Programa docente de Matema´ticas II

Grado en Ingenier´ıa de Organizaci´on Industrial, ESCET

David Puertas Centeno

A´rea de Matem´atica Aplicada, ESCET

18 de enero de 2023

# Presentaci´on

En esta asignatura se imparten los fundamentos del c´alculo diferencial e integral. El objetivo principal de la asignatura es permitir que los alumnos tengan las habilidades necesarias en c´alculo de una y varias variables reales, campos vectoriales y ecuaciones diferenciales ordinarias. Los conocimientos b´asicos adquiridos les permitir´an un mejor seguimiento y comprensi´on de las otras asignaturas del grado, en particular las de F´ısica y de M´etodos Matem´aticos Aplicados a la Ingenier´ıa. Los requisitos previos para el buen desarrollo de la asignatura comprenden el conocimiento de las t´ecnicas b´asicas de derivaci´on e integraci´on de funciones de una variable y el conocimiento del ´algebra lineal, materias ya estudiadas en la asignatura de Matem´aticas I. Se requieren tambi´en el dominio de los conocimientos y competencias de la modalidad de Ciencia y Tecnolog´ıa de Bachillerato.

**Requisitos previos.** Para el buen seguimiento de la asignatura es muy recomendable tener un conocimiento s´olido de la asignatura Matem´aticas I. Especialmente en lo referente a t´ecnicas b´asicas de derivaci´on e integraci´on de funciones de una variable. Adem´as de ello es recomendable tener conocimientos b´asicos acerca de:

notaci´on matem´atica; aritm´etica de conjuntos;

l´ımites y continuidad de funciones de una variable; derivabilidad e integrabilidad de funciones de una variable; ecuaciones en el plano y ecuaciones lineales en general;

nociones fundamentales A´lgebra Lineal.

de:

**Resultados del aprendizaje.** Al finalizar la materia, los estudiantes deber´an ser capaces

estudiar propiedades y optimizar funciones de varias variables; parametrizar curvas y superficies;

calcular longitudes, ´areas y volu´menes de curvas, superficies y s´olidos;

calcular masas y momentos de inercia de cuerpos bidimensionales y tridimensionales con distribuciones de densidad no uniformes;

calcular el trabajo de un campo vectorial a lo largo de una curva o su flujo a trav´es de una superficie;

resolver anal´ıticamente ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y lineales de

´ordenes superiores.

# Competencias

## Generales

CG01. Capacidad de s´ıntesis y an´alisis CG07. Resoluci´on de problemas CG13. Razonamiento cr´ıtico

CG15. Capacidad cr´ıtica y autocr´ıtica.

CG17. Capacidad de aplicar los conocimientos en la pr´actica. CG18. Capacidad de aprender de forma aut´onoma.

CG19. Adaptaci´on a nuevas situaciones. CG21. Creatividad.

## Espec´ıficas

CE01.Conocer y aplicar conocimientos b´asicos de matem´aticas a conceptos o desarrollos tecnol´ogicos relacionados con la tecnolog´ıa de organizaci´on industrial.

# Contenidos

**Bloque I.** C´alculo diferencial e integral de funciones de varias variables.

**Tema 1.** Funciones de varias variables. L´ımites y continuidad.

Generalidades

Definici´on y estudio del l´ımite de funciones de varias variables. Definici´on y estudio de la continuidad de funciones de varias variables.

Objetivos. Comprender las definiciones b´asicas en el estudio funciones de varias variables, y conocer las herramientas elementales para el estudio de l´ımites y continuidad de dichas funciones.

**Tema 2.** Derivabilidad: nociones fundamentales.

Derivadas parciales y direccionales. Diferenciales.

Gradiente.

Regla de la cadena

Matriz jacobiana.

Objetivos. Adquirir destrezas relacionadas con el c´alculo los diferentes cuantificadores de las tasas de cambio de una funci´on multivariable y conocer las relaciones entre ellas.

**Tema 3.** Derivabilidad: aplicaciones.

Criterio de la Hessiana.

Estudio de extremos absolutos y relativos

Objetivos. Aplicar las nociones de derivaci´on para la resoluci´on de diferentes problemas de optimizaci´on.

**Tema 4.** Integraci´on mu´ltiple.

Parametrizaci´on de recintos de integraci´on. Integraci´on de funciones de dos y tres variables. C´alculo de ´areas y de volu´menes.

Cambios de variable y jacobiano.

Objetivos. Aprender a parametrizar conjuntos simples. Desarrollar destrezas en el c´alculo de integrales en recintos bidimensionales y tridimensionales y entender su relaci´on con el c´alculo ´areas, volu´mentes, masas y momentos de inercia, etc.

**Bloque II.** An´alisis vectorial

**Tema 5.** Calculo vectorial: curvas Parametrizaci´on de curvas.

Integrales de l´ınea de campos escalares y vectoriales.

Campos vectoriales conservativos.

Teorema Fundamental del C´alculo para integrales de l´ınea. Teorema de Green.

Objetivos.Adquirir destreza en la parametrizaci´on de curvas en el plano y en el espacio. Aprender a integrar funciones escalares y vectoriales a lo largo de curvas, tanto por c´alculo directo como utilizando los teoremas fundamentales correspondientes. Entender su relaci´on con el c´alculo de la masa de un cuerpo monodimensional, o con el trabajo realizado por un campo. Comprender la noci´on de campo vectorial conservativo, conocer las herramientas para su caracterizaci´on y para c´alculo de funciones potenciales asociadas.

