencial y resolver analíticamente los tipos más comunes de ecuaciones diferenciales ordinarias.

# Competencias

## Generales

CG01. Capacidad de síntesis y análisis CG07. Resolución de problemas

CG13. Razonamiento crítico

## Específicas

CE01. Conocer y comprender los fundamentos básicos del cálculo integral y diferencial, las ecuaciones diferenciales, el cálculo numérico, y tener la capacidad para utilizarlos en la descripción y comprensión de situaciones del ámbito de estudio de la ingeniería electrónica.

# Contenidos

**Bloque I.** Cálculo diferencial en varias variables.

**Tema 1.** Límites y continuidad.

Funciones de varias variables.

Límites y límites iterados, direccionales y/o radiales. Continuidad.

Objetivos. Adquirir la destreza básica para entender y describir conjuntos y funciones. Estudiar el comportamiento puntual o asintótico de estas últimas como generalización a varias variables de los conceptos de una variable así como de la aritmética de límites. Afrontar argumentativamente la casuística multidimensional.

2023 © [Razvan Gabriel Iagar](https://gestion2.urjc.es/pdi/ver/razvan.iagar) Obra bajo licencia [CC BY-SA 4.0 cba](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es)

**Tema 2.** Diferenciabilidad. Operaciones.

Derivadas parcial y direccional. Derivada y diferencial.

Gradiente y matriz jacobiana. Derivadas iteradas y matriz hessiana.

Objetivos. Definir diferentes conceptos relacionados a la tasa de cambio de una fun- ción y relacionar estos entre ellos. Conocer operadores diferenciales destacados y su relación con la diferencial y la diferenciabilidad, generalizaciones de la derivada y la derivabilidad.

**Tema 3.** Diferenciabilidad. Aplicaciones.

Regla de la cadena. Teorema de Taylor.

Puntos críticos, extremos relativos y absolutos.

Objetivos. Aplicar las definiciones y operadores para la extensión de la aritmética de derivadas para cálculos indirectos y aproximaciones. Aplicar estos mismos al cálculo de extremos (optimización).

**Bloque II.** Cálculo integral en varias variables.

**Tema 4.** Integración múltiple.

Conjuntos simples, recintos de integración. Integración múltiple, área y volumen.

Cambios de variable. Aplicaciones.

Objetivos. Dar descripciones alternativas de conjuntos simples. Entender la integración múltiple, el cálculo de áreas y volúmenes, como la iteración de integrales de una varia- ble o, alternativamente, como la contracción por suma ciega de una o varias dimensio- nes. Entender la independencia de estos cómputos de órdenes preestablecidos sobre las coordenadas y de las propias coordenadas. Realizar el cálculo de magnitudes físicas como la masa, centro de masas, cantidad de calor, densidad media, temperatura media, etc.

**Tema 5.** Integración escalar sobre curvas y superficies.

Parametrización de curvas y superficies.

Integrales de línea y superficie de campos escalares.

Objetivos. Describir curvas y superficies paramétricamente. Definir elementos geomé- tricos asociados (tangente y normal unitarios). Calcular longitudes de curvas y áreas de superficies, áreas sobre curvas y volúmenes sobre superficies, ambas bajo funciones.

**Tema 6.** Integración vectorial sobre curvas y superficies.

Campos vectoriales y operadores diferenciales. Integrales de línea y superficie de campos vectoriales. Teoremas fundamentales.

Objetivos. Conocer e interpretar operadores diferenciales sobres campos vectoriales (divergencia y rotacional). Ampliar las integrales de línea y superficie a campos vecto- riales e interpretar éstas físicamente. Relacionarlas además con integrales usuales y entre ellas.

**Bloque III.** Ecuaciones diferenciales.

2023 © [Razvan Gabriel Iagar](https://gestion2.urjc.es/pdi/ver/razvan.iagar) Obra bajo licencia [CC BY-SA 4.0 cba](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es)

**Tema 7.** Ecuaciones diferenciales ordinarias.

Ecuaciones diferenciales. Métodos de resolución.

Objetivos. Abstraer el concepto de ecuación y solución. Resolver ecuaciones tipo cuya resolución se conoce para determinar la solución de problemas de valores iniciales y de frontera.

**Bloque IV.** Cálculo numérico.

**Tema 8.** Cálculo numérico.

Aproximación numérica. Derivación numérica.

Integración numérica.

Objetivos. Entender la diferencias entre el universo de datos continuos y el de datos discretos. Aproximar funciones continuas de las que sólo se conoce una cantidad finita de datos. Extender este principio al cálculo de derivadas e integrales.

# Cronograma

En la siguiente tabla, se muestra como distribuir el contenido de los ocho temas (T) a lo largo de doce semanas (S) con una carga de seis horas (h) semanales.

### S h T Contenido

2 1 funciones, curvas de nivel y grafo

1. 2 1 límites: definiciones

2 1 cálculo de límites y continuidad

2 2 derivadas parcial y direccional, gradiente

1. 2 2 diferenciabilidad y diferencial

2 3 regla de la cadena, función implícita

2 3 puntos críticos

1. 2 3 optimización libre

2 3 optimización restringida a recintos cerrados

2 4 construcción de la integral doble

1. 2 4 integración iterada

2 4 teorema de Fubini

2 4 integración sobre dominios generales

1. 2 4 coordenadas polares

2 4 cambios de variable más generales

2 4 integrales triples

1. 2 4 coordenadas cilíndricas y esféricas

2 4 ejercicios de repaso de integración múltiple

2 5 parametrización de curvas

1. 2 5 integrales de línea escalares

2 6 campos conservativos y función potencial; teorema fundamental

2023 © [Razvan Gabriel Iagar](https://gestion2.urjc.es/pdi/ver/razvan.iagar) Obra bajo licencia [CC BY-SA 4.0 cba](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es)

### S h T Contenido

2 6 teorema de Green y aplicaciones

1. 4 5 parametrizar superficies; integral de superficie escalar

2 6 integrales de flujo

1. 2 6 teoremas de divergencia y Stokes

2 6 ejercicios de repaso de cálculo vectorial

2 7 noción de ecuación diferencial; variables separables

1. 2 7 ecuaciones homogéneas, lineales y Bernoulli

2 7 método del factor integrante

4 7 ecuaciones lineales de segundo orden

1. 2 7 ecuaciones Euler y problema de valor inicial y frontera

2 8 interpolación numérica

1. 2 8 diferenciación numérica

2 8 integración numérica simple

# Material

La materia cuenta con un extenso material para ser utilizado a lo largo del curso, durante las clases y durante el trabajo personal.

Notas de la materia. Se recomienda leer la sección correspondiente previo a cada se- sión.

Colecciones de ejercicios. Se recomienda realizar los ejercicios correspondientes previo a cada sesión. Algunos ejercicios de clase son extraídos de esta colección pero también se propondrán ejercicios nuevos.

Colección de exámenes. Son un buen repaso para los alumnos en vista de la preparación de las pruebas de evaluación.

Prácticas. Los enunciados de prácticas de computación están incorporados en la colec- ción de ejercicios.

2023 © [Razvan Gabriel Iagar](https://gestion2.urjc.es/pdi/ver/razvan.iagar) Obra bajo licencia [CC BY-SA 4.0 cba](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es)