

Matemáticas I

Guía de estudio de la asignatura

Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Javier Martínez Martínez

Material docente en abierto de la Universidad Rey Juan Carlos

BURJ Digital <https://burjcdigital.urjc.es/>

7 de septiembre de 2023

©2023 Javier Martínez Martínez

Algunos derechos reservados

Este documento se distribuye bajo la licencia

“Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional” de Creative Commons, disponible en

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>



Universidad
Rey Juan Carlos

Índice

1	Información general	5
2	Temario	6
3	Objetivos	6
4	Actividades formativas y metodología	7
5	Planificación temporal	7
5.1	Cronograma	7
5.2	Tiempo de trabajo del estudiante	10
6	Material docente	10
7	Evaluación	10
7.1	Convocatoria ordinaria	11
7.2	Convocatoria extraordinaria	11
7.3	Ejemplos	11
8	Recursos y bibliografía	11

1. Información general

Matemáticas I es una asignatura de 6 créditos del Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales que se imparte durante el primer cuatrimestre del primer curso.

El contenido de esta asignatura se divide en dos bloques temáticos: el Álgebra Lineal y el Cálculo en una variable.

- En el primer bloque, Álgebra Lineal, estudiaremos las ecuaciones de grado uno o lineales y las estructuras algebraicas y el álgebra matricial asociada a dichos sistemas. La linealización (reducción de un problema complejo a uno más sencillo tratable mediante técnicas lineales) es una de las técnicas más utilizadas para la resolución de problemas técnico-científicos.
- En el segundo bloque, Cálculo en una variable, ampliaremos el estudio de las técnicas de análisis de continuidad, diferenciabilidad e integración de funciones reales de una variable real iniciado en Bachillerato.

Estos contenidos sirven de preparación para la asignatura Matemáticas II (impartida en el segundo cuatrimestre del primer curso), en la que se extienden los conceptos de este bloque al cálculo en varias variables. Además, también se recomienda haber superado esta asignatura antes de matricularse en otras asignaturas de cursos superiores del grado como Complementos Matemáticos I y II.

Conocimientos previos

Para cursar la asignatura se recomienda tener los conocimientos propios de las asignaturas de Matemáticas de Bachillerato. En particular, es esencial conocer y utilizar correctamente las operaciones aritméticas básicas con números enteros, racionales y reales y las operaciones y propiedades de las funciones elementales (polinomios, raíces, exponenciales, logaritmos, trigonométricas,...). También se precisa saber discutir y resolver sistemas de ecuaciones lineales, así como conocer las técnicas básicas de derivación e integración. Por último, también se prevé que los estudiantes estén familiarizados con el uso de conceptos abstractos y sean capaces de seguir demostraciones sencillas.

Para el estudio de la asignatura se recomienda un trabajo diario y realizar los Cursos Cero de Matemáticas (<https://www.urjc.es/principal-intranet/curso-cero>) que la URJC pone a disposición de los estudiantes de forma gratuita.

Profesorado

Las clases son impartidas por Javier Martínez Martínez (despacho 032, Departamental II, campus de Móstoles), Hernán Javier Cabana Méndez (despacho 029, Departamental II, campus de Móstoles) y Marta Latorre Balado (despacho 031, Departamental II, campus de Móstoles), profesores todos del área de Matemática Aplicada. Para solicitar una tutoría basta con enviar un correo a través del Aula Virtual que incluya vuestro nombre y apellidos y la asignatura y el grado que cursáis.

Horario

Las clases se imparten en el aula 202 (Aulario II) del campus de Móstoles del 11/09/2023 al 22/12/2023 con el siguiente horario:

- lunes de 19:00 a 21:00 (100 min de clase + 20 min de descanso)
- viernes de 15:00 a 17:00 (100 min de clase + 20 min de descanso)
- sesiones de ejercicios en semanas seleccionadas en el calendario de la asignatura, que puede consultarse en <https://gestion2.urjc.es/horarios/>.

Guía docente

La Guía docente de la asignatura del curso 2023–2024 se encuentra disponible en el siguiente enlace: <https://gestion3.urjc.es/guiasdocentes/>.

