Matema´ticas I

Gu´ıa de estudio de la asignatura

Grado en Ingenier´ıa de Tecnolog´ıas Industriales

Javier Mart´ınez Mart´ınez

Material docente en abierto de la Universidad Rey Juan Carlos BURJ Digital https://burjcdigital.urjc.es/

7 de septiembre de 2023

©2023 Javier Mart´ınez Mart´ınez Algunos derechos reservados

Este documento se distribuye bajo la licencia

“Atribucio´n-CompartirIgual 4.0 Internacional” de Creative Commons, disponible en

https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es



´Indice

1. [Informacio´n general](#_bookmark0) 5
2. [Temario](#_bookmark1) 6
3. [Objetivos](#_bookmark2) 6
4. [Actividades formativas y metodolog´ıa](#_bookmark3) 7
5. [Planificacio´n temporal](#_bookmark4) 7
   1. [Cronograma](#_bookmark5) 7
   2. [Tiempo de trabajo del estudiante](#_bookmark6) 10
6. [Material docente](#_bookmark7) 10
7. [Evaluacio´n](#_bookmark8) 10
   1. [Convocatoria ordinaria](#_bookmark9) 11
   2. [Convocatoria extraordinaria](#_bookmark10) 11
   3. [Ejemplos](#_bookmark11) 11
8. [Recursos y bibliograf´ıa](#_bookmark12) 11

# Informacio´n general

*Matema´ticas I* es una asignatura de 6 cre´ditos del Grado en Ingenier´ıa de Tecnolog´ıas Industriales que se imparte durante el primer cuatrimestre del primer curso.

El contenido de esta asignatura se divide en dos bloques tema´ticos: el A´lgebra Lineal y el Ca´lculo en una variable.

* En el primer bloque, A´lgebra Lineal, estudiaremos las ecuaciones de grado uno o lineales y las es- tructuras algebraicas y el a´lgebra matricial asociada a dichos sistemas. La linealizacio´n (reduccio´n de un problema complejo a uno ma´s sencillo tratable mediante te´cnicas lineales) es una de las te´cnicas ma´s utilizadas para la resolucio´n de problemas te´cnico-cient´ıficos.
* En el segundo bloque, Ca´lculo en una variable, ampliaremos el estudio de las te´cnicas de ana´lisis de continuidad, diferenciabilidad e integracio´n de funciones reales de una variable real iniciado en Bachillerato.

Estos contenidos sirven de preparacio´n para la asignatura Matema´ticas II (impartida en el segundo cuatrimestre del primer curso), en la que se extienden los conceptos de este bloque al ca´lculo en varias variables. Adema´s, tambie´n se recomienda haber superado esta asignatura antes de matricularse en otras asignaturas de cursos superiores del grado como Complementos Matema´ticos I y II.

Conocimientos previos

Para cursar la asignatura se recomienda tener los conocimientos propios de las asignaturas de Ma- tema´ticas de Bachillerato. En particular, es esencial conocer y utilizar correctamente las operaciones aritme´ticas ba´sicas con nu´meros enteros, racionales y reales y las operaciones y propiedades de las funciones elementales (polinomios, ra´ıces, exponenciales, logaritmos, trigonome´tricas,...). Tambie´n se precisa saber discutir y resolver sistemas de ecuaciones lineales, as´ı como conocer las te´cnicas ba´sicas de derivacio´n e integracio´n. Por u´ltimo, tambie´n se preve´ que los estudiantes este´n familiarizados con el uso de conceptos abstractos y sean capaces de seguir demostraciones sencillas.

Para el estudio de la asignatura se recomienda un trabajo diario y realizar los Cursos Cero de Ma- tema´ticas ([https://www.urjc.es/principal-intranet/curso-cero](http://www.urjc.es/principal-intranet/curso-cero))) que la URJC pone a disposicio´n de los estudiantes de forma gratuita.

