Matema´ticas I

Gu´ıa de estudio de la asignatura

Grado en Ingenier´ıa Ambiental

Marta Latorre Balado

Material docente en abierto de la Universidad Rey Juan Carlos BURJ Digital https://burjcdigital.urjc.es/

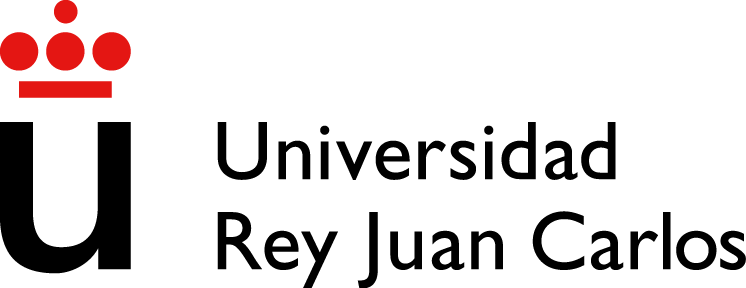
6 de septiembre de 2023

©2023 Marta Latorre Balado Algunos derechos reservados

Este documento se distribuye bajo la licencia

“Atribucio´n-CompartirIgual 4.0 Internacional” de Creative Commons, disponible en

https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es



´Indice

1. [Informacio´n general](#_bookmark0) 5
2. [Temario](#_bookmark1) 6
3. [Objetivos](#_bookmark2) 6
4. [Actividades formativas](#_bookmark3) 7
5. [Planificacio´n temporal](#_bookmark4) 7
   1. [Cronograma](#_bookmark5) 7
   2. [Tiempo de trabajo del estudiante](#_bookmark6) 10
6. [Material docente](#_bookmark7) 10
7. [Evaluacio´n](#_bookmark8) 11
   1. [Convocatoria ordinaria](#_bookmark9) 11
   2. [Convocatoria extraordinaria](#_bookmark10) 11
   3. [Ejemplos](#_bookmark11) 11
8. [Recursos y bibliograf´ıa](#_bookmark12) 11

# Informacio´n general

*Matema´ticas I* es una asignatura de 6 cre´ditos del Grado en Ingenier´ıa Ambiental y el doble Grado de In- genier´ıa Ambiental e Ingenier´ıa en Organizacio´n Industrial que se imparte durante el primer cuatrimestre del primer curso en el campus de Mo´stoles de la Universidad Rey Juan Carlos.

El contenido de esta asignatura se divide en dos bloques tema´ticos: el A´lgebra lineal y el Ca´lculo en una variable.

* En el primer bloque, A´lgebra lineal, estudiaremos las ecuaciones de grado uno o lineales y las es- tructuras algebraicas asociadas a estos. Este bloque se compone de un contenido imprescindible ya que la linealizacio´n (reduccio´n de un problema complejo en un conjunto de problemas lineales) es una de las te´cnicas ma´s utilizadas para la resolucio´n de problemas te´cnico-cient´ıficos.
* En el segundo bloque, Ca´lculo en una variable, ampliaremos el estudio de las te´cnicas de ana´lisis de continuidad, diferenciabilidad e integracio´n de funciones reales de una variable real iniciado en Bachillerato.

Estos contenidos sirven de preparacio´n para la asignatura Matema´ticas II (impartida en el segundo cua- trimestre del primer curso), en la que se extienden los conceptos de este bloque al ca´lculo en varias variables. Adema´s, se aconseja haber superado esta asignatura antes de matricularse en otras asigna- turas de cursos superiores del grado como, por ejemplo, Me´todos Matema´ticos Aplicados a la Ingenier´ıa Ambiental o Estad´ıstica.

Conocimientos previos

Para cursar la asignatura se recomienda tener los conocimientos propios de las asignaturas de Ma- tema´ticas de Bachillerato. En particular, es esencial conocer y utilizar correctamente las operaciones aritme´ticas ba´sicas con nu´meros enteros, racionales y reales y las operaciones y propiedades de las funciones elementales (polinomios, ra´ıces, exponenciales, logaritmos, trigonome´tricas,...). Tambie´n se precisa saber discutir y resolver sistemas de ecuaciones lineales as´ı como conocer las te´cnicas ba´sicas de derivacio´n e integracio´n. Por u´ltimo, tambie´n se preve´ que los estudiantes este´n familiarizados con el uso de conceptos abstractos y sean capaces de seguir demostraciones sencillas.