2. Temario

Esta asignatura está dividida en dos bloques temáticos con los siguientes contenidos:

Bloque I. Cálculo en una variable.

Tema 1 Números reales y complejos.

Tema 2 Límites de funciones reales.

Tema 3 Continuidad.

Tema 4 Derivación de funciones.

Tema 5 Aplicaciones de la derivada.

Tema 6 Cálculo integral.

Bloque II. Álgebra lineal.

Tema 7 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Tema 8 Espacios vectoriales.

Tema 9 Aplicaciones lineales.

Tema 10 Diagonalización. Autovalores y autovectores.

Tema 11 Espacios normados.

3. Objetivos

A continuación se detallan los objetivos de aprendizaje de la asignatura:

- a. operar con vectores y matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales;
- b. realizar operaciones matriciales básicas: cálculo de determinantes e inversas (método de Gauss y de Gauss-Jordan);
- c. comprender la estructura de espacio vectorial y conocer sus propiedades;
- d. identificar y trabajar con subespacios vectoriales, conjuntos de vectores linealmente independientes, y sistemas generadores;
- e. comprender las aplicaciones lineales y sus principales características: núcleo e imagen;
- f. trabajar e identificar de forma matricial las aplicaciones lineales;
- g. identificar los endomorfismos diagonalizables y diagonalizarlos si es posible;
- h. comprender la estructura de espacio euclídeo;
- i. conocer los conceptos de ortogonalidad y ortonormalidad y proyección ortogonal y sus aplicaciones;
- j. conocer y realizar operaciones aritméticas con números complejos;
- k. calcular límites de funciones reales identificando y resolviendo indeterminaciones;
- l. estudiar la continuidad de funciones reales;
- m. analizar la derivabilidad y usar esa información para determinar ciertas propiedades de las funciones reales;
- n. emplear la derivada de una función como herramienta para resolver problemas de optimización de funciones de una variable
- ñ. aproximar funciones con el polinomio de Taylor acotando el error cometido;
- o. calcular primitivas de utilizando métodos de integración sencillos;
- p. resolver integrales definidas y aplicarlo al cálculo de áreas.

4. Actividades formativas y metodología

Clases teóricas: Sesiones expositivas, explicativas y/o demostrativas de los contenidos del curso.

Resolución de problemas y casos prácticos: Sesiones de actividades prácticas de resolución de ejercicios y problemas, relacionados con la teoría previamente explicada en clase por el profesor.

Tutorías: Atención, ayuda y orientación por parte del profesor a uno o varios estudiantes de forma directa durante el proceso formativo.

Trabajo individual y actividades de autoestudio: Preparación de exámenes, lectura de la teoría, resolución de problemas...

Realización de pruebas: Pruebas para el seguimiento y evaluación de la asimilación de contenidos por parte del estudiante.

5. Planificación temporal

5.1. Cronograma

A continuación se muestra una tabla con la propuesta de la planificación temporal distribuyendo en 30 sesiones de 2h cada una. De modo excepcional y por organización docente, se impartirá en primer lugar en el curso 23-24 el Bloque II (Álgebra Lineal). Para cada sesión se incluyen los temas abordados con una breve descripción de los contenidos desarrollados en dicha sesión, los objetivos de aprendizaje, el material que se va a utilizar, el tipo de actividad indicando si es una sesión de teoría (T) o de resolución de ejercicios y problemas (P) y el trabajo personal que debe realizar el estudiante antes de la clase.

