



TESIS DOCTORAL

*La medición de la eficiencia a través de análisis  
envolvente de datos. Una aplicación al mercado  
de fondos de inversión*

**Autor**

*Pablo Solórzano Taborga*

**Directores**

*Dra. D<sup>a</sup>. Ana Belén Alonso Conde*

*Dr. D. Javier Rojo Suárez*

**Programa de Doctorado en Ciencias Sociales y Jurídicas**

**Escuela Internacional de Doctorado**

2020



## **AGRADECIMIENTOS**

---



*No alcanzo a recordar las veces que he pensado en este momento y las veces que he redactado mentalmente estas líneas cuando salía a correr, el trabajo ya está finalizado y hay que plasmarlo en papel. No es fácil condensar tantos años, tanto esfuerzo y sacrificio, tantos sinsabores y disgustos, tantas alegrías y satisfacciones..., y de repente, la vida te da un giro y una de las personas más importantes de tu vida se va, la sensación de vacío y pena es infinita. Mi Padre era mi referencia y no podrá ver como se concluye este trabajo, al menos, me queda un vago consuelo, él fue el primero que lo leyó en su totalidad. La satisfacción alcanzada es incompleta, pero es de ley agradecer y compartir.*

*A Javier Sáenz de Cenzano de Morningstar por su ayuda desinteresada. Gracias.*

*A “Machús”, si no hubiera sido por esa cena veraniega, muy probablemente la situación de esta Tesis hoy sería muy diferente, gracias amigo mío.*

*Que puedo decir de mis directores, Dra. Ana Belén Alonso Conde y Dr. Javier Rojo Suárez. Ana, sin ti, no hubiera sido posible, gracias por tu apoyo incondicional, sin preguntas y sin reservas, por tu rigor, criterio, confianza, seriedad y cariño. Javier, gracias por tu practicidad, capacidad de transmitir, transformar lo complejo en sencillo, también gracias por tu sentido del humor y tu cariño. Gracias a los dos de todo corazón. Gano mucho más que dos grandes directores de Tesis. Suerte la mía.*

*A mis amigos, David y Pedro, vuestras aportaciones, sugerencias y ánimo. Roberto, en los malos momentos me ayudaste más de lo que imaginas. Gracias. Amigos de verdad.*

*A mi hermana, M<sup>a</sup> Antonia, por tu apoyo en los momentos difíciles. Gracias Caqui.*

*A mi mujer, Arancha, tú te has llevado la parte más fea, las horas de ausencia encerrado en “mi cueva”, mientras te ocupabas de todo. Gracias por tu apoyo, paciencia, sacrificio, comprensión, amor y cariño. Afortunado yo.*

*A Jacobo y Gonzalo, mi chico Grande y mi chico Pequeño. Mis más valiosos tesoros.*

*Y por último, a las personas que me lo han dado todo, a ellas va dirigido este trabajo, mis Padres, Conchita y Guillermo, os debo lo que soy, por vuestro amor, ejemplo de personas, trabajo, valores, honradez, vuestra generosidad y sacrificio. Faro y espejo. Es un orgullo, gracias, os quiero. ¡¡¡ Papá, lo conseguimos!!!*

*Santander, 22 de septiembre de 2020 -Año de Pandemia-*



# **ÍNDICE**

---

*Pablo Solórzano Taborga*



ÍNDICE .....	vii
ÍNDICE DE TABLAS .....	xiii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xvii
LISTA DE ACRÓNIMOS .....	xxi
CAPÍTULO 1-INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO .....	1
1.1 Introducción / Motivación de la Tesis.....	3
1.2 Estado de la cuestión.....	9
1.2.1 Aspectos previos .....	9
1.3 Justificación del empleo del Análisis Envolvente de Datos DEA. ....	12
1.4 Datos de la industria de inversión colectiva.....	16
1.5 Datos sobre metodología DEA .....	17
1.5.1 Estadísticas globales sobre DEA.....	18
1.5.2 Estadísticas relacionadas con la inversión colectiva.....	22
1.6 Principales estudios sobre DEA y la inversión colectiva.....	27
1.7 Contenidos de la investigación y justificación de los artículos compendio de Tesis.....	50
1.7.1 Eficiencia y persistencia de los fondos de gestión alternativa españoles....	50
1.7.2 Eficiencia y dominancia estocástica en el mercado de fondos de inversión de renta variable europea .....	52

1.7.3 Eficiencia como factor de valoración de activos financieros, un análisis con metodología GMM.....	55
1.7.4 Conclusiones de la Tesis Doctoral .....	58
CAPÍTULO 2 - EFICIENCIA Y PERSISTENCIA DE LOS FONDOS DE GESTIÓN ALTERNATIVA ESPAÑOLES .....	
59	
2.1 Introducción .....	63
2.2 Revisión de la literatura sobre DEA y persistencia.....	65
2.3 Eficiencia y persistencia. Características y modelos de estimación .....	72
2.3.1 DEA: Data Envelopment Analysis.....	72
2.3.2 Persistencia: Medidas de <i>performance</i> y test no paramétricos .....	78
2.4 Análisis empírico de la eficiencia y persistencia de los fondos de inversión de gestión alternativa españoles .....	82
2.4.1 Descripción de los datos.....	82
2.4.2 Determinación de los inputs y outputs para análisis DEA .....	84
2.4.3 Resultados obtenidos de la aplicación de los diferentes modelos DEA .....	86
2.4.4 Resultados obtenidos en el análisis de la persistencia de la <i>performance</i> ..	93
2.4.5 Relación entre persistencia y eficiencia .....	95
2.5 Conclusiones .....	96
CAPÍTULO 3 - EFICIENCIA Y DOMINANCIA ESTOCÁSTICA EN EL MERCADO DE FONDOS DE INVERSIÓN DE RENTA VARIABLE EUROPEA.....	
99	
3.1 Introducción .....	102

3.2 Marco teórico .....	103
3.2.1 Los modelos de Análisis Envolvente de Datos .....	103
3.2.2 Modelos de Dominancia Estocástica .....	105
3.3. Análisis de la eficiencia y la dominancia en el mercado de fondos de inversión de renta variable europeos.....	107
3.3.1 Descripción de los datos.....	107
3.3.2 Aplicación de la metodología DEA .....	109
3.3.2.1 Determinación de inputs y outputs.....	109
3.3.2.2 Resultados obtenidos de la metodología DEA.....	111
3.3.3 Análisis de la dominancia estocástica .....	117
3.3.3.1 Construcción de un índice de dominancia estocástica .....	117
3.3.3.2 Resultados obtenidos del análisis de dominancia estocástica .....	118
3.3.4 Relaciones entre las métricas analizadas.....	120
3.4 Conclusiones .....	123
CAPITULO 4 - EFICIENCIA COMO FACTOR DE VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS, UN ANÁLISIS CON METODOLOGÍA GMM..	
4.1 Introducción .....	129
4.2 Análisis de eficiencia a través de DEA .....	134
4.3 Análisis de la <i>performance</i> del factor de eficiencia .....	143
4.4 Conclusiones .....	149
CAPÍTULO 5 - CONCLUSIONES .....	153

5.1 Conclusiones finales de la Tesis .....	155
5.2 Futuras líneas de investigación .....	159
BIBLIOGRAFÍA .....	161
ANEXOS .....	191

## **ÍNDICE DE TABLAS**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

<b>Tabla 1.1:</b> Búsqueda y limitaciones en base de datos .....	17
<b>Tabla 1.2:</b> Principales revistas con publicaciones de DEA.....	20
<b>Tabla 1.3:</b> Principales revistas con publicaciones sobre IIC con temática DEA. ....	25
<b>Tabla 1.4:</b> Estudios, modelos, variables y tipos de activo en análisis DEA .....	28
<b>Tabla 2.1:</b> Estudios, medidas y tipos de fondos en análisis DEA.....	69
<b>Tabla 2.2:</b> Estudios, medidas y tipos de fondos en análisis de persistencia .....	71
<b>Tabla 2.3:</b> Resumen estadísticos mensuales (2010-2015) .....	83
<b>Tabla 2.4:</b> Resumen inputs y outputs .....	83
<b>Tabla 2.5:</b> Correlaciones de Spearman para los inputs .....	86
<b>Tabla 2.6:</b> Correlaciones de Spearman para los outputs .....	87
<b>Tabla 2.7:</b> Fondos eficientes y no eficientes 2010-2015.....	88
<b>Tabla 2.8:</b> Estadísticos descriptivos fondos eficientes y no eficientes 2010-2015 .....	91
<b>Tabla 2.9:</b> Correlación de Spearman 2010-2015 (1).....	92
<b>Tabla 2.10:</b> Correlación de Spearman 2010-2015 (2).....	93
<b>Tabla 2.11:</b> Resultado de las tablas de contingencia anual .....	94
<b>Tabla 2.12:</b> Correlación de Spearman entre Persistencia y DEA .....	96
<b>Tabla 3.1:</b> Resumen estadísticos .....	109
<b>Tabla 3.2:</b> Detalle de posibles inputs-outputs .....	109
<b>Tabla 3.3:</b> Variables extraídas por ACP 2000-2016.....	110
<b>Tabla 3.4:</b> Número de fondos eficientes por categoría de fondo .....	111
<b>Tabla 3.5:</b> Principales estadísticos por categoría para el período 2000-2016.....	111

<b>Tabla 3.6:</b> Principales estadísticos por categoría para el período 2007-2012.....	115
<b>Tabla 3.7:</b> Principales estadísticos por categoría para el período 2007-2009.....	115
<b>Tabla 3.8:</b> Número de fondos dominantes y dominados por estrategia.....	119
<b>Tabla 3.9:</b> Matriz correlaciones de Spearman entre alfa, DEA e ISD vs rentabilidad y riesgo.....	115
<b>Tabla 3.10:</b> Correlación de Spearman entre DEA, ISD y alfa.....	121
<b>Tabla 4.1:</b> Estadísticos descriptivos fondos RV Europea.....	135
<b>Tabla 4.2:</b> Posibles inputs y outputs en DEA.....	138
<b>Tabla 4.3:</b> Variables extraídas por ACP.....	140
<b>Tabla 4.4:</b> Estadísticos descriptivos de las 20 carteras EW.....	141
<b>Tabla 4.5:</b> Eficiencia (DEA) media por cartera.....	142
<b>Tabla 4.6:</b> Time series Fama - French + DEA.....	145
<b>Tabla 4.7:</b> Time series Fama – French.....	146
<b>Tabla 4.8:</b> Resultados de las regresiones por Cross Section.....	148



## **ÍNDICE DE FIGURAS**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

<b>Figura 1.1:</b> Evolución y peso de fondos de riesgo medio-alto sobre total fondos.....	5
<b>Figura 1.2:</b> Clasificación de los métodos de evaluación/estimación de la eficiencia. 15	
<b>Figura 1.3:</b> Evolución de la inversión colectiva .....	16
<b>Figura 1.4:</b> Número de artículos escritos sobre DEA para el período 1980-2020.....	19
<b>Figura 1.5:</b> Autores más citados con artículos DEA para el período 1980-2020 .....	21
<b>Figura 1.6:</b> Documentos DEA más citados para el período 1980-2020 .....	22
<b>Figura 1.7:</b> Palabras más citadas por tamaño (WordCloud) DEA 1980-2020.....	22
<b>Figura 1.8:</b> Artículos de IIC que emplean DEA 1980-2020 .....	23
<b>Figura 1.9:</b> Distribución de artículos de IIC que emplean DEA 1980-2020 .....	24
<b>Figura 1.10:</b> Autores más citados en DEA 1980-2020 .....	26
<b>Figura 1.11:</b> Palabras más citadas por tamaño (WordCloud) IIC DEA 1980-2020 ...	27
<b>Figura 2.1:</b> Histograma y QQ-Plot.....	83
<b>Figura 3.1:</b> Histograma 2000-2016 .....	108
<b>Figura 3.2:</b> Q-Q plot 2000-2016 .....	108
<b>Figura 3.3:</b> Histograma 2007-2012 .....	108
<b>Figura 3.4:</b> Q-Q plot 2007-2012 .....	108
<b>Figura 3.5:</b> Histograma 2007-2009 .....	108
<b>Figura 3.6:</b> Q-Q plot 2007-2009 .....	108
<b>Figura 3.7:</b> Eficiencia-rentabilidad-riesgo por fondo y según sub-muestra.....	117
<b>Figura 4.1:</b> Evolución del factor de eficiencia en el periodo 2001-2016.....	142
<b>Figura 4.2:</b> Valores reales vs valores estimados en modelo de cuatro factores.....	149

**Figura 4.3:** Valores reales vs valores estimados en modelo de tres factores ..... 149

## **LISTA DE ACRÓNIMOS**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

APY	Average Per Year - Media por año
AUM	Asset Under Management - Activos bajo gestión
BCC-I	Banker, Charnes y Cooper; Orientación Input
BCC-O	Banker, Charnes y Cooper; Orientación Output
CAPM	Capital Asset Pricing Model - Modelo de valoración de activos financieros
CARA	Constant Absolute Risk Aversion - Aversión absoluta al riesgo y constante
CCR-I	Charnes, Cooper y Rhodes; Orientación Input
CCR-O	Charnes, Cooper y Rhodes; Orientación Output
CPR	Cross Product Ratio (estadístico)
CRS	Constant Return to Scale - Rendimientos constantes a escala
CSR	Cross Sectional Regression - Regresión de corte transversal
CTA	Commodity Trading Advisor - Fondos de futuros gestionados
CVaR	Conditional Value at Risk - Valor en riesgo condicionado
DARA	Decreasing Absolute Risk-Aversion - Aversión absoluta al riesgo y decreciente
DE	Dominancia Estocástica - Stochastic dominance
DEA	Data Envelopment Analysis - Análisis envolvente de datos
DEP	Dominancia Estocástica de Primer orden - Stochastic dominance first order
DES	Dominancia Estocástica de Segundo orden - Stochastic dominance second order
DET	Dominancia Estocástica de Tercer orden - Stochastic dominance third order
DMU	Decision Making Unit - Unidades de decisión
DPEI	DEA Portfolio Efficiency Index - Índice de eficiencia de cartera DEA
DS	Desviación Estándar - Standar deviation
DS D	Desviación Estándar Drawdown - Standar deviation drawdown
ESG	Environmental, Social y Governance - Inversión socialmente responsable
ETF	Exchange Traded Funds - Fondos cotizados
FDH	Free Disposnal Hull - Libre disposición del casco
GDEA	Modelo DEA Generalizado - Generalized DEA Model
GG	Ganador-Ganador - Win-Win
GLS	Generalized Least Squares - Mínimos cuadrados generalizados
GMM	Generalized Method of Moments - Método generalizado de los momentos
GP	Ganador-Perdedor - Win-Losser
GPDF	Generalized Proportional Distance Function - Función de distancia proporcional generalizada

HF	Hedge Fund - Fondo de inversión libre
HPM <sub>1</sub>	High Partial Moments 1- Momentos parciales superiores de orden 1
HPM <sub>2</sub>	High Partial Moments 2- Momentos parciales superiores de orden 2
HPM <sub>3</sub>	High Partial Moments 3- Momentos parciales superiores de orden 3
IARA	Increasing Absolute Risk Aversion - Aversión absoluta al riesgo y creciente
IIC	Instituciones de Inversión Colectiva - Collective investment institutions
ISD	Índice de Dominancia Estocástica - Stochastic dominance index
K	Curtosis - Kurtosis
LPM <sub>1</sub>	Lower Partial Moments 1 - Momentos parciales inferiores de orden 1
LPM <sub>2</sub>	Lower Partial Moments 2- Momentos parciales inferiores de orden 2
LPM <sub>3</sub>	Lower Partial Moments 3- Momentos parciales inferiores de orden 3
Ma	Media anualizada - Annual average
Máx D	Máximo Drawdown - Máximo drawdown
MCDA	Multiple-Criteria Decisión Analysis - Modelo de decisión multicriterio
MCO	Mínimos Cuadrados Ordinarios - Ordinary least squares
MD	Media Drawdown - Media drawdown
MDF	Deterministic Frontier Model - Modelo de frontera determinística
MFDEA	Multi-subsystem Fuzzy DEA - Multisistemas con DEA difuso
MODM	Multi Objective Decision Making - Toma de decisiones de objetivos múltiples
MPT	Modern Portfolio Theory - Teoría moderna de carteras
MVaR	Modified Value at Risk - Varlor en riesgo modificado
NAV	Net Asset Value - Valor de activos netos
NIRS	Non Increasing Returns to Scale - Rendimientos no crecientes a escala
PG	Perdedor-Ganador - Losser-Winner
PP	Perdedor-Ganador – Losser - Losser
PTF-TFP	Productividad total de los factores - Total productivity of factors
QE	Quantitative easing - Facilidad/flexibilidad cuantitativa
RDM	Medida de rango direccional - Directional range measurement
RG 3a	Rentabilidad Geométrica 3a - 3y Geometric return
RG 5a	Rentabilidad Geométrica 5a - 5y Geometric return
Rmáx	Rentabilidad máxima - Maximum return
Rmín	Rentabilidad mínima - Minimum return
RTS	Return to Scale - Rendimientos a escala



S	Asimetría - Asymmetry
SBM	Slack Based Model - Sistema basado en holguras
SDEA	Stochastic DEA - DEA estocástico
SRI	Social Responsible Investment -Inversión socialmente responsable
TSR	Time Series Regression - Regresión de series temporales
VaR	Value at Risk - Valor en riesgo
VIF	Factor de Inflación de Varianza - Invariance inflation factor
VRS	Variable Return to Scale - Rendimientos variables a escala

*Pablo Solórzano Taborga*

# **CAPÍTULO 1 - INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

## 1.1 Introducción / Motivación de la Tesis

El crecimiento de la inversión colectiva a nivel internacional, establece la necesidad de investigar el por qué los fondos de inversión son un instrumento tan importante de inversión. De hecho, los inversores canalizan sus ahorros a diferentes activos con una mayor o menor complejidad y los fondos de inversión han conseguido encauzar el exceso de capital hacia los demandantes de capital.

The Investment Company Institute (ICI) (Investment Company Institute Fact Book, Trends and Activities in the Investment Company Industry 58th edition, 2018) informa que, en el mundo, el total de activos bajo gestión (AUM) en fondos de inversión ha pasado de 10.197 Bill. \$ en 2008 a 20.790 Bill. \$ en 2019 (+50,95%). En cuanto al número de fondos, en 2008, existían 83.850 pasando a tener un número superior a los 119.000 en 2019 (+41,92%), este aumento ha provocado una mayor popularización de esta vía de inversión y supone que millones de inversores en el mundo recurren cada vez más a los fondos inversión para lograr sus objetivos financieros.

La acogida dada a los fondos de inversión se atribuye a sus diversos beneficios, como son, la diversificación, profesionalidad, gestión, liquidez y flexibilidad y conveniencia. Además, la inversión de estos activos tiene un impacto directo en los mercados, al tiempo que implica el crecimiento de la economía.

Al hilo de lo anteriormente dicho, queda cada vez más patente que el mundo ha cambiado -y mucho- en los últimos años, los objetivos de los inversores son diferentes, gracias a un mayor conocimiento y gran volumen de información acompañada de facilidad de acceso a la misma. En el mundo de la inversión colectiva se han desarrollado enfoques de inversión cada vez más amplios y complejos, que cubren temáticas cada vez más amplias, alcanzando fondos que invierten con distintos sesgos de asignación de activos, bien sean sectoriales, geográficos, por divisas, en términos de estilo de inversión y en los últimos tiempos surge con fuerza la inversión por factores o las megatendencias, fondos islámicos, los fondos de inversión libre o hedge funds, CTAs –*Commodity Trading Advisors*- referidos a la negociación de contratos derivados, normalmente futuros, de *commodities*, principalmente agrícolas, aunque han incluido en su abanico otros activos como energía, metales, índices de renta variable o futuros ligados a bonos entre otros muchos. Relativamente reciente es la inversión con fuerte

compromiso ambiental, social y de gobernanza (ESG). Los bonos verdes surgen como un vector de elección para financiar la transición energética, al ser éstos bonos destinados a financiar principalmente proyectos con beneficios positivos para el medio ambiente y/o el clima.

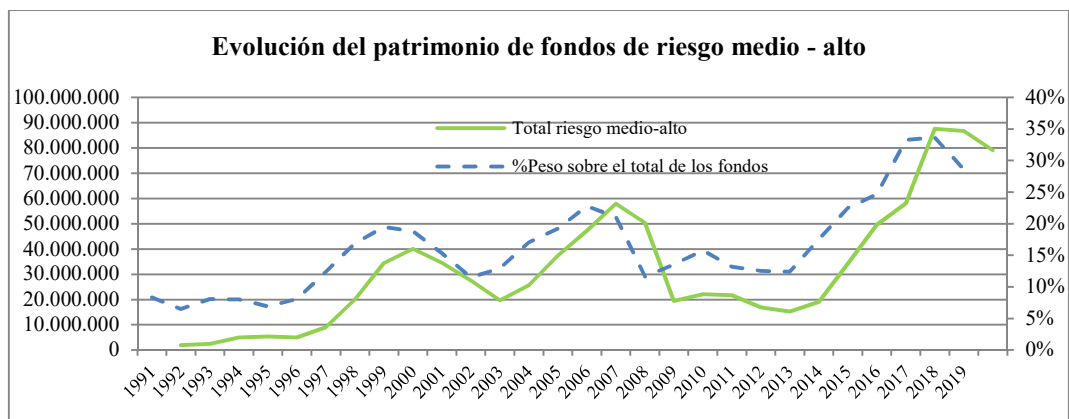
Vemos pues, que cada vez existe un mayor dinamismo y disrupción en la inversión colectiva, por ello, el proceso de análisis no termina nunca de ajustar apuesta y premio, se convierte en el elemento clave, por lo que afinar la eficiencia es fundamental. Los inversores buscan retornos con una menor volatilidad, y con una menor correlación con el mercado, todo ello en un marco de mayor consciencia sobre los riesgos, de ahí el éxito de soluciones como la inversión en multiactivos y la búsqueda del retorno absoluto, en éste último caso a través de los hedge funds. De hecho, la literatura de inversión colectiva tiene dos grandes áreas de estudio, los fondos tradicionales y la gestión alternativa, si bien cada vez más se va ampliando en función de los tipos de inversión ya comentados anteriormente. La vigencia del retorno absoluto explica el apetito de la inversión de forma global por parte del gestor y un mayor grado de diversificación en la clase de activos, es decir, la idea de retorno con sólo una sola clase de activo ha cambiado, fijándose objetivos de rentabilidad.

Después de la crisis del 2008 (Crisis Subprime y caída de Lehman Brothers), los gestores han encontrado más dificultades en conjugar la asignación de activos con el cumplimiento de las expectativas de rentabilidad de los inversores, éstos han sido los dos puntos en los que ha pivotado el crecimiento del retorno absoluto. El impacto de la crisis financiera del 2008 y la especial virulencia de ésta en países como España nos han decantado por el estudio y comportamiento de este tipo de inversiones que mantienen un elevado grado de descorrelación frente a otras inversiones. De hecho, en el gráfico que se muestra a continuación se puede constatar según información de Inverco<sup>1</sup>, que la inversión en fondos con un perfil de riesgo medio-alto se ha incrementado (renta variable, mixtos, globales y de retorno absoluto).

---

<sup>1</sup> Informe Observatorio Inverco: <http://www.observatorioinverco.com/ahorro-participes-fondos-mixtos-globales-renta-variable/> (mayo del 2019)

**Figura 1.1:** Evolución y peso de fondos de riesgo medio-alto sobre total fondos



Si tenemos en cuenta que los fondos de retorno absoluto han tenido un crecimiento en volumen desde su nacimiento en España en el año 2008 hasta 2019 del 162,7%, refuerza el interés por el comportamiento de estos activos.

La crisis de 2008, colocó al sistema financiero a una escasa distancia del colapso. De tal forma, la introducción del programa de estímulos por parte de los bancos centrales (QE- Quantitative Easing-) acompañado de un conjunto de tipos de interés excepcionalmente bajos para ayudar a los mercados financieros, hizo que la situación sirviera de catalizador, impulsando el último mercado alcista, siendo los fondos de inversión un punto de referencia en la inversión.

Así mismo, desde estos episodios anteriormente citados, son varios los factores que han hecho evolucionar a la industria de fondos en los últimos diez años. La recuperación económica, ha generado una mayor confianza en los mercados, lo cual ha impulsado entradas netas en fondos hasta convertirlo en un instrumento de ahorro de referencia para canalizar las inversiones. El aumento de las rentabilidades y el que sin duda ha sido uno de los más importantes, el perfil del riesgo, ajustándose éste hacia posiciones más dinámicas y con un mayor grado de tolerancia al riesgo, fruto como no, de una mejora en la cultura financiera del inversor.

El crecimiento en la inversión de fondos de inversión tiene muchas implicaciones, ya que influye, modelando el desarrollo del mercado de valores, así mismo, la elevada proporción de inversores institucionales crea información más real y certera, en consecuencia, hace que el

mercado sea más eficiente. En contraposición, se alienta el comportamiento irracional, como el efecto rebaño y eso, genera un mayor grado de volatilidad en el mercado. Por otro lado, el crecimiento al que hacíamos referencia, puede ser excesivo, generando un aumento en el precio de los activos en los que invierte, y eso implica que el mercado sea más vulnerable, ya que no tiene la capacidad suficiente para anticipar las elevadas entradas de capital.

A pesar de la popularidad e importancia de la inversión en fondos de inversión, han surgido investigaciones para tratar de modelar el comportamiento de los activos financieros, como son la teoría moderna de carteras (MPT) o la teoría de las finanzas conductuales, entre otras. La moderna teoría de carteras tiene su base en el modelo propuesto por Markowitz (1952), basado en el comportamiento racional del inversor, a partir del cual se han desarrollado una serie de teorías, como los modelos de fijación de precios en equilibrio *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), en la que trabajando de manera simultánea pero de forma separada, Sharpe, Lintner y Mossin, desarrollaron investigaciones publicadas entre 1964 y 1966, por otro lado, el APT, o teoría del arbitraje y su modelo factorial, implementado gracias a Ross (1976), que es una ampliación del CAPM. Algunos estudios intentan evaluar el rendimiento de los activos, o, si los gestores pueden crear valor agregado para el inversor y las formas de tener éxito. Otros, en cambio, investigan si el desempeño del activo se puede explicar o predecir por algún factor en particular.

El rendimiento superior de los fondos de inversión depende principalmente de las decisiones óptimas de asignación de activos, lo que requiere establecer la exposición del fondo a aquellos factores de riesgo que ofrecen una prima de riesgo más alta. Es aquí donde un gestor revela habilidad y no azar en la rentabilidad obtenida, demostrando resultados persistentes.

En muchos casos, el grado de eficiencia es un factor importante que determina la existencia de un activo y su situación en el mercado. En momentos de dificultades quien aporta un mayor grado de eficiencia es a priori más resistente a los eventos extremos, o simplemente soporta mejor las dificultades que quien se comporta de manera ineficiente. En este contexto de complejidad global en el que nos encontramos, la evaluación y medición de la eficiencia se convierte en una necesidad cada vez más acuciante.

En la elaboración de este trabajo hemos encontrado amplia literatura sobre eficiencia en términos de Markowitz, pero ésta se reduce de manera importante cuando aplicamos la



eficiencia en el caso de los fondos de inversión en sentido económico de aprovechamiento y optimización de recursos. Desde un punto de vista económico-empresarial, se puede hablar de eficiencia, como la capacidad de disponer de alguien o de algo para conseguir un objetivo con el mínimo de recursos posibles. Podemos concluir, que la eficiencia supone el éxito con el que se emplean recursos para producir unos resultados óptimos. Lograr el máximo resultado u output, con una cantidad y calidad de input dada. Esto supone que operativamente, se ponen en juego flujos que afectan a la rentabilidad y que importan consecuencias para los inversores y mercados. En consecuencia, la eficiencia, es un indicador clave de actividad y desempeño, para su estudio emplearemos la metodología DEA (*Data Envelopment Analysis* – Análisis Envolvente de Datos)

La elección de este tema de investigación se justifica por el interés e importancia del mercado de fondos de inversión, tanto como elemento inversor de las propias gestoras, como del destinatario último del propio fondo y principal actor, el inversor final del vehículo de inversión colectiva. La finalidad que se quiere conseguir cuando se realiza la evaluación de los fondos de inversión, no es sino, demostrar el acierto y buen funcionamiento de la industria, así como el correcto empleo de los recursos por parte de los gestores.

Por lo anteriormente comentado, la medición de la eficiencia ayuda a un mejor análisis de los gestores y de los fondos, de manera que se pueda justificar la permanencia de una inversión a un mayor plazo, determinar el éxito alcanzado y establecer un mayor grado confianza, tanto en el equipo gestor, como en el fondo mismo. Por otro lado, en el extremo opuesto, la ineficiencia supone malgasto y una incorrecta asignación de recursos.

La globalización es otro factor añadido, ya que existe la obligación de ser competitivos frente a los fondos de una misma categoría y frente a fondos de otras categorías, siempre en un entorno internacional, en el que la elegibilidad hoy no tiene barreras.

Estos efectos externos hacen que la estimación de la eficiencia sea de un gran interés y nos lleve a identificarla y a controlarla como vía de proceso de mejora, éstos son motivos suficientes para encontrar cada vez más investigaciones en la evaluación de la eficiencia de los vehículos de inversión colectiva, pese a lo cual, a nuestro entender siguen siendo escasos. En concreto, con este trabajo centrado en el análisis de la eficiencia de los fondos de inversión, se pretende evaluar si el mandato de los inversores al depositar su confianza en un

fondo cumple con las expectativas y se realiza de manera eficiente y en el supuesto de no hacerlo, que los agentes puedan establecer medidas o recomendaciones para alcanzar los objetivos.

Es de destacar la existencia de múltiples investigaciones sobre la eficiencia en muy diferentes campos del mundo empresarial, encontrándose bien documentados, no obstante la eficiencia en el mundo de los fondos de inversión y su papel explicativo en la *performance* y elegibilidad, está relativamente inexplorado, encontrando un campo propicio para la valoración de los fondos de inversión mediante estudios multifactoriales con la eficiencia como factor.

Los argumentos hasta aquí expuestos, son un motivo más que justificado para centrar nuestro análisis de eficiencia en este tipo de vehículos de inversión, para lo que nos hemos planteado la siguiente cuestión:

¿Supone la eficiencia en los fondos de inversión un elemento de influencia en la toma de decisión de inversión, desde una visión de mercado (valoración) y desde una óptica de elemento decisional a la hora de invertir?

En consecuencia, el objetivo de esta tesis doctoral está claramente establecido y radica en comprender el comportamiento de la eficiencia en los fondos de inversión y analizar su impacto en los resultados de estos vehículos de inversión colectiva mediante una aplicación empírica. Con este objetivo se pretende determinar de manera comparativa si los fondos de inversión pueden ser evaluados por medio de la comparación de sus resultados y de su eficiencia. Gracias a ello se dispondría de una herramienta de presión y competitividad entre las gestoras de cara una mejora de sus resultados de eficiencia y productividad.

En paralelo al objetivo principal de medición de la eficiencia, se pretenden alcanzar otros objetivos derivados del anterior, como la determinación de la relación entre la persistencia y la eficiencia, la relación entre la elegibilidad de un fondo y su eficiencia y finalmente determinar si la eficiencia es un factor explicativo de la rentabilidad de un fondo de inversión, siendo todo ello realizado como un compendio de tres artículos perfectamente diferenciados. Con todo ello, se pretende contribuir con esta investigación, aportando tres enfoques de la eficiencia al mundo de los fondos de inversión en el ámbito académico y científico de la

economía financiera para lo que hemos querido contribuir con la elaboración de tres artículos en tres publicaciones de ámbito nacional e internacional. Con la finalidad de alcanzar el objetivo principal de tesis, se han elaborado los Capítulos cuyos contenidos y metodología se expone a continuación y de los que se desprenden los resultados o conclusiones de la investigación.

En base a todo lo anterior las hipótesis que se pretenden contrastar en este trabajo son las siguientes:

*H1: Los fondos de inversión de gestión alternativa que son eficientes en términos de DEA son persistentes en sus resultados.*

*H2: A mayor es el grado de eficiencia de los fondos de inversión de renta variable, mayor grado de dominancia estocástica.*

*H3: La eficiencia es un factor explicativo de la rentabilidad en la valoración de fondos de inversión de renta variable y es un elemento decisonal en presencia de otros factores explicativos.*

## **1.2 Estado de la cuestión**

### **1.2.1 Aspectos previos**

La industria de la inversión colectiva, es una de las más grandes del mundo como más adelante veremos. La investigación y el desempeño por cada categoría de fondos inversión, requieren ser estudiados debido a la naturaleza compleja del análisis involucrado.

Es importante comprender el rendimiento, absoluto y relativo, a nivel de familia de fondos, dado que los inversores tienden a invertir dentro de la misma categoría de fondos de inversión en lugar de en varias categorías. Los motivos para invertir dentro de una familia de fondos incluyen la conveniencia de buscar oportunidades de inversión y mantenimiento de registros y la flexibilidad de cambiar fondos sin cargos adicionales de venta y restricciones impuestas por la familia de fondos.

Debido al rápido crecimiento de la industria de fondos de inversión, así como al papel vital que desempeña en el mercado financiero, los inversores, asesores, reguladores y medios de

comunicación entre otros, están cada vez más interesados en tener una mejor comprensión de aspectos operativos. En este punto, es donde cobra sentido conocer la eficiencia y Farrell (1957), marca en este artículo seminal el inicio de DEA, con su artículo "*The Measurement of Productive Efficiency*" publicado en 1957 en la revista *Journal of the Royal Statistical Society*, siendo el autor más influyente en temas relacionados con la medición de la eficiencia, motivado por la necesidad de desarrollar mejores métodos y modelos para evaluar la productividad. Argumentó que si bien los intentos de resolver el problema generalmente producían mediciones cuidadosas, también eran muy restrictivos no logrando combinar las mediciones de múltiples inputs en una medida general satisfactoria de eficiencia. Consecuencia de estas deficiencias, Farrell propuso un enfoque de análisis de actividad que podría abordar el problema de una manera más adecuada. Sus medidas estaban destinadas a ser aplicables a cualquier organización productiva, "*de un taller, a una economía completa*". En el proceso, extendió el concepto de productividad al concepto más general de eficiencia.

No obstante, no es raro encontrar la afirmación de que el modelo de análisis DEA fue desarrollado por primera vez en el año 1978 por Charnes, Cooper y Rhodes. Seiford (1996) y Charnes *et al.* (1997) afirman que el origen es debido a Rhodes (1978), quién aplicó (en su tesis doctoral dirigida por W.W. Cooper) al análisis de eficiencia del programa de educación Follow-Through de las escuelas públicas de los Estados Unidos.

Cooper *et al.* (2000), han establecido que DEA se ha utilizado para proporcionar nuevas ideas sobre actividades y entidades que previamente han sido evaluadas por otros métodos. En esta situación, los modelos DEA permiten conocer la eficiencia y contribuir a la literatura en la evaluación del rendimiento de fondos y de la industria en general.

En los últimos años, se ha producido un enorme crecimiento en los estudios relacionados con el Análisis Envolvente de Datos, el trabajo de Charnes, Cooper y Rhodes en el año 1978, marcó el comienzo de un nuevo tipo de operativa que no ha parado de crecer desde entonces. Los autores, describen DEA como un "modelo de programación matemática aplicado a la observación de los datos que proporciona una nueva forma de obtener estimaciones empíricas de las relaciones, como las funciones de producción y/o la frontera de posibilidades de producción, que son los pilares de la economía moderna".