Para el estudio de la asignatura se aconseja un trabajo diario y realizar los Cursos Cero de Matema´ticas ([https://www.urjc.es/principal-intranet/curso-cero](http://www.urjc.es/principal-intranet/curso-cero))) que la URJC pone a disposicio´n de los estu- diantes de forma gratuita.

Profesorado

Las clases son impartidas por Marta Latorre Balado (despacho 031, Departamental II, campus de Mo´sto- les), profesora del a´rea de Matema´tica Aplicada. Para solicitar una tutor´ıa basta con enviar un correo electro´nico a [marta.latorre@urjc.es](mailto:marta.latorre@urjc.es) (o a trave´s del correo del Aula Virtual) que incluya vuestro nombre, apellidos, la asignatura y el grado que cursa´is.

Horario

Las clases se imparten en el aula 208 (Aulario II) del campus de Mo´stoles del 11/09/2023 al 22/12/2023 con el siguiente horario:

* lunes de 11:00 a 12:00 (50 min de clase + 10 min de descanso)
* martes de 13:00 a 14:00 (50 min de clase + 10 min de descanso)
* jueves de 11:00 a 13:00 (100 min de clase + 20 min de descanso)
* viernes de 11:00 a 13:00 (100 min de clase + 20 min de descanso)

Gu´ıa docente

La Gu´ıa docente de la asignatura del curso 2023–2024 se encuentra disponible en el siguiente enlace:

https://gestion3.urjc.es/guiasdocentes/

# Temario

Esta asignatura esta´ dividida en dos bloques tema´ticos con los siguientes contenidos:

Bloque I. A´lgebra lineal.

Tema 1 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Tema 2 Espacios vectoriales. Tema 3 Aplicaciones lineales. Tema 4 Diagonalizacio´n.

Tema 5 Espacios normados.

Bloque II. Ca´lculo en una variable.

Tema 6 Nu´meros complejos. Tema 7 L´ımites y continuidad. Tema 8 Derivacio´n de funciones. Tema 9 Integracio´n de funciones.

# Objetivos

A continuacio´n se detallan los objetivos de aprendizaje de la asignatura:

1. operar correctamente con vectores y matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales;
2. realizar operaciones matriciales ba´sicas: ca´lculo de determinantes e inversas (me´todo de Gauss y de Gauss-Jordan);
3. comprender la estructura de espacio vectorial y conocer sus propiedades;
4. identificar y trabajar con subespacios vectoriales, conjuntos de vectores linealmente independien- tes y sistemas generadores;
5. comprender las aplicaciones lineales y sus principales caracter´ısticas: nu´cleo e imagen;
6. trabajar e identificar de forma matricial las aplicaciones lineales;
7. identificar los endormorfismos diagonalizables y diagonalizarlos si es posible;
8. comprender la estructura de espacio eucl´ıdeo;
9. conocer los conceptos de ortogonalidad y ortonormalidad, proyeccio´n ortogonal y sus aplicacio- nes;
10. conocer y realizar operaciones aritme´ticas con nu´meros complejos;
11. calcular l´ımites de funciones reales identificando y resolviendo indeterminaciones;
12. estudiar la continuidad de funciones reales;
13. comprender y utilizar correctamente teoremas de continuidad;
14. analizar la derivabilidad y usar esa informacio´n para determinar ciertas propiedades de las funcio- nes reales;

n˜. comprender y utilizar correctamente teoremas de derivacio´n;

1. aproximar funciones con el polinomio de Taylor acotando el error cometido;
2. calcular primitivas de utilizando me´todos de integracio´n sencillos;
3. resolver integrales definidas y aplicarlo al ca´lculo de a´reas.