Tema	Descripción	Obj.	Material	Act.	Trabajo personal
7	Matrices: definición, operaciones con matrices y propiedades, matriz traspuesta, matriz invertible, determinante y propiedades.	a, b	Diap. T7 pág 1 - 27	T	Lectura previa de las diapositivas.
	Sistemas de ecuaciones: ecuación lineal y solución, sistema de ecuaciones lineales y solución, discusión de un sistema, sistemas equivalentes, resolución por método de Gauss.				
8	Forma matricial de un sistema: matriz escalonada, rango, teorema de Rouché-Frobenius.	a, b	Diap. T7 pág 27-39 Hoja de ejercicios resueltos y propuestos	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 7.
	Sistemas de ecuaciones en forma matricial: matriz escalonada reducida, método de Gauss-Jordan, cálculo de la matriz inversa.				
	Espacio vectorial: definición y ejemplos. Subespacio vectorial: definición, caracterizaciones, ejemplos.				
8	Combinación lineal de vectores, dependencia e independencia lineal y propiedades. Rango de un conjunto de vectores, sistema generador, subespacio generado.	a, c, d	Diap. T8 pág 13 - 23	T	Lectura previa de las diapositivas.
	Base de un subespacio: definición, ejemplos, teoremas. Coordenadas respecto a una base. Matriz de cambio de base.	a, b, c, d	Diap. T8 pág 23 - 37	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 8.

Tema	Descripción	Obj.	Material	Act.	Trabajo personal
	Ejercicios T7-T8	a, b, c	Diap. T7 y T8	P	Resolución de los ejercicios propuestos de los temas 7 y 8. Consulta de bibliografía.
9	Aplicación lineal: definición y ejemplos. Núcleo e imagen: definición y primeras propiedades. Aplicaciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas	e	Diap. T9 pág 1 - 15	T	Lectura previa de las diapositivas.
	Matriz asociada a una aplicación lineal: definición, inyectividad/sobreyectividad/biyectividad, cálculo del núcleo e imagen.	a, b, e, f	Diap. T9 pág 16 - 24	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 9.
	Isometrías, proyecciones y otras aplicaciones lineales. Expresión matricial de una aplicación lineal respecto a distintas bases.	e, f	Diap. T9 pág 16 - 24	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 9.
10	Diagonalización: Ejemplos de motivación. Valores y vectores propios: definición, ejemplos y propiedades. Cálculo del subespacio propio.	g	Diap. T10 pág 1 - 11	T	Lectura previa de las diapositivas.
	Polinomio característico, multiplicidad algebraica y geométrica. Diagonalización de matrices. Criterio de diagonalizabilidad. Ejemplos.	g	Diap. T10 pág 12 - 21	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 10.
	Ejercicios T7-T10 (sesión evaluable)	a-g	Diap. T7-T10	P	Estudio de los temas 7-10.
11	Producto escalar: definición, matriz de Gram, coordenadas y matriz de Gram. Norma de un vector. Distancia y ángulo. Bases ortogonales y ortonormales, proyecciones. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt	h, i	Diap. T11 pág 1 - 24	T	Lectura previa de las diapositivas y resolución de ejercicios propuestos del tema 11.
	Ejercicios T11 y consulta de dudas	a-i	Diap. T7-T11	P	Repaso de los temas 7-11 y consulta de bibliografía.
PARCIAL BLOQUE II					
1	Números complejos: definición, operaciones, conjugado, módulo y argumento. Operaciones en forma polar. Teorema fundamental del Álgebra, cálculo de raíces n-ésimas	j	Diap. T1 pág 1 - 26	T	Lectura previa de las diapositivas y resolución de ejercicios propuestos del tema 1.
2	Dominio e imagen de una función. Límites: definición, ejemplos, aritmética, límites infinitos, límites laterales, criterio del sándwich.	k, l	Diap. T2-T3. pág 1 - 16	T	Lectura previa de las diapositivas.
	Límites en el infinito, ejemplos, aritmética, composición de funciones. Estudio y cálculo de indeterminaciones	k, l	Diap. T2-T3. pág 17 - 34	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 2.
3	Continuidad: definición, propiedades, tipos de discontinuidad. Ejemplos.	k, l	Diap. T2-T3. pág 36 - 49	T	Lectura previa de las diapositivas.
	Teorema de Bolzano y aplicaciones.	k, l	Diap. T2-T3. pág 50 - 51	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 3.