**Tema 6.** Calculo vectorial: superficies Parametrizaci´on de superficies.

Integrales de superficie de campos escalares y vectoriales.

Teorema de la divergencia. Teorema de Stokes.

Objetivos. Aprender a parametrizar superficies. Desarrollar destreza en el c´alculo de inte- grales de superficie de funciones escalares, y de integrales de flujo de campos vectoriales. Conocer su relaci´on con el c´alculo de la masas de un cuerpo bidimensional o con el concepto f´ısico de flujo. Saber relacionar dichas integrales y nociones con integrales de volumen y de superficie a trav´es de los Teoremas de la divergencia y de Stokes.

**Bloque III.** Ecuaciones diferenciales ordinarias.

**Tema 7.** Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

Ecuaciones diferenciales separables. Ecuaciones diferenciales exactas.

Factor integrante.

Objetivos. Comprender las nociones de soluci´on particular y soluci´on general de una ecua- ci´on diferencial ordinaria. Adquirir destreza en la interpretaci´on de las soluciones de una ecuaci´on diferencial y en los diferentes m´etodos de resoluci´on de ecuaciones diferenciales ordinarias separables y exactas. Aprender a buscar factores integrables para la resoluci´on de ecuaciones diferenciales no exactas en los casos m´as sencillos.

**Tema 8.** Ecuaciones diferenciales lineales.

Ecuaciones diferenciales homonog´eneas y no homog´eneas. Ecuaciones lineales de primer orden.

Ecuaciones lineales con coeficientes constantes de orden arbitrario.

Objetivos. Estudiar la estructura de espacio vectorial de las ecuaciones lineales homog´eneas, y aprender m´etodos de resoluci´on de las ecuaciones homog´eneas y no homog´eneas. Estu- diar el polinomio caracter´ıtico de una ecuaci´on diferencial con coeficientes constantes y su aplicabilidad para la resoluci´on de ecuaciones lineales de ordenes superiores.

# Cronograma

En la siguiente tabla mostramos el nu´mero de horas (h) dedicadas a cada uno los diferentes ep´ıgrafes de cada tema (T).

### T h Contenido Objetivos

1 Generalidades definiciones b´asicas: dominio e imagen.

1. 2 L´ımites de funciones de varias variables definici´on. Iterados, direccionales, etc.
   1. Continuidad de funciones de varias variables definici´on. Funci´on mayorante.
   2. Derivadas parciales y direccionales definiciones y ejemplos. Reglas b´asicas.
2. 3 Diferenciales. Gradiente definiciones. Relaciones con deriv. direcc.
3. Matriz Jacobiana definci´on y ejemplos.
4. Regla de la cadena enunciado y ejemplos.
5. Criterio de la Hessiana enunciado y ejemplos en R2 y R3*.*
6. 4 Estudio de extremos absolutos y relativos Teorema de Weierstrass. Ligaduras.

2 Parametrizaci´on de recintos de integraci´on recintos (horiz. y verticalmente) simples.

4 Integraci´on de funciones de dos y tres variables integrales iteradas. T- de Fubini. Secciones

1. 2 C´alculo de ´areas y de volu´menes def. de ´area, volumen y masa. Ejemplos

2 Cambios de variable y jacobiano coord. polares, esf´ericas y cil´ındricas

2 Parametrizaci´on de curvas definici´on de curva y de camino.

2 Integrales de l´ınea de campos escalares y vectoriales definciones y ejemplos.

1. 2 Campos vectoriales conservativos definiciones y ejemplos. Significado f´ısico.

2 Teorema Fundamental del C´alculo para integrales de l´ınea enunciado y aplicaciones.

2 Teorema de Green enunciado y aplicaciones

### T h Contenido Objetivos

2 Parametrizaci´on de superficies funciones vectoriales de 2 variables

2 Integrales de superficie de campos escalares y vectoriales definici´on y ejemplos

1. 1 Teorema de la divergencia enunciado y apliaciones

2 Teorema de Stokes enunciado y aplicaciones

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias introducci´on EDOs. Soluci´on general.
2. Ecuaciones diferenciales separables defici´on y ejemplos.
3. 2 Ecuaciones diferenciales exactas defici´on y ejemplos.

2 Factor integrante defici´on y ejemplos.

2 Ecs. diferenciales homonog´eneas y no homog´eneas defici´on y ejemplos.

1. 2 Ecs. lineales de primer orden defici´on y ejemplos.

2 Ecs. lineales con coeficientes constantes de orden arbitrario polinomio caracter´ıstico, ejemplos.

# Material

La asignatura cuenta con material exhaustivo para ser utilizado durante el desarrollo del curso.

Notas de la materia. Se recomienda a los estudiantes la lectura previa de los ep´ıgrafes correspondientes a cada sesi´on.

Colecci´on de ejercicios. Se recomienda a los estudiantes que realicen previamente los ejer- cicios correspondientes a cada sesi´on.

Colecci´on de ex´amenes. Se recomienda abordar estos ejercicios tras finalizar cada tema.