# Actividades formativas

Las actividades formativas previstas para el curso son las siguientes.

* Clases teo´ricas: Sesiones expositivas, explicativas y/o demostrativas de los contenidos del curso.
* Clases pra´cticas: Sesiones de actividades pra´cticas de resolucio´n de ejercicios y problemas.
* Tutor´ıas: Atencio´n, ayuda y orientacio´n por parte del profesor a uno o varios estudiantes.
* Trabajo individual: Preparacio´n de exa´menes, lectura de la teor´ıa, resolucio´n de problemas...

# Planificacio´n temporal

## Cronograma

A continuacio´n se muestra una tabla con la propuesta de la planificacio´n temporal distribuyendo los 6 cre´ditos de la asignatura en 60 sesiones de 1h cada una. Para cada sesio´n se incluyen los temas abordados con una breve descripcio´n de los contenidos desarrollados en dicha sesio´n, los objetivos de aprendizaje, el material que se va a utilizar, el tipo de actividad indicando si es una sesio´n de teor´ıa (T) o de resolucio´n de ejercicios y problemas (P) y el trabajo personal que debe realizar el estudiante antes de la clase.

Tema Descripcio´n Obj. Material Act. Trabajo personal

Matrices: definicio´n, operaciones con

matrices y propiedades, matriz tras- puesta, matriz invertible, determinante y propiedades.

1

Sistemas de ecuaciones: ecuacio´n lineal y solucio´n, sistema de ecuaciones li-

a, b Diap. T1, pa´g. 1-17 T Lectura previa de

Lectura previa de

las diapositivas

neales y solucio´n, discusio´n de un sis- tema, sistemas equivalentes, resolucio´n por me´todo de Gauss.

Forma matricial de un sistema: matriz escalonada, rango, teorema de Rouche´- Frobenius.

Sistemas de ecuaciones en forma matri-

a, b Diap. T1, pa´g. 18-27 T

a, b Diap. T1, pa´g. 28-34 T

las diapositivas

Lectura previa de las diapositivas

cial: matriz escalonada reducida, me´to- do de Gauss-Jordan, ca´lculo de la matriz inversa.

las diapositivas

a, b Diap. T1, pa´g. 35-39 T Lectura previa de

Ejercicios Tema 1 a, b Ejer. propuestos y Espacio vectorial: definicio´n y ejemplos.

resueltos T1

Resolucio´n de ejer. propuestos T1

Lectura previa de

P

1. Subespacio vectorial: definicio´n, carac-

terizaciones, ejemplos.

Unio´n e interseccio´n de conjuntos, unio´n, interseccio´n y suma de subespa- cios, ejemplos.

Combinacio´n lineal de vectores, depen- dencia e independencia lineal y propie- dades.

c, d Diap. T2, pa´g. 1-9 T

c, d Diap. T2, pa´g. 10-12 T

d Diap. T2, pa´g. 13-18 T

las diapositivas

Lectura previa de las diapositivas

Lectura previa de las diapositivas

tema generador, subespacio generado. ejemplos, teoremas.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Rango de un conjunto de vectores, sis- d | Diap. T2, pa´g. 19-23 | T Lectura previa de las diapositivas |
| Base de un subespacio: definicio´n, d | Diap. T2, pa´g.24-30 | T Lectura previa de las diapositivas |
| Coordenadas, dependencia e indepen- d | Diap. T2, pa´g. 31-37 | T Lectura previa de  las diapositivas |

dencia lineal. Matriz de cambio de base.

Tema Descripcio´n Obj. Material Act. Trabajo personal

Ejercicios Tema 2 c, d Ejer. propuestos y

resueltos T2

Ejercicios Tema 2 c, d Ejer. propuestos y Aplicacio´n lineal: definicio´n y ejem-

resueltos T2

Resolucio´n de ejer. propuestos T2

Resolucio´n de ejer. propuestos T2

P

P

Lectura previa de

1. plos. Nu´cleo e imagen: definicio´n y prop`ıedades.

e Diap. T3, pa´g. 1-9 T

las diapositivas

Nu´cleo e imagen: ejemplos. Aplicaciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.