Tema	Descripción	Obj.	Material	Act.	Trabajo personal
	Ejercicios T1-T3	j,k,l	Diap. T1, T2-T3 pág 8 - 10	P	Resolución de los ejercicios propuestos de los temas 1-3. Consulta de bibliografía.
4	Derivada: motivación, definición, ejemplos, derivación de funciones elementales. Propiedades, regla de la cadena. Recta tangente, derivada de la función inversa. Relación entre continuidad y derivabilidad.	m	Diap. T4-T5 pág 1 - 16	T	Lectura previa de las diapositivas.
	Estudio de la derivabilidad de una función. Teorema de Rolle. Derivadas de orden superior.	m	Diap. T4-T5 pág 17 - 24	T	Lectura previa de las diapositivas.
5	Monotonía: definición y teorema de la primera derivada. Extremos locales y absolutos: definición y criterio de la segunda derivada. Estudio de funciones y problemas de optimización	m, n	Diap. T4-T5 pág 32 - 38	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 4 y 5 .
	Polinomio de Taylor: ejemplos, acotación del error, propiedades.	ñ	Diap. T4-T5 pág 25 - 30	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 5.
	Ejercicios T1-T5 (sesión evaluable)	j-ñ	Diap. T1-T5	P	Resolución de los ejercicios propuestos de los temas 4-5. Consulta de bibliografía.
6	Primitiva: definición, ejemplos. Integrales inmediatas. Propiedades. Integrales inmediatas + Regla de la cadena. Métodos de integración: cambio de variable e integración por partes.	o	Diap. T6 pág 1 - 20	T	Lectura previa de las diapositivas.
	Métodos de integración: integrales de funciones racionales y integrales trigonométricas	o	Diap. T6 pág 20 - 27	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 6.
	Integrales definidas y cálculo de áreas y volúmenes.	o, p	Diap. T6 pág 27 - 41	T	Resolución de los ejercicios propuestos del tema 6.
	Ejercicios T6 y resolución dudas	j-p	Diap. T1-T6	P	Repaso de los temas 1-6 y consulta de bibliografía

El **Material utilizado** en cada sesión de **teoría** son las correspondientes diapositivas que se encuentran disponibles para el estudiantes en el Aula Virtual y en el repositorio on-line de la URJC. Se ha unificado por su temática en un único archivo las diapositivas correspondientes a los Temas 2 y 3 (Límites y continuidad) y las de los Temas 4 y 5 (Derivación de funciones y aplicaciones de la derivada).

Como indica el cronograma, la asignatura se encuentra dividida en dos grandes bloques, Álgebra y Cálculo, con la siguiente distribución de horas de clase:

BLOQUE I

- Tema 1 – 2h + Ejercicios
- Tema 2 – 4h + Ejercicios
- Tema 3 – 4h + Ejercicios

- Tema 4 – 4h + Ejercicios
- Tema 5 – 4h + Ejercicios
- Tema 6 – 6h + Ejercicios
- Sesiones de ejercicios y resolución de dudas 6h

Total: 30 horas

BLOQUE II

- Tema 7 – 4h + Ejercicios
- Tema 8 – 6h + Ejercicios
- Tema 9 – 6h + Ejercicios
- Tema 10 – 4h + Ejercicios
- Tema 11 – 2h + Ejercicios
- Sesiones de ejercicios y resolución de dudas 6h
- Parcial Bloque II 2h

Total: 30 horas

5.2. Tiempo de trabajo del estudiante

El tiempo estimado de trabajo que debe dedicar cada estudiante para un buen seguimiento de la asignatura es el siguiente:

Asistencia a clases teóricas, de problemas y seminarios	60 h
Tutorías académicas	14 h
Realización de pruebas	4 h
Preparación de clases teóricas	64 h
Preparación de prácticas/ejercicios/casos	30 h
Preparación de pruebas	8 h
TOTAL	180 h

6. Material docente

Los estudiantes disponen en el Aula Virtual y en el repositorio on-line de la URJC del siguiente material que les permitirá el estudio individual, preparación de las clases y seguimiento de la asignatura:

- Guía de la asignatura
- Diapositivas con las explicaciones teóricas de cada tema
- Listado de problemas resueltos de cada tema
- Hojas de ejercicios propuestos para cada tema
- Exámenes resueltos de cursos anteriores

7. Evaluación

La evaluación de la asignatura se llevará a cabo mediante cuatro pruebas de evaluación:

- Dos parciales escritos, uno por bloque, que se realizarán de forma presencial e individual a mediados del cuatrimestre y en la fecha de examen de la convocatoria ordinaria.

