

Matemáticas I

Guía de estudio de la asignatura

Grado en Ingeniería Ambiental

Marta Latorre Balado

Material docente en abierto de la Universidad Rey Juan Carlos

BURJ Digital <https://burjcdigital.urjc.es/>

6 de septiembre de 2023

©2023 Marta Latorre Balado

Algunos derechos reservados

Este documento se distribuye bajo la licencia

“Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional” de Creative Commons, disponible en

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>



Universidad
Rey Juan Carlos

Índice

1	Información general	5
2	Temario	6
3	Objetivos	6
4	Actividades formativas	7
5	Planificación temporal	7
5.1	Cronograma	7
5.2	Tiempo de trabajo del estudiante	10
6	Material docente	10
7	Evaluación	11
7.1	Convocatoria ordinaria	11
7.2	Convocatoria extraordinaria	11
7.3	Ejemplos	11
8	Recursos y bibliografía	11

1. Información general

Matemáticas I es una asignatura de 6 créditos del Grado en Ingeniería Ambiental y el doble Grado de Ingeniería Ambiental e Ingeniería en Organización Industrial que se imparte durante el primer cuatrimestre del primer curso en el campus de Móstoles de la Universidad Rey Juan Carlos.

El contenido de esta asignatura se divide en dos bloques temáticos: el Álgebra lineal y el Cálculo en una variable.

- En el primer bloque, Álgebra lineal, estudiaremos las ecuaciones de grado uno o lineales y las estructuras algebraicas asociadas a estos. Este bloque se compone de un contenido imprescindible ya que la linealización (reducción de un problema complejo en un conjunto de problemas lineales) es una de las técnicas más utilizadas para la resolución de problemas técnico-científicos.
- En el segundo bloque, Cálculo en una variable, ampliaremos el estudio de las técnicas de análisis de continuidad, diferenciabilidad e integración de funciones reales de una variable real iniciado en Bachillerato.

Estos contenidos sirven de preparación para la asignatura Matemáticas II (impartida en el segundo cuatrimestre del primer curso), en la que se extienden los conceptos de este bloque al cálculo en varias variables. Además, se aconseja haber superado esta asignatura antes de matricularse en otras asignaturas de cursos superiores del grado como, por ejemplo, Métodos Matemáticos Aplicados a la Ingeniería Ambiental o Estadística.

Conocimientos previos

Para cursar la asignatura se recomienda tener los conocimientos propios de las asignaturas de Matemáticas de Bachillerato. En particular, es esencial conocer y utilizar correctamente las operaciones aritméticas básicas con números enteros, racionales y reales y las operaciones y propiedades de las funciones elementales (polinomios, raíces, exponenciales, logaritmos, trigonométricas,...). También se precisa saber discutir y resolver sistemas de ecuaciones lineales así como conocer las técnicas básicas de derivación e integración. Por último, también se prevé que los estudiantes estén familiarizados con el uso de conceptos abstractos y sean capaces de seguir demostraciones sencillas.

Para el estudio de la asignatura se aconseja un trabajo diario y realizar los Cursos Cero de Matemáticas (<https://www.urjc.es/principal-intranet/curso-cero>) que la URJC pone a disposición de los estudiantes de forma gratuita.

Profesorado

Las clases son impartidas por Marta Latorre Balado (despacho 031, Departamental II, campus de Móstoles), profesora del área de Matemática Aplicada. Para solicitar una tutoría basta con enviar un correo electrónico a marta.latorre@urjc.es (o a través del correo del Aula Virtual) que incluya vuestro nombre, apellidos, la asignatura y el grado que cursáis.

Horario

Las clases se imparten en el aula 208 (Aulario II) del campus de Móstoles del 11/09/2023 al 22/12/2023 con el siguiente horario:

- lunes de 11:00 a 12:00 (50 min de clase + 10 min de descanso)
- martes de 13:00 a 14:00 (50 min de clase + 10 min de descanso)
- jueves de 11:00 a 13:00 (100 min de clase + 20 min de descanso)
- viernes de 11:00 a 13:00 (100 min de clase + 20 min de descanso)

Guía docente

La Guía docente de la asignatura del curso 2023–2024 se encuentra disponible en el siguiente enlace: <https://gestion3.urjc.es/guiasdocentes/>

2. Temario

Esta asignatura está dividida en dos bloques temáticos con los siguientes contenidos:

Bloque I. Álgebra lineal.