Matriz asociada a una aplica- cio´n lineal: definicio´n, inyectivi- dad/sobreyectividad/biyectividad, ca´lculo del nu´cleo e imagen.

e Diap. T3, pa´g. 10-15 T Lectura previa de

e, f Diap. T3, pa´g. 16-24 T Lectura previa de

las diapositivas

las diapositivas

Ejercicios Tema 3 e, f Ejer. resueltos y

propuestos T3

Ejercicios Tema 3 e, f Ejer. resueltos y

propuestos T3

Resolucio´n de ejer. propuestos T3

Resolucio´n de ejer. propuestos T3

P

P

Diagonalizacio´n: Ejemplos de motiva- cio´n. Valores y vectores propios: defi- nicio´n, ejemplos y propiedades. Ca´lculo del subespacio propio.

4

Polinomio caracter´ıstico, multiplicidad algebraica y geome´trica. Diagonaliza- cio´n de matrices. Criterio de diagonali- zabilidad.

g Diap. T4, pa´g. 1-11 T Lectura previa de

1. Diap. T4, pa´g. 12-19 T Lectura previa de

las diapositivas

las diapositivas

Diagonalizacio´n de matrices: Ejemplos. g Diap. T4, pa´g. 20-21 T Lectura previa de

las diapositivas

Ejercicios Tema 4 g Ejer. resueltos y

propuestos T4

Resolucio´n de ejer. propuestos T4

Producto escalar: definicio´n, matriz de

P

1. Gram, coordenadas y matriz de Gram. Norma de un vector.

Norma: propiedades. Distancia y a´ngu- lo. Vectores ortogonales, bases ortogo- nales y ortonormales. Proyeccio´n orto- gonal. Me´todo de ortonormalizacio´n de Gram-Schimidt.

1. Diap. T5, pa´g. 1-10 T

h, i Diap. T5, pa´g. 11-20 T

Lectura previa de las diapositivas

Lectura previa de las diapositivas

Ejemplos del me´todo de ortonormaliza- cio´n de Gram-Schmidt.

P

1. Diap. T5, pa´g. 21 T Lectura previa de

Ejercicios Tema 5 g, h, i Ejer. resueltos y

las diapositivas

propuestos T5

Resolucio´n de ejer. propuestos T5

Resolucio´n Parcial I del curso 2022– 2023

1-5

Resolucio´n Parcial I del curso 2022– 2023

Parcial I 2022-2023

Parcial I 2022-2023

a-i

a-i

Diap. y ejer. resuel-

P Estudio de T1-5

P Estudio de T1-5

1-5 Resolucio´n dudas a-i

Resolucio´n dudas a-i

1-5 PARCIAL I PARCIAL I

tos y propuestos T1-5

Diap. y ejer. resuel- tos y propuestos T1-5

T, P Estudio de T1-5

T, P Estudio de T1-5

Tema Descripcio´n Obj. Material Act. Trabajo personal

Nu´meros complejos: definicio´n, opera-

1. ciones, conjugado, mo´dulo y argumento. Operaciones en forma polar.
2. Diap. T6, pa´g. 1-20 T

Lectura previa de las diapositivas

Teorema fundamental del a´lgebra.

Lectura previa de

Ca´lculo de ra´ıces n-e´simas. Exponencial compleja.