- Dos entregas de problemas, uno por bloque, que se realizarán de forma presencial en el aula durante las clases de problemas de la asignatura. Dichas sesiones evaluables, que figuran en el cronograma de la asignatura, serán avisadas con antelación a los estudiantes. Los problemas de dichas entregas serán similares a los que figurarán en los parciales de la asignatura.

7.1. Convocatoria ordinaria

- | | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> • Parcial I <ul style="list-style-type: none"> ▶ Contenido: Bloque I ▶ Ponderación: 40 % ▶ Nota mínima: 4 sobre 10 | <ul style="list-style-type: none"> • Parcial II <ul style="list-style-type: none"> ▶ Contenido: Bloque II ▶ Ponderación: 40 % ▶ Nota mínima: 4 sobre 10 | <ul style="list-style-type: none"> • Entregas de problemas <ul style="list-style-type: none"> ▶ Una entrega por bloque. ▶ Ponderación total: 20 % ▶ Nota mínima: No. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

7.2. Convocatoria extraordinaria

Si no se ha superado la asignatura en la convocatoria ordinaria, cada estudiante tiene la posibilidad de reevaluar cualquiera de las pruebas de evaluación no superadas en la convocatoria extraordinaria. El contenido, la ponderación y la nota mínima de cada una de ellas son las mismas que en la convocatoria extraordinaria. Se fijará una fecha de entrega para la reevaluación de las entregas de ejercicios dentro del periodo de exámenes de la convocatoria extraordinaria.

7.3. Ejemplos

Ejemplo 1. Un estudiante obtiene un 4 en el Parcial I, un 7 en el Parcial II en la convocatoria ordinaria, y un 4 en las entregas de problemas. La asignatura está superada en la convocatoria ordinaria con una nota final de 5,2.

Ejemplo 2. Un estudiante obtiene un 3 en el Parcial I, un 7 en el Parcial II en la convocatoria ordinaria y un 8 en las entregas. Al no superar la nota mínima en el Parcial I, la asignatura está suspendida y la nota final de la convocatoria ordinaria es de 4, tal y como establece la Guía Docente.

En la convocatoria extraordinaria, el estudiante solo debe presentarse al Parcial I, y se calculará su nueva nota final con la nueva nota del Parcial I y el resto de calificaciones de convocatoria ordinaria.

Ejemplo 3. Un estudiante obtiene un 4.5 en el Parcial I, un 2.25 en el Parcial II y un 5 en las entregas de problemas. Al no superar la nota mínima en un parcial, la asignatura está suspendida en la convocatoria ordinaria con una nota final de 3.7.

En la convocatoria extraordinaria el estudiante tiene que presentarse al Parcial II (porque no supera la nota mínima) y puede elegir presentarse o no al Parcial I. Si se examina del Parcial I, la media se calcula con las nuevas calificaciones y si no se examina del Parcial I, la nota final se calcula con el 4.5.

8. Recursos y bibliografía

- En el repositorio on-line de la URJC y en el apartado de Contenidos del Aula Virtual:
 - ▶ Guía de la asignatura
 - ▶ Diapositivas con las explicaciones teóricas
 - ▶ Problemas resueltos
 - ▶ Hojas de ejercicios
 - ▶ Exámenes resueltos de cursos anteriores
 - ▶ Bibliografía de la guía docente

Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

M.A. Fontelos y U. Kindelán

Publicaciones de la Universidad Rey Juan Carlos

Curso práctico de Cálculo y Precálculo

D. Pestana, J.M. Rodríguez, E. Romera, E. Touris, V. Álvarez y A. Portilla
Editorial Ariel, S.A.

Álgebra lineal

S. I. Grossman y J.J. Flores Godoy
McGraw-Hill