Tema 1 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Tema 2 Espacios vectoriales.

Tema 3 Aplicaciones lineales.

Tema 4 Diagonalización.

Tema 5 Espacios normados.

Bloque II. Cálculo en una variable.

Tema 6 Números complejos.

Tema 7 Límites y continuidad.

Tema 8 Derivación de funciones.

Tema 9 Integración de funciones.

3. Objetivos

A continuación se detallan los objetivos de aprendizaje de la asignatura:

- a. operar correctamente con vectores y matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales;
- b. realizar operaciones matriciales básicas: cálculo de determinantes e inversas (método de Gauss y de Gauss-Jordan);
- c. comprender la estructura de espacio vectorial y conocer sus propiedades;
- d. identificar y trabajar con subespacios vectoriales, conjuntos de vectores linealmente independientes y sistemas generadores;
- e. comprender las aplicaciones lineales y sus principales características: núcleo e imagen;
- f. trabajar e identificar de forma matricial las aplicaciones lineales;
- g. identificar los endomorfismos diagonalizables y diagonalizarlos si es posible;
- h. comprender la estructura de espacio euclídeo;
- i. conocer los conceptos de ortogonalidad y ortonormalidad, proyección ortogonal y sus aplicaciones;
- j. conocer y realizar operaciones aritméticas con números complejos;
- k. calcular límites de funciones reales identificando y resolviendo indeterminaciones;
- l. estudiar la continuidad de funciones reales;
- m. comprender y utilizar correctamente teoremas de continuidad;
- n. analizar la derivabilidad y usar esa información para determinar ciertas propiedades de las funciones reales;
- ñ. comprender y utilizar correctamente teoremas de derivación;
- o. aproximar funciones con el polinomio de Taylor acotando el error cometido;
- p. calcular primitivas de utilizando métodos de integración sencillos;
- q. resolver integrales definidas y aplicarlo al cálculo de áreas.

4. Actividades formativas

Las actividades formativas previstas para el curso son las siguientes.

- **Clases teóricas:** Sesiones expositivas, explicativas y/o demostrativas de los contenidos del curso.
- **Clases prácticas:** Sesiones de actividades prácticas de resolución de ejercicios y problemas.
- **Tutorías:** Atención, ayuda y orientación por parte del profesor a uno o varios estudiantes.
- **Trabajo individual:** Preparación de exámenes, lectura de la teoría, resolución de problemas...

5. Planificación temporal

5.1. Cronograma

A continuación se muestra una tabla con la propuesta de la planificación temporal distribuyendo los 6 créditos de la asignatura en 60 sesiones de 1h cada una. Para cada sesión se incluyen los temas abordados con una breve descripción de los contenidos desarrollados en dicha sesión, los objetivos de aprendizaje, el material que se va a utilizar, el tipo de actividad indicando si es una sesión de teoría (T) o de resolución de ejercicios y problemas (P) y el trabajo personal que debe realizar el estudiante antes de la clase.

Tema	Descripción	Obj.	Material	Act.	Trabajo personal
1	Matrices: definición, operaciones con matrices y propiedades, matriz traspuesta, matriz invertible, determinante y propiedades.	a, b	Diap. T1, pág. 1-17	T	Lectura previa de las diapositivas
	Sistemas de ecuaciones: ecuación lineal y solución, sistema de ecuaciones lineales y solución, discusión de un sistema, sistemas equivalentes, resolución por método de Gauss.	a, b	Diap. T1, pág. 18-27	T	Lectura previa de las diapositivas
	Forma matricial de un sistema: matriz escalonada, rango, teorema de Rouché-Frobenius.	a, b	Diap. T1, pág. 28-34	T	Lectura previa de las diapositivas
	Sistemas de ecuaciones en forma matricial: matriz escalonada reducida, método de Gauss-Jordan, cálculo de la matriz inversa.	a, b	Diap. T1, pág. 35-39	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejercicios Tema 1	a, b	Ejer. propuestos y resueltos T1	P	Resolución de ejer. propuestos T1
2	Espacio vectorial: definición y ejemplos. Subespacio vectorial: definición, caracterizaciones, ejemplos.	c, d	Diap. T2, pág. 1-9	T	Lectura previa de las diapositivas
	Unión e intersección de conjuntos, unión, intersección y suma de subespacios, ejemplos.	c, d	Diap. T2, pág. 10-12	T	Lectura previa de las diapositivas
	Combinación lineal de vectores, dependencia e independencia lineal y propiedades.	d	Diap. T2, pág. 13-18	T	Lectura previa de las diapositivas
	Rango de un conjunto de vectores, sistema generador, subespacio generado.	d	Diap. T2, pág. 19-23	T	Lectura previa de las diapositivas
	Base de un subespacio: definición, ejemplos, teoremas.	d	Diap. T2, pág. 24-30	T	Lectura previa de las diapositivas
	Coordenadas, dependencia e independencia lineal. Matriz de cambio de base.	d	Diap. T2, pág. 31-37	T	Lectura previa de las diapositivas