Por medio de esta Tesis Doctoral pretendemos poner en contexto la importancia que tiene DEA como metodología y la justificación del empleo de ésta en el estudio de la inversión colectiva. Para ello, proporcionaremos una lista completa de publicaciones que emplean DEA y la inversión colectiva desde el año 1978 hasta marzo del 2020, empleando la base de datos de SCOPUS, filtrando sólo artículos académicos.

Así mismo, para poner en contexto lo que supone esta metodología, hasta marzo de 2020, el global de trabajos sobre la metodología incluyendo cualquier tipo de publicación (artículos, libros, proceedings,...) asciende a 17.841, trabajos que recogen de manera intensiva una recopilación de la literatura DEA, no obstante, si tomamos sólo los artículos académicos, estos suponen hasta la fecha antes citada, la cifra de 14.130.

En este trabajo, vamos a recopilar sólo una parte de la metodología DEA para centrarnos únicamente en: Fondos de inversión, hedge funds, CTAs/Managed futures funds, planes de pensiones, responsabilidad social (SRI), ETF, modelación de carteras y fondos, suponiendo esto 405 artículos académicos. De esta forma, la referencia proporcionada con DEA es una fuente muy completa sobre teoría y sus aplicaciones para la medición de la eficiencia, la productividad o el rendimiento de unidades de toma de decisiones (Decision Making Unit, DMU).

Pese al intento de introducir todo el abanico de artículos y debido a la gran cantidad de publicaciones, no se puede garantizar una lista completa y precisa sin omisión de datos, a pesar de ello existen varios trabajos que han ido reflejando bibliografía sobre DEA en diferentes momentos, como pueden ser los trabajos de Seiford (1996), donde recoge una completa bibliografía que abarca el período 1978-1992, en un trabajo denominado “*state of the art*” en el mismo, se encuentra una amplia relación de trabajos aplicados por períodos de cinco años. Más recientemente se encuentra la bibliografía más amplia sobre DEA aportada por Emrouznejad y Yang (2018), en su trabajo de recopilación de los últimos 40 años.

### **1.3 Justificación del empleo del Análisis Envolvente de Datos DEA.**

En las siguientes líneas expondremos, las diferentes clasificaciones de las técnicas de análisis de la eficiencia.

El análisis y la estimación de la eficiencia se pueden llevar a cabo como un conjunto de técnicas aplicadas en función de los objetivos del análisis, momento en el que se realiza, sector que se estudia y de la disponibilidad de datos. De acuerdo con Planas (2005), éste, realiza una agrupación de los métodos de estimación de la eficiencia en el sector público, estableciendo que la eficiencia se puede controlar por medio de diferentes formas, como la auditoría, gracias al control y cumplimiento de objetivos mediante el análisis o revisión documental; el control de gestión, gracias a la comparación de los planes con las acciones realizadas; el presupuesto, comparando los recursos con los objetivos presupuestarios y finalmente, los indicadores de gestión.

Nos vamos a centrar en las técnicas para medir la eficiencia, que se desagregan en:

- (i) Métodos no frontera, aplican análisis de regresión a una función de producción o costes, aclarando el tipo de eficiencia estimado. Esta técnica no informa sobre la eficiencia global, sólo estima la eficiencia relativa respecto a la media. Por otro lado el error de la regresión puede recoger la variación en la eficiencia, al tiempo que puede ser objeto de influencias aleatorias y a perturbaciones estadísticas. Este tipo de técnicas no suele presentar dificultades al medir empíricamente el comportamiento y rendimiento de las unidades productivas. Ahora bien, los resultados suelen catalogarse de simplistas, y verse afectados a factores externos a la organización, por ello, no reflejan la eficiencia global de todos los factores empleados. También emplean indicadores tradicionales como los ratios, índices de productividad global, diferencia de medias o diferencias de Shepard.
- (ii) Métodos frontera, aplican técnicas muy variadas y surgen con el propósito de solucionar los errores o deficiencias de las técnicas no frontera. Los frontera, tienen en común entre sí, el empleo de una frontera, para determinar la eficiencia, si se alcanza esta frontera, igualmente, se hablará de ineficiencia, operando por debajo de la misma. La frontera puede ser absoluta, en los casos de considerarse la actividad en

su máximo rendimiento para la tecnología dada; o relativa, si se tiene en cuenta a las mejores prácticas observadas. Estas aproximaciones se clasifican bajo distintos puntos de vista. La frontera, puede especificarse como una relación paramétrica o no paramétrica. Finalmente, la frontera puede tener un carácter determinístico o estocástico.

Dentro de los métodos frontera distinguimos entre:

1. Métodos frontera paramétricos, que consideran una determinada forma funcional para la función de costes, pudiendo ser a su vez, deterministas, cuando consideran que la variación a la frontera es ocasionada por la ineficiencia o (si no se permite la existencia de observaciones por encima de la misma). También pueden ser estocásticos, en los casos que suponen que los errores recogen otras variaciones aleatorias, además de la ineficiencia (permitiendo que algunas observaciones se sitúen por encima de la frontera por causas aleatorias). Las técnicas paramétricas, suponen la obtención de datos a partir de una distribución funcional concreta. Se asume que el modelo ajustado es aplicable a cada unidad en la muestra. En un planteamiento paramétrico se requiere la especificación de una forma funcional que relacione la variable dependiente con las variables independientes (sea una regresión o una función de producción).

Entre estas técnicas destacan, las fronteras de eficiencia estocásticas que utilizan datos de panel; y las fronteras de eficiencia deterministas que no requieren datos de panel sino transversales. También se engloba en este grupo el análisis multivariante, que se utiliza para calibrar características entre el grupo participante y el grupo control de las evaluaciones.

2. Métodos frontera no paramétricos. No presentan problemas de determinación de una forma funcional concreta, siendo un caso concreto de esta técnica, el análisis envolvente de datos. Estos modelos estiman la eficiencia relativa como la posición de cada unidad evaluada respecto a las posiciones del resto del grupo. Entre estas técnicas se encuentran, el análisis envolvente de datos, el cual optimiza para cada unidad específica con el objetivo de estimar una frontera a trozos determinada por las DMUs eficientes en el sentido de Pareto. Por último, Free Disposnal Hull (FDH),

siendo una variante de DEA en la que la frontera eficiente solamente está formada por las unidades reales y no por las combinaciones de las eficientes.

En DEA se identifican, tanto las fuentes, como el nivel de ineficiencia para cada uno de los inputs y cada uno de los outputs de cada unidad ineficiente. El nivel de ineficiencia se determina utilizando como referente otra DMU o una combinación lineal de éstas que usa el mismo nivel de inputs y produce el mismo nivel o mayor de outputs. Esto se consigue imponiendo que en las soluciones factibles se permita el incremento de algunos outputs, la reducción de algunos inputs o ambas, sin que empeore el nivel de los restantes inputs/outputs.

Las mejoras calculadas para las DMUs ineficientes indican potenciales mejoras alcanzables ya que las proyecciones se basan en el comportamiento de las eficientes y que son elementos comparables al estar situados en la frontera eficiente. Estos son algunos de los aspectos fundamentales de la metodología DEA.

Las clasificaciones anteriores se pueden ver en la figura adjunta, Figura 1.2, donde se recogen los principales métodos de evaluación y estimación de la eficiencia, quedando patente la cantidad de métodos existentes para determinar la eficiencia.



Figura 1.2: Clasificación de los métodos de evaluación/estimación de la eficiencia

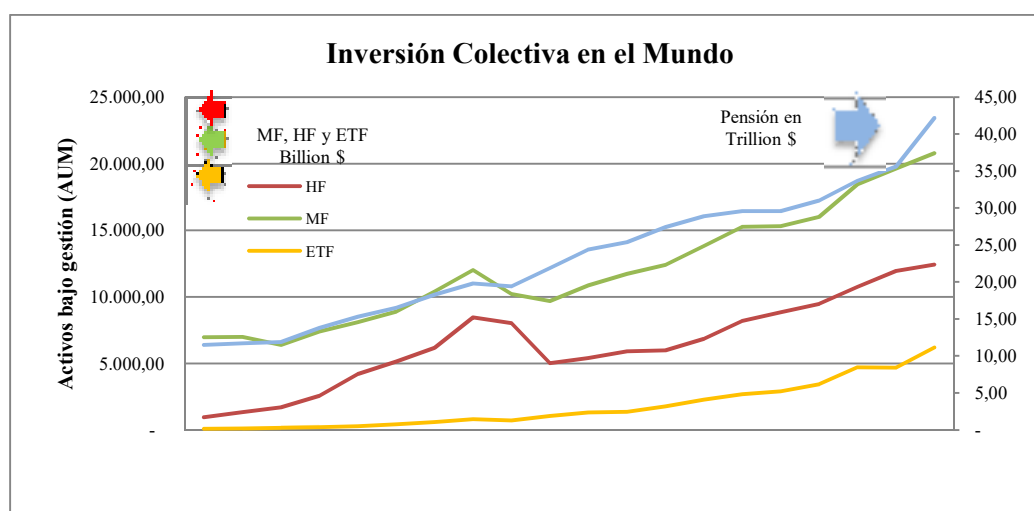


## 1.4 Datos de la industria de inversión colectiva

Según el Investment Company Institute (ICI, 2019), la industria de fondos de inversión supone un volumen difícil de imaginar en el mundo, administrando un total de 20.790,96 billones de dólares en activos bajo gestión (AUM) a finales de 2019. Consideramos también los ETFs, ya que son una parte de la industria de inversión colectiva y que importan un total de 6.181 billones de dólares en AUM, tomando como fuentes a Statista<sup>2</sup> y BlackRock<sup>3</sup>. Los planes de pensiones, es la mayor de las industrias en inversión colectiva con una cantidad de 42,20 trillones de dólares en AUM a finales de 2019, según datos recogidos de la OCDE y Statista.

En conjunto de la inversión colectiva también hemos considerado a los hedge funds (HF), *Commodity Trading Advisors* (CTAs) y *Managed futures funds* pese a sus peculiaridades, con una cantidad de activos bajo gestión en 2019 de 12.410.91 billones, de dólares en AUM, según informa Barclays Hedge, calificados como gestión alternativa y que pese a ser inversión colectiva debe tener un tratamiento diferencial por su particular casuística. En la Figura 1.3, se puede ver gráficamente la evolución en cifras de los diferentes instrumentos de inversión colectiva.

Figura 1.3: Evolución de la inversión colectiva



<sup>2</sup> <https://www.statista.com/statistics/224579/worldwide-etf-assets-under-management-since-1997/>

<sup>3</sup> <https://www.blackrock.com/co/vision-de-mercado/the-case-for-etfs>

Una vez puesto en valor la situación numérica de cada una de las familias de la industria podemos hacernos una idea de la importancia de los volúmenes de activos gestionados y la importancia en el contexto mundial de los mercados financieros.

### 1.5 Datos sobre metodología DEA

En este trabajo, hemos revisado la literatura mediante un enfoque basado en citas, que se han extraído de Scopus. Existen otras bases de datos, como Google Scholar o Web of Science (WoS), éstas tienen sus ventajas e inconvenientes. Por ejemplo, las citas académicas de Google son el enfoque más generoso, que incluye revistas, incluidas tesis, libros, documentos de conferencias y materiales no publicados, por lo tanto, las citas de Google tienen algunos problemas de calidad. Por otro lado, el WoS se considera una base de datos de calidad que elige el recuento de citas del publicado en el índice de revistas del WoS.

En este trabajo, buscamos artículos relacionados con SCOPUS aprovechando la herramienta bibliometrix (Ariaa y Cuccurullo, 2017), gracias a esta última aplicación desarrollada en R obtenemos un conjunto de datos de autores, considerando las publicaciones hasta marzo de 2020. Para simplificar, tanto la búsqueda, como para obtener una muestra más homogénea, sólo hemos considerado los artículos de revistas, siendo la cifra recopilada de 14.130 artículos publicados. En la Tabla 1.1 vemos los términos de la búsqueda.

**Tabla 1.1:** Búsqueda y limitaciones en base de datos

Nº de fuentes	Términos de búsqueda y limitaciones	Base de datos (marzo de 2020)
17.841	TITLE-ABS- KEY ( data AND envelopment AND analysis )	SCOPUS (Marzo del 2020)
14.130	TITLE-ABS-KEY ( data AND envelopment AND analysis ) AND ( LIMIT-TO ( DOCTYPE , "ar" ) )	SCOPUS (Marzo del 2020)

Como ya se mencionó anteriormente, señalar que solo incluimos artículos relacionados con DEA publicados en revistas académicas, no obstante si tomamos el conjunto de todo el material existente entre libros, comunicaciones en congresos, etc. la cifra total asciende a un total de 14.130 documentos.

DEA es una herramienta aceptada por toda la comunidad y de ahí la importancia en su uso y crecimiento cada vez mayor.

Como se puede ver en las cifras que acompañan a este trabajo, la importancia y calado que DEA tiene en el mundo científico es muy amplia, siendo una herramienta clave para medir la eficiencia en multitud de campos. Existen revistas que agrupan la mayor parte de publicaciones en este campo, siendo las relacionadas con el campo socioeconómico las más prolíficas.

En las búsquedas realizadas, se han detectado 14.130 artículos sobre DEA o relacionados con DEA de diferentes autores.

Una vez hayamos puesto en contexto la importancia de la metodología en el campo académico, acotaremos la importancia de ésta a nuestro estudio desarrollado en esta tesis doctoral, la aplicación de DEA en mundo de la inversión colectiva, fondos de inversión (con variantes investigadas dentro de este), hedge funds (gestión alternativa con sus ramificaciones) y finalmente los planes de pensiones.

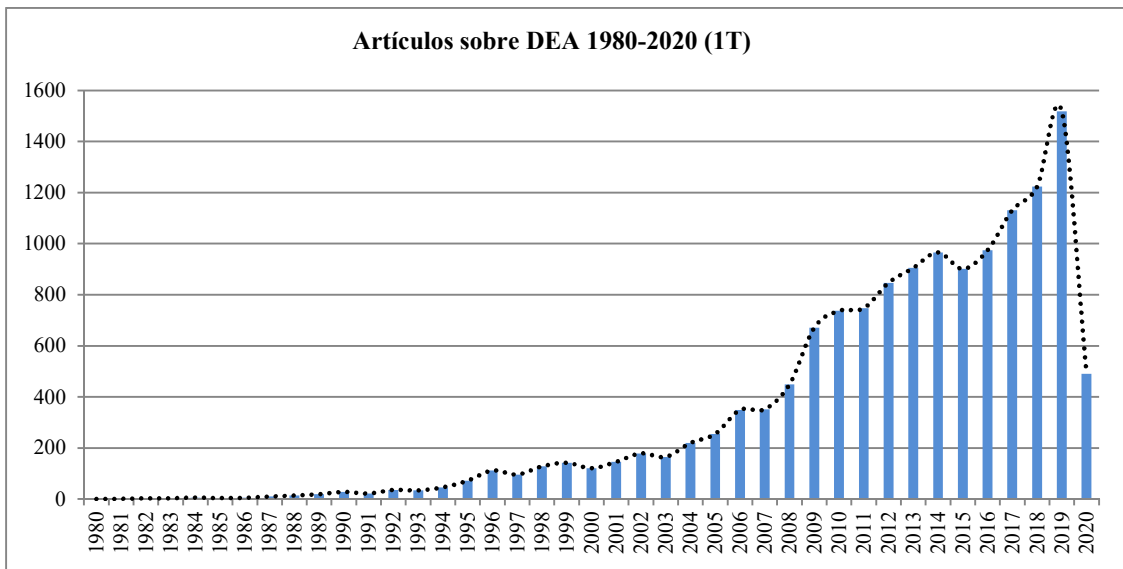
A continuación vamos a mostrar dos partes diferenciadas, (i) las referentes a los datos de DEA globales; (ii) las que se refieren a nuestro trabajo sobre instrumentos de inversión colectiva para ponerlo en contexto dentro de la metodología DEA.

### **1.5.1 Estadísticas globales sobre DEA**

En las siguientes líneas vamos a conocer de manera más detallada los datos de la evolución de DEA en el mundo académico, para ello vamos a diferenciar en nuestro análisis, los datos de evolución de artículos escritos, las principales revistas en las que se publica, los autores más influyentes y las palabras clave en el desarrollo de los trabajos.

A continuación vemos el rápido crecimiento de artículos relacionados DEA por año, donde destaca su evolución desde el artículo seminal de Charnes, Cooper y Rhodes (1978).

**Figura 1.4:** Número de artículos escritos sobre DEA para el período 1980-2020



Del total de la cifra de 14.130 artículos. Se puede hacer una distinción en dos períodos claramente diferenciados, el primero de ellos que abarca desde 1978 hasta 2003, en esta fase, el crecimiento de los artículos es lento en términos de número hasta su estabilización en los primeros años de los 2000.

En el segundo período, el número de artículos relacionados con DEA se incrementa muy notablemente, manteniendo una cifra desde 2008 hasta nuestros días superior a los 450 artículos anuales y consolidando desde el 2016 una cifra a los 1.000 artículos anuales.

Si bien ya hemos puesto en contexto la importancia de DEA en el análisis científico en términos numéricos, a continuación mostraremos las 20 principales publicaciones que canalizan la mayor parte de los artículos publicados con la DEA en las últimas 4 décadas.

**Tabla 1.2:** Principales revistas con publicaciones de DEA<sup>1</sup>.

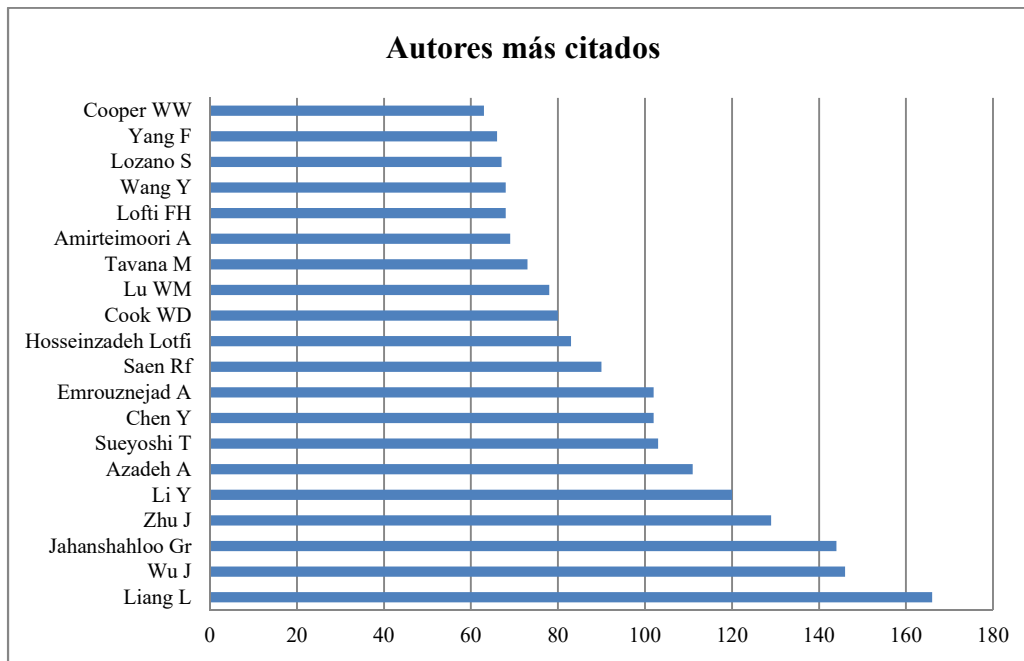
Nº	Revista	Nº artículos	% Sobre 14.130 artículos existentes	% Sobre 20 revistas más prolíficas
1	European Journal of Operational Research	770	5,45%	20,76%
2	Journal of the Operational Research society	327	2,31%	8,82%
3	Omega (United Kingdom)	271	1,10%	4,21%
4	Journal of Cleaner Production	253	1,79%	6,82%
5	Sustainability (Switzerland)	234	1,66%	6,31%
6	Annals of Operations Research	230	1,63%	6,20%
7	Expert Systems with Applications	211	1,49%	5,69%
8	Journal of Productivity Analysis	194	1,37%	5,23%
9	Socio-Economic Planning Sciences	162	1,15%	4,37%
10	Applied Economics	158	1,12%	4,26%
11	Computers and Industrial Engineering	149	1,05%	4,02%
12	Energy Policy	116	0,82%	3,13%
13	Benchmarking	110	0,78%	2,97%
14	Energy	100	0,71%	2,70%
15	International Journal of Production Economics	99	0,70%	2,67%
16	Applied Mathematics and Computation	91	0,64%	2,45%
17	Energy Economics	85	0,60%	2,29%
18	Computers and Operations Research	76	0,54%	2,05%
19	Intern. Journal of Production Research	73	0,52%	1,97%
20	Intern. Transactions in Operational Research	71	0,50%	1,91%
		3.780	26,75%	100%

<sup>1</sup>En esta tabla se recogen por un lado las 20 mayores revistas por número de artículos publicados sobre la temática DEA y el porcentaje que representa cada revista dentro las 20 más importantes.

European Journal of Operational Research, Journal of Operational Research Society, Omega, Journal of Cleaner production y Sustainability, son las revistas más activas. Parece lógico desde un punto de vista de DEA, que la mayor parte de las revistas se centran en cuestiones de gestión y de operaciones, no obstante en los últimos tiempos han cobrado especial importancia las publicaciones en cuestiones de sostenibilidad, como lo acredita el ser la revista con mayor número de artículos en el 2019.

Los siguientes datos nos aportarán referencias sobre los autores, habiendo reconocido a un total de 17.841 autores que para un total de 14.130 artículos, supone un promedio de 1,26 autores por publicación.

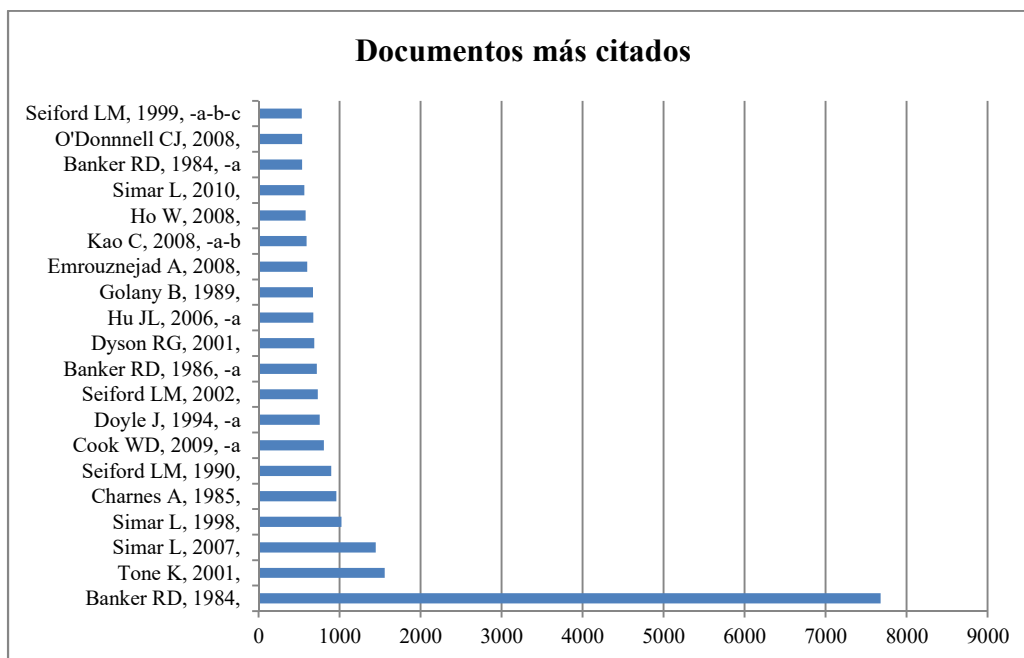
**Figura 1.5:** Autores más citados con artículos DEA para el período 1980-2020



También mostramos los artículos/documentos más citados y el autor a que pertenecen, destacando con una gran diferencia el artículo de Banker *et al.* (1984), uno de los documentos más influyentes dentro del campo DEA.

Atendiendo a las palabras clave y en función de los datos disponibles, los artículos de revistas relacionadas con DEA se han identificado aproximadamente 23.793 palabras clave distintas. De entre las primeras 20 palabras clave más empleadas, destacan, el análisis envolvente de datos, los modelos DEA o DEA son las palabras clave más utilizadas con número de 9.975. Otras palabras muy empleadas son eficiencia, eficiencia técnica, benchmarking o productividad.

**Figura 1.6:** Documentos DEA más citados para el período 1980-2020



De igual forma podemos realizar un mapa de las palabras clave más empleadas, mostrándonos las más importantes en función del tamaño de estas como se puede ver a continuación.

**Figura 1.7:** Palabras más citadas por tamaño (WordCloud) DEA 1980-2020



A continuación vamos a realizar el mismo estudio pero ya en el contexto del trabajo objeto en esta tesis, las instituciones de inversión colectiva (IIC).

### 1.5.2 Estadísticas relacionadas con la inversión colectiva

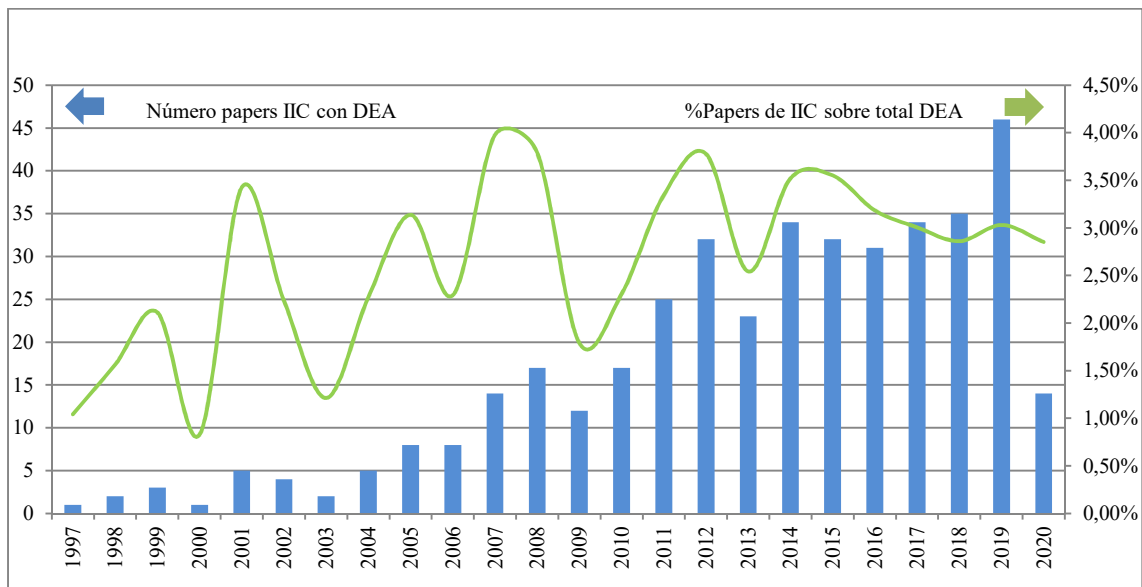
Como en el esquema de DEA, vamos a analizar como se encuentra el proceso de inversión colectiva y la inversión en carteras en la utilización de la metodología DEA, pudiendo



determinar de esta manera la evolución académica a lo largo del tiempo y las principales tendencias, para ello mostraremos la evolución de artículos escritos, las principales revistas en las que se publica, los autores más influyentes y las palabras clave en el desarrollo de los trabajos.

A continuación vemos el rápido crecimiento de artículos relacionados DEA por año, destaca el crecimiento desde el año 1997 con el artículo de Murthi, B.P.S., Choi, Y.K. y Desai, P. (1997).

**Figura 1.8:** Artículos de IIC que emplean DEA 1980-2020

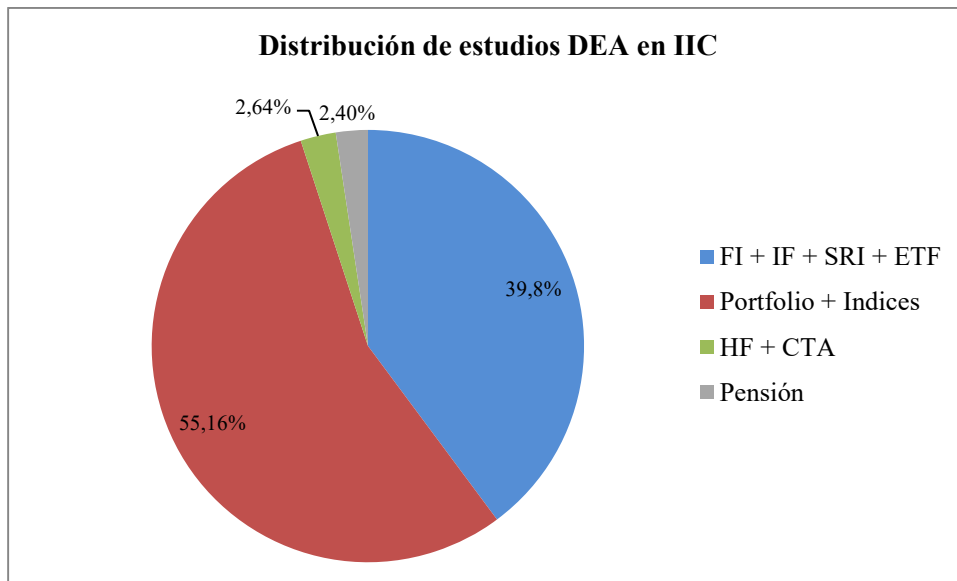


En la Figura 1.8, se observa la evolución del número de artículos de IIC que emplean DEA, ésta, sigue una evolución parecida a la Figura 1.4, no obstante el peso de los primeros no mantiene un peso proporcional respecto del total, esto es debido a que el interés en otras materias ha sido mayor respecto a la inversión colectiva, destaca especialmente el crecimiento en sostenibilidad.

No obstante, la tendencia en el crecimiento del empleo de DEA en el campo de la inversión colectiva se mantiene en alza después de permanecer estable durante varios años.

Si desagregáramos por temática obtendríamos la siguiente distribución observada en la Figura 1.9.

**Figura 1.9:** Distribución de artículos de IIC que emplean DEA 1980-2020



Esto supone que el 55,16% de la muestra tomada que se referencia con DEA, se relaciona con el estudio de carteras y/o índices y que se relaciona directamente con el mundo de la inversión colectiva.

El 39,81% se toma del mundo de los fondos de inversión y las muestras pequeñas donde los estudios de DEA son más reducidos se refieren a los hedge funds/CTA/managed futures (Gestión Alternativa) y finalmente a los planes de pensiones.

Una vez establecido el contexto de la producción de artículos y sus temáticas, vamos a ver en la Tabla 1.3 cuales son las principales revistas de publicación, para lo que tomaremos las 20 principales publicaciones que canalizan la mayor parte de los artículos publicados con DEA desde el año 1997.

**Tabla 1.3:** Principales revistas con publicaciones sobre IIC con temática DEA.

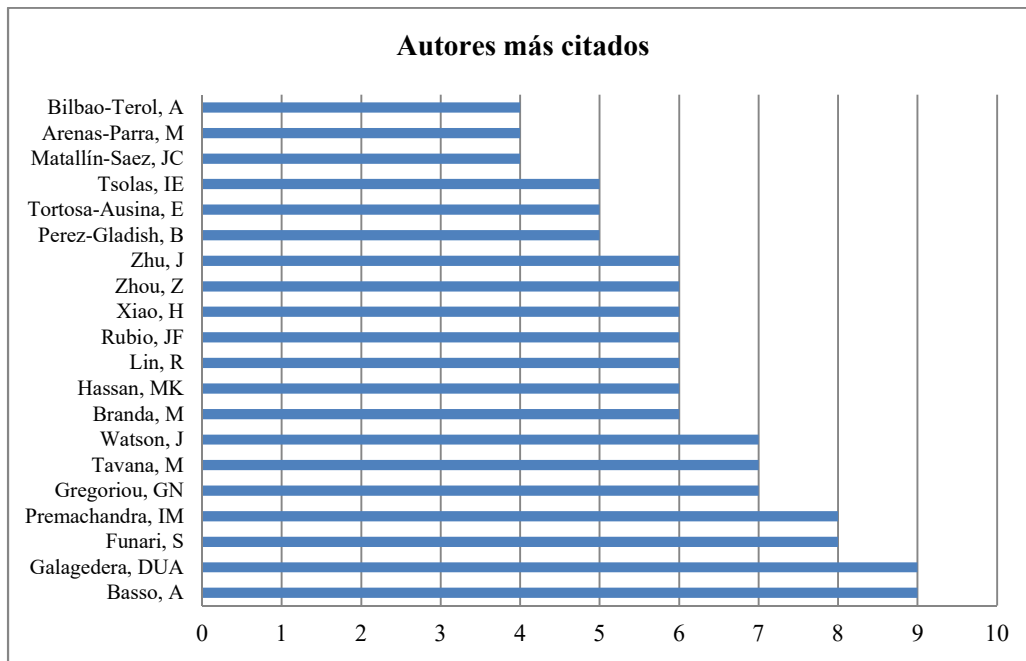
Nº	Revista	Nº	% Sobre 405	% Sobre 20 revistas
		artículos	artículos existentes	más prolíficas
1	European Journal of Operational Research	28	6,91%	19,58%
2	Journal of Business Ethics	16	3,95%	11,19%
3	Journal of the Operational Research Society	12	2,96%	8,39%
4	Omega (United Kingdom)	12	2,96%	8,39%
5	Expert Systems with Applications	9	2,22%	6,29%
6	Journal of Banking and Finance	8	1,98%	5,59%
7	Managerial Finance	8	1,98%	5,59%
8	Annals of Operations Research	6	1,48%	4,20%
9	Journal of Islamic Accounting and Business Research	5	1,23%	3,50%
10	Operational Research	5	1,23%	3,50%
11	Journal of Financial Services Marketing	4	0,99%	2,80%
12	Journal of Productivity Analysis	4	0,99%	2,80%
13	Mathematical & Statistical for Actuar. Sci. and Finance	4	0,99%	2,80%
14	Sustainability (Switzerland)	4	0,99%	2,80%
15	Asia-Pacific Journal of Operational Research	3	0,74%	2,10%
16	Computational Economics	3	0,74%	2,10%
17	Information Sciences	3	0,74%	2,10%
18	International J. of Innovation Creativity & Change	3	0,74%	2,10%
19	International J. of Production Economics	3	0,74%	2,10%
20	International series in Oper. Research & management sci.	3	0,74%	2,10%
		143	35,31%	100%

En esta tabla se recogen por un lado las 20 mayores revistas por número de artículos publicados sobre la temática DEA relacionado con la IIC o carteras y el porcentaje que representa cada revista dentro las 20 más importantes.

European Journal of Operational Research, Journal of Business Ethics, Journal of Operational Research Society, Omega, Expert Systems with Applications y Journal of Banking and Finance, son las revistas más activas. La mayor parte de las revistas se centran en cuestiones de gestión y de operaciones, destacando de entre ellas Journal of Business Ethics, la cual ha mantenido una trayectoria cada vez más importante.

Los siguientes datos nos aportarán referencias sobre los autores, habiendo reconocido a un total de 744 autores que para un total de 405 artículos, supone un promedio de 1,83 autores por publicación.

**Figura 1.10:** Autores más citados en DEA 1980-2020



A continuación mostramos los artículos/documentos más citados siendo Antonella Basso y Galagedera los más citados. En cuanto a los artículos de A. Basso, suelen ir con la coautoría de S. Funari.

En cuanto a las palabras clave empleadas y atendiendo a su importancia en función de los datos disponibles, los artículos de revistas relacionadas con DEA y la inversión colectiva, identifican aproximadamente 1.091 palabras clave distintas. De entre las primeras 20 palabras clave más empleadas, destacan, el análisis envolvente de datos, investments, mutual funds, decisión making, risk assessment o portfolio selection. Las referencias a los modelos DEA, DEA y eficiencia son los más repetidos.