Profesorado

Las clases son impartidas por Javier Mart´ınez Mart´ınez (despacho 032, Departamental II, campus de Mo´stoles), Herna´n Javier Cabana Me´ndez (despacho 029, Departamental II, campus de Mo´stoles) y Marta Latorre Balado (despacho 031, Departamental II, campus de Mo´stoles), profesores todos del a´rea de Matema´tica Aplicada. Para solicitar una tutor´ıa basta con enviar un correo a trave´s del Aula Virtual que incluya vuestro nombre y apellidos y la asignatura y el grado que cursa´is.

Horario

Las clases se imparten en el aula 202 (Aulario II) del campus de Mo´stoles del 11/09/2023 al 22/12/2023 con el siguiente horario:

* lunes de 19:00 a 21:00 (100 min de clase + 20 min de descanso)
* viernes de 15:00 a 17:00 (100 min de clase + 20 min de descanso)
* sesiones de ejercicios en semanas seleccionadas en el calendario de la asignatura, que puede consultarse en https://gestion2.urjc.es/horarios/.

Gu´ıa docente

La Gu´ıa docente de la asignatura del curso 2023–2024 se encuentra disponible en el siguiente enlace:

https://gestion3.urjc.es/guiasdocentes/.

# Temario

Esta asignatura esta´ dividida en dos bloques tema´ticos con los siguientes contenidos:

Bloque I. Ca´lculo en una variable.

Tema 1 Nu´meros reales y complejos. Tema 2 L´ımites de funciones reales. Tema 3 Continuidad.

Tema 4 Derivacio´n de funciones. Tema 5 Aplicaciones de la derivada. Tema 6 Ca´lculo integral.

Bloque II. A´lgebra lineal.

Tema 7 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Tema 8 Espacios vectoriales.

Tema 9 Aplicaciones lineales.

Tema 10 Diagonalizacio´n. Autovalores y autovectores.

Tema 11 Espacios normados.

# Objetivos

A continuacio´n se detallan los objetivos de aprendizaje de la asignatura:

1. operar con vectores y matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales;
2. realizar operaciones matriciales ba´sicas: ca´lculo de determinantes e inversas (me´todo de Gauss y de Gauss-Jordan);
3. comprender la estructura de espacio vectorial y conocer sus propiedades;
4. identificar y trabajar con subespacios vectoriales, conjuntos de vectores linealmente independien- tes, y sistemas generadores;
5. comprender las aplicaciones lineales y sus principales caracter´ısticas: nu´cleo e imagen;
6. trabajar e identificar de forma matricial las aplicaciones lineales;
7. identificar los endormorfismos diagonalizables y diagonalizarlos si es posible;
8. comprender la estructura de espacio eucl´ıdeo;
9. conocer los conceptos de ortogonalidad y ortonormalidad y proyeccio´n ortogonal y sus aplicacio- nes;
10. conocer y realizar operaciones aritme´ticas con nu´meros complejos;
11. calcular l´ımites de funciones reales identificando y resolviendo indeterminaciones;
12. estudiar la continuidad de funciones reales;
13. analizar la derivabilidad y usar esa informacio´n para determinar ciertas propiedades de las funcio- nes reales;
14. emplear la derivada de una funcio´n como herramienta para resolver problemas de optimizacio´n de funciones de una variable

n˜. aproximar funciones con el polinomio de Taylor acotando el error cometido;

1. calcular primitivas de utilizando me´todos de integracio´n sencillos;
2. resolver integrales definidas y aplicarlo al ca´lculo de a´reas.

# Actividades formativas y metodolog´ıa

Clases teo´ricas: Sesiones expositivas, explicativas y/o demostrativas de los contenidos del curso.

Resolucio´n de problemas y casos pra´cticos: Sesiones de actividades pra´cticas de resolucio´n de ejer- cicios y problemas, relacionados con la teor´ıa previamente explicada en clase por el profesor.

Tutor´ıas: Atencio´n, ayuda y orientacio´n por parte del profesor a uno o varios estudiantes de forma directa durante el proceso formativo.