Tema	Descripción	Obj.	Material	Act.	Trabajo personal
	Ejercicios Tema 2	c, d	Ejer. propuestos y resueltos T2	P	Resolución de ejer. propuestos T2
	Ejercicios Tema 2	c, d	Ejer. propuestos y resueltos T2	P	Resolución de ejer. propuestos T2
3	Aplicación lineal: definición y ejemplos. Núcleo e imagen: definición y propiedades.	e	Diap. T3, pág. 1-9	T	Lectura previa de las diapositivas
	Núcleo e imagen: ejemplos. Aplicaciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.	e	Diap. T3, pág. 10-15	T	Lectura previa de las diapositivas
	Matriz asociada a una aplicación lineal: definición, inyectividad/sobreyectividad/biyectividad, cálculo del núcleo e imagen.	e, f	Diap. T3, pág. 16-24	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejercicios Tema 3	e, f	Ejer. resueltos y propuestos T3	P	Resolución de ejer. propuestos T3
	Ejercicios Tema 3	e, f	Ejer. resueltos y propuestos T3	P	Resolución de ejer. propuestos T3
4	Diagonalización: Ejemplos de motivación. Valores y vectores propios: definición, ejemplos y propiedades. Cálculo del subespacio propio.	g	Diap. T4, pág. 1-11	T	Lectura previa de las diapositivas
	Polinomio característico, multiplicidad algebraica y geométrica. Diagonalización de matrices. Criterio de diagonalizabilidad.	g	Diap. T4, pág. 12-19	T	Lectura previa de las diapositivas
	Diagonalización de matrices: Ejemplos.	g	Diap. T4, pág. 20-21	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejercicios Tema 4	g	Ejer. resueltos y propuestos T4	P	Resolución de ejer. propuestos T4
5	Producto escalar: definición, matriz de Gram, coordenadas y matriz de Gram. Norma de un vector.	h	Diap. T5, pág. 1-10	T	Lectura previa de las diapositivas
	Norma: propiedades. Distancia y ángulo. Vectores ortogonales, bases ortogonales y ortonormales. Proyección ortogonal. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt.	h, i	Diap. T5, pág. 11-20	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejemplos del método de ortonormalización de Gram-Schmidt.	i	Diap. T5, pág. 21	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejercicios Tema 5	g, h, i	Ejer. resueltos y propuestos T5	P	Resolución de ejer. propuestos T5
1-5	Resolución Parcial I del curso 2022-2023	a-i	Parcial I 2022-2023	P	Estudio de T1-5
	Resolución Parcial I del curso 2022-2023	a-i	Parcial I 2022-2023	P	Estudio de T1-5
1-5	Resolución dudas	a-i	Diap. y ejer. resueltos y propuestos T1-5	T, P	Estudio de T1-5
	Resolución dudas	a-i	Diap. y ejer. resueltos y propuestos T1-5	T, P	Estudio de T1-5
1-5	PARCIAL I				
	PARCIAL I				