De igual forma que para DEA podemos realizar un mapa de las palabras clave más empleadas, mostrándonos las más importantes en función del tamaño de estas como se puede ver a continuación.

Figura 1.11: Palabras más citadas por tamaño (WordCloud) IIC DEA 1980-2020



A la vista del estudio bibliográfico parece no solo que la tendencia en el estudio de la inversión colectiva y carteras se mantiene, sino que sigue en alza, por otro lado, una temática en ascenso es la responsabilidad social, la cual es un baluarte cada vez más importante.

### 1.6 Principales estudios sobre DEA y la inversión colectiva

Seguidamente, en la Tabla 1.4 mostramos una relación de los 100 principales estudios sobre DEA que hemos recabado desde el año 1997 referidos al mundo de la inversión colectiva, en la misma hemos recogido: APY (media de citas por año), total citas, título del artículo, revista en la que se publicó, autor/es, año de publicación, país sobre el que se realiza el estudio, clase de activo, período analizado, modelo aplicado, características del estudio y los inputs y outputs aplicados en el estudio.

**Tabla 1.4:** Estudios, modelos, variables y tipos de activo en análisis DEA

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
15,33	92	Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: an application to Korean stock market.	European Journal of Operational Research	Lim S., Oh K.W. y Zhu, J. (2014)	2014	Modelos portfolio e Indices	Corea	Acciones	2002–2011	Eficiencia cruzada	Utiliza la evaluación DEA Eficiencia cruzada en la selección de carteras.	Inputs: Utilización de activos, liquidez y apalancamiento. Outputs: Beneficios y crecimiento.
10,53	179	Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach.	European Journal of Operational Research	Murthi B.P.S., Choi Y.K. y Desai P. (1997)	1997	Fondos de Inversión	USA	2.083 fondos de diferentes categorías.	1993	CCR	Índice de eficiencia de la cartera DEA construido utilizando el modelo CCR-O (CRS); Propone una nueva medida de rendimiento para superar las deficiencias del índice alfa, Sharpe y Jensen para abordar las limitaciones de estas métricas. Encuentra que los fondos de inversión son aproximadamente eficientes en la varianza media.	Inputs: Desviación estándar, ratio de gastos, suscripciones y rotación. Outputs: Rentabilidad.
8,67	52	On the comparative performance of socially responsible and Islamic mutual funds.	Journal of Economic Behavior & Organization	Abdelsalam O., Duygun-Fethi M., Matallín J.C. y Tortosa-Ausina E. (2014a)	2014	Fondos de Inversión-SRI e Islamic funds	USA - Islam	138 fondos y 636 SRI	2001–2011	Dos variantes FDH	Combina dos variantes de los métodos FDH en la primera etapa de análisis y regresión cuantil en la segunda etapa.	Inputs: Desviación estándar, curtosis y gastos. Outputs: Rentabilidad bruta y asimetría.
8,33	25	A new network DEA model for mutual fund performance appraisal: An application to U.S. equity mutual funds.	Omega (United Kingdom)	Galagadera D.U.A., Roshdi I., Fukuyama H. y Zhu, J.(2018)	2018	Fondos de Inversión	USA	298 fondos de renta variable	2006-2015	Modelo tres etapas	Nuevo modelo DEA para evaluar el rendimiento de los fondos de inversión en un marco multidimensional. Establecen un proceso de gestión de los fondos como un proceso de tres etapas enlazado en serie, que comprende a procesos de gestión operativa, gestión de recursos y gestión de cartera.	Inputs: Comisiones de gestión, comisiones de distribución, tamaño del fondo, ratio de gastos (TER), NAV, desviación estándar, beta y downside risk. Outputs: Rendimiento anual.
7,50	60	Probabilistic characterization of directional distances and their robust versions.	Journal of Econometrics	Simar L., Vanhems A. y Wilson P.W. (2012)	2012	Fondos de Inversión	USA	129 fondos growth agresivos	2001	FDH y VRS	Estudia las propiedades estadísticas de los estimadores direccionales; establece que los estimadores direccionales DEA comparten las propiedades de los estimadores radiales tradicionales DEA.	Inputs: Desviación estándar, ratio de gastos e índice de rotación. Outputs: Rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
7,35	125	A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance.	European Journal of Operational Research	Basso A. y Funari S. (2001)	2001	Fondos de Inversión	Italia	47 fondos.	1997–1999	CCR-O	Índice generalizado de eficiencia de la cartera DEA construido utilizando el modelo CCR-O; Presenta un modelo (que define el desempeño de los fondos de inversión como un índice) que se puede usar para evaluar el desempeño de los fondos de inversión. Para cada fondo de inversión, el procedimiento identifica una cartera compuesta que puede considerarse como referencia.	Inputs: Medidas de riesgo, coste de suscripción y reembolso. Outputs: Rentabilidad a 1 año y a 3 años.
6,62	86	Mean-variance-skewness portfolio performance gauging: a general shortage function and dual approach.	Managerial Science	Briec W., Kerstens K. y Jokung O. (2007)	2007	Modelos portfolio e Índices	Francia	35 activos	1997–1999	Restricción cúbica DEA	Extiende la función de escasez al espacio de asimetría y de varianza media para tener en cuenta una preferencia por asimetría positiva además de una preferencia por rentabilidad y una aversión al riesgo.	Inputs: Varianza. Outputs: Rentabilidad media y asimetría.
6,47	110	Mutual fund performance appraisals: A multi-horizon perspective with endogenous benchmarking.	Omega	Morey M.R. y Morey R.C. (1999)	1999	Fondos de Inversión	USA	26 fondos	1985–1995	Programación cuadrática	Presenta dos enfoques, que se inspiran en el análisis DEA, para identificar aquellos fondos que están estrictamente dominados.	Inputs: Varianzas sobre diferentes horizontes. Outputs: Rentabilidades sobre diferentes horizontes.
5,64	79	A robust nonparametric approach to evaluate and explain the performance of mutual funds.	European Journal of Operational Research	Daraio C. y Simar L. (2006)	2006	Fondos de Inversión	USA	5.851 fondos	2002	DEA y FDH	Un enfoque no paramétrico robusto en comparación con CCR-I; Concluye que los fondos estadounidenses aprendieron a lidiar con un mayor número de valores / clientes que compensan las economías de escala operativas. Afirma que DEA es una herramienta poderosa que tiene la capacidad de describir los efectos del riesgo de mercado, como las consecuencias de los ataques del 11 de septiembre.	Inputs: Desviación estándar, ratio de gastos e índice de rotación. Outputs: Rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
5,54	72	Generalized DEA model of fundamental analysis and its application to portfolio optimization.	Journal Banking and Finance	Edirisinghe N.C.P. y Zhang X. (2007)	2007	Modelos portfolio e Índices	USA	230 acciones	1996–2002	GDEA	Propone un enfoque DEA generalizado (GDEA) para carteras de acciones en las que se busca la selección de inputs y outputs de forma iterativa.	Potenciales Inputs y Outputs: 18 parámetros financieros a través de una gama de perspectivas de rendimiento (rentabilidad, utilización de activos, liquidez, apalancamiento, valoración, crecimiento).
5,11	46	Best-performing US mutual fund families from 1993 to 2008: Evidence from a novel two-stage DEA model for efficiency decomposition.	Journal of Banking and Finance	Premachandra I.M., Zhu, J., Watson J. y Galagadera D.U.A. (2012)	2012	Fondos de Inversión	USA	66 fondos	1990–2008	Modelo dos etapas DEA. VRS	El modelo DEA de 2 etapas descompone la eficiencia en eficiencias operativas y de cartera. Encuentra que las familias de fondos con una buena gestión de cartera tuvieron mejores resultados durante los períodos de crisis financiera.	Etapas 1 tiene dos Inputs (comisiones de gestión, comisiones de marketing y distribución) y un Output (NAV). etapa 2 tiene cinco Inputs (tamaño del fondo, ratio neto de gastos, ratio de rotación, desviación estándar y NAV ajustado) y un Output (rentabilidad).
5,00	75	Portfolio performance evaluation in a mean-variance-skewness framework.	European Journal of Operational Research	Joro T. y Na P. (2006)	2006	Fondos de Inversión	USA	54 fondos	1995–2000	Restricción cúbica DEA, CCR	Propone un marco no lineal tipo DEA en el que se tiene en cuenta la estructura de correlación entre las unidades y se calculan los efectos de diversificación.	Inputs: Varianza. Outputs: Rentabilidad y asimetría.
5,00	40	Data envelopment analysis models of investment funds.	European Journal of Operational Research	Lamb J.D. y Tee K.-H. (2012a)	2012	Hedge Funds	Global	30 hedge funds	2000–2004	NIRS-I	Estudia la incertidumbre en las estimaciones de eficiencia de DEA; investiga la coherencia y el sesgo y utiliza <i>bootstrap</i> para desarrollar modelos estocásticos de DEA para fondos.	Inputs: Desviación estándar. Outputs: Rentabilidad.
4,59	78	Measuring the performance of ethical mutual funds: A DEA approach.	Journal of the Operational Research Society	Basso A. y Funari S. (2003)	2003	Fondos de Inversión-SRI	Global	Escoge 50 fondos aleatorios (30 no éticos y 20 éticos)	No definido	CCR-O	Índice de eficiencia de la cartera DEA construido utilizando el modelo CCR-O; Propone tres modelos que abordan el problema de las tasas promedio negativas de rentabilidad. Evalúa el desempeño de los fondos éticos.	Inputs: Desviación estándar, beta, coste de suscripción y coste de reembolso. Outputs: Rentabilidad esperada y un indicador ético.
4,29	73	Australian mutual fund performance appraisal using data envelopment analysis.	Managerial Finance	Galagadera D.U.A. y Silvapulle P. (2002)	2002	Fondos de Inversión	Australia	257 fondos	1995–1999	BCC-I	Modelo BCC-I (VRS); Sugiere que las técnicas DEA pueden superar algunos de los problemas del modelo CAPM. Encuentra una asociación positiva entre ratings y las puntuaciones de eficiencia.	Inputs: Emplea 7. Cuatro desviaciones estándar de 1,2,3 y 5 años de Outputs, gastos de venta, gastos operativos e inversión inicial mínima. Outputs: 4 para capturar el rendimiento a corto, medio y largo plazo.



APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
4,06	65	Hedge fund performance appraisal using data envelopment analysis.	European Journal of Operational Research	Gregoriou G.N., Sedzro K. y Zhu J. (2005)	2005	Hedge Funds	USA	614 hedge funds	1997–2001	BCC, Eficiencia cruzada y Súper eficiencia	Modelo de súper eficiencia (Andersen y Petersen 1993); Sugiere que DEA se pueda usar como una técnica complementaria en la selección de hedge funds eficientes y fondos de hedge funds. DEA puede arrojar luz y validar aún más la selección de hedge funds bajo otras metodologías.	Inputs: Lower partial moments orden 1, lower partial moments orden 2 y lower partial moments orden 3. Outputs: Higher partial moments orden 1, higher partial moments orden 2 y higher partial moments orden 3.
3,71	26	Constant and variable returns to scale DEA models for socially responsible investment funds.	European Journal of Operational Research	Basso A. y Funari S. (2014a)	2014	Fondos de Inversión-SRI	Europa	189 SRI y 90 no SRI	2006–2009	CCR y BCC-O	Proponen algunos modelos que pueden calcularse en todas las fases del ciclo económico. Prueba la presencia de rentabilidades a escala en los fondos de renta variable SRI europeos; proporciona una medida del grado de responsabilidad social de los fondos SRI; compara el rendimiento entre fondos SRI y no SRI. Inputs: pago inicial invertido en el fondo, beta. Resultados: valor final de la inversión, nivel ético.	Inputs: Inversión inicial en el fondo y beta. Outputs: Valor final de la inversión y nivel ético.
3,63	58	Single-period Markowitz portfolio selection, performance gauging, and duality: a variation on the Luenberger shortage function.	Journal of Optimization Theory and Applications	Briec W., Kerstens K. y Lesourd J.B. (2004)	2004	Modelos portfolio e índices	USA	26 fondos analizados en Morey y Morey (1999)	1992-1995	Restricción cuadrática DEA	Estudia los enfoques de medición de eficiencia no paramétricos existentes para la selección de cartera de período único desde una perspectiva teórica y generaliza las medidas de eficiencia utilizadas actualmente en el espacio de varianza media	Inputs: Varianza. Outputs: Rendimiento medio
3,62	47	Data envelopment analysis of mutual funds based on second-order stochastic dominance.	Service Industries Journal	Lozano S. y Gutiérrez E. (2008a)	2008	Fondos de Inversión	España	108 fondos	2002–2005	BCC-O	Los modelos DEA propuestos en este documento toman en cuenta los aspectos conflictivos de rentabilidad y riesgo de la evaluación del desempeño de una manera que no descuida los efectos de diversificación. El enfoque DEA propuesto puede incorporar otros factores, como las tarifas de entrada y los cargos de ventas.	Inputs: Desviación estándar. Outputs: Rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
3,57	25	Diversification-consistent data envelopment analysis with general deviation measure.	European Journal of Operational Research	Branda M. (2013a)	2013	Modelos portfolio e Índices	Global	25 índices financieros	2006–2010	Mixed-integer linear programming	Propone modelos de eficiencia que se inspiran en la metodología DEA y tienen en cuenta la diversificación de las carteras; conducen a problemas de programación lineal de enteros mixtos.	Utiliza medidas de desviación general como Inputs y medidas de rentabilidad como Outputs
3,44	31	Non-parametric performance measurement of international and Islamic mutual funds.	Accounting Research Journal	Rubio J.F., Hassan M.K. y Merda H.J. (2012)	2012	Fondos de Inversión-Islamic Funds	Islam - USA - Global	95 fondos Islámicos, 20.496 fondos USA, 1.504 fondos internacionales	2003–2010	BCC-I	Hay evidencia sólida que sugiere que los fondos islámicos son altamente eficientes y que superan a sus contrapartes internacionales.	Inputs: Desviación estándar, lower partial moments y máximo drawdown. Outputs: Rentabilidad esperada, upper partial, momentum y período máximo de ganancia consecutiva.
3,42	65	Relative performance evaluation of mutual funds: A non-parametric approach.	Journal of Business Finance and Accounting	Choi Y.K. y Murthi B.P.S. (2001)	2001	Fondos de Inversión	USA	731 fondos de diferentes categorías.	1989-1993	BCC-O y CCR-O	Modelo BCC-O y modelo CCR-O; Presenta una medida alternativa de evaluación del desempeño del fondo que no requiera ninguna forma funcional para la relación rentabilidad / riesgo o rentabilidad / coste. (El índice presentado es una variante del índice Sharpe, ya que mide no solo el desempeño por unidad de riesgo sino también el desempeño por unidad de coste).	Inputs: Desviación estándar, ratio de gastos, suscripciones e índice de rotación. Outputs: Rentabilidad 3 años.
3,40	17	Modeling leakage in two-stage DEA models: An application to US mutual fund families.	Omega (United Kingdom)	Galagedera DUA., Watson J., Premachandra I. y Chen Y. (2016)	2016	Fondos de Inversión	USA	Fondos	1999-2008,	Modelo dos etapas con variables de fuga	Propone un modelo DEA de dos etapas con variables de fuga en la etapa 1 para evaluar el rendimiento relativo de las unidades de toma de decisiones. Nos referimos a las variables de salida en la primera etapa que salen del sistema de dos etapas sin entrar en la segunda etapa como variables de fuga. El concepto de variable de fuga agrega una nueva dimensión al modelado DEA de dos etapas. Encuentran evidencia consistente durante el período que las familias de fondos pequeños tienen más probabilidades de obtener mejores resultados que las familias de fondos grandes.	Además de las variables de fuga, el modelo propuesto puede manejar múltiples variables de entrada y salida en ambas etapas y múltiples variables intermedias.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
3,33	20	On relations between DEA-risk models and stochastic dominance efficiency tests.	Central European Journal of Operations Research	Branda M. y Kopa M. (2014)	2014	Modelos portfolio e Índices	USA	48 carteras industriales	1982–2011	CRS y VRS	Compara empíricamente los modelos CRS y VRS DEA y los modelos consistentes con la diversificación.	Inputs: Condicional value at risk con diferentes niveles de probabilidad. Outputs: Rentabilidad.
3,29	23	Mutual funds efficiency measurement under financial and social responsibility criteria.	Journal of Multi-Criteria Decision Analysis	Pérez-Gladish B., Menéndez Rodríguez P., M'zali B. y Lang P. (2013)	2013	Fondos de Inversión-SRI	USA	25 SRI y 21 fondos convencionales	2007	VRS-O	Integra el papel de los criterios financieros y la influencia de las consideraciones de responsabilidad social en las decisiones de inversión dentro de un marco de la DEA consistente con el dominio estocástico de segundo orden. Compara el rendimiento de los fondos convencionales y SRI.	Inputs: Conditional value at risk, Índice de rotación, ratio de gastos y gastos de entrada. Outputs: Rentabilidad, índice de responsabilidad social y calidad de la responsabilidad social.
3,20	32	Non-parametric frontier estimates of mutual fund performance using C- and L-moments: Some specification tests.	Journal of Banking and Finance	Kerstens K., Mounir A. y Van de Woestyne I. (2011)	2011	Fondos de Inversión	USA - Europa	1070 fondos	2004–2009	Función de escasez	Argumenta a favor del uso de la función de escasez y discute tres cuestiones cruciales de especificación en el uso de métodos no paramétricos para la evaluación de fondos: (1) emisión de rentabilidades a escala (2) - problemas de orden superior y problemas de componentes de costos (3) cuestión de convexidad	No detalla
3,09	34	Assessing the performance of alternative investments using non-parametric efficiency measurement approaches: Is it convincing?.	Journal of Banking and Finance	Glawischnig M. y Sommersguter-Reichmann M. (2010)	2010	CTA y Managed futures funds	Global	167 managed futures fondos	2004–2007	BCC-I	Comparan varios modelos DEA existentes para la evaluación del desempeño de la industria de fondos de inversión alternativos.	Inputs: Lower partial moments 0–3 y máximo drawdown. Outputs: Upper partial moments 1–3.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
3,00	3	Coned context DEA model with application to mutual funds evaluation.	2008 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, IEEM 2008	Zhao X. y Yue W. (2008)	2008	Fondos de Inversión	China	27 Fondos de acciones	2004-2006	Context depend DEA	Propone un modelo DEA de contexto. El método descubre mejores opciones y prescribe posibles mejoras cuando un fondo específico es calificado como ineficiente por los modelos DEA convencionales. Se muestra que la medida ayuda a los inversores a seleccionar los mejores fondos y gestores de fondos para identificar a los competidores potenciales.	Inputs: Valor del VaR en mercado alcista y bajista y valor VaR en mercado alcista. Outputs: Rendimiento en mercado alcista y rendimiento en mercado alcista.
2,78	25	Enhancement of equity portfolio performance using data envelopment analysis.	European Journal of Operational Research	Pätäri E., Leivo T. y Honkapuro S. (2012)	2012	Modelos portfolio e Índices	Finlandia	126 acciones no financieras	1994-2010	CCR, Súper eficiencia y Eficiencia cruzada	Utiliza DEA como base de criterios de selección para carteras de renta variable, integrando los beneficios tanto de la inversión de valor como de la inversión de impulso. Considera tres variantes de modelos DEA y cuatro combinaciones de variables de entrada y salida.	Emplea 4 variantes. 1ª. Input: Precio de la acción y EV. Outputs: Valor libros, dividendo y ebitda. 2ª. Input: Precio de la acción y EV. Outputs: Valor libros, dividendo, EBITDA y momentum. 3ª. Input: Precio de la acción. Outputs: Valor libros, dividendo, EBITDA y momentum. 4ª. Input: EBITDA. Outputs: Valor libros, dividendo y momentum.
2,67	32	Stock selection using data envelopment analysis.	Industrial Management & Data Systems	Chen H.-H. (2008)	2008	Modelos portfolio e Índices	Taiwán	Acciones	No detalla	Diferentes modelos DEA	Utiliza DEA para construir carteras de acciones	DEA Inputs (DEA invertido Outputs): Tres índices empleando ventas, beneficios operativos, beneficio ordinario. DEA Outputs (DEA invertido Inputs): 1 año rentabilidad, 3 año rentabilidad, 5 año rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
2,50	40	Evaluating mutual fund <i>performance</i> : an application of minimum convex input requirements set approach.	Computers and Operations Research	Chang (2004)	2004	Fondos de Inversión	USA	701 fondos	1992–1996	Non-standard DEA. MCIRS	Encuentra que la ganancia máxima de capital y los fondos growth han tenido un desempeño peor que los fondos de growth e ingresos; los fondos gestionados activamente tienen un rendimiento inferior a la estrategia de inversión pasiva; los fondos de bajo riesgo superan a los fondos de alto riesgo y los fondos sin entradas superan a los fondos con entrada. También encuentra que los fondos con baja beta y pequeños activos bajo administración han operado de manera más eficiente.	Inputs: Beta, desviación estándar y activos. Outputs: Rentabilidad.
2,33	35	Data envelopment analysis.	Financial Markets and Portfolio Management	Eling M. (2006)	2006	Hedge Funds	USA	30 hedge funds	1996–2005	CCR-O, BCC-O y Súper eficiencia	Provee criterios para la selección de inputs y de outputs.	Inputs: Lower partial moments orden 1 lower partial moments orden 2 lower partial moments orden 3, MD, AD, SDD, VaR, CVaR y MVaR. Outputs: Higher partial moments orden 1 higher partial moments orden 2 higher partial moments orden 3, rentabilidad aritmética y geométrica.
2,33	21	A comparative analysis of the performance of conventional and Islamic unit trust companies in Malaysia.	International Journal of Managerial Finance	Saad N.M., Majid M.S.A., Kassim S., Hamid Z. y Yusof, R.M. (2010)	2010	Fondos de Inversión-Islamic Funds	Malasia - USA	5 fondos, Islámicos y 22 fondos USA	2002–2005	DEA-Índice Malmquist	Investiga la eficiencia de fondos islámicos y otras compañías.	Inputs: Ratio de gastos de gestión y portfolio índice de rotación. Outputs: Rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
2,33	7	Measuring the environmental performance of green SRI funds: A DEA approach.	Energy Economics	Allevi, E., Basso, A., Bonenti F., Oggioni, G. y Riccardi, R. (2019)	2019	Fondos de Inversión-SRI	Europa	Fondos verdes	Períodos 2012-2015 y 2010-2015	BCC-I	Proponen tres medidas de sostenibilidad ambiental que pueden brindar a los agentes financieros información sobre sus inversiones. En segundo lugar, proponen modelos destinados a evaluar el desempeño de los fondos verdes teniendo en cuenta las medidas ambientales, así como algunos indicadores financieros clásicos. El análisis se lleva a cabo en un marco DEA. Los modelos presentados incluyen indicadores de sostenibilidad ambiental de diferentes maneras, penalizando un alto consumo ambiental o premiando un ahorro ambiental que conlleva un bajo consumo.	Emplea 4 modelos DEA: DEA F Inputs: $\beta$ -coefficient Initial payout invested, Downside risk. Output: Valor Final. DEA S Inputs: $\beta$ -coefficient Initial payout invested, Downside risk. Output: Valor Final y Environmental saving indicators. DEA C Inputs: $\beta$ -coefficient Initial payout invested, Downside risk y Environmental saving indicators Output: Valor Final. DEA G Inputs: $\beta$ -coefficient Initial payout invested y Downside risk y Output: Valor Final e indicador verde.
2,00	24	TSD-consistent performance assessment of mutual funds.	Journal of the Operational Research Society	Lozano S. y Gutiérrez E. (2008b)	2008	Fondos de Inversión	España	33 fondos	2002–2005	Modelos DEA con TSD	Propone tres modelos basados en la DEA consistentes con el dominio estocástico de tercer orden.	Cada modelo considera una medida de riesgo apropiada como input y una medida de rentabilidad apropiada como output.
2,00	20	Input/output selection in DEA under expert information, with application to financial markets.	European Journal of Operational Research	Edirisinghe N.C.P. y Zhang X. (2010)	2010	Modelos portfolio e Índices	USA	827 acciones	1997–2005	Modelo dos-etapas	Presenta una metodología para seleccionar inputs y outputs de forma endógena al modelo DEA en presencia del conocimiento de expertos.	Emplea 18 tipos de indicadores financieros como variables input y output.
2,00	12,00	An integrated DEA-MODM methodology for portfolio optimization.	Operational Research	Huang C.-Y., Chiou C.-C., Wu T.-H. y Yang S.-C. (2015)	2015	Modelos portfolio e Índices	Taiwán	50 ETFy 3 índices de referencia de fondos de inversión	2006-2009	Multi objective decision making (MODM). BCC-O	Propone un método integrado DEA-MODM para la optimización de la cartera. Utiliza DEA para seleccionar la cartera y desarrolla un modelo de toma de decisiones con objetivos múltiples (MODM) para determinar la asignación de capital a cada acción en la cartera construida.	Inputs: Downside risk y beta. Outputs: Rentabilidad y ratio de Sharpe.
2,00	6	The efficiency of mutual funds	Annals of Operations Research	Vidal-García J., Vidal M., Boubaker, S. y Hassan M. (2018)	2018	Fondos de Inversión	Global	16.085 fondos	1990-2015	Modelos Clásicos DEA	Encuentra pruebas de fondos de renta variable en todo el mundo que son aproximadamente eficientes con la media de la varianza.	Inputs: Varianza. Outputs: Rendimiento.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
1,86	14	On the informativeness of persistence for evaluating mutual fund <i>performance</i> using partial frontiers.	Omega	Matallín-Sáez J.C., Soler-Domínguez A. y Tortosa-Ausina E. (2014)	2014	Fondos de Inversión	USA	1.450 fondos	2001–2011	DEA, FDH, fronteras parciales	Aplica las fronteras parciales DEA FDH, order-my order- $\alpha$ parcial. Propone un método para probar el rendimiento de los métodos DEA y FDH en la selección de fondos.	Inputs: Desviación estándar, curtosis, ratio de gastos y beta. Outputs: Rentabilidad y asimetría.
1,83	11	Frontier-based vs. traditional mutual fund ratings: A first backtesting analysis.	European Journal of Operational Research	Brandouy O., Kerstens K. y Van de Woestyne I. (2015)	2015	Fondos de Inversión	Europa	814 fondos	2005–2011	Compara calificaciones de fondos tradicionales, DEA y FDH.	Explora los beneficios potenciales de una serie de modelos de calificación de fondos no paramétricos basados en la frontera. Adopta un enfoque comparativo basado en una metodología de backtesting.	-
1,80	27	Mutual fund <i>performance</i> evaluation using data envelopment analysis with new risk measures.	OR Spectrum	Chen Z. y Lin R. (2006)	2006	Fondos de Inversión	China	33 fondos; 14 fondos	2000–2002; 1999-2000	CCR-I y BCC-I	Encuentra que VaR y CVaR, especialmente sus combinaciones con medidas de riesgo tradicionales, son útiles para describir las propiedades de distribución de rentabilidad e identificar características óptimas del fondo, como la estructura de asignación de activos. Los autores infieren que la inclusión de VaR y CVaR permite una mejor evaluación del desempeño general de los fondos.	Inputs: Coste de inversión, algunas medidas de riesgo, incluye value at risk y conditional value at risk. Outputs: Rentabilidad (Rentabilidad esperada o exceso de rentabilidad esperada), indicador de dominancia estocástica, índices de <i>performance</i> clásicos (índices de Treynor, Sharpe y Jensen).
1,67	5	Portfolio analysis with DEA: prior to choosing a model.	Omega	Tarnaud A.C. y Leleu H. (2017)	2017	Modelos portfolio e Índices	USA	Acciones	2005-2015	DEA-FDH	Proporciona los efectos en las medidas de eficiencia técnica y clasificación de carteras. Muestra cómo los ajustes propuestos proporcionan clasificaciones que son más coherentes con las relaciones estándar de riesgo-rendimiento en finanzas.	Considera diferentes variables como Inputs y Outputs: Retorno medio, varianza de los rendimientos y momentos de orden superior.
1,63	13	DEA-risk efficiency and stochastic dominance efficiency of stock indices.	Czech Journal of Economics and Finance	Branda M. y Kopa M. (2012a)	2012	Modelos portfolio e Índices	Global	25 índices financieros	2006–2010	DEA, Dominancia estocástica	Compara la DEA, el riesgo medio y la dominancia estocástica en un conjunto de índices financieros.	Inputs: Diversas medidas de riesgo. Outputs: Rentabilidad.
1,60	16	Mutual funds <i>performance</i> evaluation based on endogenous	Expert Systems with Applications	Zhao X., Wang S. y Lai K.K. (2011)	2011	Fondos de Inversión	China	25 fondos	2005–2006	Restricción cuadrática DEA	Proponen dos modelos DEA con restricciones cuadráticas para evaluar fondos inversión, basados en puntos de referencia endógenos.	Inputs: Desviación estándar. Outputs: Rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
		benchmarks										
1,57	11	Reformulations of input-output oriented DEA tests with diversification.	Operational Research Letters	Branda M. (2013c)	2013	Modelos portfolio e Índices	Teórico	Teórico	Teórico	Modelo empleado en Branda (2013a)	Presenta una prueba de equivalencia.	Teórico.
1,56	14	Efficiency evaluation of Greek equity funds.	Research in International Business and Finance	Babalos V., Caporale G.M. y Philippos N. (2012)	2012	Fondos de Inversión	Gracia	31 fondos	2003–2009	DEA-Índice Malmquist	Evalúa el cambio de productividad total de los fondos utilizando el índice Malmquist basado en DEA. Emplea un modelo logit de panel para analizar la relación entre la probabilidad de ser eficiente y el tamaño de los fondos.	Inputs: Desviación estándar, total ratio de gastos, capital invertido. Outputs: valor terminal de la inversión.
1,55	17	A portfolio selection methodology based on data envelopment analysis.	Information Systems and Operational Research	Dia M. (2009)	2009	Modelos portfolio e Índices	Irán	21 acciones	2007-2008	CCR	Presenta una metodología de cuatro pasos para la selección de cartera basada en DEA.	Inputs: El coeficiente de riesgo $\beta$ . Output: La tasa de rendimiento, EPS y rotación.
1,50	12	Resampling DEA estimates of investment fund performance.	European Journal of Operational Research	Lamb J.D. y Tee K.-H. (2012b)	2012	Hedge Funds	Global	30 hedge funds	2000–2004	NIRS-I	Discuten sobre el riesgo de los hedge funds. Utilizan el modelo DEA consistente en diversificación de Lamb y Tee (2012a).	Inputs: CVaR. Outputs: Rentabilidad.
1,50	12	Mutual fund performance and persistence in Taiwan: a non-parametric approach.	Services Industries Journal	Hsu C.L. y Lin J.R. (2008)	2008	Fondos de Inversión	Taiwán	192 fondos	2005–2006	CCR-O	Identifican un efecto significativo de "manos calientes" en el mercado de fondos de Taiwán. Por lo tanto, sugieren que los inversores pueden beneficiarse persiguiendo ganadores pasados y evitando perdedores pasados. Concluyen que la diferencia en la persistencia del rendimiento entre las dos medidas anteriores es impulsada por DEA teniendo en cuenta, costes de transacción y el riesgo. Sugieren que estos costes juegan un papel importante en la determinación del desempeño de los fondos de inversión.	Inputs: Desviación estándar, ratio de gastos. Outputs: Rentabilidad.



APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
1,40	14	Analysis of hedge fund strategies using slack based DEA models.	Journal of the Operational Research Society	Kumar U.D., Roy A., Saranga H. y Singal K. (2010)	2010	Hedge Funds	Global	4.730 hedge funds	1995–2007	SBM y súper-SBM	Usan modelos basados en modelos slack (SBM) y súper-SBM. Analizan las estrategias de los hedge funds utilizando una variedad de medidas clásicas de rentabilidad del riesgo.	Basado en la correlación de rangos de Spearman, se consideran los siguientes Inputs y Outputs: desviación estándar y VaR como Inputs, higher partial moment orden 0, asimetría como Outputs. Además, se realiza un análisis de componentes principales.
1,33	20	Efficiency, scale economies, and the risk/return performance of real estate investment trusts.	Journal of Real Estate Finance and Economics	Devaney M. y Weber W.L. (2005)	2005	Fondos de Inversión	USA	1995–2000, 77 fondos inmobiliarios	1995–2000	CRS y VRS	Modelos de riesgo con output indeseables. Las estimaciones de un output direccional se emplean para construir una frontera de rentabilidad/riesgo que define las mejores prácticas de gestión de la tecnología para los fondos inmobiliarios.	Inputs: Valor en libros, gastos. Outputs: Rentabilidad. Outputs no deseables: Riesgo (varianza o beta).
1,33	8	Towards a Holistic Approach for Mutual Fund Performance Appraisal.	Computational Economics	Babalos V., Doumpos M., Philippos N. y Zopounidis C. (2015)	2015	Fondos de Inversión	USA	Más de 500 fondos	2003–2010	CCR y BCC	Combinan DEA con MCDA. Primero usan DEA, luego adoptan un enfoque de ayuda a la decisión multicriterio (MCDA) para desarrollar una medida de rendimiento general basada en los resultados de eficiencia de DEA.	Inputs: Índice de gastos brutos, tasa de rotación y desviación estándar. Outputs: 1 + DMR (desviación de la rentabilidad media) y flujo de capital.
1,29	9	Neural network DEA for measuring the efficiency of mutual funds.	International Journal of Applied Decision Sciences	Hanafizadeh P., Khedmatgozar H. R., Emrouznejad A. y Derakhshan M. (2014)	2014	Fondos de Inversión	USA	1.150 fondos de inversión	2006-2009	CCR	Utilizan la red neuronal de retropropagación DEA en la medición de la eficiencia de los fondos.	Inputs: Varianza, desviación estándar y curtosis. Outputs: Rentabilidad y asimetría.
1,21	17	Performance evaluation of pension funds management companies with data envelopment analysis.	Risk Manager Insurance	Pestana Barros C. y Medeiros García M.T. (2006)	2006	Pension Funds	Portugal	12 fondos de pensiones	1994–2003	Eficiencia cruzada y súper eficiencia	Utilizan DEA para evaluar el desempeño de las compañías administradoras de fondos de pensiones con la eficiencia cruzada y el modelo de súper eficiencia de DEA.	Inputs: Número de trabajadores equivalentes a tiempo completo, activos fijos y contribuciones recibidas de participantes o patrocinadores. Outputs: Número de fondos gestionados, valor de los fondos administrados y pensiones pagadas a los suscriptores.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
1,20	12	Efficiency evaluation of the Portuguese pension funds management companies.	Journal of International Financial Markets, Institutions & Money	Medeiros García M.T. (2010)	2010	Pension Funds	Portugal	12 fondos de pensiones	1994-2007	DEA-Índice Malmquist	Estima el cambio en la productividad total, el cambio técnicamente eficiente y el cambio tecnológico mediante el índice DEA-Malmquist.	Inputs: Valor de las pensiones pagadas, número de trabajadores, activos netos y contribuciones recibidas. Outputs: Número de fondos gestionados, valor de los fondos gestionados, beneficios pagados a los accionistas y número de partícipes.
1,14	8	DEA models with a constant input for SRI mutual funds with an application to European and Swedish funds	International Transactions in Operational Research	Basso A. y Funari S. (2014b)	2014	Fondos de Inversión-SRI	Europa - USA	189 SRI y 90 no SRI	2006-2009	CCR y BCC-O	Se estudian las implicaciones de la presencia de una entrada constante en los modelos DEA.	Inputs: Propone rentabilidades constantes y variables para escalar modelos DEA que consideren un capital inicial constante y desviación estándar. Outputs: Valor final de la inversión y el nivel ético.
1,06	18	Efficiency tests for mutual fund portfolios.	Applied Financial Economics Letters	Sengupta J.K. (2003)	2003	Modelos portfolio e Índices	USA	60 fondos	1988-1998	BCC-I	Encuentra que la hipótesis de la eficiencia de la varianza media es válida para aproximadamente el 75% de la muestra. También encuentra que, entre los fondos eficientes, el fondo de tecnología y comunicación tiene dominancia estocástica de segundo grado sobre fondos growth y exhibe una probabilidad positiva de batir al mercado en términos de dominancia y de probabilidad.	Inputs: Beta, ratio de gastos, ratio de rotación, y suscripciones. Outputs: Rendimiento medio y asimetría.
1,00	16	Simple and cross efficiency of CTAs using data envelopment analysis.	European Journal of Finance	Gregoriou G.N. y Chen Y. (2006)	2006	CTA y Managed futures funds	USA	1998-2004, 143 CTAs	1998-2004	VRS-I	Investigan la <i>performance</i> de CTAs empleando modelos de benchmarking fijos y variables	Inputs: Desviación estándar, semi-desviación, porcentaje de rentabilidad negativa y períodos para recuperarse del máximo drawdown. Outputs: Rentabilidad compuesta y porcentaje de rentabilidad positiva.
1,00	16	Simple and cross-efficiency of CTAs using	Expert Systems with Applications	Diz F., Gregoriou G.N., Rouah F. y Satchell S.E. (2004)	2004	CTA y Managed futures funds	USA	150 CTAs	1997-2001	BCC-I, Eficiencia cruzada y súper eficiencia	Estudian la eficiencia de los CTA que usan DEA; calculan también eficiencias cruzadas y súper eficiencias.	Inputs: Lower mean semi-asimetría, lower mean semi-varianza y mean lower rentabilidad. Outputs: upper mean semi-asimetría, upper mean semi-varianza y mean upper.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
1,00	11	Performance and persistence of commodity trading advisors: Further evidence.	Journal of Futures Markets	Gregoriou G.N. y Zhu, J. (2005)	2005	CTA y Managed futures funds	USA	top 20 hedge funds, fondos de hedge funds y CTAs de diversas categorías	1998–2004	CRS, VRS, context-dependent DEA y Modelos de benchmark fijo y variable	Libro sobre el rendimiento de DEA de los hedge funds y los CTA. Diferentes tipos de modelos con diferentes variables inputs y output.	-
0,92	12	Performance of funds of hedge funds	Journal of Wealth Management	Ammann M. y Moerth P. (2008)	2008	Hedge Funds	Global	167 fondos de hedge funds	2000–2005	No específica	Discuten el impacto del tamaño del fondo en el rendimiento de los fondos de hedge funds.	Inputs: Desviación estándar, drawdown, curtosis y VaR Modificado. Outputs: Rentabilidad, asimetría, proporción de meses positivos, omega, índice de Sortino, kappa, índice de potencial al alza, índice de Calmar y alfa.
0,91	21	Measuring the relative efficiency of fund management strategies in New Zealand using a spreadsheet-based stochastic data envelopment analysis model.	Omega	Premachandra L, Powell J.G. y Shi J. (1998)	1998	Modelos portfolio e Indices	Nueva Zelanda	16 fondos.	1975–1992	SDEA (Stochastic DEA)	Modelo estocástico DEA; El documento propone un modelo numérico basado en una hoja de cálculo formulado para aliviar las preocupaciones de rendimiento a corto plazo dentro del sector de gestión de carteras de Nueva Zelanda. Encuentran que si bien DEA es útil en la selección de carteras, el enfoque SDEA es más apropiado dado el elemento de oportunidad en el desempeño de la cartera a corto plazo.	Inputs: Valor total invertido inicialmente en participaciones de riesgo y valor de las inversiones iniciales libres de riesgo de cada cartera. Outputs: Valor total de mercado de la cartera al final de un período de tiempo menos la rentabilidad comparativa de referencia (benchmark).
0,91	10	A multi-subsystem fuzzy DEA model with its application in mutual funds management companies' competence evaluation.	Procedia Computer Science	Zhao X. y Yue W. (2012)	2012	Fondos de Inversión	China	32 fondos	2004–2008	Multi-subsystem Fuzzy DEA (MFDEA), CCR-O y BCC-O	Identifican lo próximo que están las gestoras de fondos de la frontera de mejores prácticas. Encuentran que aquellas compañías que muestran habilidades gerenciales relativamente altas en su mayor parte difieren mucho en términos de marketing y servicio.	Considera dos subsistemas con diferentes opciones de variables de entrada y Outputs.
0,90	9	Portfolio evaluation using OWA-heuristic algorithm and data envelopment analysis.	Journal of Risk Finance	Kumar Singh A., Sahu R. y Bharadwaj S. (2010)	2010	Modelos portfolio e Indices	India	45 acciones	2005–2007	CCR	Compara el promedio ponderado ordenado (OWA): algoritmo heurístico y DEA básico para la selección de activos.	Inputs: Varianza. Outputs: Rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
0,90	9	A joint survival analysis of hedge funds and funds of funds using copulas.	Managerial Finance	Gregoriou G.N. y Pascalau R. (2016)	2016	Hedge Funds	USA	142 hedge funds	2000-2010	Súper eficiencia	DEA identifica qué fondos de cobertura tienen operaciones más eficientes, y el análisis de sensibilidad muestra qué entradas son sensibles a los resultados de las operaciones de un fondo. Mediante el análisis de regresión, el estudio proporciona un análisis más profundo de los factores que afectan el estado de eficiencia con respecto a cada entrada. Los resultados en este documento tienen implicaciones para la gestión del riesgo financiero y la validación del modelo de riesgo.	Inputs: Desviación estándar de los rendimientos mensuales, las comisiones de gestión y rendimiento, el apalancamiento, el número de empleados y la exposición neta de la cartera. Output: Rentabilidad.
0,86	12	Mutual fund performance and persistence in Taiwan: A non-parametric approach.	Service Industries Journal	Hsu C.-S. y Lin J.-R. (2007)	2007	Fondos de Inversión	Taiwán	192 fondos	1999–2003	CCR	Testea la persistencia en la <i>performance</i> .	Inputs: Desviación estándar, ratio de comisión de gestión, comisión de suscripción e Índice de rotación. Outputs: Exceso de rentabilidad.
0,86	6	Efficiency of the strategic style of pension funds: an application of the variants of the slacks-based measure in DEA.	Journal of the Operational Research Society	Andreu L., Sarto J.L. y Vicente L. (2013)	2013	Fondos de pensiones	-	-	-	SBM	Aplican cuatro variantes de la medida basada en holguras (SBM) para evaluar la eficiencia de la asignación estratégica de activos en la gestión de fondos de pensiones.	-
0,86	6	Precious metal mutual fund <i>performance</i> appraisal using DEA modeling	Resources Policy	Tsolas I.E. (2014)	2014	Fondos de Inversión	USA	62 fondos	Toda la serie de fechas posible para cada fondo	BCC-I	Utiliza un procedimiento de dos etapas, primero con un modelo BCC y luego con un modelo Tobit.	Inputs: Desviación estándar, índice de gastos de gestión y gastos entrada. Outputs: Rentabilidad.
0,83	10	Contrarian investment strategy with data envelopment analysis concept.	European Journal of Operational Research	Kadoya S., Kuroko T. y Namatame T. (2008)	2008	Modelos portfolio e Índices	Japón	1.146 acciones	2000–2004	DEA y DEA Invertido	Proponen un índice para una estrategia de inversión para capturar el efecto de reversión de rentabilidad utilizando tanto DEA como DEA invertido.	DEA outputs (Inputs DEA invertido): Rentabilidad a 1 año, Rentabilidad a 3 años y Rentabilidad a 5 años

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
0,83	5	Green exchange-traded fund performance appraisal using slacks-based DEA models.	Operational Research	Tsolas I.E. y Charles V. (2015)	2015	ETF	USA	15 ETFs de recursos naturales	2008–2010	Procedimiento de dos etapas. En la primera etapa, la función de distancia proporcional generalizada en el contexto DEA se usa para medir la eficiencia relativa de los ETF. En la segunda etapa, se emplea un modelo Tobit para identificar los impulsores del rendimiento.	Inputs: Precio de cartera / flujo de caja, precio de cartera / libro y relación total de gastos. Outputs (primera etapa DEA): índice de Sharpe. Outputs (segunda etapa DEA): Alfa de Jensen. Outputs (tercera etapa DEA): Relación de Sharpe y alfa de Jensen	
0,77	10	Method for evaluating mutual funds' performance based on asymmetric laplace distribution and DEA approach.	Xitong Gongcheng Lilun Yu Shijian/System Engineering Theory and Practice	Zhao X.-J. y Wang S.-Y. (2007)	2007	Fondos de Inversión	China	78 fondos (24 fondos abiertos y 54 fondos cerrados)	2004–2005	CCR y BCC-O	El enfoque DEA se aplica en este documento para la evaluación del desempeño del fondo, pero desde una nueva perspectiva. Inputs y outputs están diseñadas para incluir el desempeño y el control de riesgos a largo, mediano y corto plazo. No solo supera la distorsión resultante de modelos inadecuados, sino que también satisface la demanda de conocimientos persistentes de los inversores.	Inputs: Desviación estándar, porcentaje de rentabilidad mensual negativa y comisiones operativas. Outputs: Valor final y rentabilidad
0,75	9	DEA investment strategy in the Brazilian stock market.	Economics Bulletin	Lopes A., Lanzer E., Lima M. y da Costa N. Jr. (2008)	2008	Modelos portfolio e Indices	Brasil	acciones	2001–2006	CCR	Define una estrategia de inversión de varios periodos basada en DEA para seleccionar acciones eficientes.	Inputs: Price to earnings ratio, beta y volatilidad. Outputs: Rentabilidad a 1, 3 y 5 años.
0,75	6	A comparative analysis of the productivity of Islamic and conventional mutual funds in Indonesia: data envelopment analysis (DEA) and general least square (GLS) approaches.	Gadjah Mada International Journal of Business	Majid M.S.A. y Maulana H. (2012)	2012	Fondos de Inversión-Fondos islámicos	Indonesia	fondos	2004–2007	PTF y DEA	Investiga la influencia de las características de las compañías de fondos de inversión en las medidas de eficiencia utilizando DEA y la estimación generalizada de mínimos cuadrados. Compara el desempeño de las compañías de fondos islámicos y convencionales	Inputs: Comisiones de entrada y reembolso, comisión de cancelación y ratio de gastos. Outputs: Rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
0,69	9	Decomposition of mutual fund underperformance	Applied Financial Economics Letters	Hu, J.L. y Chang, T.P. (2008)	2008	Fondos de Inversión	USA	156 fondos	2005–2006	CCR-O	Descubren que el rendimiento de un fondo aumenta significativamente con la tenencia y educación del gestor, mientras que disminuye con la cantidad de fondos administrados. También informan que la relación entre el puntaje de eficiencia pura y el puntaje original es positiva	Inputs: Desviación estándar y ratio de gastos. Outputs: Rentabilidad total.
0,68	13	Investment fund performance measurement using weight restricted data envelopment analysis: an application to the Turkish capital market.	Russian and East European Finance and Trade	Tarim S.A. y Karan M.B. (2001)	2001	Fondos de Inversión	Turquía	191 fondos	1998	CCR con restricciones en pesos	Utilizan el enfoque DPEI de Murthi <i>et al.</i> (1997) con la introducción de límites superiores e inferiores en los pesos de las variables de entrada.	Inputs: Desviación estándar, ratio de gastos, índice de rotación. Outputs: Rentabilidad
0,67	8	Performance evaluation of portfolios with margin requirements.	Mathematical Problems in Engineering	Ding H. Zhou Z., Xiao H., Ma C. y Liu W. (2014)	2014	Modelos portfolio e Indices	China	150 acciones	2005-2008	BCC-I y BCC-O	Desarrolla modelos DEA para evaluar el rendimiento de las carteras con requisitos de margen; las fronteras de BCC se aproximan a la frontera exacta.	Inputs: Varianza. Outputs: Rentabilidad esperada
0,64	9	Data envelopment analysis.	Journal of Portfolio Management	Gregoriou G.N. y Zhu J. (2007)	2007	Hedge Funds	USA	25 fondos de hedge funds	1994–2004	BCC-I	Aplica DEA a hedge funds y fondos de hedge funds	Inputs: Desviación estándar, máximo drawdown, máximo downside. Outputs: Porcentaje de meses rentables, rentabilidad, número de meses sucesivos con rentabilidad positiva.
0,63	5	Behavioural finance efficiency under the influence of country's economic cycle.	Inzinerine Ekon Eng Econ	Adamauskas S. y Krusinskas R. (2012)	2012	Modelos portfolio e Indices	Lituania	18 carteras	2004–2010	CCR	Propone un modelo para evaluar la eficiencia de las decisiones de los inversores privados en cinco etapas; la cuarta etapa, con respecto a la selección de instrumentos de inversión, utiliza DEA.	Considera diferentes Inputs y Outputs como variables para acciones y evaluación de fondos.
0,63	5	A new perspective of equity market performance.	Journal of International Financial Markets, Institutions and Money	Galagedera D.U.A. (2013)	2013	Modelos portfolio e Indices	Global	40 acciones	2003–2011	CCR y eficiencia cruzada	Estima la eficiencia cruzada de los mercados de valores en un marco multidimensional de rentabilidad ajustado al riesgo.	Inputs: Desviación estándar, beta, downside deviation. Outputs: Rentabilidad de dos factores (dos variables positivas basadas en la observación del exceso de rentabilidad).

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
0,60	6	Mutual fund performance evaluation - Application of system BCC model.	South African Journal of Economics	Chen Y.-C., Chiu Y.-H. y Li M.-C. (2011)	2011	Fondos de Inversión	Taiwán	278 fondos	2007	BCC	Compara los resultados obtenidos con el modelo BCC y un modelo BCC del sistema (con dos subgrupos de fondos, stock y balanceado) utilizando como resultados los indicadores clásicos del desempeño de los fondos de inversión.	Inputs: Desviación estándar, tasa de rotación de la tasa de compra, tasa de coste de transacción y tasa de gastos de venta. Outputs: Índice de Treynor, índice de Sharpe, índice de Jensen y tasa de rentabilidad.
0,57	4	Productivity and efficiency evaluation of US mutual funds.	Finance a Uver - Czech Journal of Economics and Finance	Tavakoli Baghdadabad M.R. y Noori Houshyar A. (2014)	2014	Fondos de Inversión	USA	11.522 fondos	2000-2012	CCR, DEA-basado en índice Tornqvist	Evalúan los cambios en la productividad total de los fondos utilizando el índice de productividad Tornqvist basado en DEA. Además, utilizan un modelo logit de panel para estudiar la relación entre eficiencia y productividad y las características de algunos fondos.,	Inputs: Capital, desviación estándar y ratio de gastos. Outputs: Rentabilidad.
0,55	7	Measuring the financial efficiencies and performances of Turkish funds.	Acta Oeconomica	Gökgöz F. (2010)	2010	Fondos de Inversión and Pension Funds	Turquía	36 fondos y 41fondos de pensiones	2006-2007	CCR y BCC	Los resultados de los índices de desempeño y los modelos DEA revelan que de los fondos y planes de pensiones, estos últimos tienen un desempeño de cartera y eficiencia financiera más altos que los fondos, en el período 2006-2007.	Inputs: Desviación estándar, beta, ratio de gastos y rotación. Output: Rentabilidad.
0,55	6	Assessing performance of mutual funds in Indonesia.	Journal of Economic Cooperation and Development	Majid M.S.A. y Maulana H. (2010)	2010	Fondos de Inversión	Indonesia	23 fondos	2004-2007	DEA-Indice Malmquist	El estudio encuentra que, en promedio, los fondos experimentan una disminución en el crecimiento de la productividad total de factores (TFP). Debido a una disminución en la eficiencia y en la eficiencia técnica, donde el cambio en la eficiencia se debe en gran medida a los cambios en la eficiencia pura en lugar de la eficiencia de la escala.	Inputs: Comisiones de entrada y reembolso, comisión de salida y ratio de gastos. Outputs: Rentabilidad.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
0,50	5	The value of Morningstar ratings: evidence using stochastic data envelopment analysis.	Managerial Finance	Watson J., Premachandra I.M. y Wickramanayake J. (2011)	2011	Fondos de Inversión	Australia	22 fondos	1990–2005	DEA estocástico	Encuentran que las calificaciones Morningstar en Australia brindan a los inversores información útil. Las ventajas del modelo SDEA incluyen: (i) fácil replicación (modelo en Excel) (ii) permite el uso de funciones de probabilidad adicionales para modelar relaciones difíciles entre inputs y outputs (iii) el output obtenido por el método propuesto contiene información estadística valiosa sobre las propiedades aleatorias de la puntuación de eficiencia de la DMU y (iv) la información de distribución de puntuación de eficiencia se puede usar para comparar DMU de maneras alternativas que se adaptan a las preferencias del usuario.	Inputs: Total risk, beta y information ratio cost. Outputs: Tasa mensual de rentabilidad estocástica.
0,50	3	ETF performance measurement - Data envelopment analysis.	Service Systems and Service Management	Chu J., Chen F. y Leung P. (2010)	2010	ETF	Global	IShare Mundo ETFs	2006–2009	Medida de rango direccional (RDM)	Aplican DEA para evaluar el rendimiento de los fondos negociados en bolsa de IShare World con una medida direccional de rango (RDM).	Inputs: Downside risk y ratio de gastos. Outputs: Rendimiento medio mensual y higher partial moments.
0,50	2	A fuzzy data envelopment analysis model for evaluating the efficiency of socially responsible and conventional mutual funds.	Journal of Risk	Baeza-Sampere I., Coll-Serrano B., M'Zali y Méndez-Rodríguez P. (2016)	2016	Fondos de Inversión-SRI	USA	40 fondos		Fuzzy DEA	En este documento se utiliza un Fuzzy DEA, que permite la evaluación del rendimiento relativo de los fondos. Concluyen que los fondos socialmente responsables muestran un mejor comportamiento en términos de eficiencia que los fondos convencionales.	Basados no solo en variables financieras sino también en variables no financieras.
0,50	1	Performance evaluation of Portuguese mutual fund portfolios using the value-based DEA method	Journal of the Operational Research Society	Do Castelo Gouveia M., Duarte Neves, E., Cândido Dias L. y Henggeler Antunes C. (2018)	2018	Fondos de Inversión	Portugal	15 fondos	2011-2013	DEA con ayuda de Decisión de Múltiples Criterios (MCDA)	El estudio sugiere que los inversores de fondos de renta variable se volvieron más seguros debido a medidas políticas que refuerzan los mercados financieros. La metodología seguida en este estudio contribuye a ayudar a los inversores a identificar fondos con las mejores prácticas de acuerdo a sus juicios.	Inputs (factores a minimizar): Proporción de meses con rentabilidad negativa durante el año, ratio de gastos, desviación estándar y beta. Outputs (factores a maximizar): Rentabilidad bruta.



APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
0,43	3	A mutual fund investment method using fruit fly optimization algorithm and neural network.	Applied Mechanics and Materials	Huang T.H. y Leu Y.H. (2014)	2014	Modelos portfolio e Índices	-	-	-	-	Presentan un método para construir una cartera rentable de fondos. En la primera etapa, los índices DEA, Sharpe y Treynor y las tasas mensuales de rentabilidad se utilizan para seleccionar una cartera de fondos. En la segunda etapa, el modelo de regresión lineal, algoritmo de optimización y la red neuronal de regresión general se utilizan para construir un modelo de predicción.	-
0,43	3	Latin American private pension funds' vulnerabilities.	Economía Mexicana, Nueva Epoca	Guillén, J. (2008)	2008	Fondos de pensiones	América Latina	876 fondos de pensiones de 9 países	2005–2007	CCR	Utiliza DEA para comparar instituciones de fondos de pensiones de nueve países latinoamericanos.	Inputs: Coste de administración y coste de ventas. Outputs: ingresos totales y número de partícipes.
0,38	5	New DEA performance evaluation indices and their applications in the American fund market.	Asia-Pacific Journal of Operational Research	Lin R. y Chen Z. (2008)	2008	Fondos de Inversión	USA	156 fondos	2005–2006	Modelos DEA clásicos	Utiliza el VaR y el VaR condicional como medida de riesgo y trata el mismo fondo durante diferentes períodos de tiempo como fondos diferentes	Inputs: Diferentes medidas de riesgo. Outputs: Rendimiento.
0,30	3	Data envelopment analysis: A comparative efficiency measurement for Turkish pension and mutual funds	International Journal of Economic Perspectives	Gökgöz F. y Çandarlı D. (2011)	2011	Fondos de Inversión and Pension Funds	Turquía	36 fondos y 36 fondos de pensiones	2009	CCR y BCC-I	Compara la eficiencia técnica, pura y a escala de los fondos de pensiones y fondos de inversión	Inputs: Desviación estándar, beta, ratio de gastos y ratio de rotación. Outputs: Exceso de rentabilidad.
0,29	2	The role of fund size and returns to scale in the performance of mutual funds	European Journal of Operational Research	Basso A. y Funari S. (2014c)	2014	Fondos de Inversión	Europa	279 fondos	2006–2009	BCC-O	Analizan el papel del tamaño del fondo en la evaluación del desempeño de DEA y se preguntan si es apropiado incluir información sobre el tamaño entre las variables de entrada / salida de los modelos DEA. Además, analizan la naturaleza de la rentabilidad a escala en el desempeño de los fondos de inversión.	Inputs: Capital invertido inicial neto de comisiones y beta. Outputs: Valor final de las inversiones neto de comisiones de Outputs

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
0,29	1	Undesirable outputs in commodities trading advisers: A data envelopment analysis approach.	Gregoriou G.N., Henry S.C.	Gregoriou G.N. y Henry S.C. (2015)	2015	CTA y Managed futures funds	USA	50 CTAs	2009–2013	BCC-O	Investigan la eficiencia de los CTAs utilizando el método de outputs no deseables.	Inputs: Ratio margen/capital, comisión de incentivo, comisión de gestión. Outputs: Índice de Sharpe, rentabilidad acumulada, máximo drawdown, desviación estándar y semi-desviación.
0,27	3	Evaluation of mutual funds using multi-dimensional information.	Frontiers of Computer Science in China	Zhao X. y Shi J. (2010)	2010	Fondos de Inversión	China	17 fondos	2003–2007	-	Utilizan un modelo DEA de contexto cónico con déficit esperado modelado bajo una distribución asimétrica de Laplace.	Inputs: Expected shortfall. Outputs: Rentabilidad a 1, 3 y 5 años.
0,25	3	Managed Futures for Long-Term Investors: A DEA Ranking Analysis	Australian Economic Review	Tokic D. (2012)	2012	CTA y Managed futures funds	Global	30 CTAs	1992–2010	BCC-O	Utiliza DEA para evaluar la eficiencia de rendimiento relativo de los CTA.	-
0,25	2	Socially responsible mutual funds: an efficiency comparison among the European countries.	Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance	Basso A. y Funari S. (2014d)	2014	Fondos de Inversión-SRI	Europa	190 SRI y 91 no SRI	2006–2009	CCR-O	Evalúan el rendimiento de los fondos de renta variable SRI en los principales países europeos con tres modelos diferentes de DEA, comparan el rendimiento de los fondos de inversión SRI y no SRI en los distintos países con una serie de pruebas estadísticas y compara el rendimiento obtenido por los fondos de inversión SRI entre diferentes países.	Las variables Inputs y Outputs son las consideradas en Basso y Funari (2008).
0,25	2	The efficiency evaluation of mutual fund managers based on DARA, CARA, IARA.	Journal of Business Economics and Management	Baghdadabad M.R.T., Tanha F.H. y Halid N. (2013)	2013	Fondos de Inversión	USA	17.686 fondos	2005–2010	DEA y dominancia estocástica	Evalúa la eficiencia de los gestores de fondos en términos de estilo de gestión. Analiza los beneficios del enfoque DEA en el marco DARA (aversión al riesgo absoluta decreciente), CARA (aversión al riesgo absoluta constante) e IARA (aversión al riesgo absoluta creciente).	Inputs: Varianza, ratio de rotación y ratio de gastos. Outputs: Rentabilidad e indicador de dominancia estocástica.
0,22	4	Performance Evaluation of Investment Funds with DEA and Higher Moments Characteristics: Financial Engineering	Systems Engineering Procedia	Guo J., Ma C. y Zhou Z. (2012)	2012	Fondos de Inversión	China	27 fondos	2010	BCC-I	Considera las características de mayor orden de momento de rentabilidad de los fondos que reflejan la preferencia de los inversores.	Inputs: Activos netos, ratio coste unitario, desviación estándar y curtosis. Outputs: NAV, porcentaje de crecimiento y asimetría.

APY	TC	Título	Revista	Autor	Año	Clasificación	País	Clase Activo	Período	Modelo	Características del estudio	Inputs/Outputs
		Perspective.									Ademas, analizan la naturaleza de la rentabilidad a escala en el desempeño de los fondos de inversion.	

## 1.7 Contenidos de la investigación y justificación de los artículos compendio de Tesis

La presente Tesis Doctoral se presenta como un compendio de trabajos previamente publicados, dicho trabajo ha sido autorizado por los Directores de la Tesis y con informe favorable de la Comisión de Doctorado. Los artículos se encuentran publicados en revistas incluidas en el índice Scimago Journal & Country Rank (SJR).

Las referencias completas de los artículos que constituyen el cuerpo de la Tesis, son las siguientes:

1. Solórzano-Taborga, P., Alonso-Conde, A. B., y Rojo-Suárez, J. (2018). Efficiency and Persistence of Spanish Absolute Return Funds. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 25, pp. 186-214. (SJR Q3 2019).

Junio de 2018. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.

[www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/article/view/2703](http://www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/article/view/2703)

2. Solórzano-Taborga, P., Alonso-Conde, A. B., y Rojo-Suárez, J. (2019). Efficiency and Stochastic Dominance in the European Equity Mutual Fund Market. *WSEAS Transactions on Business and Economics*, 16, pp. 226-238. (SJR Q4 2019).

ISSN / E-ISSN: 1109-9526 / 2224-2899. EID: 2-s2.0-85070217705

[www.wseas.org/multimedia/journals/economics/2019/a465107-670.php](http://www.wseas.org/multimedia/journals/economics/2019/a465107-670.php)

3. Solórzano-Taborga, P., Alonso-Conde, A. B., y Rojo-Suárez, J. (2020). Data Envelopment Analysis and Multifactor Asset Pricing Models, *International Journal of Financial Studies*, 8(2), 24. (Q aún no asignado en SJR), Citescore 0,2 Scopus, Emerging Sources Citation Index – Clarivative Analytics.

DOI: 10.3390/ijfs8020024; Part of ISSN: 2227-7072

[www.mdpi.com/2227-7072/8/2/24#cite](http://www.mdpi.com/2227-7072/8/2/24#cite)

Nuestro análisis se ha estructurado en los siguientes tres capítulos que se muestran a continuación y que se corresponden con los artículos publicados.

### 1.7.1 Eficiencia y persistencia de los fondos de gestión alternativa españoles

El primer artículo, que se encuentra desarrollado en el capítulo 2, recoge nuestro primer objetivo, que es comprender claramente el impacto de la eficiencia y la persistencia, así como

explicar su evolución en el tiempo. El análisis requiere analizar la hipótesis de si un fondo eficiente es necesariamente el más rentable y si dada esa eficiencia implica persistencia.

Centrándonos en el mercado de fondos de retorno absoluto español, de gran desarrollo y proyección futura, queremos, (i) dar una mayor visión a un tipo de inversión con características específicas para en posteriores artículos analizar una categoría de fondos más genérica; (ii) analizar la eficiencia del mercado español de fondos de retorno absoluto.

Esto implica una revisión de la literatura existente, así como, desarrollar y probar un modelo de análisis de la *performance* para comprender el rendimiento de los fondos de inversión, al tiempo que se analiza y desarrolla un análisis para determinar si hay una relación entre eficiencia y la recurrencia en los resultados –persistencia-. Esto nos permitirá tener una herramienta de decisión a la hora de invertir.

La recurrencia en los rendimientos a los que acabamos de hacer referencia es muy difícil de conseguir, pues como se ha contrastado en la industria y en la literatura existente, los fondos en la mayor parte de las veces no aportan un rendimiento y el rendimiento superior en mercados financieros eficientes (Berk y Green, 2004). No obstante, existen evidencias basadas en los flujos de fondos o los cambios de gestor (Bessler *et al.*, 2018).

Estas reflexiones, nos llevan a nuestro primer objetivo, el cual, lo establecemos en el Capítulo 2 de esta tesis, se centra en la eficiencia de los fondos de gestión alternativa españoles y en la persistencia, examinando la *performance* de 116 fondos de gestión alternativa españoles durante el período 2010-2015.

El foco de este capítulo se centra en la eficiencia, empleando la metodología DEA. Gracias a este enfoque no paramétrico podemos obtener un ranking de los fondos analizados (DMU), determinando así una clasificación de eficiencia, empleando para ello la programación lineal.

Se emplean tres clases de DEA, en primer lugar, el DEA Clásico, Charnes *et al.* (1981), nos proporciona una clasificación de los elementos analizados de acuerdo a los inputs y outputs establecidos a priori. En segundo lugar, la súper eficiencia, Andersen y Petersen (1993) y posteriormente Wilson (1995), aplicando un DEA similar al convencional, pero en este caso, se elimina la restricción de eficiencia.

En DEA, los valores se acercan a la unidad cuanto más eficiente es la DMU evaluada. Por último, se aplica la eficiencia cruzada, Sexton *et al.* (1986) y posteriormente por Doyle y Green (1994), donde una tabla contiene información sobre cómo cada unidad eficiente se relativiza con respecto al resto de unidades. De este modo, entre las unidades con eficiencia igual a 1 se discrimina la más eficiente de todas mediante la obtención de eficiencias medias. Este método democratiza más la eficiencia entre las que obtienen buenos y malos resultados. En la segunda parte del análisis, se estudia la persistencia de los fondos de inversión. Para determinar la existencia o no, se emplean las medidas de *performance* de Sharpe, Treynor, Jensen y Sharpe Modificado. Una vez obtenidos los resultados se aplican los test de robustez de Malkiel (1995), Brown y Goetzman (1995) y el test de Rude y Khan (1995), en períodos anuales. De esta manera se puede contrastar la existencia de persistencia.

Para concluir este capítulo, se analiza la relación entre eficiencia y persistencia por medio de un estudio sobre correlaciones con el fin de determinar si ambos análisis conforman una medida consistente para el inversor en el proceso de toma de decisiones.

Los resultados obtenidos, nos permiten arrojar unas conclusiones que se pueden desglosar en tres partes, la primera, implica que el análisis de la eficiencia por medio de la metodología DEA, supone que el 22% de los fondos analizados son eficientes. Teniendo en cuenta que las variables empleadas han sido el riesgo y la rentabilidad, la primera conclusión obtenida es que los fondos eficientes son más rentables que los no eficientes. DEA constituye una herramienta alternativa de selección de fondos.

En segundo lugar, en lo que se refiere a la persistencia, los resultados permiten concluir que los fondos de inversión de gestión alternativa españoles tienden hacia la persistencia para un intervalo de 12 meses. Los resultados obtenidos se confirman con significatividad estadística. También se puede confirmar que los gestores que obtienen mejores resultados que el mercado, son pocos, pero lo hacen de manera reiterada en el tiempo.

En la tercera y última parte, se establece las conclusiones de este capítulo dos, se comprueba y contrasta una muy baja relación entre los dos conceptos analizados, eficiencia y persistencia. Tanto el análisis como el resultado de ambos análisis son independientes entre sí sobre la muestra empleada y para el intervalo temporal seleccionado.

### 1.7.2 Eficiencia y dominancia estocástica en el mercado de fondos de inversión de renta variable europea

Una vez estudiada la eficiencia y la persistencia en una categoría específica de fondos, damos un paso más en nuestro trabajo sobre la eficiencia. Para ello, en el capítulo 3, se presenta nuestro segundo objetivo, conocer la eficiencia de los fondos de renta variable europea en tres períodos de comportamiento extremo del mercado y analizar el comportamiento del inversor a la hora de tomar decisiones, para ello nos planteamos la hipótesis de una relación explicativa entre la eficiencia de un fondo de inversión, la elegibilidad del mismo, a través de la dominancia estocástica y el papel del gestor en el comportamiento del fondo.

Si bien parece claro que la eficiencia está relacionada con la rentabilidad (aspecto que se matizará en la valoración de activos en el capítulo 4), debemos plantearnos dos cuestiones adicionales, (i) la primera se relaciona con la elegibilidad de las inversiones, en otras palabras, como de elegibles son esos fondos entre sí; (ii) la segunda cuestión es evidente, ya que si estamos analizando la eficiencia desde una óptica DEA, se debe de asumir que también existen otras variables en la que se puede influir, como es el factor humano, es decir, conocer el papel que desempeña el gestor en este proceso.

Según lo que acabamos de exponer en el párrafo anterior, el capítulo 3, titulado eficiencia y dominancia en fondos de renta variable europea, nos va a permitir desentrañar cuestiones antes planteadas, para lo que nos apoyaremos en el análisis de los resultados de más de 2.000 fondos de inversión de renta variable europea para un período muestral 2000-2016.

En este caso, se ha dividido la muestra en tres períodos muestrales, incluyendo períodos de crisis económica y períodos de crecimiento, con esta división queremos valorar si la eficiencia y la elegibilidad de los fondos de inversión pueden constituir un método de evaluación y selección ante diferentes escenarios económicos.

Para este caso, se han empleado dos metodologías, las cuales tienen ventajas frente a las clásicas medidas de *performance*, la primera de ellas analiza la eficiencia, es la metodología no paramétrica DEA, Charnes *et al.* (1981), en rendimientos variables a escala que permite

medir la eficiencia relativa de las unidades de toma de decisiones en presencia de una estructura de múltiples entradas y salidas.

La segunda metodología es la dominancia estocástica, Hadar y Russell (1969), Hanoch y Levy (1969), Withmore (1970) y Rothschild y Stiglitz (1970), gracias a lo cual podemos conocer si una distribución domina estocásticamente a otra y si conlleva una mayor utilidad esperada para todas las funciones de utilidad de una clase determinada.

En nuestro caso, aplicaremos la dominancia estocástica de segundo orden (DES-aversos al riesgo), lo que supone que los individuos prefieran más a menos riqueza y son adversos al riesgo, en ella, se emplea toda la distribución de rendimientos para clasificar los fondos. Por medio de esta metodología se pueden ordenar los riesgos de manera parcial por valor, al mismo tiempo se consigue un camino que conduce a la maximización de la utilidad para funciones de utilidad cóncava creciente.

La dominancia estocástica tiene como objetivo la ayuda en la elección entre diferentes decisiones, para ello se introducen criterios de clasificación de variables aleatorias, partiendo de una idea principal, que es poder afirmar que, para una determinada clase de individuos, hay una variable aleatoria que es preferida a otra. Esta metodología, nos va a permitir tomar decisiones en un entorno incierto, situación que favorece al objetivo del inversor, maximizar la utilidad esperada de la rentabilidad de su fondo, donde esa utilidad se determina por las preferencias del individuo decisor, en nuestro caso nos hemos decantado por funciones de utilidad de inversores adversos al riesgo.