Trabajo individual y actividades de autoestudio: Preparacio´n de exa´menes, lectura de la teor´ıa, reso- lucio´n de problemas...

Realizacio´n de pruebas: Pruebas para el seguimiento y evaluacio´n de la asimilacio´n de contenidos por parte del estudiante.

# Planificacio´n temporal

## Cronograma

A continuacio´n se muestra una tabla con la propuesta de la planificacio´n temporal distribuyendo en 30 sesiones de 2h cada una. De modo excepcional y por organizacio´n docente, se impartira´ en primer lugar en el curso 23-24 el Bloque II (A´lgebra Lineal). Para cada sesio´n se incluyen los temas abordados con una breve descripcio´n de los contenidos desarrollados en dicha sesio´n, los objetivos de aprendizaje, el material que se va a utilizar, el tipo de actividad indicando si es una sesio´n de teor´ıa (T) o de resolucio´n de ejercicios y problemas (P) y el trabajo personal que debe realizar el estudiante antes de la clase.

Tema Descripcio´n Obj. Material Act. Trabajo personal

Matrices: definicio´n, operaciones con matrices y propiedades, matriz tras- puesta, matriz invertible, determinante y

propiedades.

1. Sistemas de ecuaciones: ecuacio´n lineal y solucio´n, sistema de ecuaciones li- neales y solucio´n, discusio´n de un sis- tema, sistemas equivalentes, resolucio´n por me´todo de Gauss.

Forma matricial de un sistema: matriz escalonada, rango, teorema de Rouche´- Frobenius.

Sistemas de ecuaciones en forma matri- cial: matriz escalonada reducida, me´to- do de Gauss-Jordan, ca´lculo de la matriz inversa.

Espacio vectorial: definicio´n y ejemplos.

a, b

a, b

Diap. T7 pa´g 1 - 27

Diap. T7 pa´g 27-39 Hoja de

T

ejercicios T resueltos

y pro- puestos

Diap. T8

Lectura previa de las diapositivas.

Resolucio´n de los ejercicios propues- tos del tema 7.

Lectura previa de las

1. Subespacio vectorial: definicio´n, carac- terizaciones, ejemplos.

Combinacio´n lineal de vectores, depen- dencia e independencia lineal y propie-

c,d

pa´g 1 - 9 T

Diap. T8

diapositivas.

Lectura previa de las

dades. Rango de un conjunto de vecto- res, sistema generador, subespacio ge- nerado.

Base de un subespacio: definicio´n, ejemplos, teoremas. Coordenadas res- pecto a una base. Matriz de cambio de base.

a, c, d

a, b, c, d

pa´g 13 - T 23

Diap. T8

pa´g 23 - T 37

diapositivas.

Resolucio´n de los ejercicios propues- tos del tema 8.

Tema Descripcio´n Obj. Material Act. Trabajo personal

Resolucio´n de los

Ejercicios T7-T8 a, b, c Diap. T7 y

T8

Aplicacio´n lineal: definicio´n y ejemplos.

ejercicios propues- P tos de los temas

7 y 8. Consulta de bibliograf´ıa.

Nu´cleo e imagen: definicio´n y prime- ras propiedades. Aplicaciones inyecti- vas, sobreyectivas y biyectivas

9

Matriz asociada a una aplica-

Diap. T9 pa´g 1 - 15

Diap. T9

e

Lectura previa de las diapositivas.

Resolucio´n de los

T

cio´n lineal: definicio´n, inyectivi- dad/sobreyectividad/biyectividad, ca´lculo del nu´cleo e imagen.

Isometr´ıas, proyecciones y otras aplica- ciones lineales. Expresio´n matricial de una aplicacio´n lineal respecto a distintas bases.

Diagonalizacio´n: Ejemplos de motiva-

a, b, e, f

e, f

pa´g 16 - T 24

Diap. T9

pa´g 16 - T 24

ejercicios propues- tos del tema 9.