Tema	Descripción	Obj.	Material	Act.	Trabajo personal
6	Números complejos: definición, operaciones, conjugado, módulo y argumento. Operaciones en forma polar.	j	Diap. T6, pág. 1-20	T	Lectura previa de las diapositivas
	Teorema fundamental del álgebra. Cálculo de raíces n-ésimas. Exponencial compleja.	j	Diap. T6, pág. 21-26	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejercicios T6	j	Ejer. resueltos y propuestos T6	P	Resolución de ejer. propuestos T6
7	Dominio e imagen de una función. Límites: definición, ejemplos, aritmética, límites infinitos, límites laterales, criterio del sándwich.	k	Diap. T7, pág. 1-16	T	Lectura previa de las diapositivas
	Límites en el infinito, ejemplos, aritmética, composición de funciones.	k	Diap. T7, pág. 17-23	T	Lectura previa de las diapositivas
	Indeterminaciones: $K/0$, diferencia de infinitos, $0/0$.	k	Diap. T7, pág. 24-28	T	Lectura previa de las diapositivas
	Indeterminaciones: cociente de infinitos, 0 -infinito, 1 elevado a infinito, ejercicios.	k	Diap. T7, pág. 29-35	T	Lectura previa de las diapositivas
	Continuidad: definición, propiedades, tipos de discontinuidad.	l	Diap. T7, pág. 36-47	T	Lectura previa de las diapositivas
	Teorema de Bolzano y aplicaciones.	m	Diap. T7, pág. 48-52	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejercicios T7	k, l, m	Ejer. resueltos y propuestos T7	P	Resolución de ejer. propuestos T7
8	Derivada: motivación, definición, ejemplos, derivación de funciones elementales. Propiedades, regla de la cadena.	n	Diap. T8, pág. 1-11	T	Lectura previa de las diapositivas
	Recta tangente, derivada de la función inversa. Relación entre continuidad y derivabilidad.	n	Diap. T8, pág. 12-16	T	Lectura previa de las diapositivas
	Estudio de la derivabilidad de una función. Teorema de Rolle. Derivadas de orden superior.	n, ñ	Diap. T8, pág. 17-24	T	Lectura previa de las diapositivas
	Polinomio de Taylor: ejemplos, acotación del error, propiedades.	o	Diap. T8, pág. 25-30	T	Lectura previa de las diapositivas
	Monotonía: definición y teorema de la primera derivada.	n, ñ	Diap. T8, pág. 31-33	T	Lectura previa de las diapositivas
	Extremos locales y absolutos: definición y teorema de la segunda derivada.	n, ñ	Diap. T8, pág. 34-35	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejemplos de monotonía y extremos. Ejercicios de repaso del tema 8.	n, ñ, o	Ejer. resueltos y propuestos T8	T, P	Lectura previa de las diap. y resolución de ejer. propuestos T8
	Ejercicios T8	n, ñ, o	Ejer. resueltos y propuestos T8	P	Resolución de ejer. propuestos T8
9	Primitiva: definición, ejemplos. Integrales inmediatas. Propiedades. Integrales inmediatas + Regla de la cadena. Ejemplos de integrales inmediatas.	p	Diap. T9, pág. 1-11	T	Lectura previa de las diapositivas
	Métodos de integración: cambio de variable e integración por partes.	p	Diap. T9, pág. 12-19	T	Lectura previa de las diapositivas
	Métodos de integración: cociente de polinomios.	p	Diap. T9, pág. 20-23	T	Lectura previa de las diapositivas

Tema	Descripción	Obj.	Material	Act.	Trabajo personal
	Métodos de integración: trigonométricas	p	Diap. T9, pág. 24-26	T	Lectura previa de las diapositivas
	Integrales definidas. Teorema fundamental del cálculo	q	Diap. T9, pág. 27-37	T	Lectura previa de las diapositivas
	Cálculo de áreas.	q	Diap. T9, pág. 38-41	T	Lectura previa de las diapositivas
	Ejercicios T9.	p, q	Ejer. resueltos y propuestos T9	P	Resolución de ejer. propuestos T8
	Ejercicios T9	p, q	Ejer. resueltos y propuestos T9	P	Resolución de ejer. propuestos T8
6-9	Resolución Parcial II del curso 2022-2023	j-q	Parcial II 2022-2023	P	Estudio de T6-9
	Resolución Parcial II del curso 2022-2023	j-q	Parcial II 2022-2023	P	Estudio de T6-9
6-9	Resolución dudas	j-q	Diap. y ejer. resueltos y propuestos T6-9	T, P	Estudio de T6-9
	Resolución dudas	j-q	Diap. y ejer. resueltos y propuestos T6-9	T, P	Estudio de T6-9