Adicionalmente, la tercera parte de este capítulo tres, pivota en la importancia del gestor y en su capacidad de generar alfa, batiendo a su índice de referencia, siendo esta capacidad recurrente. A lo largo de este proceso, el papel de los gestores es determinante en el proceso de decisión de constitución de carteras, los trabajos de Berk y Green (2004) y Berk (2005) confirman esta opinión de la cual Fama y French (2010) divergen.

Con la inclusión de los períodos 2000-2016, 2007-2009 y 2007-2012, hemos querido valorar si la calidad de los gestores en sus decisiones a través de los fondos, tiene implicaciones relacionadas con el proceso de toma de decisión por parte del inversor. En consecuencia, gestor, rentabilidad, elegibilidad y eficiencia, son las variables claves en la que se ha instrumentado este tercer capítulo. Para ello, se procede a analizar conjuntamente el



desempeño del gestor, junto a la eficiencia y la dominancia estocástica, lo que facilitará información válida a los inversores en el proceso de selección de fondos.

Como aportación en este capítulo, se muestra el índice de dominancia estocástica creado para valorar si un fondo es dominador o dominado respecto de los demás, tarea que simplifica los cálculos y conclusiones al poder comparar correlaciones de Spearman.

Con las anteriores premisas, el capítulo 3, acaba con una serie de conclusiones, destacando que por el análisis realizado, se demuestra la existencia de un elevado grado de relación entre eficiencia (DEA) y dominancia estocástica (DE), así mismo también se demuestra que ambas variables son elementos que se correlacionan de manera importante con la rentabilidad. De igual manera, en el análisis de regresiones realizado, se comprueba que son elementos explicativos de los resultados de los fondos, también se concluye que mejores cifras de dominancia estocástica, DEA y también de alfa, se asocian a mejores resultados. Complementariamente en este análisis se ha incluido de manera parcial la aportación del gestor (Alfa), siendo también positiva. Para finalizar, como conclusiones a este capítulo se señala que existe por un lado una relación que favorece en el largo plazo a la eficiencia, y por otro lado que, en períodos cortos y volátiles, es la dominancia estocástica quien tiene una mayor influencia como factor de rentabilidad.

### **1.7.3 Eficiencia como factor de valoración de activos financieros, un análisis con metodología GMM**

Como proceso evolutivo en nuestro estudio de la eficiencia parece evidente que no podemos dejar de lado el análisis de los activos financieros y su valoración, por ese motivo, encontramos el tercer objetivo complementario para esta tesis doctoral, recogido en el capítulo 4, que pasa por determinar si la eficiencia es un factor válido como elemento de valoración de activos financieros. Para ello planteamos la hipótesis que supone que la eficiencia otorga poder explicativo a la rentabilidad y puede ser un elemento decisional en presencia de otros factores explicativos.

La principal originalidad de este capítulo 4 estriba en la inclusión de un nuevo factor que no ha sido lo suficientemente estudiado hasta hoy, para ello se han combinado metodologías y planteamientos no realizados hasta ahora, teniendo como única referencia el trabajo de Rubio *et al.* (2018). Para ello nos apoyaremos en los modelos multifactoriales, estos modelos

permiten representar la rentabilidad de los activos en función de un número de factores, teniendo para cada activo un vector de betas. Cada beta representa la sensibilidad de la rentabilidad de un activo a cada uno de los factores de riesgo.

La valoración de los activos financieros se ha venido estudiando desde diferentes ópticas a lo largo de los últimos tiempos. El éxito en esta área de conocimiento ha sido variado, pero siempre buscando la comprensión entre el riesgo y el exceso de rendimiento, el comportamiento de los precios, diversificación del riesgo o los factores que influyen en la explicación del comportamiento de los activos. No obstante escasas han sido las ocasiones en las que se ha abordado la influencia de la eficiencia. Este es el núcleo del capítulo tercero, en donde relacionamos la eficiencia y el rendimiento de los fondos de inversión. Para nuestro estudio hemos tomado como muestra los fondos de renta variable europeos desde 2001 hasta 2016. Intuitivamente aceptamos que la eficiencia afecta al rendimiento de los activos financieros, al igual que las decisiones que toma el gestor afectan al resultado, al volumen y número de partícipes. Así mismo, decisiones tomadas y el rendimiento conseguido se definen por el riesgo incurrido. En consecuencia, operar con eficiencia tiende a ser rentable en términos económicos y para determinar a los operadores eficientes, emplearemos el análisis envolvente de datos. Resaltar como aspecto importante de esta metodología, el hecho de tener que emplear diferentes inputs y outputs y para saber cuáles son las variables determinantes se han empleado técnicas multivariantes y que en nuestro caso ha sido el análisis de componentes principales, permitiendo reducir el número de variables por importancia. En este trabajo los inputs y los outputs, han sido factores de riesgo y factores de rentabilidad.

Gracias a estos factores empleados, DEA nos permite identificar posibles razones de una buena o mala gestión basada en la eficiencia. Así, un fondo eficiente debería ser mejor valorado por los inversores que otro que lo hace de manera ineficiente. En este contexto debería de ser un facilitador en la búsqueda de activos, motivo por el cual creemos que la eficiencia puede ser un elemento importante en la valoración de activos y ser un factor explicativo. Ante este escenario cabe plantearse si ¿Se trataría el factor DEA de otro más al “*factor zoo*” que apostilla Cochrane (2011)? ¿Cuántos factores necesitamos? ¿Cómo distinguirlos? La eficiencia en términos DEA como factor de valoración de activos es inédito y dado que conocemos su interpretación económica, complejidad y estabilidad, la hacen ser un candidato válido.

De los diferentes modelos de valoración de activos financieros, destacan a nivel unifactorial, el CAPM desarrollado por Sharpe (1964), donde la covarianza (beta), es una medida de riesgo de mercado y se encarga de los cambios en la rentabilidad esperada de los activos. Por otro lado, el modelo de valoración de activos de capital de consumo (CCAPM) de Lucas (1978) y Breeden (1979) relacionando los rendimientos de los activos con sus covarianzas con la utilidad marginal del consumo, con un gran exponente como Lettau y Ludvigson (2001<sup>a</sup>, 2001<sup>b</sup>) con su la relación consumo-riqueza-ingreso, *cay*.

Los modelos multifactoriales surgen para contestar si un solo factor es válido o se necesitan más, para ello Ross (1976) desarrolla el modelo APT y Merton (1973) el Intertemporal CAPM (iCAPM). Los modelos multifactoriales suponen que el rendimiento esperado de un activo es función lineal de las primas de riesgo de los factores y las sensibilidades de sus factores asociados. El problema al determinar la naturaleza exacta de estos factores y su correcta elección.

Pero ante la cuestión de cómo escoger los factores, esta tarea la podemos realizar o bien, de manera estadística (factores no observables), Ross (1976), Anderson y Jenkins (2003), Lehmann y Modest (1988, 2005) o Connor y Korajczyk, (1988), o también como aproximación teórica (factores observables), Chen *et al.* (1986), Banz (1981), Basu (1983), Rosenberg *et al.* (1985), Fama y French (1992) o Jegadeesh y Titman (1993). Esta última aproximación es la escogida en este capítulo, apoyándonos en el modelo de tres factores de Fama y French (1992), sobre el que añadiremos el factor DEA. Harvey *et al.* (2015), recopilan hasta 316 propuestas como factores descubiertos con referencia mínima a la eficiencia y ninguna vinculada a los fondos de inversión. Por este motivo, analizamos la variación en los rendimientos, empleando el contraste GRS de Gibbons *et al.* (1989).

En definitiva, este capítulo pretende el estudio empírico de los modelos de múltiples betas, incluyendo el factor DEA de manera adicional al modelo de tres factores de Fama y French. Para ello creamos 20 carteras por percentiles y equiponderadas, evaluando su rendimiento, posteriormente las reclasificamos anualmente por su eficiencia, con ello conseguimos un factor de eficiencia para valorar activos por el modelo de Fama y French (1992). El cálculo de las betas, se realiza aplicando *time series regression* y *cross section regression* al modelo y en el que comparamos el modelo de tres factores con y sin factor DEA para conocer su

alcance, finalmente, aplicamos contrastes de significatividad apoyándonos en la metodología *generalized method of moments* GMM, éstos contrastan la validez con conclusiones positivas.

Las conclusiones evidencian un efecto eficiencia en el rendimiento de los fondos de inversión, por lo que se demuestra que DEA es un factor y tiene poder explicativo marginal en presencia de otros factores. No obstante, parece que la eficiencia en los fondos de inversión no supone relación directa entre rentabilidad-eficiencia, sino una relación inversa, al menos en un enfoque de la valoración de activos, pero de manera aislada la relación es directa. Pese a esta situación el test GRS y el  $J$ -Test de Hansen, con elevada significatividad implican un ajuste correcto a los datos del mercado.

La obtención de un factor DEA, supone una innovación en los modelos multifactoriales al conseguir un mejor ajuste en la valoración de los activos. El resultado final de este trabajo, en su parte práctica, tiene implicaciones de utilidad para inversores particulares e institucionales en la selección de fondos de inversión. Por el lado de los gestores, esperamos pueda ser de ayuda tanto en la identificación de posiciones y estrategias, para optimizar los rendimientos.

#### **1.7.4 Conclusiones de la Tesis Doctoral**

Finalmente, se presenta en el capítulo 5, las conclusiones finales de la investigación, entre las que destacan las conclusiones específicas de los resultados obtenidos en los niveles de eficiencia alcanzados, además, unas conclusiones generales propiciadas en el desarrollo de la investigación.

## **CAPÍTULO 2. EFICIENCIA Y PERSISTENCIA DE LOS FONDOS DE GESTIÓN ALTERNATIVA ESPAÑOLES**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

## RESUMEN

La medida de la *performance* es un área de crucial interés en la valoración de activos y selección de inversiones. Elevadas volatilidades, así como la agregación temporal de rendimientos, entre otras características, pueden distorsionar los resultados de las medidas convencionales de *performance*. En este trabajo, estudiamos la *performance* de 115 fondos de retorno absoluto españoles en el periodo 2010-2015 usando los ratios de Sharpe, Treynor y Jensen y el ratio de Sharpe modificado. Posteriormente, para clasificar los fondos se aplica el análisis envolvente de datos, en aras de evitar los problemas derivados de la no normalidad de los rendimientos, dado que rendimientos no gaussianos no suponen un problema a la hora de implementar el análisis envolvente de datos. Adicionalmente, se aplica el test de Malkiel, Brown y Goetzman y el test de Rude y Khan en periodos anuales para determinar la existencia de persistencia. Finalmente, se estudia la relación entre eficiencia y persistencia con objeto de determinar la relación entre ambas medidas y apoyar el proceso de toma de decisiones. Los resultados muestran una significativa relación entre eficiencia cruzada y el ratio de Sharpe modificado, así como la existencia de persistencia en periodos anuales. No obstante, los resultados no permiten concluir en ninguna relación directa entre eficiencia y persistencia.

## **ABSTRACT**

Performance measurement is an area of crucial interest in asset valuation and investment management. High volatility as well as time aggregation of returns, amongst other characteristics, may distort the results of conventional measures of performance. In this work, we study the performance of 115 Spanish Absolute Return Funds in the period 2010-2015, using the Sharpe, Treynor, Jensen and Modified Sharpe ratios. We then apply Data Envelopment Analysis to classify the funds in order to avoid the problems arising from the non-normality of their returns, since non-gaussian returns do not pose a problem in Data Envelopment Analysis implementation. In addition, we apply the Malkiel, Brown and Goetzman test and the Rude and Khan test in annual periods to determine the existence of persistence. Finally, we study the relationship between efficiency and persistence in order to determine the relationship between both measures and to support decision-making processes. The results show a significant relationship between cross efficiency and Modified Sharpe ratios as well as the existence of persistence for annual periods. Nevertheless, the results do not allow concluding any relationship amongst efficiency and persistence.

**PALABRAS CLAVE: Análisis Envolvente de Datos; DEA; Persistencia; Gestión Alternativa; Fondos de inversión**

---



## **2.1 Introducción**

Durante más de cincuenta años, la medición de la *performance* de los mercados de capitales ha sido un área de importancia crucial en la valoración de activos y la gestión de inversiones. En este campo, el estudio de la relación rentabilidad-riesgo de los fondos de inversión ha atraído gran parte de la atención de la investigación académica entre otros propósitos, evaluar la capacidad de los gestores para batir sistemáticamente al mercado. En este contexto, medidas como el ratio de Sharpe, el ratio de Treynor o VaR, a menudo han sido citadas y empleadas intensamente en la literatura financiera.

En cualquier caso, los problemas y limitaciones de estas medidas son bien conocidos y la mayoría de ellos se deben a la alta volatilidad de los rendimientos en los mercados financieros, así como a las propiedades de agregación temporal de los retornos y volatilidades, entre otras razones. Medidas como el tracking error compensó parte del primer problema, aunque el análisis del rendimiento de las inversiones sigue siendo un área controvertida y extremadamente importante en la gestión de inversiones, así como para comprender los procesos de fijación de precios.

Todos los problemas mencionados anteriormente son aún mayores en el caso de inversiones específicas como Hedge Funds. La presencia de rendimientos no gaussianos en la mayoría de los casos implica que las medidas tradicionalmente utilizadas para priorizar y evaluar las inversiones deben ajustarse o simplemente son inútiles en estos casos.

Un enfoque potente y versátil para estudiar la eficiencia es el análisis envolvente de datos, una técnica de naturaleza no paramétrica que mide la eficiencia relativa de las unidades organizacionales en situaciones donde hay múltiples inputs y outputs. En este contexto, el objetivo de este trabajo es analizar la eficiencia y la persistencia de los fondos de rentabilidad absoluta negociados en España, determinando si han logrado o no mayores rendimientos con respecto al mercado. La principal diferencia entre los fondos de retorno absoluto y los fondos tradicionales es el hecho de que los primeros están destinados a ofrecer a los inversores un rendimiento positivo independientemente de los movimientos del mercado, y para lograr este propósito, los gestores pueden utilizar una gama de herramientas más amplia que los fondos clásicos. El presente documento utiliza datos proporcionados por Morningstar para fondos españoles en el período 2010-2015, dentro de la categoría fondos de retorno absoluto.

Así pues, en términos precisos el DEA es una técnica de medición de la eficiencia basada en la obtención de una frontera eficiente a partir de un conjunto de observaciones, sin que sea necesaria la estimación de ninguna función de producción, es decir, sin necesidad de conocer de manera explícita ninguna relación funcional entre inputs y outputs. Los modelos DEA parten de las cantidades de inputs empleadas y de outputs producidas por un conjunto de Unidades de Toma de Decisiones (DMUs), para determinar cuáles son las mejores opciones comparando cada DMU con todas las posibles combinaciones lineales de todas las unidades de la muestra.

En definitiva, DEA es una alternativa frente a los métodos paramétricos, cuyo objetivo es la obtención de un hiperplano que se ajuste lo mejor posible al conjunto de observaciones. Efectivamente, en su lugar los métodos no paramétricos como DEA tratan de optimizar la medida de eficiencia de cada unidad analizada para crear así una frontera eficiente basada en el criterio de Pareto (Charnes, Cooper y Rhodes, 1981, 1997). De este modo, en la aplicación de la metodología primero se construye la frontera de producción empírica y después se evalúa cada unidad observada que no pertenezca a la frontera eficiente.

Al comienzo de esta introducción, se destacó la importancia de analizar, medir y evaluar la eficiencia, pero también se destacó el papel del rendimiento del capital como un elemento clave para competir. En otras palabras, el objetivo no es solo obtener un beneficio, sino hacerlo de manera persistente a lo largo del tiempo.

Como se muestra a continuación, la literatura proporciona poca evidencia de un rendimiento superior en el mercado por parte de los fondos de inversión a nivel agregado. Sin embargo, ciertos gestores, tienen la capacidad de superar el índice de referencia (*benchmark*) y el patrón puede persistir por períodos sucesivos de tiempo. Por lo tanto, como es bien sabido, el análisis de la persistencia de la rentabilidad de los fondos de inversión es un área crítica, tanto desde un punto de vista académico como aplicado. En el plano académico, la persistencia pone en valor la hipótesis del mercado eficiente, ya que si los rendimientos pasados no son indicativos de un determinado rendimiento futuro, la gestión pasiva podría constituir la mejor alternativa para los inversores.

A día de hoy la presencia o no de persistencia en la rentabilidad de los fondos de inversión es un tema controvertido, como también lo es la delimitación de los posibles plazos o intervalos de tiempo en los que no se puede rechazar la hipótesis de existencia de persistencia. En cualquier caso, la información sobre la presencia o no de persistencia resulta tremendamente útil para el mercado, al proporcionar pistas a los inversores sobre la importancia que tienen las rentabilidades pasadas en el proceso de selección de fondos. En este sentido, en este trabajo se compararán los resultados obtenidos sobre persistencia con el ranking proporcionado por la metodología DEA, ello al objeto de determinar un marco de decisión en la inversión basado en la eficiencia y en la continuada repetición de resultados en el tiempo.

Este documento se ha estructurado en las siguientes secciones: Las principales contribuciones de la literatura sobre DEA se revisan en la sección 2, así como las de persistencia. La Sección 3 presenta características y modelos de estimación sobre eficiencia y persistencia. La sección 4 muestra los resultados del análisis empírico de eficiencia y persistencia y la relación entre persistencia y DEA. Finaliza el presente trabajo en la sección 5, expresando las principales conclusiones obtenidas.

## **2.2 Revisión de la literatura sobre DEA y persistencia**

Como se señalaba anteriormente, la metodología DEA –desarrollada por Charnes *et al.* (1978)– es un método no paramétrico para la estimación de fronteras de producción y para la evaluación de la eficiencia de una muestra de unidades de producción o DMUs. DEA ha demostrado ser un método poderoso para el análisis de la eficiencia de series de unidades de producción en términos de inputs y outputs múltiples. En este tipo de análisis se calcula la eficiencia relativa para cada DMU comparando sus inputs y outputs respecto a todas las demás DMUs.

DEA ha sido utilizado principalmente para analizar la eficiencia en organizaciones sin ánimo de lucro, donde las medidas para cuantificar el beneficio son particularmente difíciles de calcular, y también de forma particularmente intensiva en el sector público. En cualquier caso, en los últimos años la metodología DEA está siendo utilizada en otros sectores, con una especial referencia al campo de las instituciones financieras. La primera vez que se introdujo este análisis en estudio de los fondos de inversión tradicionales fue en Murthi *et al.* (1997). También casi al mismo tiempo en los trabajos de McMullen y Strong (1998), Galagedera y

Silvapulle (2002), Basso y Funari (2001, 2003), Lozano y Gutiérrez (2008) y Zhao *et al.* (2011). En el caso particular del análisis de hedge funds son destacables los trabajos de Gregoriou y Gueyie (2003), y Gregoriou *et al.* (2005). Murthi *et al.* (1997) destacan varias deficiencias del enfoque tradicional y proponen un índice para medir el rendimiento de la *performance* en el que se establece una relación entre el rendimiento (output) y el ratio de gastos, volumen de transacciones, riesgos y costes. Este índice de eficiencia de carteras DEA se conoce como DEA Portfolio efficiency index (DEPI). Además, dicho índice resulta útil en el análisis de que los fondos de inversión en el contexto de su hipotética eficiencia en el espacio media-varianza.

McMullen y Strong (1998) analizan 135 fondos de acciones y obtienen que sólo unos pocos fondos son eficientes; curiosamente los fondos más populares obtuvieron un mal desempeño. También indican que DEA es una función de utilidad multifactorial más apropiada que los índices de rendimiento tradicionales, que se limitan a considerar únicamente uno o dos factores. Morey y Morey (1999) toman como variables input y output el riesgo y el rendimiento y los comparan con una cartera de referencia construida con fondos de la misma clase. Dicho trabajo plantea la eficiencia de acuerdo a diferentes medidas temporales, utilizando un modelo de DEA cuadrático restringido con la varianza como input y la rentabilidad media como output. Este trabajo es ampliado por Briec y Kerstens (2009). Babalos *et al.* (2012) proponen una metodología que combina la DEA con un enfoque multicriterio para analizar la eficiencia y el desempeño de más de 500 fondos en el período 2003-2010, concluyendo que las calificaciones proporcionadas por Morningstar están muy cerca de la eficiencia. Basso y Funari (2001) extienden el uso del DEA para el mercado italiano y encuentran una elevada correlación entre DEA y los índices tradicionales de *performance* como Treynor, Sharpe y Jensen, indicando que las deficiencias de los índices de rendimiento tradicionales pueden ser compensadas mediante esta técnica. Gregoriou *et al.* (2005) evalúan el retorno de 614 hedge funds y comparan el rendimiento de los diferentes tipos de estrategias. Sus resultados indican que DEA es una medida de confianza en presencia de rendimientos con distribuciones no gaussianas como en el caso de los hedge funds. Algunos autores combinan DEA con dominancia estocástica (Kuosmanen y Kortelainen, 2007; Lin y Chen, 2008; Lozano y Gutiérrez, 2008). Todos ellos concluyen destacando la utilidad de la metodología en procesos de comparación y análisis.

En la Tabla 2.1 se resumen los principales trabajos sobre DEA y fondos de inversión. De manera puntual se ha incluido algún trabajo sobre hedge Funds que hemos considerado relevante. Como norma general, los estudios sobre DEA ofrecen una clara idea de su utilidad para el estudio del rendimiento de los fondos de inversión y de su capacidad para manejar múltiples entradas y salidas. No obstante, las medidas de desempeño que tienen en cuenta – riesgo y rentabilidad– presentan una imagen excesivamente simplificada puesto que no consideran los costes de transacción y de información.

En referencia a la literatura sobre la persistencia en la *performance*, Sharpe (1966), inició la línea de investigación mediante el estudio de correlaciones de rangos a partir de su propio ratio. Más concretamente el autor clasifica los fondos de acuerdo a su evolución en más de dos períodos consecutivos, encontrando correlaciones positivas significativas indicativas de que el rendimiento pasado podría ser un indicador de resultados futuros. Grinblatt y Titman (1992) analizan 279 fondos utilizando diferentes puntos de referencia de cartera con períodos de cinco años. Su trabajo pone de manifiesto presencia de persistencia en el tiempo, siendo esa persistencia consistente con la habilidad de los gestores para obtener rendimientos anormales.

Como continuación a dicho trabajo, Grinblatt y Titman (1993) estudian carteras trimestrales de fondos entre 1976-1984, concluyendo la existencia de una medida alternativa para la *performance* sin utilizar una cartera de referencia, de manera que los gestores con habilidad de gestión, tendrán covarianzas positivas entre las ponderaciones de los activos de sus carteras y los rendimientos de esos activos, con lo que demostrarán capacidad predictiva.

Goetzmann e Ibbotson (1994) muestran que las rentabilidades pasadas ajustadas por riesgo pueden predecir el rendimiento futuro para el período 1976-1988. Brown y Goetzmann (1995) continúan el estudio examinando el mismo período 1976-1988, con unos resultados que sugieren un funcionamiento anormal de los fondos de inversión estadounidenses que parece indicar la presencia de persistencia. En este sentido concluyen que, la persistencia parece estar correlacionada a través de los gestores. Esto es importante porque nos dice que la persistencia no es probablemente debido a gestores individuales que seleccionan valores y que otros gestores pasan por alto. Se trata de una causa grupal, donde existe un efecto rebaño (Grinblatt, *et al.* (1994)). El estudio también sugiere que el mercado es incapaz de disciplinar a los fondos de peor rendimiento y su presencia en la muestra contribuye a un patrón de persistencia relativa. Malkiel (1995) proporciona evidencia de la persistencia aunque

asumiendo sesgo de supervivencia, lo que supone cierta pérdida de validez. De hecho en el propio trabajo se señala que la persistencia en la muestra se puede deber a la presencia de sesgo de supervivencia. El estudio utiliza todos los fondos de inversión de renta variable norteamericana existentes entre 1971-1991, detectando persistencia en siete de los nueve períodos. Hendricks *et al.* (1993) investigan la persistencia en los fondos de inversión de Estados Unidos entre 1974-1988 mediante la regresión del rendimiento con retardos trimestrales, hallando persistencia para un máximo de cuatro trimestres.

Centrando a continuación la atención en aquellos estudios que eliminan el sesgo de supervivencia<sup>4</sup>, Carhart (1997) sostiene la existencia del fenómeno de “*hot hands*”<sup>5</sup>, apuntado por Hendricks *et al.* (1993). Jegadeesh y Titman (1993) sugieren que los gestores de fondos poseen poca habilidad seleccionando valores dado que los mejores fondos normalmente generan sus rentabilidades simplemente manteniendo las acciones que han tenido recientemente rendimientos anormales.

---

<sup>4</sup> Como es sabido, el sesgo de supervivencia es el más importante y discutido en la literatura de análisis de la *performance*. Se produce cuando una muestra tomada de una base de datos incluye sólo los fondos que están en funcionamiento al final del intervalo considerado, de manera que los fondos que han ido desapareciendo no están incluidos. Dado que ello lleva a la omisión de la totalidad o parte de la rentabilidad de los fondos en disolución por los malos resultados obtenidos, es importante de cara a valorar los rendimientos y analizar los resultados. El sesgo de supervivencia ha sido bien documentado en el terreno de los fondos de inversión en la literatura. Véase Grinblatt y Titman (1989), Brown *et al.* (1992), Brown y Goetzmann (1995) y Malkiel (1995). En cualquier caso, como se ha señalado la omisión de los fondos desaparecidos conduce a un sesgo de supervivencia que se puede calcular como la diferencia del rendimiento de los fondos supervivientes y todos los fondos del conjunto de datos. La diferencia entre ambas magnitudes proporciona una estimación del sesgo de supervivencia (Malkiel, 1995).

<sup>5</sup> La expresión “*hot hands*” tiene origen en el ámbito deportivo estadounidense y se basa en la creencia de que un jugador que en un encuentro determinado es capaz de conseguir más tantos que sus compañeros tiene mayor probabilidad de seguir consiguiéndolo, aunque a priori no fuera así. Por analogía, un fondo de inversión que obtiene mejores (o peores) rentabilidades tenderá a seguir teniéndolas en el futuro. Este fenómeno se puede relacionar de forma indirecta con las estrategias de *momentum* en los mercados de renta variable, en los que la inercia de las compras de los inversores contribuye a sostener el precio de los valores que en un momento determinado presentan rentabilidades superiores, manteniendo por tanto ese mejor comportamiento relativo incluso ante cambios en sus fundamentales.

Tabla 2.1: Estudios, medidas y tipos de fondos en análisis DEA

Autor	Año	Clase fondo	Modelo	Input	Output
Murthi <i>et al.</i>	1997	MF	CCR	Desviación estándar, expense ratio, turnover, loads	Rendimiento medio
McMullen y Strong	1998	MF	CCR con restricciones de pesos	Desviación estándar, inversión mínima, expense ratio, loads	Rendimiento medio
Morey y Morey	1999	MF	Quadratic constrained DEA	Varianza	Rendimiento medio
Wilkins y Zhu	2001	HF	BCC	Desviación estándar, porcentaje de períodos negativos	Rendimiento medio, Asimetría, rendimiento mínimo
Basso y Funari	2001	MF	CCR	Beta, lower partial moments, loads	Rendimiento medio
Tarim y Karan	2001	MF	CCR con restricciones de pesos	Desviación estándar, expense ratio, loads	Rendimiento medio
Choi y Murthi	2001	MF	CCR y BCC	Desviación estándar, expense ratio, turnover, loads	Desviación estándar, expense ratio, turnover, loads
Galagedera y Silvapulle	2002	MF	BCC	Desviación estándar de 1,2,3,5 , entradas, gastos operativos, inversión mínima inicial	1,2,3,5 rendimiento bruto
Haslem y Scheraga	2003	MF	CCR	Porcentaje de efectivo, price to earnings ratio, price to book ratio, activos totales del fondo	Indice Sharpe
Basso y Funari	2003	MF	CCR	Coste de suscripción, dos medidas de riesgo	Rentabilidad esperada, Indicador ético
Sengupta	2003	MF	BCC	Beta, expense ratio, turnover, load	Rendimiento medio, asimetría
Gregoriou	2003	HF	BCC, Cross Efficiency, súper eficiencia	lower partial moments of order 1 lower partial moments of order 2 lower partial moments of order 3	higher partial moments of order 1 higher partial moments of order 2 higher partial moments of order 3
Anderson <i>et al.</i>	2004	MF	CCR	Desviación estándar, ventas, management expense ratio, mínimo de inversión inicial	1 year return, 2 year return, 3 year return, 4 year return
Chang	2004	MF	Non-standard DEA	Desviación estándar, Beta, total activos, load	Rendimiento medio
Briec <i>et al.</i>	2004	MF	Restricción cuadrática DEA (extendido)	Varianza	Rendimiento medio
Gregoriou, Gregoriou <i>et al.</i>	2005	HF	BCC, Cross Efficiency, Súper eficiencia	lower partial moments of order 1 lower partial moments of order 2 lower partial moments of order 3	higher partial moments of order 1 higher partial moments of order 2 higher partial moments of order 3
Wilkins y Zhu	2005	HF	BCC	Desviación estándar y lower partial moments of order 0	Desviación estándar, Curtosis
Kooli <i>et al.</i>	2005	HF	Súper eficiencia	lower partial moments of order 1 lower partial moments of order 2 lower partial moments of order 3	higher partial moments of order 1 higher partial moments of order 2 higher partial moments of order 3
Eling	2006	HF		lower partial moments of order 1 lower partial moments of order 2 lower partial moments of order 3, MD, AD, SDD, VaR, CVaR, MVaR	higher partial moments of order 1 higher partial moments of order 2 higher partial moments of order 3, Arithmetic and Geometric return
Joro y Na	2006	MF	Restricción cúbica DEA, CCR	Varianza	Rendimiento medio
Nguyen-ThiThanh	2006	HF	CCR	Desviación estándar y Curtosis	Rentabilidad media, Asimetría
Daraio y Simar	2006	MF	DEA, FDH	Desviación estándar, expense ratio, turnover, tamaño del fondo	Rendimiento medio
Gregoriou	2006	MF	CCR, Cross Efficiency, Súper eficiencia	Desviación estándar media mensual , menor Desviación estándar	Downside desviación mensual, downside desviación menor
Briec <i>et al.</i>	2007	MF	Restricción cúbica DEA	Varianza	Rentabilidad media, Asimetría
Lozano y Gutiérrez	2008	MF	DEA-programación lineal con dominancia estocástica de segundo orden	6 DEA	Rendimiento medio
Chu <i>et al.</i>	2010	ETF	Medida de rango direccional(RDM)	Downside risk, expense ratio	Rendimiento medio mensual, higher partial moments
Tsolas	2011	ETF	Procedimiento de dos escenarios: 1- GPDF en DEA, 2- modelo Tobit	Portfolio P/CF ratio, portfolio P/B ratio, total expense ratio	Ratio Sharpe y alfa de Jensen
Zhao <i>et al.</i>	2011	MF	Restricción cuadrática DEA	Desviación estándar, varianza	Rendimiento total
Zhao y Yue	2012	MF	Modelo MFDEA	1- Número de fondos, número de tipos de cobertura, velocidad de innovación de productos, peso del rendimiento durante un año, peso del rendimiento durante 2 años. 2- Subsistema de marketing y servicio: coste del servicio de marketing	1- número de fondos, número de tipos de cobertura, velocidad de innovación de productos, peso del rendimiento durante 1 año, peso del rendimiento durante 2 años 2- escala de crecimiento, escala de suscripción media inicial, información calidad del servicio, total acciones
Rubio <i>et al.</i>	2012	Islamic MF	BCC y modelo no radial con orientación input	MCG, lower partial momentum 0, lower partial momentum 4	Max drawdown, higher partial moments 0, higher partial moments 4
Matallín <i>et al.</i>	2014	MF	DEA(FDH) fronteras parciales	Desviación estándar, rendimientos diarios, K rendimientos diarios, expense ratio, Beta	Rendimientos brutos, Asimetría, rendimientos diarios

Kosowski *et al.* (2006), detecta que el rendimiento parece persistir entre los fondos de mayor rendimiento, mientras que tanto Wermers (1997) como Carhart (1997) argumentan que el uso activo de las estrategias de *momentum* es la razón de la persistencia a corto plazo, llegando a la conclusión de que los fondos con mejor comportamiento durante un año son los que suelen presentar un mejor desempeño en el año siguiente. Como señalan, ese patrón se corresponde con el efecto *momentum* en el rendimiento de las acciones. Por otra parte, hay estudios que evidencian alfas positivas cuando se sigue una estrategia de momentum hipotética, la cual implica la compra de anteriores fondos ganadores y la venta de anteriores fondos perdedores (Hendricks, 1993; Carhart, 1997; Kosowski *et al.*, 2006).

La mayoría de los estudios más recientes evidencian que el rendimiento persiste en el corto plazo (Berk y Green, 2004; Bollen y Busse, 2005; Huij y Verbeek, 2007). Berk y Green (2004) encuentran una persistencia anormal en la *performance* para períodos cortos de tiempo, pero para períodos más largos no detectan persistencia en el caso de los fondos con mejor desempeño. Bollen y Busse (2005) utilizan datos de frecuencia diaria, lo que les permite evaluar períodos de tiempo cortos —en concreto para períodos trimestrales—, hallando persistencia entre los mejores fondos. No obstante ésta parece desaparecer cuando se utilizan períodos de análisis más largos. Finalmente, Huij y Verbeek (2007) investigan la persistencia a corto plazo para los años 1984-2003 utilizando datos mensuales. A tal efecto utilizan un enfoque bayesiano y concluyen que el rendimiento es persistente. En general, la evidencia muestra que la repetición de los resultados desaparece en gran medida cuando se utilizan períodos de evaluación más largos. Por lo tanto, la persistencia de un rendimiento superior se puede considerar como un fenómeno de corta duración.

En estudios realizados fuera de Estados Unidos, Blake y Timmermann (1998), investigan la persistencia de 2.300 fondos del Reino Unido durante el periodo 1972-1995, encontrando persistencia en las carteras de ganadores anteriores/perdedores anteriores. En un estudio más reciente, Vidal-García (2013) investiga la persistencia de los fondos de inversión de gestión activa de seis países europeos entre los años 1988-2010, encontrando persistencia en ellos y obteniendo resultados robustos bajo la asunción de no normalidad de los rendimientos.



**Tabla 2.2:** Estudios, medidas y tipos de fondos en análisis de persistencia

Autor	año	Período	Núm. Fondos	Mercado	Persistencia	Tipo
Sharpe	1966	1954-1963	34	USA	SI	Pasada y futura. Ranking correlacionados positivamente
Jensen	1968	1945-1964	115	USA	NO	No predecible el futuro de la <i>performance</i>
Carlson	1970	1948-1967	82	USA	SI	Persistencia en 5 años pero no en 10 años
Grinblatt y Titman	1992	1974-1984	279	USA	SI	Evidencia débil en 5 años
Hendricks <i>et al.</i>	1993	1974-1988	164	USA	SI	Persistencia trimestral
Goetzmann e Ibbotson	1994	1976-1988	728	USA	SI	Existencia en 3 años
Kahn y Rudd	1994	1983-1990	300	USA	PARCIAL	Persistencia en fondos de bonos, pero no en acciones
Brown y Goetzmann	1995	1976-1988	829	USA	SI	Persistencia en 1 año
Malkiel	1995	1971-1990	724	USA	PARCIAL	Existencia en los años 70 pero no en los 80
Elton <i>et al.</i>	1996	1977-1993	188	USA	SI	Persistencia en 1 y 3 años
Gruber	1996	1985-1994	270	USA	SI	El alfa de 4 factores es predictivo
Carhart	1997	1962-1993	1892	USA	NO	Se observa persistencia por <i>momentum</i>
Blake y Timmermann	1998	1972-1995	2300	UK	SI	Persistencia a corto plazo
Cortez	1999	1994-1998	12	Portugal	PARCIAL	Persistencia sólo en los rendimientos
Jain y Wu	2000	1994-1996	294	USA	NO	Deterioro de la persistencia
Bollen y Busse	2005	1985-1995	230	USA	SI	Persistencia trimestral
Busse <i>et al.</i>	2008	1991-2007	4617	USA	NO	Anual y trimestral
Ferreira <i>et al.</i>	2010	2003-2007	5773	Internacional	SI	Anual
Vidal-García	2013	1988-2010	1050	Europa	SI	Anual

Gallefoss (2015) utiliza datos diarios, lo que le permite períodos más cortos de clasificación. Detecta persistencia y confirma las conclusiones de Vidal-García (2013). Además, sus resultados indican que el anormalmente mal funcionamiento de los fondos es persistente, lo que concuerda con los hallazgos de Bollen y Busse (2005).