Resolucio´n de los ejercicios propues- tos del tema 9.

cio´n. Valores y vectores propios: defi- nicio´n, ejemplos y propiedades. Ca´lculo del subespacio propio.

g

10

Polinomio caracter´ıstico, multiplicidad

Diap. T10 pa´g 1 - 11

Lectura previa de las diapositivas.

Resolucio´n de los

T

T

algebraica y geome´trica. Diagonaliza- cio´n de matrices. Criterio de diagonali- zabilidad. Ejemplos.

g

Diap. T10 pa´g 12 - 21

ejercicios propues- tos del tema 10.

Ejercicios T7-T10 (sesio´n evaluable) a-g Diap. T7- Producto escalar: definicio´n, matriz de

T10

Gram, coordenadas y matriz de Gram.

Estudio de los temas 7-10.

Lectura previa de las diapositivas y reso-

P

Norma de un vector. Distancia y a´ngu-

11

lo. Bases ortogonales y ortonormales, proyecciones. Me´todo de ortonormali- zacio´n de Gram-Schmidt

Diap. T11

pa´g 1 - 24

h, i

T lucio´n de ejercicios propuestos del tema 11.

Ejercicios T11 y consulta de dudas a-i Diap. T7-

T11

PARCIAL BLOQUE II

Nu´meros complejos: definicio´n, opera-

Repaso de los temas P 7-11 y consulta de bi-

bliograf´ıa.

Lectura previa de las

ciones, conjugado, mo´dulo y argumen-

T

1 to. Operaciones en forma polar. Teore- j ma fundamental del A´lgebra, ca´lculo de

ra´ices n-e´simas

Dominio e imagen de una funcio´n.

Diap. T1 pa´g 1 - 26

Diap. T2-

diapositivas y reso- lucio´n de ejercicios propuestos del tema 1.

L´ımites: definicio´n, ejemplos, aritme´tica, l´ımites infinitos, l´ımites laterales, criterio del sa´ndwich.

2

L´ımites en el infinito, ejemplos, aritme´ti-

k, l

T3. pa´g 1 - 16

Diap. T2-

Lectura previa de las diapositivas.

Resolucio´n de los

T

ca, composicio´n de funciones. Estudio y ca´lculo de indeterminaciones

Continuidad: definicio´n, propiedades, ti-

k, l

T3. pa´g 17 T

- 34

Diap. T2-

ejercicios propues- tos del tema 2.

Lectura previa de las

1. pos de discontinuidad. Ejemplos. k, l

Teorema de Bolzano y aplicaciones. k, l

T3. pa´g 36 T

- 49

Diap. T2-

T3. pa´g 50 T

- 51

diapositivas.

Resolucio´n de los ejercicios propues- tos del tema 3.

Tema Descripcio´n Obj. Material Act. Trabajo personal

Resolucio´n de los

Ejercicios T1-T3 j,k,l

Derivada: motivacio´n, definicio´n, ejem- plos, derivacio´n de funciones elementa-

Diap. T1,

T2-T3 pa´g P 8 - 10

Diap. T4-

T

ejercicios propues- tos de los temas 1-3. Consulta de biblio- graf´ıa.

les. Propiedades, regla de la cadena.

1. Recta tangente, derivada de la funcio´n

inversa. Relacio´n entre continuidad y de- rivabilidad.

Estudio de la derivabilidad de una fun-

m T5 pa´g 1 - 16

Diap. T4-

Lectura previa de las diapositivas.

Lectura previa de las

cio´n. Teorema de Rolle. Derivadas de or- den superior.

Monotonia: definicio´n y teorema de la primera derivada. Extremos locales y ab-

1. solutos: definicio´n y criterio de la segun- da derivada. Estudio de funciones y pro- blemas de optimizacio´n

Polinomio de Taylor: ejemplos, acotacio´n del error, propiedades.

m

m, n

n˜

T5 pa´g 17 T

- 24

Diap. T4-

T5 pa´g 32 T

- 38

Diap. T4-

T5 pa´g 25 T

- 30

diapositivas.