5.2. Tiempo de trabajo del estudiante

El tiempo estimado de trabajo que debe dedicar cada estudiante para un buen seguimiento de la asignatura es el siguiente:

Asistencia a clases teóricas y de problemas	60 h
Tutorías	10 h
Realización de exámenes	6 h
Preparación de clases teóricas	40 h
Preparación de clases de problemas	50 h
Preparación de exámenes	30 h
TOTAL	180 h

6. Material docente

Los estudiantes disponen en el Aula Virtual y en el repositorio on-line de la URJC del siguiente material que les permitirá el estudio individual, preparación de las clases y seguimiento de la asignatura:

- Guía de estudio de la asignatura
- Diapositivas con las explicaciones teóricas de cada tema
- Listado de problemas resueltos de cada tema
- Hojas de ejercicios propuestos para cada tema
- Exámenes resueltos de cursos anteriores

7. Evaluación

La evaluación de la asignatura consiste en dos pruebas escritas a realizar de forma presencial e individual durante el cuatrimestre. Para aprobar la asignatura se debe superar la nota mínima en cada parcial y que la nota media sea mayor o igual que 5 sobre 10.

7.1. Convocatoria ordinaria

- **Parcial I**
 - ▶ Contenido: Bloque I
 - ▶ Ponderación: 50 %
 - ▶ Nota mínima: 4 sobre 10
- **Parcial II**
 - ▶ Contenido: Bloque II
 - ▶ Ponderación: 50 %
 - ▶ Nota mínima: 4 sobre 10

7.2. Convocatoria extraordinaria

Si no se ha superado la asignatura en la convocatoria ordinaria, cada estudiante tiene la posibilidad de reevaluar los parciales suspendidos en la convocatoria extraordinaria. El contenido, la ponderación y la nota mínima de la convocatoria extraordinaria son las mismas que en la ordinaria.

7.3. Ejemplos

Ejemplo 1. Un estudiante obtiene un 4 en el Parcial I y un 6 en el Parcial II en la convocatoria ordinaria. La asignatura está superada en la convocatoria ordinaria con una nota final de 5.

Ejemplo 2. Un estudiante obtiene un 3 en el Parcial I y un 7 en el Parcial II en la convocatoria ordinaria. Al no superar la nota mínima en el Parcial I, la asignatura está suspendida y la nota final de la convocatoria ordinaria es de 4.9.

En la convocatoria extraordinaria el estudiante solo se presenta al Parcial I y se calcula la nota final con la nueva nota del Parcial I y el 7 del Parcial II.

Ejemplo 3. Un estudiante obtiene un 4.75 en el Parcial I y un 2.25 en el Parcial II. Al no superar la nota mínima en un parcial, la asignatura está suspendida en la convocatoria ordinaria con una nota final de 3.5.

En la convocatoria extraordinaria el estudiante tiene que presentarse al Parcial II (porque no supera la nota mínima) y puede elegir presentarse o no al Parcial I. Si se examina del Parcial I, la media se calcula con las nuevas calificaciones y si no se examina del Parcial I, la nota final se calcula con el 4.75 de la convocatoria ordinaria.

8. Recursos y bibliografía

Además del material docente que se encuentra en el repositorio on-line de la URJC y en el apartado de Contenidos del Aula Virtual, los estudiantes pueden consultar los libros indicados en la bibliografía de la guía docente.

- ▶ **Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería**
M.A. Fontelos y U. Kindelán
Publicaciones de la Universidad Rey Juan Carlos
- ▶ **Álgebra lineal**
S. I. Grossman y J.J. Flores Godoy
McGraw-Hill
- ▶ **Álgebra lineal**
S. Lipschutz
McGraw-Hill

- ▶ **Álgebra lineal**
J. Burgos
McGraw-Hill
- ▶ **Curso práctico de Cálculo y Precálculo**
D. Pestana, J.M. Rodríguez, E. Romera, E. Touris, V. Álvarez y A. Portilla
Editorial Ariel, S.A.
- ▶ **Precálculo con avances de Cálculo**
D.G. Zill, J.M. Dewar
McGraw-Hill