En la Tabla 2.2 se detalla de forma resumida la relación de los estudios reseñados sobre persistencia.

## **2.3 Eficiencia y persistencia. Características y modelos de estimación**

### **2.3.1 DEA: Data Envelopment Analysis**

Para analizar los fondos de gestión alternativa españoles hemos utilizado los mismos inputs y outputs para las diferentes métricas de DEA, las cuales se pasan a detallar a continuación. No obstante, antes de ello es necesario hacer mención al tipo de rendimiento a asumir en el estudio para este tipo de fondos: rendimientos constantes a escala, decrecientes a escala o crecientes a escala. Por un lado, los fondos de gestión alternativa necesitan un cierto capital mínimo para poner en práctica sus estrategias. Efectivamente, algunas de ellas buscan explotar pequeñas ineficiencias y ello normalmente solo se puede conseguir con una mayor dotación de capital. Ello les permite obtener economías de escala por el incremento de su tamaño así como un mayor grado de eficiencia. No obstante, al alcanzar un determinado tamaño pueden surgir riesgos de contagio que afecten al mercado, en especial si mantienen inversiones en valores poco líquidos. Asimismo, en este contexto también se hace difícil la búsqueda de oportunidades de inversión rentables a medida que aumenta el tamaño del fondo, lo que unido a unos costes fijos elevados implica desventajas y rendimientos decrecientes a escala.

En conclusión, los fondos pequeños pueden obtener rendimientos crecientes a escala que, después de alcanzar un cierto tamaño, pueden convertirse en rendimientos decrecientes a escala. En resumen, los rendimientos variables a escala parecen apropiados para aplicar DEA a inversiones como los hedge funds.

En la literatura existen numerosos trabajos que hacen uso de rendimientos constantes a escala (en adelante CRS). Son pioneros los desarrollados por Murthi *et al.* (1997). Tal y como señalan los autores, el modelo CRS tiene la ventaja de que permite una generalización de los indicadores de rentabilidad económica como es el ratio de Sharpe. Basso y Funari (2001) llegan a la misma conclusión. Por el contrario, los rendimientos variables a escala (en adelante VRS) se han empleado a menudo sin una discusión explícita de las motivaciones. En todo caso, los modelos VRS son más flexibles tal y como como apuntan Glawischning y Sommersguter-Reichmann (2010). En este contexto, es necesario destacar la investigación de McMullen y Strong (1998) y Thanassoulis *et al.* (2011). Al objeto de poder evaluar el impacto de la selección del modelo, en el presente trabajo se hará uso de rendimientos variables a escala VRS con orientación input en el desarrollo del análisis empírico.

Delimitado el tipo de rendimientos a aplicar seguidamente se exponen las bases del funcionamiento de la metodología clásica de DEA, en la que un fondo de inversión será técnicamente eficiente si consigue maximizar el output por unidad de input –esto es, obtenga un retorno máximo–, o bien minimizar el input por unidad de output –es decir, minimice el riesgo asumido. La técnica DEA identifica las unidades eficientes en un conjunto dado de unidades de negocio homogéneas. La unidad con una puntuación de eficiencia de 1 se considera eficiente mientras que una puntuación inferior a 1 indica que la unidad es ineficiente. La eficiencia relativa del DEA significa que las DMUs son eficientes o ineficientes con respecto a otras DMUs de la muestra.

Como utilizamos VRS y hemos elegido una orientación input, la máxima eficiencia del fondo  $i$  puede estimarse mediante programación lineal. Por lo tanto, la formulación del VRS se representa en la siguiente expresión adoptando la formulación fraccional:

$$Max_{(u,v_i,u_r)} h_o = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1; j = 1 \dots n \quad (2)$$

$$u_r \quad v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

siendo:

$y_{r0}$ : Cantidad de outputs (1,2,...r) producidos por la unidad evaluada.

$u_r$  : Ponderaciones, que pueden ser considerados como un “precio” asociado al output ( $y_{10}, y_{20}, \dots, y_{r0}$ ).  $x_{10}$ : Cantidad de inputs (1, 2,...i) consumidos por unidad evaluada.

$v_r$  : Ponderación ( $v_1, v_2, \dots, v_i$ ) asignada por el programa, que representa el “precio” asociado a cada input correspondiente ( $x_{10}, x_{20}, \dots, x_{i0}$ ) y que es distinto para cada unidad.

Así, cada vez que se estudia la eficiencia de una DMU, el programa tratará de encontrar el conjunto de “precios”  $u_r$  y  $v_i$  que maximicen el valor del output de la unidad analizada con respecto al coste de sus inputs consumidos, resultando el ratio de eficiencia de cada DMU. A partir de las ponderaciones  $u_r$  y  $v_r$  para cada unidad de producción, las restricciones mencionadas pretenden asegurar que el cociente resultante de la ecuación (1) no sea superior a 1 para ninguna de las DMUs estudiadas. De esta forma, una DMU se considera eficiente cuando el resto de unidades no presentan una valoración superior a ella, alcanzando  $h_o$  el valor 1, siendo ineficientes aquellas otras DMUs que toman valores de  $h_o$  entre 0 y 1.

La dificultad de cálculo que presenta el modelo VRS en su forma fraccional hace necesaria su transformación en un modelo de programación lineal equivalente, en el que se busca mantener fija una de las dos partes de la fracción para maximizar o minimizar la otra. Así, se podrían construir dos tipos distintos de modelos VRS, según su orientación, en nuestro caso input. Al tratarse de orientación input, se considera constante el numerador del cociente de la fracción (1).

$$\text{Min } \theta$$

Sujeto a:

(3)

$$x_i \theta - \chi \lambda \geq 0$$

$$Y \lambda - y_r \geq 0$$

$$\lambda \geq 0$$

Donde  $\theta$  indica la distancia en inputs a la envolvente de datos,  $\chi$  es la matriz de inputs de orden  $s \times n$ ,  $Y$  es la matriz de outputs de orden  $s \times n$ ,  $\lambda$  es el vector  $n \times 1$  de pesos y  $x$  e  $y$  representan los vectores de inputs y outputs, respectivamente.

Uno de los requisitos en el uso del DEA es que los inputs y los outputs no pueden ser negativos (Kerstens y Van de Woestyne, 2011). Sin embargo, como es lógico es muy probable que la rentabilidad de algún fondo o cualquier otra variable del análisis sea negativa. Para este problema, el presente trabajo sigue la metodología propuesta por Murthi *et al.* (1997)<sup>6</sup>, en el que se articula un procedimiento de ajuste que suma el mismo importe a toda la serie de valores para convertirlos en positivos, lo que permite cumplir con el principio de no negatividad.

En todos los enfoques en preciso tener en cuenta la orientación del modelo, bien sea input u output. Una orientación output VRS muestra en qué cantidad es necesario incrementar el output de un fondo mientras se mantienen constantes los inputs, de cara a conseguir que los fondos ineficientes pasen a ser eficientes<sup>7</sup>. Las fronteras de eficiencia contienen los mismos fondos eficientes cuando usan la orientación input u output en un modelo VRS. De acuerdo a estas premisas, los inversores pueden preferir usar los modelos con orientación input para explicitar que un fondo ineficiente se puede volver eficiente disminuyendo la cantidad de inputs mientras los outputs se mantienen constantes.

La segunda metodología a emplear en el presente análisis DEA es la súper eficiencia, que constituye uno de los enfoques existentes para ordenar las DMUs de acuerdo a su medida de eficiencia. Este método fue propuesto y formalizado por Andersen y Petersen (1993) y perfeccionado por Wilson (1995). La súper eficiencia viene dada por un programa lineal DEA similar al convencional, donde la unidad evaluada se compara con una combinación lineal del resto de unidades eficientes, aunque con la particularidad de que del programa original se elimina la restricción correspondiente a la DMU bajo estudio. Ello motiva que los parámetros que se optimizan dejan de estar acotados por el número 1 y sus valores se alejan tanto más de la unidad cuanto más eficiente es la DMU evaluada.

Algebraicamente se formaliza de la siguiente manera:

---

<sup>6</sup> Ver también Wilkens y Zhu (2001) y Kerstens y Van de Woestyne (2011).

<sup>7</sup> Ver Zhu (1996) para un análisis de sensibilidad riguroso del modelo CRS.

$$\text{Min } \theta^{\text{súper}}$$

Sujeto a: (4)

$$\begin{aligned} (\sum_{j=1; j \neq 0}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta^{\text{súper}} x_{i0}) & \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ (\sum_{j=1; j \neq 0}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{r0}) & \quad r = 1, 2, \dots, s; \\ \lambda_j \geq 0 \quad j \neq 0 & \end{aligned}$$

Para una DMU eficiente, la diferencia entre 1 y su puntuación de súper eficiencia indica el empeoramiento que podría soportar dicha DMU sin dejar de ser eficiente. En la versión minimizadora de inputs, las entidades eficientes en el modelo convencional obtendrán un ratio igual o superior a la unidad, indicando el complementario a 1 de este valor el incremento de inputs que se podrían permitir estos centros sin dejar de ser eficientes.

Para finalizar el análisis de las metodologías aplicadas en nuestro estudio a continuación se analiza la denominada matriz de eficiencia cruzada (*cross-efficiency*), desarrollada por Sexton *et al.* (1986) y posteriormente por Doyle y Green (1994). Este enfoque se articula a través de una tabla que contiene información sobre cómo cada unidad eficiente se relativiza con respecto al resto de unidades.

De este modo, entre las unidades con eficiencia igual a 1 se discrimina cuál es la más eficiente de todas mediante la obtención de eficiencias medias. Los mejores resultados son probables que se muestren en las unidades relativamente eficientes, mostrando eficiencias medias<sup>8</sup> elevadas en sus columnas asociadas en la matriz de eficiencia cruzada. Este método proporciona una medida de la eficiencia clasificando las DMUs, entre las que obtienen buenos y malos resultados.

La formulación de la matriz de eficiencia cruzada es la siguiente:

$$\text{Max } E_{kk} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{kr} \cdot y_{kr}}{\sum_{i=1}^m v_{ki} \cdot x_{ki}} \quad (5)$$

---

<sup>8</sup> Las eficiencias medias, se obtienen calculando la media aritmética de las eficiencias de los servicios que resultaron eficientes a los que se les aplicó el conjunto de pesos que hicieron eficientes a los demás.

Sujeto a:

$$E_{kj} \leq 1$$

Para todas las  $DMU_j$  incluyendo  $DMU_K$ , con  $j=1, \dots, n$ .

$$u_{kr}, v_{ki} \geq 0; \quad r = 1, 2, \dots, s; \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

siendo:

$u_{kr}, v_{ki}$  los pesos de los inputs y outputs

En todo caso este problema puede convertirse en lineal haciendo uso de la siguiente transformación:

$$\text{Max } E_{kk} = \sum_{r=1}^s u_{kr} \cdot y_{kr} \tag{6}$$

y añadiendo la restricción  $\sum_{i=1}^m v_{ki} \cdot x_{ki} = 1$ .

De este modo, la matriz de eficiencia cruzada para un conjunto de  $n$  unidades se puede representar de la siguiente manera:

<i>Ranking DMU</i>	1    2    ... $k$ ... $n$	Valoración media de pares
1	$E_{11}$ $E_{12}$ ... $E_{1K}$ ... $E_{1n}$	$A_1$
2	$E_{21}$ $E_{22}$ ... $E_{2K}$ ... $E_{2n}$	$A_2$
.	.	.
.	.	.
$k$	$E_{k1}$ $E_{k2}$ ... $E_{kK}$ ... $E_{kn}$	$A_k$
.	.	.
.	.	.
$N$	$E_{n1}$ $E_{n2}$ ... $E_{nK}$ ... $E_{nn}$	$A_n$
	$\bar{E}_1$ $\bar{E}_2$ ... $\bar{E}_k$ ... $\bar{E}_n$	
	Valor promedio pares	
	$\bar{E}_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj}$	(7)

Siendo:

$\bar{E}_j$ , es la media que define la eficiencia cruzada

Así, la eficiencia cruzada calcula la puntuación de eficiencia correspondiente a cada DMU  $n$  veces, utilizando los multiplicadores virtuales obtenidos en cada uno de los  $n$  programas lineales anteriormente resueltos. Los resultados de eficiencia de todos los DEA de eficiencia cruzada se pueden resumir en la matriz adjunta arriba expresada, donde el resultado representa la puntuación otorgada al fondo de inversión  $j$  en el  $k$  DEA, es decir, el rendimiento del fondo de inversión  $j$  es evaluado utilizando los pesos obtenidos para el fondo de inversión  $k$ . Debe tenerse en cuenta en este sentido que todos los elementos de la matriz están en el rango de uno a infinito y que los elementos de la diagonal representan la puntuación estándar de eficiencia DEA (los elementos de la diagonal son iguales a 1 para fondos de inversión eficientes y mayores que 1 para los ineficientes, de acuerdo con la metodología convencional DEA).

Las dos principales ventajas de la eficiencia cruzada son que, por un lado, proporciona un orden para las distintas DMUs, el cual es consistente, la segunda ventaja supone que todas las DMUs se evalúan con el mismo conjunto de ponderaciones, lo que no ocurre con las puntuaciones originales del DEA, perdiéndose la interpretación de las puntuaciones de referencia y su relación directa con los coeficientes de ponderación.

### **2.3.2 Persistencia: Medidas de *performance* y test no paramétricos**

En esta sección se exponen las diferentes medidas encaminadas a detectar el fenómeno de la persistencia en la *performance* de las carteras, comparando a tal efecto el nivel de eficiencia logrado por las carteras en una serie de periodos de tiempo consecutivos que constituyen el horizonte temporal global. El análisis de la persistencia de la *performance* constituye un área muy útil en el campo aplicado para la conformación de expectativas sobre cuál puede ser la rentabilidad futura de las inversiones, sirviendo por tanto como guía en la selección de activos.

Los trabajos sobre persistencia de la *performance* de los fondos de inversión presentan dos inconvenientes fundamentales. El primero es que en muchos casos los resultados de tales trabajos o bien no coinciden o bien no se pueden comparar. El segundo viene de la mano del



sesgo de supervivencia. Efectivamente, la utilización de la rentabilidad pura obtenida por el fondo o la rentabilidad ajustada por el riesgo y el uso de índices representativos del mercado condicionan los resultados. Éstos pueden variar significativamente dependiendo del horizonte temporal escogido así como de las características de las carteras analizadas. En el presente análisis utilizamos cinco variables como medida de *performance*: la rentabilidad de los fondos, el ratio de Sharpe, el índice de Sharpe Modificado, el ratio de Treynor y el ratio de Jensen.

Destacar el ratio de Sharpe Modificado, que desarrollado por Gregoriou y Gueyie (2003) atiende a la siguiente expresión:

$$\text{Ratio de Sharpe Modificado} = \frac{R_i - R_f}{MVaR_i}$$

Este ratio permite considerar la no normalidad de los rendimientos a través de la variable MVaR. El MVaR es similar al clásico Valor en Riesgo (VaR), pero proporciona normalmente mejores resultados en el caso de aquellas inversiones con rendimientos negativos extremos. Sobre la base de una estimación de la expansión Cornish-Fisher, el MVaR se define como:

$$MVaR_{1-\alpha} = \mu + Z_{cf,\sigma} \sigma \quad (8)$$

siendo:

$1-\alpha$ : Nivel de confianza del MVaR.

$\mu$ : Deriva del valor del activo.

$\sigma$ : Desviación estándar de los rendimientos de los activos.

$Z_{cf,\sigma}$ : Aproximación de Cornish-Fisher.

Asimismo, la expansión de Cornish-Fisher se define como:

$$Z_{cf,\alpha} = Z_\alpha + \frac{1}{6} (Z_\alpha^2 - 1)S + \frac{1}{24} (Z_\alpha^3 - 3Z_\alpha)K - \frac{1}{36} (2Z_\alpha^3 - 5Z_\alpha)S^2 \quad (9)$$

siendo:

$Z_\alpha$ : Distribución normal estándar.

$S$ : Asimetría.

$K$ : Exceso de curtosis.

Especificadas las medidas de *performance* empleadas a continuación procedemos a exponer las bases de las dos metodologías no paramétricas de contraste utilizadas.

#### *Tablas de contingencia*

Esta metodología se basa en la comparativa de las clasificaciones de la *performance* en dos periodos de tiempo consecutivos, distinguiendo a tal efecto en ambos periodos dos subconjuntos de carteras (ganadoras y perdedoras) a través del criterio de la mediana. Así, los fondos se clasificarán como GG, si son ganadores en dos periodos consecutivos, PP si son perdedores en dos periodos consecutivos, GP si son ganadores en un periodo y perdedores en el posterior, y PG si son perdedores en un periodo y ganadores en el posterior.

Como se ha señalado, la caracterización de una cartera como ganadora o perdedora se realiza a través de la mediana. De este modo la mitad más eficiente de cada clasificación estará formada por las carteras ganadoras y la mitad menos eficiente por las carteras perdedoras. Este método ha de aplicarse en cada uno de los períodos de tiempo definidos.

Con todo ello, esta metodología proporciona una tabla de contingencia de doble entrada, o lo que es lo mismo, una matriz 2x2 en la que se representan las carteras GG, GP, PG y PP. Para determinar la robustez de la persistencia en la *performance* se aplican estadísticos de contraste que se analizan a continuación.

#### *Estadísticos de contraste*

Los estadísticos de contraste utilizados para determinar el nivel de significación del fenómeno de persistencia son los propuestos por Malkiel (1995), Brown y Goetzmann (1995) y Kahn y Rudd (1995).

Pormenorizadamente, el estadístico  $Z^9$  de Malkiel (1995) viene dado por la siguiente expresión:

$$Z = (Y - np) / \sqrt{np(1 - p)} \quad (10)$$

Siendo:

$Z$ : Estadístico  $Z$ , el cual sigue una distribución normal (0,1).

$Y$ : Número de carteras ganadoras en dos períodos consecutivos.

$n$ : Suma del número de carteras GG y GP.

El ratio de disparidad o desigualdad (RD) o *Cross Product Ratio* (CPR) de Brown y Goetzmann (1995) queda definido del siguiente modo:

$$CPR = (GG * PP) / (GP * PG)$$

A partir de esta magnitud se calcula el valor de un estadístico  $Z$  que también sigue una distribución normal<sup>10</sup>, tal que:

$$Z = \ln(CPR) / \sigma \ln(CPR)$$

$$\sigma \ln(CPR) = \sqrt{\left(\frac{1}{GG} + \frac{1}{GP} + \frac{1}{PG} + \frac{1}{PP}\right)}$$

Por último, Kahn y Rudd (1995) utilizan una prueba de chi-cuadrado que se compara con la frecuencia esperada de un evento. En el caso de no existir persistencia el número esperado de ganadores-ganadores restantes será igual al número esperado de ganadores que se convertirán en perdedores, así como el número de perdedores-perdedores restantes será igual al número esperado de perdedores que se convertirán en ganadores.

El estadístico chi-cuadrado  $Z$  de Kahn y Rudd (1995) es el siguiente:

<sup>9</sup> Este test muestra la proporción de GG respecto a GG+GP, de modo que siendo  $p$  la probabilidad de que una cartera ganadora en un periodo continúe siendo ganadora en el siguiente periodo, asignamos un valor de 0.5 a  $p$ . Si  $Z > 1.96$  rechazaremos la hipótesis nula de no persistencia a un nivel de significación del 5%.

<sup>10</sup> Un valor de  $Z > 1.96$  confirmaría una tendencia hacia la persistencia en la *performance* a un nivel del 5%.

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad (11)$$

siendo:

$O_{ij}$ : Frecuencia real de la fila  $i$ -ésima y la columna  $j$ -ésima.

$E_{ij}$ : Frecuencia esperada de la fila  $i$ -ésima y la columna  $j$ -ésima.

Para el caso de una tabla de contingencia 2x2 esta distribución presenta un grado de libertad. A priori, las cuatro frecuencias esperadas presentarían la misma cifra (número total de fondos dividido entre cuatro), por lo que el estadístico<sup>11</sup>  $X^2$  se podría reformular. Ribeiro *et al.* (1999) especifican este estadístico chi-cuadrado que mantiene 1 grado de libertad como:

$$X^2 = \frac{[(GG - N/4)]^2 + [(PG - N/4)]^2 + [(GP - N/4)]^2 + [(PP - N/4)]^2}{N/4}$$

$$N = (GG + PG + GP + PP)$$

donde  $N$  se calcula como la suma de la tabla de contingencia.

## 2.4 Análisis empírico de la eficiencia y persistencia de los fondos de inversión de gestión alternativa españoles

### 2.4.1 Descripción de los datos

Inicialmente la muestra la forman 115 fondos de gestión alternativa española con rendimientos mensuales. Para evitar sesgo de supervivencia hemos tenido en cuenta únicamente los fondos con observaciones durante todo el período temporal. El número de fondos resultantes se ha reducido hasta un número de 50, empleando el peso de su patrimonio sobre el total de la muestra como criterio para la selección.

La base de datos utilizada ha sido proporcionada por Morningstar y abarca cifras desde 2010 hasta 2015. La Tabla 2.3 muestra los principales estadísticos descriptivos de la muestra

---

<sup>11</sup> Si la chi-cuadrado toma un valor crítico superior a 3,84 sería indicativo de persistencia en la *performance* para un nivel de significación del 5%.

analizada. Más adelante, en las Tablas 2.7 y 2.8, se ha desagregado la estrategia de gestión alternativa en las subcategorías que otorga Morningstar dado que ello enriquece sustancialmente el análisis.

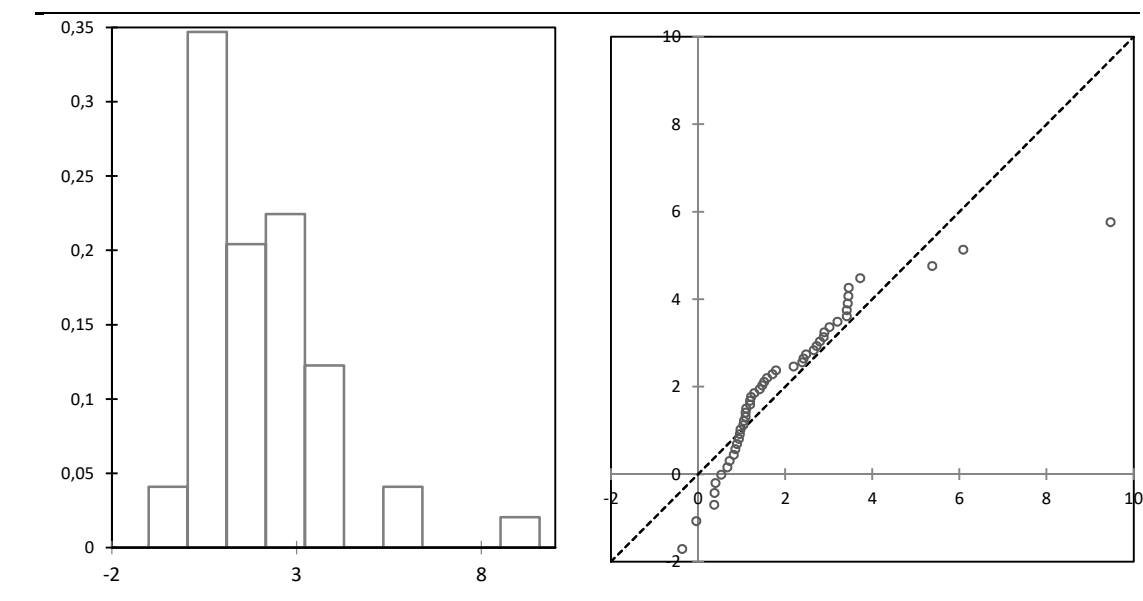
**Tabla 2.3:** Resumen estadísticos mensuales (2010-2015)

	Media	Desviación estándar	Asimetría	Curtosis	Test de J-B	Sharpe	Sharpe Modificado
Gestión Alternativa	2,026	1,718	2,095	6,769	101,228**	0,502	0,1037

\*significación al 0,05 \*\* significación al 0,01

La asimetría refleja un valor de signo positivo que no permite considerarla dentro de los límites de una normal ( $\pm 0,5$ ). En cuanto a la curtosis, ésta es positiva, elevada y leptocúrtica por lo que tampoco podemos considerarla en los límites de una normal ( $\pm 0,5$ ). Ello implica que nos encontramos ante la posibilidad de un evento extremo del mercado, dado lo concentrado de los datos.

**Figura 2.1:** Histograma y QQ-Plot



En el Figura 2.1 se observa la distribución anormal de los rendimientos con colas largas pesadas y asimetría positiva. El test de normalidad de Jarque-Bera confirma la existencia de rendimientos no gaussianos<sup>12</sup> en la distribución de los resultados de la muestra, con un nivel

<sup>12</sup> Brooks y Kat (2002) demuestran que la distribución de los rendimientos mensuales de los hedge funds arrojan una inusual significatividad estadística en la asimetría y la curtosis, al tiempo que presentan autocorrelación de orden 1.

de confianza del 99%. Para poder entender mejor el binomio rentabilidad-riesgo de la muestra, teniendo en cuenta la asimetría y la curtosis obtenidas, se utilizará el ratio de Sharpe Modificado.

### 2.4.2 Determinación de los inputs y outputs para análisis DEA

En este tipo de análisis uno de los principales problemas es la determinación de los inputs y los outputs a utilizar. A este respecto es importante señalar que este trabajo se centra en analizar la actividad de los fondos de inversión de gestión alternativa españoles, más que los resultados económicos de dicha actividad. En los estudios con DEA y fondos de inversión no hay un consenso en cuanto a la utilización de un número determinado de variables, así como tampoco sobre cuáles son las variables a utilizar. En nuestro caso se ha mantenido el mismo número de inputs y de outputs durante todos modelos DEA, aunque lógicamente ello no significa que no se puedan cambiar. A la hora de determinar cuáles y cuántas han de ser las variables a emplear el primer paso ha sido establecer los posibles inputs y outputs según se describe en la Tabla 2.4. La cuestión que se plantea en este punto es delimitar cuáles y cuántos de estos inputs y outputs se deben utilizar para un análisis DEA en fondos de gestión alternativa. Utilizar como regla mayor número de inputs y outputs posible es poco útil, ya que cuantos más inputs y outputs se empleen mayor será el número de DMUs que tenderán a una puntuación de eficiencia de 1. Una regla habitualmente utilizada es el uso de un mínimo de tres DMUs por input y output, tal y como establece Bowlin (1998).

**Tabla 2.4:** Resumen inputs y outputs

Posibles inputs	Posibles outputs
Lower Partial Moments 1 (LPM <sub>1</sub> )	Media Anualizada (Ma)
Lower Partial Moments 2 (LPM <sub>2</sub> )	Rentabilidad Mínima (RMín)
Lower Partial Moments 3 (LPM <sub>3</sub> )	Rentabilidad Máxima (RMáx)
Desviación Estándar (DS)	High Partial Moments 1 (HPM <sub>1</sub> )
Curtosis (C)	High Partial Moments 2 (HPM <sub>2</sub> )
Value at Risk (VaR)	High Partial Moments 3 (HPM <sub>3</sub> )
Conditional Value at Risk (CVaR)	Asimetría (A)
Value at Risk Modificado (MVar)	
Máximo Drawdown (MáxD)	
Media Drawdown (MD)	
Desviación Estándar Drawdown (DS D)	

Para los inputs hemos elegido medidas de riesgo y para los outputs medidas de rentabilidad.

Tanto el riesgo como la rentabilidad son los dos factores más importantes en el análisis del rendimiento de los fondos, considerados como procesos productivos. Para determinar las variables concretas a utilizar, existen varios métodos, como el análisis de componentes principales, el método Ruggiero (Ruggiero, 2005), que utiliza regresiones, o el método Bootstrapping de Simar y Wilson (2001). Otra opción es el método de Jenkins y Anderson (2003) de reducción de variables a través de correlaciones parciales. Fanchon (2003) sugiere cinco pasos, un método recursivo para determinar qué variables incluir.

En cualquier caso, hemos elegido el criterio de Eling (2006). Según el citado autor, tanto los inputs como los outputs seleccionados deberían diferir los unos entre los otros lo más posible de cara a encontrar la mayor capacidad explicativa entre las medidas de *performance*. Por lo tanto, se sugiere el coeficiente de correlación de rango de Spearman (Spearman, 1904). Esta metodología selecciona inputs y outputs lo menos correlacionados posible, para lo cual se siguen tres pasos. En primer lugar, todas las medidas de riesgo y rentabilidad se computan para todos los fondos. En segundo lugar, los valores obtenidos se han de clasificar en un ranking de cara a ordenar todos los fondos. Finalmente, en tercer lugar, ese ranking se utilizará para determinar la correlación de las diferentes medidas, escogiendo como inputs y outputs aquellos que arrojen un resultado menor.

En resumen, en nuestro análisis utilizaremos como inputs<sup>13</sup> las variables VaR y Lower Partial Moments de orden 1, mientras que para los outputs tomaremos la asimetría y la media anualizada. Una vez determinadas las variables a utilizar en nuestro análisis DEA surge el problema de los datos negativos de las observaciones en los inputs y los outputs elegidos. Este inconveniente se puede solventar de manera sencilla por la propiedad de la invarianza, de manera que los datos pueden ser transformados en positivos añadiendo una cantidad constante de unidades para transformar las cifras negativas en positivas sin que esta variación afecte a la frontera eficiente (véase por ejemplo Wilkens y Zhu, 2001).

---

<sup>13</sup> Dados los retornos no normales de los fondos de retorno absoluto, en un primer momento pensamos que la elección del VaR podría distorsionar los resultados de nuestro análisis. Sin embargo, como prueba, hemos aplicado la metodología utilizando alternativamente MVaR y los resultados son casi idénticos a los obtenidos de VaR. Por esta razón, hemos decidido ser coherentes con los criterios de correlación de rango de Spearman, por lo que este documento utiliza VaR como input.

### 2.4.3 Resultados obtenidos de la aplicación de los diferentes modelos DEA

La eficiencia proporcionada por la metodología DEA es tal que un fondo que con una puntuación de 1 es eficiente y se puede asegurar que no existen otros fondos que produzcan mejores resultados con los inputs utilizados cuando la orientación es input. Debemos hacer notar que la puntuación no es absoluta, es decir, un fondo con eficiencia 1 y rentabilidad del 10% es más arriesgado que otro con puntuación 1 y rentabilidad del 8%

**Tabla 2.5:** Correlaciones de Spearman para los inputs

	LPM <sub>1</sub>	LPM <sub>2</sub>	LPM <sub>3</sub>	DS	K	VaR	MVaR	MáxD	MD	DS D
LPM <sub>1</sub>	1	1,00	1,00	0,99	-0,17	-0,98	0,78	-0,86	0,37	-0,43
LPM <sub>2</sub>		1	1,00	0,99	-0,17	-0,98	0,78	-0,86	0,37	-0,43
LPM <sub>3</sub>			1	0,99	-0,17	-0,98	0,78	-0,86	0,37	-0,43
DS				1	-0,19	-0,97	0,81	-0,88	0,36	-0,43
K					1	0,92	-0,75	-0,83	-0,22	-0,88
VaR						1	-0,75	0,86	-0,31	0,36
MVaR							1	-0,83	0,42	-0,39
MáxD								1	-0,22	0,28
MD									1	-0,88
DS D										1

Los datos de esta Tabla 2.5 muestran los resultados de los cálculos para los 50 fondos en una medición de 11 inputs. Las abreviaturas se explican en la Tabla 2.4. Las medidas que presentan las correlaciones de rangos de Spearman más pequeños son seleccionadas como inputs, de manera que la correlación mínima es la seleccionada. En este caso viene dada por el VaR y Lower Partial Moment de orden 1, donde el rango de correlación obtenido es de -0,98.



**Tabla 2.6:** Correlaciones de Spearman para los outputs

	Ma	RG 5A	RG 3A	RMáx	HPM 1	HPM 2	HPM 3	S
Ma	1,00	1	0,86	0,73	0,84	0,84	0,84	-0,16
RG 5A		1,00	1	0,62	0,73	0,73	0,73	-0,11
RG 3A			1,00	1	0,90	0,90	0,90	-0,14
RMáx				1,00	1	0,94	0,94	0,00
HPM 1					1,00	1	1,00	-0,16
HPM 2						1,00	1	-0,16
HPM 3							1,00	0
S								1,00

Los datos de esta Tabla 2.6 muestran los resultados de los cálculos para los 50 fondos en una medición de los outputs. Las abreviaturas se explican en la Tabla 2.4. Las medidas que presentan las correlaciones de rangos de Spearman más pequeños son seleccionadas como outputs, de manera que la correlación mínima es la seleccionada. En este caso viene dada por la asimetría y la rentabilidad media, donde el rango de correlación es de -0,16.

En la Tabla 2.7 se muestran los resultados obtenidos de la aplicación de las metodologías DEA para el modelo DEA con VRS en ambas orientaciones, siendo un valor de 1 el que representa la eficiencia como se ha señalado anteriormente. En consecuencia, los fondos con puntuaciones por debajo de 1 se consideran ineficientes bajo un enfoque output.

Como se desprende de los datos, la mayor parte de los fondos de gestión alternativa españoles no son eficientes un 66%, pudiendo considerarse el restante 34% como eficientes. La estrategia más extendida es la de Fondos de Fondos – Multistrategy, con 17 fondos de los cuales sólo 4 son eficientes.

Es importante destacar que 3 categorías no tienen fondos eficientes.

A continuación vamos a analizar la desagregación de los fondos eficientes y no eficientes, estudiando sus resultados por medio de los estadísticos descriptivos recogidos en la Tabla 2.8 para cada clasificación. Así, nos encontramos que prácticamente todos los fondos eficientes presentan asimetría negativa al igual que los fondos no eficientes. No obstante, los fondos

eficientes tienen una mayor desviación estándar así como también mejores rendimientos medios que los fondos ineficientes.

También se puede observar que el ratio Sharpe es mayor que el ratio de Sharpe Modificado, lo cual es debido a que el Sharpe Modificado tiene gran sensibilidad a los cambios en las distribuciones no normales mientras que el Sharpe estándar es inmune a este hecho. En todo caso, el ratio de Sharpe Modificado no es una solución perfecta para solventar el reto de la medición de colas pesadas, aunque sí es una opción potente para el análisis de riesgo.