j Diap. T6, pa´g. 21-26 T

las diapositivas

l´ımites infinitos, l´ımites laterales, criterio

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Ejercicios T6 j | Ejer. resueltos y propuestos T6 | P Resolucio´n de ejer. propuestos T6 |
| 7 | Dominio e imagen de una funcio´n. L´ımites: definicio´n, ejemplos, artime´tica, k  del sa´ndwich. | Diap. T7, pa´g. 1-16 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | L´ımites en el infinito, ejemplos, aritme´ti- k | Diap. T7, pa´g. 17-23 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Indeterminaciones: K/0, diferencia de in- k | Diap. T7, pa´g. 24-28 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Indeterminaciones: cociente de infinitos, k | Diap. T7, pa´g. 29-35 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Continuidad: definicio´n, propiedades, ti- l | Diap. T7, pa´g. 36-47 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Teorema de Bolzano y aplicaciones. m | Diap. T7, pa´g. 48-52 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Ejercicios T7 k, l, m | Ejer. resueltos y propuestos T7 | P Resolucio´n de ejer. propuestos T7 |
| 8 | Derivada: motivacio´n, definicio´n, ejem-  plos, derivacio´n de funciones elementa- n | Diap. T8, pa´g. 1-11 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Recta tangente, derivada de la funcio´n inversa. Relacio´n entre continuidad y de- n | Diap. T8, pa´g. 12-16 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Estudio de la derivabilidad de una fun-  cio´n. Teorema de Rolle. Derivadas de or- n, n˜ | Diap. T8, pa´g. 17-24 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Polinomio de Taylor: ejemplos, acotacio´n o | Diap. T8, pa´g.25-30 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Monotonia: definicio´n y teorema de la n, n˜ | Diap. T8, pa´g. 31-33 | T Lectura previa de las diapositivas |
|  | Extremos locales y absolutos: definicio´n n, n˜ | Diap. T8, pa´g.34-35 | T Lectura previa de las diapositivas |

ca, composicio´n de funciones. finitos, 0/0.

0·infinito, 1 elevado a infinito, ejercicios. pos de discontinuidad.

les. Propiedades, regla de la cadena.

rivabilidad.

den superior.

del error, propiedades. primera derivada.

y teorema de la segunda derivada.

Ejemplos de monoton´ıa y extremos. Ejer- cicios de repaso del tema 8.

Ejer. resueltos y propuestos T8

n, n˜, o

T, P

Lectura previa de las diap. y resolu- cio´n de ejer. pro- puestos T8

P

Ejercicios T8 n, n˜, o Ejer. resueltos y

propuestos T8

Resolucio´n de ejer. propuestos T8

Primitiva: definicio´n, ejemplos. Integra-

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| les inmediatas. Propiedades. Integrales p plos de integrales inmediatas. | Diap. T9, pa´g. 1-11 | T Lectura previa de las diapositivas |
| Me´todos de integracio´n: cambio de va- p | Diap. T9, pa´g. 12-19 | T Lectura previa de las diapositivas |
| Me´todos de integracio´n: cociente de po- p | Diap. T9, pa´g. 20-23 | T Lectura previa de las diapositivas |

9 inmediatas + Regla de la cadena. Ejem-

riable e integracio´n por partes. linomios.

Tema Descripcio´n Obj. Material Act. Trabajo personal

Me´todos de integracio´n: trigonome´tri- cas

Integrales definidas. Teorema funda- mental del ca´lculo

1. Diap. T9, pa´g. 24-26 T Lectura previa de
2. Diap. T9, pa´g. 27-37 T Lectura previa de

las diapositivas

las diapositivas

Ca´lculo de a´reas. q Diap. T9, pa´g. 38-41 T Lectura previa de

las diapositivas

Ejercicios T9. p, q Ejer. resueltos y

propuestos T9

Ejercicios T9 p, q Ejer. resueltos y

propuestos T9

Resolucio´n de ejer. propuestos T8

Resolucio´n de ejer. propuestos T8

P

P

Resolucio´n Parcial II del curso 2022– 2023

6-9

Resolucio´n Parcial II del curso 2022– 2023

Parcial II 2022-2023

Parcial II 2022-2023

j-q

j-q

Diap. y ejer. resuel-

P Estudio de T6-9

P Estudio de T6-9

6-9 Resolucio´n dudas j-q

Resolucio´n dudas j-q

tos y propuestos T6-9

Diap. y ejer. resuel- tos y propuestos T6-9

T, P Estudio de T6-9

T, P Estudio de T6-9

## Tiempo de trabajo del estudiante

El tiempo estimado de trabajo que debe dedicar cada estudiante para un buen seguimiento de la asig- natura es el siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| Asistencia a clases teo´ricas y de problemas | 60 h |
| Tutor´ıas | 10 h |
| Realizacio´n de exa´menes | 6 h |
| Preparacio´n de clases teo´ricas | 40 h |
| Preparacio´n de clases de problemas | 50 h |
| Preparacio´n de exa´menes | 30 h |
| TOTAL | 180 h |