Resolucio´n de los ejercicios propues- tos del tema 4 y 5 .

Resolucio´n de los ejercicios propues- tos del tema 5.

Resolucio´n de los

Ejercicios T1-T5 (sesio´n evaluable) j-n˜

Primitiva: definicio´n, ejemplos. Integra- les inmediatas. Propiedades. Integrales

Diap. T1- T5

Diap. T6

ejercicios propues- P tos de los temas 4-5. Consulta de

bibliograf´ıa.

Lectura previa de las

1. inmediatas + Regla de la cadena. Me´to- o dos de integracio´n: cambio de variable e integracio´n por partes.

Me´todos de integracio´n: integrales de

pa´g 1 - 20 T

Diap. T6

diapositivas.

Resolucio´n de los

funciones racionales y integrales trigo- o nome´tricas

Integrales definidas y ca´lculo de a´reas y

pa´g 20 - T 27

Diap. T6

ejercicios propues- tos del tema 6.

Resolucio´n de los

volu´menes. o, p

pa´g 27 - T 41

ejercicios propues- tos del tema 6.

Ejercicios T6 y resolucio´n dudas j-p Diap. T1-

T6

Repaso de los temas P 1-6 y consulta de bi-

bliograf´ıa

El Material utilizado en cada sesio´n de teor´ıa son las correspondientes diapositivas que se encuentran disponibles para el estudiantes en el Aula Virtual y en el repositorio on-line de la URJC. Se ha unificado por su tema´tica en un u´nico archivo las diapositivas correspondientes a los Temas 2 y 3 (L´ımites y continuidad) y las de los Temas 4 y 5 (Derivacio´n de funciones y aplicaciones de la derivada).

Como indica el cronograma, la asignatura se encuentra dividida en dos grandes bloques, A´lgebra y Ca´lculo, con la siguiente distribucio´n de horas de clase:

BLOQUE I

* Tema 1 – 2h + Ejercicios
* Tema 2 – 4h + Ejercicios
* Tema 3 – 4h + Ejercicios
* Tema 4 – 4h + Ejercicios
* Tema 5 – 4h + Ejercicios
* Tema 6 – 6h + Ejercicios
* Sesiones de ejercicios y resolucio´n de dudas 6h

Total: 30 horas

BLOQUE II

* Tema 7 – 4h + Ejercicios
* Tema 8 – 6h + Ejercicios
* Tema 9 – 6h + Ejercicios
* Tema 10 – 4h + Ejercicios
* Tema 11 – 2h + Ejercicios
* Sesiones de ejercicios y resolucio´n de dudas 6h
* Parcial Bloque II 2h

Total: 30 horas

## Tiempo de trabajo del estudiante

El tiempo estimado de trabajo que debe dedicar cada estudiante para un buen seguimiento de la asig- natura es el siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| Asistencia a clases teo´ricas, de problemas y seminarios | 60 h |
| Tutor´ıas acade´micas | 14 h |
| Realizacio´n de pruebas | 4 h |
| Preparacio´n de clases teo´ricas | 64 h |
| Preparacio´n de pra´cticas/ejercicios/casos | 30 h |
| Preparacio´n de pruebas | 8 h |
| TOTAL | 180 h |

# Material docente

Los estudiantes disponen en el Aula Virtual y en el repositorio on-line de la URJC del siguiente material que les permitira´ el estudio individual, preparacio´n de las clases y seguimiento de la asignatura:

* Gu´ıa de la asignatura
* Diapositivas con las explicaciones teo´ricas de cada tema
* Listado de problemas resueltos de cada tema
* Hojas de ejercicios propuestos para cada tema
* Exa´menes resueltos de cursos anteriores

# Evaluacio´n

La evaluacio´n de la asignatura se llevara´ a cabo mediante cuatro pruebas de evaluacio´n:

* Dos parciales escritos, uno por bloque, que se realizara´n de forma presencial e individual a media- dos del cuatrimestre y en la fecha de examen de la convocatoria ordinaria.
* Dos entregas de problemas, uno por bloque, que se realizara´n de forma presencial en el aula duran- te las clases de problemas de la asignatura. Dichas sesiones evaluables, que figuran en el crono- grama de la asignatura, sera´n avisadas con antelacio´n a los estudiantes. Los problemas de dichas entregas sera´n similares a los que figurara´n en los parciales de la asignatura.