**Tabla 2.7:** Fondos eficientes y no eficientes 2010-2015

Clasificación	Fondos eficientes		Fondos no eficientes		TOTAL
	Nº	%	Nº	%	
Absolute Return Funds	17	34%	33	66%	50
Debt Arbitrage	0	0%	1	2%	1
Fund of Funds - Multistrategy	4	8%	13	26%	17
Long/Short Debt	1	2%	1	2%	2
Multistrategy	1	2%	3	6%	4
Cautious Allocation	2	4%	4	8%	6
Cautious Allocation - Global	3	6%	4	8%	7
Diversified Bond - Short Term	1	2%	0	0%	1
Flexible Allocation	2	4%	1	2%	3
Flexible Allocation - Global	1	2%	3	6%	4
Flexible Bond	0	0%	1	2%	1
Moderate Allocation	1	2%	0	0%	1
Moderate Allocation - Global	1	2%	1	2%	2
Other Allocation	0	0%	1	2%	1

En contraste con lo que señala asimetría negativa, los inversores prefieren reducir los eventos negativos extremos en favor de los positivos, dado que la finalidad principal de los fondos de gestión alternativa es obtener resultados positivos al margen del comportamiento del mercado. Por ese motivo, la incorporación de este tipo de activos a una cartera de fondos genera descorrelación y por ende diversificación de la cartera.

Cuando la asimetría negativa está presente en los datos implica que las rentabilidades de los fondos están expuestas a la baja en mayor grado que los rendimientos de los fondos distribuidos normalmente. Un número elevado de fondos con asimetría negativa no es necesariamente positivo o negativo.

Simplemente implica que los inversores están familiarizados con la gestión de riesgos y son conscientes de la disminución en el rendimiento esperado que ocasionalmente pudiera darse en un mercado con esa asimetría negativa. En conclusión, la rentabilidad de los fondos de gestión alternativa no sigue una distribución normal debido a que sus rendimientos son asimétricos y presentan colas pesadas, un aspecto éste ya descrito en la Tabla 2.3.

En lo relativo a la curtosis, dado que un exceso de curtosis mayor que cero implica una elevada probabilidad de grandes ganancias o pérdidas, cuanto mayor sea el exceso de curtosis más elevado será el grado de concentración alrededor de los valores centrales, es decir, los rendimientos tanto negativos como positivos se encontrarán más próximos a la media. Esto es sintomático de que existe una elevada probabilidad de que ocurran eventos extremos del mercado.

Por lo tanto, los fondos que poseen exceso de curtosis positiva (colas pesadas) no siguen distribuciones normales tradicionales. Una distribución de cola pesada en general tendrá un mayor número de observaciones extremas recurrentes (mayores o menores) que una distribución normal típica.

Hedge funds (y por extensión los fondos de retorno absoluto) utilizan estrategias dinámicas y producen beneficios no lineales. Un alto VaR modificado implica un VaR normal más bajo. Por lo tanto, un alto ratio de Sharpe Modificado es debido a un VaR Modificado cercano a cero. En otras palabras, el MVaR penaliza a los fondos con rentabilidades negativas extremas. En este sentido, es preciso recordar que la diferencia entre VaR convencional y modificado proviene de las asimetrías en el fondo y de los rendimientos extremos positivos o negativos (curtosis). Mediante la comparación de VaR normal y modificado se pone de manifiesto el impacto de obviar las rentabilidades extremas del mercado.

También se observa que las desviaciones estándar son más altas para los fondos eficientes. Se confirma la sospecha de que los fondos eficientes a priori tienen rendimientos mensuales medios más altos y mayor asimetría en comparación con los fondos no eficientes. Los resultados indican que las rentabilidades medias mensuales y la asimetría de fondos eficientes son más altas que los fondos no eficientes.

Otro aspecto a destacar es que la mayoría de los fondos eficientes y no eficientes presentan asimetría negativa. Ello puede explicarse por la existencia de eventos extremos durante el período analizado.

**Tabla 2.8:** Estadísticos descriptivos fondos eficientes y no eficientes 2010-2015

	Media Anualizada	Rentabilidad Máxima	Rentabilidad Mínima	Desviación Estándar	Curtosis	Asimetría	VaR	VaR Modificado	Sharpe	Sharpe Modificado	JB
<b>Fondos Eficientes</b>											
Debt Arbitrage	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Fund of Funds - Multistrategy	2,17	1,93	-1,64	2,13	1,97	0,18	-2,77	5,44	1,16	0,51	4,85
Long/Short Debt	1,19	0,69	-0,71	0,90	1,91	-0,83	-0,89	2,99	1,31	0,39	11,47
Multistrategy	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Cautious Allocation	2,23	1,98	-2,65	2,34	5,51	-0,38	-3,22	-22,59	0,88	-0,20	36,84
Cautious Allocation - Global	1,28	2,31	-1,37	2,35	0,73	0,48	-4,18	5,50	0,60	0,24	18,52
Diversified Bond - Short Term	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Flexible Allocation	6,18	6,30	-7,36	7,86	1,67	-0,30	-12,10	14,97	0,75	0,61	11,32
Flexible Allocation - Global	6,09	6,99	-8,20	11,71	0,01	-0,40	-21,16	36,78	0,52	0,17	27,90
Flexible Bond	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Moderate Allocation	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Moderate Allocation - Global	1,05	4,04	-3,01	4,45	0,89	-0,13	-9,30	11,43	0,23	0,09	13,14
Other Allocation	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Fondos No Eficientes</b>											
Debt Arbitrage	0,72	0,67	-0,67	1,01	0,28	-0,24	-1,63	3,30	0,70	0,22	22,31
Fund of Funds - Multistrategy	1,41	1,86	-2,38	2,70	1,21	-0,58	-4,86	7,23	0,55	0,21	17,19
Long/Short Debt	-0,37	2,14	-3,90	3,54	2,83	-1,36	-8,59	3,08	-0,11	-0,12	21,53
Multistrategy	1,77	2,05	-3,17	3,14	11,82	-1,57	-5,54	-384,80	0,49	0,18	1385,94
Cautious Allocation	2,08	2,10	-2,31	3,00	1,72	-0,90	-4,91	8,09	0,71	0,11	32,53
Cautious Allocation - Global	2,43	2,47	-2,77	3,42	0,77	-0,56	-5,51	11,32	0,71	0,21	19,41
Diversified Bond - Short Term	0,67	1,91	-1,47	1,84	2,07	0,30	-3,60	2,47	0,35	0,26	3,58
Flexible Allocation	2,80	1,92	-1,92	3,09	0,14	-0,71	-4,40	11,67	0,90	0,24	29,74
Flexible Allocation - Global	2,52	3,66	-4,31	4,99	1,10	-0,42	-9,10	14,91	0,50	0,17	13,15
Flexible Bond	1,70	2,09	-2,23	2,00	6,04	-0,69	-2,95	-17,29	0,84	-0,10	32,49
Moderate Allocation	2,48	2,88	-3,79	4,69	0,18	-0,43	-8,43	15,00	0,52	0,16	25,36
Moderate Allocation - Global	3,45	2,98	-3,85	5,75	-0,25	-0,57	-9,92	18,75	0,60	0,18	34,69
Other Allocation	0,97	1,46	-1,52	1,71	2,58	0,04	-3,01	1,67	0,56	0,57	0,54

En la Tabla 2.9 se comparan las tres medidas de DEA empleadas con el ratio de Sharpe y el ratio de Sharpe Modificado a través de del coeficiente de correlación de Spearman, haciendo uso a tal efecto del ranking obtenido según las diferentes puntuaciones de las medidas ya comentadas. Los resultados arrojan en general una correlación débil y falta de significatividad, lo que implica una relación débil entre variables, excepto en el caso de la eficiencia cruzada y los ratios de Sharpe y Sharpe modificada, con coeficientes de correlación de 0,42 y 0,46 respectivamente.

Por ello, no podemos concluir que los modelos DEA tengan un impacto definitivo en los resultados de la clasificación para Sharpe Modificado, tampoco encontramos resultados negativos para dicha correlación, lo que refuerza la idea inicialmente pensada de que la relación aunque débil, existe. Al observar el ratio de Sharpe se comprueba que éste tiene tendencia a sobreestimar la rentabilidad ajustada al riesgo, mientras que el ratio de Sharpe Modificado valora los extremos de rentabilidad del mercado haciendo que los resultados sean más adecuados.

**Tabla 2.9:** Correlación de Spearman 2010-2015 (1)

	<b>Eficiencia vs Sharpe Modificado</b>	<b>Eficiencia cruzada vs Sharpe Modificado</b>	<b>Súper eficiencia vs Sharpe Modificado</b>	<b>Eficiencia vs Sharpe</b>	<b>Eficiencia cruzada vs Sharpe</b>	<b>Súper eficiencia vs Sharpe</b>
Gestión Alternativa	0,16	0,38	0,18	0,017	0,38	0,06
	0,2776	0,0075**	0,2126	0,9053	0,0071**	0,6692

\*\* Significación al 0,01 \* Significación al 0,05

En la Tabla 2.10 se detalla la relación existente entre las tres métricas de DEA calculadas, al objeto de analizar la consistencia de los modelos. La relación entre eficiencia (CCR Efficiency) y súper eficiencia es patente al existir una correlación elevada con una gran significatividad. Sin embargo las dos restantes métricas arrojan una relación baja.

**Tabla 2.10:** Correlación de Spearman 2010-2015 (2)

	CCR Eficiencia vs Eficiencia Cruzada	CCR Eficiencia vs Súper Eficiencia	Eficiencia Cruzada vs Súper Eficiencia
Gestión	0,30	0,98	0,28
Alternativa	0,0360*	<0,0001**	0,005**

\*\* Significación al 0,01 \* Significación al 0,05

#### 2.4.4 Resultados obtenidos en el análisis de la persistencia de la *performance*

El análisis empírico de la persistencia se realiza a través de la misma base de datos utilizada en el análisis del DEA, para un horizonte temporal de 1 año. Se lleva a cabo asimismo en base al resultado obtenido para los ratios de Sharpe, Sharpe Modificado, Treynor y Jensen.

Con los resultados contenidos en la Tabla 2.11 es posible confirmar la existencia de una tendencia hacia la persistencia en las medidas analizadas en cómputo anual y a nivel agregado. Así, agregadamente todas arrojan persistencia en las medidas empleadas y siempre con significación estadística, a excepción del ratio de Sharpe Modificado. A nivel de períodos anuales comparados se produce repetición de estrategias ganadoras o perdedoras en dos períodos consecutivos en la mayor parte de los casos. Analizada la evolución de las estrategias tanto ganadoras como perdedoras se procede a estudiar la robustez de la persistencia, en primer lugar a partir de las tablas de contingencia y en segundo lugar a través de los estadísticos de Malkiel, Brown y Goetzman y el Ruud y Kahn.

En la Tabla 2.11 se presentan los resultados de las pruebas no paramétricas para el desempeño ya comentadas. La hipótesis de persistencia se verifica una vez al año en todos los casos según el ratio CPR para las diferentes medidas de *performance*. Este indicador es mayor a la unidad en los períodos analizados, por lo que las combinaciones con repetición son las predominantes. Hay evidencia significativa de persistencia en los períodos examinados. Cada período, los ganadores / perdedores anteriores son significativamente más propensos (al menos el 55%) a seguir siendo ganadores / perdedores en el período siguiente, en muchos casos con significación estadística.

**Tabla 2.11:** Resultado de las tablas de contingencia anual

<b>Performance</b>	Fondos	GG	GP	PG	PP	% GG-PP	CPR	Z B&G	Z Malkiel	$\chi^2$
2010 -2011	50	6	19	19	6	24%	0,100	-3,481**	-5,2**	13,52**
2011-2012	50	8	17	17	8	32%	0,221	-2,486*	-3,6**	6,48**
2012-2013	50	20	5	5	20	80%	16,000	3,921**	6**	18**
2013-2014	50	19	6	6	19	76%	10,028	3,481**	5,2**	13,52**
2014-2015	50	16	9	9	16	64%	3,160	1,953	2,8**	3,92**
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>69</b>	<b>56</b>	<b>56</b>	<b>69</b>	<b>55%</b>	<b>1,518</b>	<b>1,641</b>	<b>2,325*</b>	<b>2,704**</b>

<b>Treynor</b>	Fondos	GG	GP	PG	PP	% GG-PP	CPR	Z B&G	Z Malkiel	$\chi^2$
2010 -2011	50	16	9	9	16	64%	3,160	1,953	2,8**	3,92**
2011-2012	50	17	8	8	17	68%	4,515	2,486*	3,6**	6,48**
2012-2013	50	13	12	12	13	52%	1,174	0,283	0,4	0,08
2013-2014	50	13	12	12	13	52%	1,174	0,283	0,4	0,08
2014-2015	50	13	12	12	13	52%	1,174	0,283	0,4	0,08
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>72</b>	<b>53</b>	<b>53</b>	<b>72</b>	<b>58%</b>	<b>1,845</b>	<b>2,393*</b>	<b>3,398**</b>	<b>5,776**</b>

<b>MSharpe</b>	Fondos	GG	GP	PG	PP	% GG-PP	CPR	Z B&G	Z Malkiel	$\chi^2$
2010 -2011	50	9	16	16	9	36%	0,316	-1,953	-2,8**	3,92**
2011-2012	50	13	12	12	13	52%	1,174	0,283	0,4	0,08
2012-2013	50	17	8	8	17	68%	4,516	2,486*	3,6**	6,48**
2013-2014	50	15	10	10	15	60%	2,250	1,405	2*	2*
2014-2015	50	13	12	12	13	52%	1,174	0,283	0,4	0,08
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>67</b>	<b>58</b>	<b>58</b>	<b>67</b>	<b>54%</b>	<b>1,334</b>	<b>1,137</b>	<b>1,60997</b>	<b>1,296</b>

<b>Sharpe</b>	Fondos	GG	GP	PG	PP	% GG-PP	CPR	Z B&G	Z Malkiel	$\chi^2$
2010 -2011	50	13	12	12	13	52%	1,174	0,283	0,4	0,08
2011-2012	50	17	8	8	17	68%	4,516	2,486*	3,6**	6,48**
2012-2013	50	16	9	9	16	64%	3,160	1,960	2,8**	3,92**
2013-2014	50	15	10	10	15	60%	2,250	1,405	2*	2*
2014-2015	50	13	12	12	13	52%	1,174	0,283	0,4	0,08
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>74</b>	<b>51</b>	<b>51</b>	<b>74</b>	<b>59%</b>	<b>2,105</b>	<b>2,892**</b>	<b>4,114**</b>	<b>8,464**</b>

<b>Jensen</b>	Fondos	GG	GP	PG	PP	% GG-PP	CPR	Z B&G	Z Malkiel	$\chi^2$
2010 -2011	50	18	7	7	18	72%	6,612	2,998**	4,4**	9,68**
2011-2012	50	18	7	7	18	72%	6,612	2,998**	4,4**	9,68**
2012-2013	50	18	7	7	18	72%	6,612	2,998**	4,4**	9,68**
2013-2014	50	7	18	18	7	28%	0,151	-2,999	-4,4	9,68**
2014-2015	50	16	9	9	16	64%	3,160	1,96*	2,8**	3,92*
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>77</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>77</b>	<b>62%</b>	<b>2,573</b>	<b>3,634**</b>	<b>5,187**</b>	<b>13,456**</b>

\*\* Significación al 0,01 \* Significación al 0,05



Los datos muestran resultados significativos de persistencia para el ratio de Sharpe, con casi el 60% de los fondos repitiendo la estrategia como ganadores o perdedores. No obstante dada la presencia de no normalidad detectada debemos analizar el ratio Sharpe Modificado, dado que como se señalaba éste considera la posibilidad de rendimientos extremos. Para confirmar la afirmación de existencia de persistencia anual, en primer lugar se ha analizado el número de veces que de manera reiterada se produce una estrategia GG o PP, lo cual indica si se produce persistencia, bien sea en términos positivos o bien en términos negativos. Para ello se utiliza el cociente CPR.

A la luz de los resultados obtenidos en la Tabla 2.11, podemos concluir la existencia de persistencia a nivel global en todas las medidas utilizadas.

#### **2.4.5 Relación entre persistencia y eficiencia**

Uno de los objetivos de este estudio es conocer la relación entre eficiencia y la continuidad en los resultados de los fondos de inversión de gestión alternativa españoles. Con el análisis que se desarrolla a continuación hemos querido determinar si existe algún tipo de relación entre las dos metodologías empleadas, DEA y persistencia. Para estudiar dicha relación hemos procedido del modo que se expone a seguidamente.

En primer lugar se ha partido de la escala de eficiencia arrojada por la metodología DEA para cada una de las tres metodologías empleadas –eficiencia, eficiencia cruzada y súper eficiencia–, las cuales otorgan una puntuación entre 0 y 1 como se ha detallado anteriormente, siendo 0 no eficiente y 1 eficiente.

En segundo lugar, haciendo uso de los resultados obtenidos en persistencia para cada una de las diferentes medidas empleadas –*performance*, Treynor, Sharpe, Sharpe Modificado y Jensen–, hemos calculado la persistencia de los 50 fondos de inversión analizados de manera individual, diferenciando aquellos que repiten estrategia, ya sea GG o PP.

En el caso de que la suma de los fondos GG y PP sea superior a la suma GP y PG entendemos que se está produciendo persistencia en cada una de las diferentes estrategias. En caso contrario concluimos que no existe persistencia en los resultados. Una vez se ha determinado la existencia o no de persistencia, procedemos a asignar un 1 a la presencia de

persistencia y un 0 a la ausencia de la misma, lo cual nos permite sumar todas las posibles situaciones de persistencia para cada una de las medidas empleadas (en nuestro caso un máximo de 5). Con ese sumatorio establecemos un ranking en función del número de veces que se ha detectado la persistencia. Finalmente, para determinar si existe alguna clase de relación entre DEA y persistencia determinamos el coeficiente de correlación de Spearman, (ranking de persistencia versus ranking de DEA), el cual proporcionará el grado de relación entre ambas variables.

**Tabla 2.12:** Correlación de Spearman entre Persistencia y DEA

Eficiencia vs Persistencia	Eficiencia cruzada vs Persistencia	Súper eficiencia vs Persistencia
GG+PP	GG+PP	GG+PP
0,091	0,015	0,125
0,528	0,916	0,385

\*\* Significación al 0,01 \* Significación al 0,05

Según los datos que se muestran en la Tabla 2.12, la relación entre las combinaciones GG-PP y DEA es muy débil y carece de significación estadística. Esta ausencia de significatividad puede considerarse sintomática del hecho de que persistencia y DEA presentan un comportamiento diferente. Además, los resultados no permiten analizar un signo concreto, positivo o negativo, ya que consideramos los dos grupos: ganadores y perdedores, conjuntamente. Por lo tanto, según los datos podemos concluir que en el período considerado no existe una relación clara entre eficiencia y persistencia y que ambos análisis parecen ser complementarios y no sustitutivos.

## 2.5 Conclusiones

En el presente trabajo hemos analizado la eficiencia y la persistencia en los rendimientos en el periodo 2010-2015 de los fondos de gestión alternativa españoles, así como la relación entre ambos análisis. Para el análisis de la eficiencia empleamos la metodología DEA, la cual nos indica que 11 de los 50 fondos analizados son eficientes, haciendo uso a tal efecto de medidas de riesgo y de rentabilidad. Las variables empleadas como inputs y como outputs, se han determinado por correlación de Spearman, obteniendo como outputs VaR y Lower Partial Moment de orden 1 y asimetría y rentabilidad media como inputs. Los resultados nos permiten concluir que los fondos eficientes son más rentables que los no eficientes y que, a pesar de que el grado de riesgo en el que incurren los primeros es algo superior al de los

segundos, éste queda compensado por el retorno obtenido. Por lo tanto, a la vista de los resultados obtenidos concluimos que DEA arroja resultados consistentes para el caso de rendimientos no gaussianos, lo que permite considerarlo como una medida de *performance* en sí misma que es capaz de incorporar múltiples atributos.

A este respecto, la Tabla 2.9 muestra que, aunque las correlaciones no son altas, existe una relación entre la eficiencia cruzada y el ratio de Sharpe modificado, así como con el ratio Sharpe. Esto nos lleva a enfatizar la utilidad de DEA como una medida complementaria de actuación.

Además, como se muestra en la Tabla 2.10, la relación entre eficiencia y súper eficiencia es clara de acuerdo con su alta correlación e importancia, mientras que la relación entre eficiencia cruzada y la eficiencia / súper eficiencia es mucho más débil pero también significativa. Estos resultados son prueba del comportamiento diferencial de los primeros y son consistentes con el hecho de que solo la eficiencia cruzada muestra una relación clara con las medidas convencionales de rendimiento, como el ratio Sharpe y Sharpe modificado.

Con respecto a la persistencia, los resultados muestran una tendencia hacia la persistencia en el rendimiento de los fondos de retorno absoluto en casi todos los períodos analizados, por períodos de 12 meses.

La prueba Z y la prueba de chi-cuadrado confirman la importancia de los resultados, por lo que podemos concluir que la información que proviene de resultados pasados es valiosa para los inversores, ya que muestra que el número de gestores que superan al mercado no es alto, pero es recurrente.

Finalmente, hemos comprobado la ausencia de relación directa entre la eficiencia y la persistencia de acuerdo a las metodologías seguidas, por lo que ambos análisis a priori son independientes entre sí sobre la muestra empleada y para el intervalo temporal seleccionado. Sin embargo, teniendo en cuenta la naturaleza estática de la eficiencia y la naturaleza dinámica de la persistencia, una continuación lógica de este trabajo es el estudio de la relación entre la persistencia y la evolución de la DEA en el tiempo. Quizás este enfoque pueda contribuir a detectar una relación oculta entre ambas medidas que no es directamente evidente con el simple análisis de eficiencia en un período de tiempo concreto.

*Pablo Solórzano Taborga*

**CAPÍTULO 3. EFICIENCIA Y DOMINANCIA  
ESTOCÁSTICA EN EL MERCADO DE FONDOS DE  
INVERSIÓN DE RENTA VARIABLE EUROPEA**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

## **RESUMEN**

Para analizar y evaluar el comportamiento del mercado europeo de fondos de inversión de renta variable, presentamos un método para evaluación y selección, utilizando dos enfoques diferentes, que varían de las medidas convencionales de *performance*: Análisis envolvente de datos (DEA) y dominancia estocástica.

El análisis sugiere una fuerte relación entre los resultados obtenidos con cada método. Asimismo, demostramos que ambos indicadores están altamente correlacionados con los rendimientos esperados y que tienen un alto poder explicativo. Además, hemos incluido el alfa de los gestores como variable y confirmamos que tienen una fuerte relación con DEA y la dominancia estocástica.

## **ABSTRACT**

In order to analyze and assess the behavior of the European equity mutual funds market, we present a method for evaluating and selecting them, using two different approaches, which vary from the conventional measures of performance: Data Envelopment Analysis (DEA) and stochastic dominance.

The analysis suggests a strong relation between the results that we obtain with each method. Likewise, we demonstrate that both indicators are highly correlated with the expected returns and that they have a high explanatory power. Additionally, we have included alphas as a right-hand variable and we confirm that they have a strong relation with DEA and stochastic dominance.

**PALABRAS CLAVE: Fondos de inversión, Dominancia estocástica, DEA, Alfa**

---

### **3.1 Introducción**

La *performance* de los fondos de inversión y los factores que lo determinan son elementos clave en el proceso de toma de decisiones. El objetivo de este trabajo es analizar las diferencias de comportamiento entre los fondos de renta variable europea, analizando a tal efecto su eficiencia y delimitando por tanto cuáles son los fondos que de manera reiterada obtienen resultados mejores que sus competidores.

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es mostrar y evaluar un modelo para medir el desempeño de fondos de inversión de renta variable europea, comparando y clasificando los fondos de la muestra de acuerdo con dos metodologías: Análisis envolvente de datos (en adelante DEA), y Dominancia estocástica (en adelante DE). Además, también se estudiará el poder de alfa, de cara a poder medir los resultados de los fondos.

Las metodologías utilizadas para clasificar las inversiones permiten identificar los mejores fondos y estrategias, pero también muestran medidas de riesgo alternativas para controlar el perfil de riesgo de los fondos. Sin embargo, las implicaciones de esta investigación no solo son prácticas sino que también están relacionadas con el equilibrio general, ya que además se estudiará el poder de alfa para medir el rendimiento de los fondos.

La mejora de las metodologías actuales utilizadas para clasificar las inversiones, permite identificar los mejores fondos y estrategias, pero también muestra medidas de riesgo alternativas para controlar el perfil de riesgo de los fondos.

Sin embargo, las implicaciones de esta investigación no solo son prácticas sino que también están relacionadas con el equilibrio general, ya que la capacidad de algunos gestores de obtener persistentemente mayores rendimientos que el mercado difícilmente encajaría con la teoría de la eficiencia del mercado.



## 3.2 Marco teórico

### 3.2.1 Los modelos de Análisis Envolvente de Datos

Los modelos DEA permiten medir la eficiencia de un conjunto de unidades de toma de decisiones (en adelante, DMU), generando una frontera eficiente sin necesidad de definir de manera explícita ninguna relación funcional entre inputs y outputs<sup>4</sup>.

Los modelos DEA parten de las cantidades de inputs empleadas y de outputs producidas por un conjunto de DMU con el fin de determinar cuáles son las mejores opciones, comparando cada DMU con todas las posibles combinaciones lineales de todas las unidades de la muestra.

Uno de los primeros documentos que utilizan DEA para estudiar el desempeño de los fondos de inversión es el realizado por Murthi *et al.* (1997), seguido de McMullen y Strong (1998), Galagedera y Silvapulle (2002), Basso y Funari (2001) y Lozano y Gutiérrez (2008).

McMullen y Strong (1998) estudian 135 fondos de inversión y muestran que la DEA, como herramienta multifactorial, es más poderosa que los índices de rendimiento clásicos, que generalmente consideran solo uno o dos factores. Gregoriou *et al.* (2005) estudia 614 hedge funds y compara el desempeño de varias estrategias, concluyendo que DEA es una herramienta adecuada con rendimientos no gaussianos.

Para medir la eficiencia de los fondos de renta variable europea es necesario especificar el tipo de rendimiento a escala asumido. Los modelos de rendimientos variables a escala (en adelante VRS) son más flexibles, como indican Glawischnig y Sommersguter-Reichmann (2010) y Kerstens y Eeckaut (1999).

En este documento usamos VRS, ya que suponemos que las DMUs (fondos de inversión) generalmente no operan en una escala óptima. Asimismo, usamos la orientación input para estudiar si las DMU pueden reducir sus inputs manteniendo, al mismo tiempo, los outputs en el nivel actual. En este marco, la máxima eficiencia se puede estimar a través de la programación lineal.

---

<sup>4</sup> No obstante sí es necesario realizar dos supuestos sobre dicha relación funcional: convexidad y continuidad. Este hecho contrasta con la afirmación de Charnes *et al.* (1997) acerca de que DEA no necesita ninguna hipótesis acerca de la forma funcional que relaciona inputs con outputs.

Así, la formulación de VRS es la siguiente, adoptando la formulación fraccional:

$$\text{Max}_{(u_r, v_i)} h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1 \dots n \quad (2)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

siendo:

$y_{r0}$ : Cantidad de output (1, 2... r) producida por la unidad evaluada (DMU).

$u_r$ : Ponderaciones, equivalentes al precio del output ( $y_{10}, y_{20} \dots y_{r0}$ ).

$x_{i0}$ : Cantidad de input (1, 2... i) consumida por la unidad (DMU).

$v_r$ : Ponderaciones ( $v_1, v_2 \dots v_i$ ) asignadas por el programa, que representan el precio de cada input y que es distinto para cada unidad.

Así, cada vez que se estudia la eficiencia de una DMU el programa tratará de encontrar el conjunto de precios  $u_r, v_i$  que maximizan el valor del output de la unidad analizada con respecto al coste de sus inputs consumidos, resultando el ratio de eficiencia de cada DMU.

A partir de las ponderaciones ( $u_r, v_i$ ) para cada unidad de producción, las restricciones pretenden asegurar que el cociente resultante de la expresión (1) no sea superior a 1 para ninguna de las DMUs analizadas. De forma esta forma, una DMU se considera eficiente cuando  $h_0$  alcanza del valor de 1 y el resto de unidades no presentan una valoración superior a ella, siendo ineficientes aquellas otras DMUs que toman valores de  $h_0$  entre 0 y 1.

Dado que la orientación seleccionada en el presente trabajo es input, el numerador de la expresión (1) es constante y se verifica que:

$$\text{Min } \theta \quad (3)$$

Sujeto a:

$$\theta - \chi\lambda \geq 0 \quad (4)$$

$$Y\lambda - y_r \geq 0 \quad (5)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (6)$$

Donde  $\theta$  indica la distancia en inputs a la envolvente de datos,  $\chi$  es la matriz de inputs de orden  $m \times n$ ,  $Y$  es la matriz de outputs de orden  $s \times n$ ,  $\lambda$  es el vector  $n \times 1$  de pesos, y  $x_i$  e  $y_r$  representan los vectores de inputs y outputs, respectivamente.

### 3.2.2 Modelos de Dominancia Estocástica

Las técnicas de análisis de DE permiten adoptar un criterio de elección entre distintas variables aleatorias. Así, una variable dominará a otra si su función de distribución es menor o igual en los puntos en los que dichas variables están definidas. La DE no se restringe a una forma funcional específica para las preferencias de riesgo sino que se aplica a una clase general de funciones de utilidad de Von Neumann-Morgenstern crecientes y cóncavas. Asimismo, no requiere ninguna suposición sobre la forma funcional de la distribución de los rendimientos, sino que se aplica a cualquier función para la que sea posible representar una distribución de probabilidad acumulativa. Ello resulta crítico ya que hace que la DE sea consistente con la orientación no paramétrica del DEA, lo que justifica la combinación de ambas técnicas en el presente trabajo.

Los requerimientos que la DE exige sobre las funciones de utilidad de los inversores dependen del nivel de dominancia (nivel de orden), debiendo aquellas presentar utilidad marginal no negativa, es decir, no saciedad (siempre es preferible más a menos) bajo DE de primer orden (DEP). No saciedad y aversión al riesgo bajo DE de segundo orden (DES) y no saciedad, aversión al riesgo y carácter decreciente de la aversión absoluta al riesgo (ARA) en la DE de tercer orden (DET).

En términos formales, la definición de la DEP parte de las distribuciones acumuladas  $F$  y  $G$  de dos activos arriesgados, en las que  $x$  es el rendimiento incierto y siendo  $U$  es la función

de utilidad. Si los inversores no se encuentran saciados se dice que F domina a G en primer orden si:

$$F(x) \leq G(x)$$

$$\text{para todo } x \quad (7)$$

En lo que respecta a la SD2, añadiendo aversión al riesgo de los inversores se dice que F domina a G en segundo orden si:

$$\int_{-\infty}^x [G(x) - F(x)] dx \geq 0$$

$$\text{para todo } x \quad (8)$$

Por último, añadiendo ARA decreciente se dice que F domina a G en tercer orden si:

$$\iint_{-\infty-\infty}^{xv} [G(x) - F(x)] dv dx \geq 0$$

$$\text{para todo } x \quad (9)$$

La SD se ha utilizado en la evaluación del desempeño de los fondos de inversión, datando los primeros trabajos de los años setenta. Levy y Sarnat (1970) obtienen que el conjunto eficiente generado de acuerdo con los criterios media-varianza es razonablemente similar al derivado de la utilización de una función de utilidad cóncava. Sugieren asimismo que la DE puede utilizarse para reducir el número de alternativas en una primera selección de los datos.

Porter y Gaumnitz (1972) generan un conjunto de carteras eficientes y aplican pruebas de DE de primer, segundo y tercer grado. A tal efecto analizan 140 acciones para el periodo 1960-1963 llegando a la conclusión de que no existen diferencias importantes entre los enfoques de media-varianza y la DES.

Kjetsaa y Kieff (2003) apuntan que la DE constituye una estrategia factible para revelar las preferencias de inversión y así discriminar en el universo de fondos las oportunidades que generan. Para ello reducen iterativamente un gran conjunto de fondos de inversión que operan durante el período 1985-2000 a un sub-conjunto de fondos no dominados. Sugieren que la SD puede usarse para identificar fondos que son capaces de batir los índices del mercado.

### **3.3. Análisis de la eficiencia y la dominancia en el mercado de fondos de inversión de renta variable europeos**

#### **3.3.1 Descripción de los datos**

Los datos utilizados han sido proporcionados por Morningstar y están conformados por un total de 2.101 fondos de renta variable europea con una frecuencia de datos mensual. Al objeto de acotar dicha muestra hemos considerado sólo los fondos que cuentan con observaciones durante todo el período analizado, 2000-2016.

Adicionalmente se ha utilizado el volumen medio de patrimonio del fondo, tomando únicamente los fondos más grandes. Finalmente se ha determinado el peso de cada estrategia de inversión, al objeto de que considerar cada una de manera, llegando así a una muestra definitiva de 50 fondos.

No obstante, como se señalaba anteriormente, dicho intervalo se ha seccionado en tres sub-periodos para así poder observar los resultados de las metodologías bajo distintos ciclos de mercado, así, se ha definido en primer lugar la serie que abarca el horizonte total considerado, 2000-2016. En segundo lugar se ha establecido el intervalo 2007-2009 al objeto de considerar periodos de mercado bajista.

Finalmente se ha definido la serie 2007-2012 con el fin de analizar un intervalo caracterizado por rendimientos promedio positivos. La Tabla 3.1 y las Figuras 3.1-3.6 muestran los principales estadísticos descriptivos y distribución de la muestra de fondos utilizada para cada uno de los tres períodos empleados.

Figura 3.1: Histograma 2000-2016

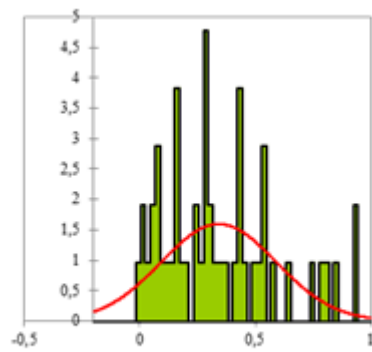


Figura 3.2: Q-Q plot 2000-2016

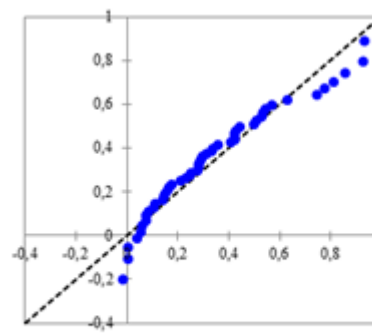


Figura 3.3: Histograma 2007-2012

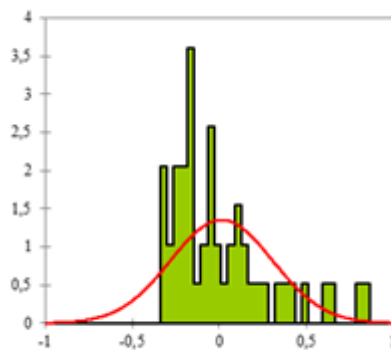


Figura 3.4: Q-Q plot 2007-2012

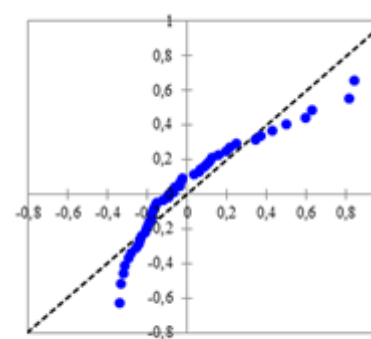


Figura 3.5: Histograma 2007-2009

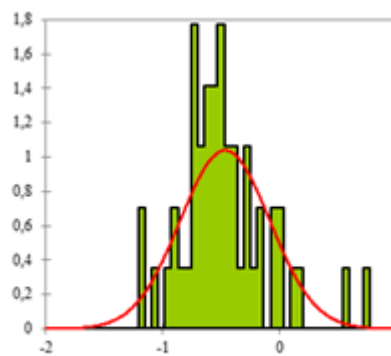
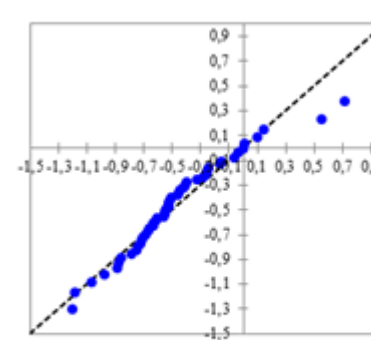


Figura 3.6: Histograma 2007-2009



**Tabla 3.1:** Resumen estadísticos

Intervalo	Media	Desviación estándar	Mediana	Asimetría	Curtosis	Jarque-Bera	Mínimo	Máximo	Sharpe
2000-2016	0,342	4,980	0,863	-0,415	2,023	40,250	35,080	-24,777	-0,553
2007-2012	0,012	5,560	0,571	-0,479	1,448	9,044	27,558	-23,296	-0,545
2007-2009	-0,469	6,383	0,269	-0,389	1,163	2,934	27,558	-23,296	-0,670

De la Tabla 3.1 se concluye que el período 2007-2009 se caracteriza por: (i) una rentabilidad negativa fruto de la caída generalizada de los mercados, y (ii) que ésta se ve acompañada de una elevada volatilidad, una ligera asimetría negativa y una curtosis positiva. En el período 2007-2012 se aprecia que el proceso de recuperación hace que los datos sean mejores en rentabilidad y volatilidad, si bien se mantiene la asimetría negativa y una curtosis en línea con la anterior muestra. Finalmente, la muestra del período 2000-2016 tiene rendimientos más elevados y riesgo menor. La asimetría presenta cifras parejas a las otras muestras, pero la curtosis es mayor, lo que sugiere un mayor apuntamiento de la distribución.