# Material docente

Los estudiantes disponen en el Aula Virtual y en el repositorio on-line de la URJC del siguiente material que les permitira´ el estudio individual, preparacio´n de las clases y seguimiento de la asignatura:

* Gu´ıa de estudio de la asignatura
* Diapositivas con las explicaciones teo´ricas de cada tema
* Listado de problemas resueltos de cada tema
* Hojas de ejercicios propuestos para cada tema
* Exa´menes resueltos de cursos anteriores

# Evaluacio´n

La evaluacio´n de la asignatura consiste en dos pruebas escritas a realizar de forma presencial e indivi- dual durante el cuatrimestre. Para aprobar la asignatura se debe superar la nota m´ınima en cada parcial y que la nota media sea mayor o igual que 5 sobre 10.

## Convocatoria ordinaria

* Parcial I

▶ Contenido: Bloque I

▶ Ponderacio´n: 50 %

▶ Nota m´ınima: 4 sobre 10

* Parcial II

▶ Contenido: Bloque II

▶ Ponderacio´n: 50 %

▶ Nota m´ınima: 4 sobre 10

## Convocatoria extraordinaria

Si no se ha superado la asignatura en la convocatoria ordinaria, cada estudiante tiene la posibilidad de revaluar los parciales suspendidos en la convocatoria extraordinaria. El contenido, la ponderacio´n y la nota m´ınima de la convocatoria extraordinaria son las mismas que en la ordinaria.

## Ejemplos

Ejemplo 1. Un estudiante obtiene un 4 en el Parcial I y un 6 en el Parcial II en la convocatoria ordinaria. La asignatura esta´ superada en la convocatoria ordinaria con una nota final de 5.

Ejemplo 2. Un estudiante obtiene un 3 en el Parcial I y un 7 en el Parcial II en la convocatoria ordinaria. Al no superar la nota m´ınima en el Parcial I, la asignatura esta´ suspendida y la nota final de la convocatoria ordinaria es de 4.9.

En la convocatoria extraordinaria el estudiante solo se presenta al Parcial I y se calcula la nota final con la nueva nota del Parcial I y el 7 del Parcial II.

Ejemplo 3. Un estudiante obtiene un 4.75 en el Parcial I y un 2.25 en el Parcial II. Al no superar la nota m´ınima en un parcial, la asignatura esta´ suspendida en la convocatoria ordinaria con una nota final de 3.5.

En la convocatoria extraordinaria el estudiante tiene que presentarse al Parcial II (porque no supera la nota m´ınima) y puede elegir presentarse o no al Parcial I. Si se examina del Parcial I, la media se calcula con las nuevas calificaciones y si no se examina del Parcial I, la nota final se calcula con el 4.75 de la convocatoria ordinaria.

# Recursos y bibliograf´ıa

Adema´s del material docente que se encuentra en el repositorio on-line de la URJC y en el apartado de Contenidos del Aula Virtual, los estudiantes pueden consultar los libros indicados en la bibliograf´ıa de la gu´ıa docente.

▶ Fundamentos Matema´ticos de la Ingenier´ıa

M.A. Fontelos y U. Kindela´n

Publicaciones de la Universidad Rey Juan Carlos

▶ A´lgebra lineal

S. I. Grossman y J.J. Flores Godoy

McGraw-Hill

▶ A´lgebra lineal

S. Lipschutz

McGraw-Hill

▶ A´lgebra lineal

J. Burgos

McGraw-Hill

▶ Curso pra´ctico de Ca´lculo y Preca´lculo

D. Pestana, J.M. Rodr´ıguez, E. Romera, E. Touris, V. A´lvarez y A. Portilla Editorial Ariel, S.A.

▶ Preca´lculo con avances de Ca´lculo

D.G. Zill, J.M. Dewar

McGraw-Hill