## Convocatoria ordinaria

* + - Parcial I

▶ Contenido: Bloque I

▶ Ponderacio´n: 40 %

▶ Nota m´ınima: 4 sobre 10

* Parcial II

▶ Contenido: Bloque II

▶ Ponderacio´n: 40 %

▶ Nota m´ınima: 4 sobre 10

* Entregas de problemas

▶ Una entrega por bloque.

▶ Ponderacio´n total: 20 %

▶ Nota m´ınima: No.

## Convocatoria extraordinaria

Si no se ha superado la asignatura en la convocatoria ordinaria, cada estudiante tiene la posibilidad de reevaluar cualquiera de las pruebas de evaluacio´n no susperadas en la convocatoria extraordinaria. El contenido, la ponderacio´n y la nota m´ınima de cada una de ellas son las mismas que en la convocatoria extraordinaria. Se fijara´ una fecha de entrega para la revaluacio´n de las entregas de ejercicios dentro del periodo de exa´menes de la convocatoria extraordinaria.

## Ejemplos

Ejemplo 1. Un estudiante obtiene un 4 en el Parcial I, un 7 en el Parcial II en la convocatoria ordinaria, y un 4 en las entregas de problemas. La asignatura esta´ superada en la convocatoria ordinaria con una nota final de 5,2.

Ejemplo 2. Un estudiante obtiene un 3 en el Parcial I, un 7 en el Parcial II en la convocatoria ordinaria y un 8 en las entregas. Al no superar la nota m´ınima en el Parcial I, la asignatura esta´ suspendida y la nota final de la convocatoria ordinaria es de 4, tal y como establece la Gu´ıa Docente.

En la convocatoria extraordinaria, el estudiante solo debe presentarse al Parcial I, y se calculara´ su nueva nota final con la nueva nota del Parcial I y el resto de calificaciones de convocatoria ordinaria.

Ejemplo 3. Un estudiante obtiene un 4.5 en el Parcial I, un 2.25 en el Parcial II y un 5 en las entregas de problemas. Al no superar la nota m´ınima en un parcial, la asignatura esta´ suspendida en la convocatoria ordinaria con una nota final de 3.7.

En la convocatoria extraordinaria el estudiante tiene que presentarse al Parcial II (porque no supera la nota m´ınima) y puede elegir presentarse o no al Parcial I. Si se examina del Parcial I, la media se calcula con las nuevas calificaciones y si no se examina del Parcial I, la nota final se calcula con el 4.5.

# Recursos y bibliograf´ıa

* En el repositorio on-line de la URJC y en el apartado de Contenidos del Aula Virtual:

▶ Gu´ıa de la asignatura

▶ Diapositivas con las explicaciones teo´ricas

▶ Problemas resueltos

▶ Hojas de ejercicios

▶ Exa´menes resueltos de cursos anteriores

▶ Bibliograf´ıa de la gu´ıa docente

Fundamentos Matema´ticos de la Ingenier´ıa

M.A. Fontelos y U. Kindela´n

Publicaciones de la Universidad Rey Juan Carlos

Curso pra´ctico de Ca´lculo y Preca´lculo

D. Pestana, J.M. Rodr´ıguez, E. Romera, E. Touris, V. A´lvarez y A. Portilla Editorial Ariel, S.A.

A´lgebra lineal

S. I. Grossman y J.J. Flores Godoy McGraw-Hill