### 3.3.2 Aplicación de la metodología DEA

#### 3.3.2.1 Determinación de inputs y outputs

A la hora de determinar cuáles y cuántas han de ser las variables a emplear el primer paso ha sido establecer los posibles inputs y outputs según se describe en la Tabla 3.2.

**Tabla 3.2:** Detalle de posibles inputs-outputs

Posibles inputs	Posibles outputs
Lower Partial Moments 1 (LPM <sub>1</sub> )	High Partial Moments 1 (HPM <sub>1</sub> )
Lower Partial Moments 2 (LPM <sub>2</sub> )	High Partial Moments 2 (HPM <sub>2</sub> )
Lower Partial Moments 3 (LPM <sub>3</sub> )	High Partial Moments 3 (HPM <sub>3</sub> )
Desviación Estándar (DS)	Media Anualizada (Ma)
Curtosis (K)	Rentabilidad Máxima (RMáx)
Value at Risk (VaR)	Rentabilidad Mínima (RMín)
Conditional Value at Risk (CVaR)	
Value at Risk Modificado (MVaR)	
Máximo Drawdown (MáxD)	
Media Drawdown (MD)	
Desviación Estándar Drawdown (DS D)	

Para poder determinar qué variables elegir nos hemos inclinado por el criterio de análisis de componentes principales. El objetivo consiste en explicar la máxima cantidad de varianza con la menor pérdida de información posible. Esta metodología permite reducir la dimensión del número de variables originales que se han considerado en el análisis.

En la Tabla 3.3, correspondiente al período muestral 2000-2016, por el lado de los inputs se aprecia que  $LPM_2$  tiene el mayor impacto en el componente 1 (carga de factor 0,9835), mientras que la curtosis es el factor más importante para el componente 2 (carga de factor 0,9001). Los componentes 1 y 2 representan en conjunto el 81,61% de la varianza de los inputs. En el lado de los outputs,  $HPM_3$  (carga de factor 0,8163, componente 1) y la asimetría (carga de factor 0,9225, componente 2) tiene el mayor impacto en el análisis de componentes principales. Los componentes 1 y 2 explican el 81,35% de la varianza total.

**Tabla 3.3:** Variables extraídas por ACP 2000-2016

<b>Input</b>	<b>Componente 1</b>	<b>Componente 2</b>	<b>Output</b>	<b>Componente 1</b>	<b>Componente 2</b>
$LPM_1$	0,9819	-	$HPM_1$	0,8131	0,5468
$LPM_2$	0,9835	-	$HPM_2$	0,8157	0,5395
$LPM_3$	0,9828	-	$HPM_3$	0,8163	0,5370
VaR	0,9084	-	Media	-	0,6366
CVaR	0,9538	-	Rent. Máx.	-	0,7877
MVaR	-	-0,8833	Rent. Mín.	-0,8486	-
Desv. Estándar	0,8982	-	Asimetría	-	0,9225
M. Drawdown	0,8408	-			
D. E. Drawdown	0,7427	-			
Máx. Drawdown	0,5904	-			
Curtosis	-	0,9001			
Varianza explicada (%)	65,57%	81,61%	Varianza explicada (%)	65,90%	81,35%

Así, en el análisis se utilizarán las variables indicadas como inputs y outputs para cada uno de los períodos muestrales. Determinadas las variables a emplear en el análisis DEA, es importante señalar que en ocasiones existe un problema de observaciones negativas. No obstante, como se ha comentado anteriormente, este inconveniente se puede solventar de manera sencilla por la propiedad de la invarianza, de manera que los datos han sido transformados en positivos añadiendo una cantidad constante de unidades para convertir las cifras negativas en positivas sin que ello afecte a la frontera eficiente (Wilkins y Zhu, 2001).



### 3.3.2.2 Resultados obtenidos de la metodología DEA

Una vez agrupados por estrategias, se ha determinado qué fondos son eficientes y cuáles no. En la Tabla 3.4 se muestran los resultados obtenidos. Así se observa que para la serie 2000-2016 la mayor parte de los fondos no son eficientes (72%), considerándose los 28% como eficientes. Destaca en este punto la categoría “Europe ex-UK Large-Cap Equity”.

**Tabla 3.4:** Número de fondos eficientes por categoría de fondo

Clasificación Morningstar	2000-2016				2007-2012				2007-2009			
	Eficiente		No Eficiente		Eficiente		No Eficiente		Eficiente		No Eficiente	
Europe Equity Income	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%
Europe ex-UK Large-Cap Equity	4	8%	1	2%	4	8%	1	2%	3	6%	2	4%
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	1	2%	0	0%	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%
Europe Flex-Cap Equity	1	2%	2	4%	1	2%	2	4%	2	4%	1	2%
Europe Large-Cap Blend Equity	3	6%	14	28%	4	8%	13	26%	4	8%	13	26%
Europe Large-Cap Growth Equity	0	0%	2	4%	0	0%	2	4%	0	0%	2	4%
Europe Large-Cap Value Equity	0	0%	3	6%	1	2%	2	4%	1	2%	2	4%
Europe Mid-Cap Equity	1	2%	1	2%	0	0%	2	4%	0	0%	2	4%
Europe Small-Cap Equity	1	2%	1	2%	0	0%	2	4%	0	0%	2	4%
Eurozone Flex-Cap Equity	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%
Eurozone Large-Cap Equity	2	4%	10	20%	1	2%	11	22%	0	0%	12	24%
Eurozone Mid-Cap Equity	1	2%	0	0%	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%
Total general RV Europea	14	28%	36	72%	11	22%	39	78%	10	20%	40	80%

Para la serie 2007-2012 los fondos eficientes representan un 22% (11 fondos) frente a un 78% que no lo son, destacando las categorías “Europe ex-UK Large-Cap Equity” y “Europe Large-Cap Blend Equity”. Finalmente para la muestra 2007-2009, 10 fondos se muestran eficientes en términos de DEA, lo que supone un 20% del total.

Así, a la vista de los resultados obtenidos “Europe ex-UK Large-Cap Equity” y “Europe Large-Cap Blend Equity” son las dos categorías que más veces repite fondos eficientes.

DEA permite determinar cuáles son los fondos de referencia (benchmark) para los fondos no eficientes, de manera que es posible obtener el número de veces que un fondo eficiente ha sido referencia para los fondos ineficientes. Esto proporciona una información valiosa, ya que a medida que aumenta el número de veces que un fondo es referencia para los demás

aumentan las posibilidades de que dicho fondo sea una opción óptima de inversión, a la par que ello permite a otros fondos tener un modelo para mejorar.

Para la muestra 2000-2016, la categoría referencia es “Europe ex-UK Large-Cap Equity”, para el intervalo 2007-2012 “Europe ex-UK Large-Cap Equity”, y para 2007-2009 “Europe Large-Cap Blend Equity”.

Seguidamente se analizará más en profundidad el comportamiento de los fondos eficientes y no eficientes, estudiando sus resultados por medio de los estadísticos descriptivos recogidos en las Tablas 3.5, 3.6 y 3.7 para cada clasificación temporal.

En la Tabla 3.5, serie 2000-2016, existen 14 fondos eficientes de un total de 50 para 12 categorías de renta variable europea. De estas 12 categorías 8 tienen fondos eficientes. En general, los fondos eficientes obtienen mejores resultados en términos de rendimiento medio, menor riesgo en términos de desviación estándar y mejor ratio de Sharpe.

En cuanto a la asimetría, todos los fondos no eficientes reflejan asimetría negativa encontrando más mezcla entre los eficientes. En cuanto a la curtosis, en general ésta es más elevada en los fondos no eficientes y reduciéndose en los eficientes. En resumen, podemos concluir que los fondos calificados como eficientes tienden a ser más rentables, con menor riesgo, menor asimetría, mayor curtosis y mayor ratio de Sharpe.

La serie 2007-2012 se representa en la Tabla 3.6. En ella se aprecia que existen 11 fondos eficientes para 12 categorías, de las cuales sólo 5 tienen fondos eficientes. Las rentabilidades de este período son superiores en los fondos eficientes. En cuanto al riesgo, los niveles son similares siendo ligeramente superiores en los eficientes. En el caso de la asimetría, los fondos no eficientes mantienen signo negativo, siendo más cercanos a cero o incluso positivos en los fondos no eficientes.

La curtosis es algo superior a la de los fondos no eficientes. El ratio de Sharpe, pese a ser negativo en algunos casos, arroja cifras más favorables en el caso de los fondos eficientes. En conclusión, este período se caracteriza por el predominio de los fondos eficientes en términos de rentabilidad y riesgo, con una menor asimetría, mayor curtosis y similar ratio de Sharpe.

Por último, la serie 2007-2009 se representa en la Tabla 3.7 y muestra el periodo con un menor número de fondos eficientes, únicamente 10 en tan sólo 4 categorías. Los resultados muestran rentabilidades en general negativas pero mejores en el caso de los fondos eficientes. Asimismo, el riesgo es mayor en los fondos eficientes. La asimetría es cercana a cero o positiva para los fondos eficientes y siempre negativa en los ineficientes. La curtosis en general es más elevada en los fondos eficientes, lo que implica que éstos mantienen distribuciones más apuntadas. En términos del ratio de Sharpe, éste es más elevado para los fondos eficientes pese a ser negativo en casi todos los casos. Como conclusión, podemos afirmar que los fondos eficientes mantienen mejor rentabilidad y mayor nivel de riesgo, asimetría cercana a cero, con curtosis moderada. Finalmente, el ratio de Sharpe proporciona cifras que, aunque negativas, son sustancialmente mejores que las de los fondos no eficientes.

Por último, se ha querido comprobar el tipo de gestión que se realiza en este tipo de fondos. Así, a través del Tracking Error<sup>5</sup> se ha determinado si la gestión es activa o pasiva en cada una de las tres muestras y se ha podido observar que para lograr mayores rentabilidades se han asumido mayores riesgos respecto al índice de referencia.

Como resultado, no detectamos la existencia de gestión activa clara en ningún caso. Ahora bien, se observa que a medida que la muestra se estrecha y se ahonda en el período de crisis, la gestión requiere de un mayor esfuerzo y hay cierta tendencia a la gestión activa. De entre todas las estrategias, la única con resultados claramente orientados a resultados no direccionales es “Europe Large-Cap Blend Equity”.

Las tres tablas analizadas permiten obtener distintas conclusiones. Así, a medida que los datos ahondan en el periodo de crisis: (i) la eficiencia de los fondos se reduce, tanto en número como en categoría; (ii) la rentabilidad se reduce sustancialmente y alcanza rentabilidades negativas; (iii) el riesgo se incrementa; (iv) los fondos eficientes obtienen mejor ratio Sharpe que los no eficientes; y (v) los fondos tienden a una gestión activa para reducir los movimientos direccionales. Además, los fondos no eficientes siempre muestran asimetría negativa, mientras que los fondos eficientes no tienen un patrón claro; principalmente debido a eventos extremos. Por lo general, los rendimientos son leptocúrticos, con valores más cercanos a la media.

---

<sup>5</sup> Dependiendo de cada momento del mercado puede considerarse que en los casos en los que el ratio oscila entre el 0% y el 2% el tipo de gestión es pasiva, entre el 2% y el 5% se trata de gestión activa, mientras que valores superiores al 5% son indicativos de gestión alternativa.

**Tabla 3.5:** Principales estadísticos por categoría para el período 2000-2016

	Mín.	Máx.	1° Cuartil	Med.	3° Cuartil	Media	DS	Asimetría	Curtosis	VaR 95%	CVaR 95%	Sharpe
<b>Fondos Eficientes</b>												
Europe Equity Income	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-15,79	19,06	-2,10	1,16	3,59	0,70	4,79	-0,32	1,48	7,45	10,79	1,13
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-18,12	34,78	-1,68	1,64	4,47	0,93	5,69	0,49	7,01	8,12	12,08	1,42
Europe Flex-Cap Equity	-17,07	27,56	-1,70	1,41	3,74	0,93	5,25	0,01	3,72	8,17	11,83	1,55
Europe Large-Cap Blend Equity	-19,05	15,19	-2,43	0,70	3,30	0,19	4,57	-0,53	0,78	8,38	10,85	-0,20
Europe Large-Cap Growth Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Large-Cap Value Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Mid-Cap Equity	-19,32	12,75	-2,37	1,13	4,62	0,53	5,53	-0,69	1,00	9,83	13,11	0,60
Europe Small-Cap Equity	-18,64	14,06	-2,09	1,38	4,43	0,78	5,19	-0,74	1,26	8,40	12,19	1,22
Eurozone Flex-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Large-Cap Equity	-16,44	14,14	-2,76	0,84	3,54	0,23	4,95	-0,52	0,74	8,48	11,76	-0,06
Eurozone Mid-Cap Equity	-24,78	35,08	-3,08	1,01	3,95	0,28	6,68	0,13	4,71	11,60	15,75	0,05
<b>Fondos no Eficientes</b>												
Europe Equity Income	-18,52	15,91	-2,51	0,63	3,09	0,14	5,25	-0,52	1,69	10,39	13,53	-0,25
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-16,16	18,54	-2,50	0,93	3,32	0,21	5,00	-0,43	1,44	8,97	11,90	-0,10
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Flex-Cap Equity	-16,56	20,83	-1,83	1,06	3,19	0,64	4,45	-0,51	2,19	7,12	10,63	1,04
Europe Large-Cap Blend Equity	-21,40	19,01	-2,22	0,67	3,16	0,22	4,66	-0,50	1,34	8,26	11,26	-0,08
Europe Large-Cap Growth Equity	-16,88	16,12	-2,43	0,98	3,45	0,36	5,25	-0,50	1,29	9,63	12,80	0,25
Europe Large-Cap Value Equity	-17,05	23,40	-2,23	0,97	3,54	0,36	4,80	-0,49	1,80	8,32	11,63	0,26
Europe Mid-Cap Equity	-21,99	25,99	-2,33	1,02	3,77	0,43	5,84	-0,33	3,41	9,25	14,21	0,35
Europe Small-Cap Equity	-20,56	20,92	-2,68	1,27	4,43	0,57	5,37	-0,45	1,78	8,67	12,57	0,71
Eurozone Flex-Cap Equity	-19,91	18,37	-1,46	1,19	3,34	0,54	4,72	-0,79	3,14	7,48	12,19	0,74
Eurozone Large-Cap Equity	-23,30	22,80	-2,78	0,74	3,54	0,17	5,12	-0,48	1,20	9,01	12,50	-0,19
Eurozone Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

**Tabla 3.6:** Principales estadísticos por categoría para el período 2007-2012

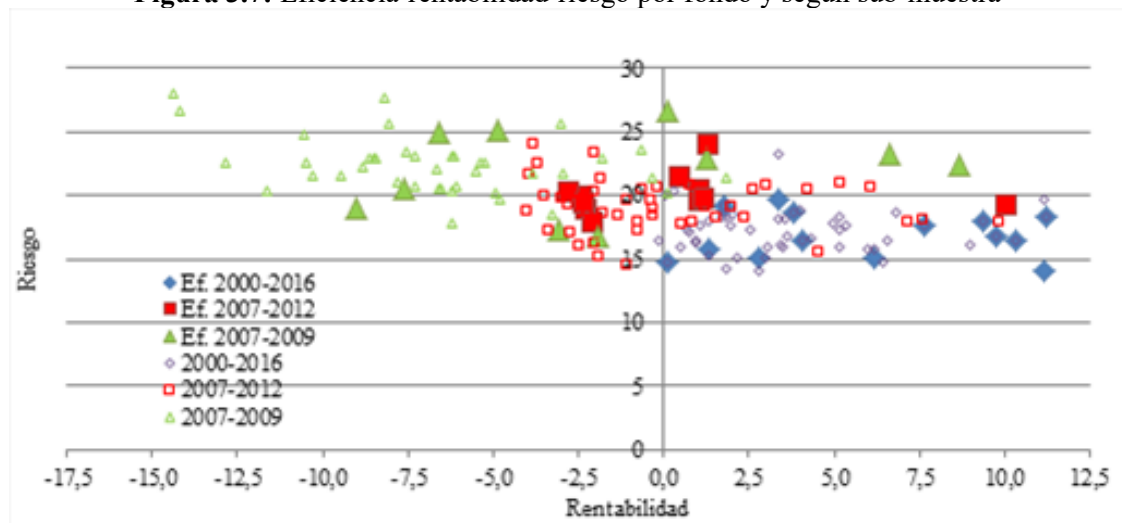
	Mín.	Máx.	1° Cuartil	Med.	3° Cuartil	Media	DS	Asimetría	Curtosis	VaR 95%	CVaR 95%	Sharpe
<b>Fondos Eficientes</b>												
Europe Equity Income	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-15,79	16,99	-2,70	1,43	3,78	0,52	5,47	-0,48	0,64	9,56	11,85	0,57
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Flex-Cap Equity	-17,07	27,56	-2,57	0,79	3,18	0,43	6,02	0,61	5,60	10,25	12,94	0,35
Europe Large-Cap Blend Equity	-21,40	13,93	-2,58	0,12	3,23	-0,08	5,02	-0,45	0,94	9,62	11,58	-0,86
Europe Large-Cap Growth Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Large-Cap Value Equity	-14,86	23,40	-3,19	0,36	3,76	0,06	6,01	0,32	2,58	11,09	12,79	-0,37
Europe Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Small-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Flex-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Large-Cap Equity	-13,34	13,91	-3,38	-0,49	3,68	-0,33	5,39	-0,24	0,15	10,17	11,94	-1,30
Eurozone Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Fondos no Eficientes</b>												
Europe Equity Income	-15,52	14,72	-2,12	0,25	2,43	-0,07	4,96	-0,59	1,87	10,63	12,51	-0,77
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-16,16	18,54	-2,93	0,61	2,93	-0,03	5,62	-0,22	1,68	10,93	13,05	-0,61
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-17,15	13,87	-1,84	1,55	3,97	0,60	5,13	-1,04	2,21	8,21	12,71	0,80
Europe Flex-Cap Equity	-16,56	20,83	-2,38	0,72	3,04	0,16	5,57	-0,35	1,60	10,48	12,91	-0,22
Europe Large-Cap Blend Equity	-19,05	18,33	-2,54	0,35	3,05	-0,10	5,30	-0,54	1,45	10,68	12,92	-0,80
Europe Large-Cap Growth Equity	-16,88	16,12	-1,08	1,35	3,46	0,73	5,20	-0,70	2,35	9,97	12,64	1,08
Europe Large-Cap Value Equity	-17,05	15,57	-2,70	0,22	3,39	-0,13	5,42	-0,62	1,12	10,37	13,24	-0,85
Europe Mid-Cap Equity	-21,99	20,24	-2,55	0,46	3,34	-0,04	6,15	-0,71	1,98	10,81	15,46	-0,55
Europe Small-Cap Equity	-20,56	15,55	-2,41	0,72	3,79	0,05	5,70	-0,85	2,06	9,39	14,28	-0,41
Eurozone Flex-Cap Equity	-19,91	18,37	-2,89	-0,05	3,52	-0,16	6,15	-0,42	1,60	11,26	14,29	-0,79
Eurozone Large-Cap Equity	-23,30	22,80	-3,50	0,43	3,70	-0,16	5,85	-0,51	0,97	11,78	13,91	-0,85
Eurozone Mid-Cap Equity	-17,60	11,29	-3,03	0,79	3,72	-0,03	5,43	-0,91	1,22	9,51	13,37	-0,62

**Tabla 3.7:** Principales estadísticos por categoría para el período 2007-2009

	Mín.	Máx.	1° Cuartil	Med.	3° Cuartil	Media	DS	Asimetría	Curtosis	VaR 95%	CVaR 95%	Sharpe
<b>Fondos Eficientes</b>												
Europe Equity Income	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-15,79	16,99	-2,63	1,51	4,36	0,46	6,52	-0,44	0,50	11,79	13,39	0,26
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Flex-Cap Equity	-17,07	27,56	-3,94	-0,01	3,25	-0,20	7,38	0,55	2,64	12,09	14,21	-0,84
Europe Large-Cap Blend Equity	-13,14	12,92	-3,03	0,24	2,71	-0,45	5,24	-0,36	0,71	10,40	11,57	-1,71
Europe Large-Cap Growth Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Large-Cap Value Equity	-14,86	23,40	-4,26	-0,12	1,90	-0,55	7,10	0,61	2,69	12,35	13,93	-1,44
Europe Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Small-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Flex-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Large-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Fondos no Eficientes</b>												
Europe Equity Income	-15,52	14,72	-3,35	-0,35	2,16	-0,97	5,80	-0,30	1,39	11,89	13,73	-2,63
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-16,16	18,54	-3,15	-0,01	2,66	-0,52	5,82	-0,44	1,16	11,53	13,25	-1,73
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-17,15	13,87	-3,09	0,70	4,33	-0,32	6,19	-0,80	1,14	13,57	14,85	-1,22
Europe Flex-Cap Equity	0,00	14,30	-2,50	0,39	2,86	-0,79	6,15	-0,54	0,80	13,44	14,10	-2,12
Europe Large-Cap Blend Equity	-21,40	18,33	-3,04	0,09	2,96	-0,56	6,20	-0,47	1,20	12,33	14,21	-1,66
Europe Large-Cap Growth Equity	-16,88	16,12	-1,58	0,63	3,24	0,06	6,10	-0,59	1,80	12,06	14,18	-0,50
Europe Large-Cap Value Equity	-17,05	15,57	-2,56	0,20	3,06	-0,53	6,08	-0,65	1,24	12,71	14,51	-1,60
Europe Mid-Cap Equity	-21,99	20,24	-3,66	-0,82	3,64	-1,03	7,20	-0,59	1,39	15,92	18,24	-2,22
Europe Small-Cap Equity	-20,56	15,55	-2,62	0,83	3,52	-0,34	6,69	-0,89	1,73	14,85	16,62	-1,17
Eurozone Flex-Cap Equity	-19,91	18,37	-3,20	-0,70	3,36	-0,67	7,28	-0,28	1,21	12,97	16,33	-1,61
Eurozone Large-Cap Equity	-23,30	22,80	-3,30	0,18	3,45	-0,54	6,53	-0,45	0,91	12,57	14,51	-1,56
Eurozone Mid-Cap Equity	-17,60	11,29	-3,17	-0,18	3,72	-0,86	6,13	-0,91	0,97	13,52	15,58	-2,27

En la figura 3.7 muestra la relación rentabilidad-riesgo para todos los fondos analizados por cada serie (en un tamaño más grande los fondos eficientes en cada serie empleada). En general podemos afirmar que los fondos eficientes que asumen más riesgo son los del período 2007-2009. Los fondos del período 2007-2012 se muestran más concentrados en un rango uniforme de rentabilidad-riesgo. La muestra 2000-2016 oscila en unos rangos homogéneos de riesgo y en la mayor parte de los casos en rentabilidades positivas.

**Figura 3.7:** Eficiencia-rentabilidad-riesgo por fondo y según sub-muestra



Conforme a estos resultados, concluimos que: (i) el período (2007-2009) se caracteriza por baja rentabilidad y alto riesgo; (ii) en los períodos bajistas la asimetría tiende a pasar de negativa a positiva, al igual que ocurre con la curtosis, por otro lado los ratios de Sharpe empeoran, aunque los resultados tienden a ser mejores en el caso de los fondos eficientes; (iii) los modelos DEA son una medida consistente de la eficiencia al verificarse que los fondos más eficientes, en general, arrojan los mejores resultados.

### 3.3.3 Análisis de la dominancia estocástica

#### 3.3.3.1 Construcción de un índice de dominancia estocástica

Como segunda parte de nuestro análisis se ha procedido al análisis de la DE de la muestra de fondos seleccionados. Para ello en primer lugar se ha determinado el número total de fondos dominantes y de fondos dominados para el caso DES. Hecho el cómputo posteriormente se ha construido un índice de DE equivalente y comparable con DEA que permite repartir el peso de los fondos dominantes respecto de los dominados. Todo ello nos ha permitido

establecer una jerarquización de los fondos de inversión analizados. El índice de DE propuesto atiende a la siguiente expresión:

$$ISD_i = \frac{D_{A,i} - D_{B,i}}{N}$$

siendo:

$ISD_i$  : Índice de DE calculado para cada fondo  $i$ .

$D_{A,i}$  : Número de fondos dominados por el fondo  $i$

$D_{B,i}$  : Número de fondos por los que el fondo  $i$  es dominado

$N$  : Número de fondos analizados.

El índice proporciona resultados que oscilan entre -1 (el caso de un fondo dominado por todos los demás) y +1 (fondo dominante de todos los restantes). Ello implica que los fondos con signo negativo tendrán una peor clasificación en el ranking de dominancia frente a los que tengan signo positivo.

Finalmente, los fondos con puntuaciones cercanas a cero se encontrarán próximos a una situación de neutralidad en la dominancia, siendo un resultado igual a cero representativo de un fondo que ni domina ni es dominado.

### **3.3.3.2 Resultados obtenidos del análisis de dominancia estocástica**

En la Tabla 3.8 se muestran los resultados obtenidos de la aplicación de la DES con la metodología señalada. Así, una vez agrupados los fondos por estrategias se ha obtenido el porcentaje de los que son dominantes y dominados por estrategia.



**Tabla 3.8:** Número de fondos dominantes y dominados por estrategia

Clasificación Morningstar	2000-2016		2007-2012		2007-2009	
	Dominante	Dominado	Dominante	Dominado	Dominante	Dominado
Europe Equity Income	2%	26%	26%	4%	6%	0%
Europe ex-UK Large-Cap Equity	42%	8%	36%	2%	36%	8%
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	18%	12%	32%	0%	8%	4%
Europe Flex-Cap Equity	11%	19%	25%	4%	29%	1%
Europe Large-Cap Blend Equity	30%	19%	21%	13%	23%	13%
Europe Large-Cap Growth Equity	39%	4%	39%	1%	2%	40%
Europe Large-Cap Value Equity	24%	27%	16%	15%	16%	7%
Europe Mid-Cap Equity	1%	71%	5%	45%	2%	40%
Europe Small-Cap Equity	5%	19%	6%	23%	5%	22%
Eurozone Flex-Cap Equity	2%	56%	6%	66%	14%	0%
Eurozone Large-Cap Equity	16%	28%	7%	40%	7%	33%
Eurozone Mid-Cap Equity	2%	44%	8%	28%	0%	18%

Para la serie 2000-2016 destaca la categoría “Europe ex-UK Large-Cap Equity” por ser la más dominante, y “Eurozone Flex-Cap Equity” por ser la más dominada.

Para la serie 2007-2012 la estrategia “Europe Large-Cap Growth Equity” es la más dominante frente a “Eurozone Flex-Cap Equity“. Finalmente en la muestra 2007-2009 “Europe ex-UK Large-Cap Equity” vuelve a ser la categoría dominante frente a “Europe Large-Cap Growth Equity” y “Europe Mid-Cap Equity” que son los fondos más dominados.

A la vista de los resultados obtenidos “Europe ex-UK Large-Cap Equity” es la estrategia con mayor puntuación en SD, lo cual resulta coincidente con los resultados obtenidos de DEA.

En el análisis encontramos períodos que tienen fondos con índice cero (ni dominan ni son dominados). Concretamente la serie 2000-2016 tiene un 2% de este tipo de fondos y la serie 2007-2012 un 2%. En cambio en la serie 2007-2009 no existen fondos neutrales en dominancia. Por otro lado las cifras de DE se extreman en el período 2007-2009, lo cual puede explicarse por el período de crisis en el que parece confirmarse que los mejores fondos tienden a ser más sólidos en los momentos más adversos de mercado.

Por este motivo hemos querido estudiar el impacto que tienen la rentabilidad y el riesgo en el *ISD* obteniendo los resultados representados en la Tabla 3.9. En este marco hemos ampliado la base de comparación incorporando adicionalmente el alfa del gestor.

**Tabla 3.9:** Matriz correlaciones de Spearman entre alfa, DEA e *ISD* vs rentabilidad y riesgo

		2000-2016	2007-2009	2007-2012
Rentabilidad vs	Alfa	0,1792	0,5571	0,4190
		0,2124	< 0,0001	0,0027
	DEA	0,4127	0,6027	0,5107
		0,0031	< 0,0001	0,0002
	<i>ISD</i>	0,2778	0,7893	0,6777
		0,0511	< 0,0001	< 0,0001
Riesgo vs	Alfa	-0,8005	-0,6646	-0,6617
		< 0,0001	< 0,0001	< 0,0001
	DEA	-0,2488	-0,4104	-0,2924
		0,0815	0,0033	0,0397
	<i>ISD</i>	-0,7408	-0,6084	-0,6295
		< 0,0001	< 0,0001	< 0,0001

Los valores en cursiva son diferentes de 0 con un nivel de significación alfa de 0,05.

Cuando se analiza el periodo en el que se entra en crisis 2007-2009, encontramos una relación positiva entre *ISD* y rentabilidad, de manera que generalmente un fondo con altos niveles en el *ISD* tendrá mayores niveles de rentabilidad. Señalar no obstante que la serie 2000-2016 este efecto parece diluirse.

En cuanto al riesgo, los fondos que arrojan cifras elevadas en el *ISD* tienden a tener un riesgo más bajo y estable en el tiempo. En todo caso estas conclusiones parecen contraponerse a los resultados obtenidos por DEA, por lo que en el siguiente apartado analizaremos con más detalle las relaciones causales entre las métricas estudiadas con el fin buscar una explicación a este hecho.

### 3.3.4 Relaciones entre las métricas analizadas

Analizados los resultados obtenidos de la aplicación de DEA y de DE, en el presente apartado se estudia si existe relación entre los resultados de las dos metodologías empleadas.

En virtud de ambas escalas podemos establecer rangos y analizar las relaciones entre los resultados de ambas metodologías, pudiendo concluir así si existe o no alguna clase de

relación entre DEA y la DE. A tal efecto, en primer lugar la Tabla 3.10 muestra el coeficiente de correlación de Spearman entre el ranking proporcionado por DEA y el generado por DE.

**Tabla 3.10:** Correlación de Spearman entre DEA, *ISD* y alfa

	<b>2000-2016</b>	<b>2007-2009</b>	<b>2007-2012</b>
<i>IDE DES vs DEA</i>	0,5346	0,7807	0,7411
	< 0,0001	0,0000	< 0,0001
<i>IDE DES vs Alfa</i>	0,7752	0,8003	0,7740
	< 0,0001	< 0,0001	< 0,0001
<i>DEA vs Alfa</i>	0,4501	0,6660	0,5982
	0,0012	0,0000	< 0,0001

Los valores en cursiva son diferentes de 0 con un nivel de significación alfa de 0,05.

La relación *ISD* con DEA para la serie 2000-2016 arroja una correlación del 53,5%, mientras que para la serie 2007-2012 supone un 74,1% y para el período 2007-2009 un 78,1%. Las correlaciones obtenidas implican unos considerables grados de relación, algo menor para el período 2000-2016. En conclusión podemos afirmar que existe una fuerte relación entre ambas métricas, siendo ésta notable en períodos cortos.

Una vez establecida la relación entre DEA y DE surge otra cuestión fundamental: conocer la influencia que tiene el gestor en la creación de valor. Como se puede observar en la Tabla 3.11, la relación entre *ISD* y alfa refleja correlaciones muy importantes por encima del 77% en todos los períodos. Ello sugiere que los fondos dominantes tienden a tener alfas más elevadas y por ende puede inferirse que la gestión de los mismos proporciona rentabilidades en general superiores al mercado. Desde el punto de vista de la eficiencia, las correlaciones son algo más moderadas y la importancia del gestor, aún siendo visible, no llega a los niveles de la DE.

Para finalizar el estudio se ha considerado conveniente realizar un análisis de regresión en el que la variable dependiente sea la rentabilidad y las variables independientes sean el indicador DEA y el *ISD*. Los resultados obtenidos determinarán en qué medida influyen estas variables en la rentabilidad obtenida.

El primer análisis se realiza para la serie 2000-2016. El modelo no presenta multicolinealidad, evidenciando que las variables dependientes, aunque correlacionadas, no son redundantes con

un factor de inflación de varianza (VIF) de 1,532 y una tolerancia de 0,65. En cambio existe autocorrelación con un estadístico Durbin-Watson de 1,311, de modo que el modelo no puede ser validado. El problema de autocorrelación se ha solucionado a través del método de Cochrane-Orcutt. Así, definida la función de regresión:

$$E(R_i) = \beta_0 + \beta_1 DEA_i + \beta_2 ISD_i + \varepsilon_i$$

y solucionado el problema de autocorrelación por el método de Cochrane-Orcutt, la recta de regresión queda definida del siguiente modo:

$$E(R_i) = -1,39382 + 1,84827DEA_i + 0,02443ISD_i + \varepsilon_i$$

El test  $F$  arroja un p-valor de 0,0141 por lo que el modelo es significativo en un 98,58%. Los p-valores de los parámetros son 0,0783; 0,0161 y 0,8242, con una significación estadística importante para los dos primeros (92,16% y 98,38% respectivamente) y con una significación muy baja (17,57%) en el caso del tercero. Ello supone que la rentabilidad depende positiva y significativamente de la eficiencia pero, aunque también depende positivamente de la SD, tal dependencia no es significativa para el período 2000-2016.

En el caso de la serie 2007-2012 también se concluye con la ausencia de multicolinealidad (VIF por valor de 2,725 y tolerancia de 0,367). En cuanto a la autocorrelación, el estadístico Durbin-Watson toma un valor de 1,457 lo que de nuevo implica la existencia autocorrelación. Haciendo uso nuevamente del método de Cochrane-Orcutt se obtiene la siguiente función de regresión:

$$E(R_i) = -0,37475 + 0,43864DEA_i + 0,42418ISD_i + \varepsilon_i$$

El test  $F$  proporciona un p-valor significativo en un 99,99%. Asimismo los p-valores de los parámetros arrojan una significación estadística del 15,51%, 38,75% y 99,41%, así que los rendimientos esperados dependen positivamente de eficiencia –aunque el parámetro no es significativo– y DE para el período 2007-2012.

Finalmente, en la serie 2007-2009 se concluye nuevamente con la ausencia de multicolinealidad (VIF de 2,577 y tolerancia de 0,388). Sin embargo, en este caso el estadístico Durbin-Watson toma un valor 1,909 lo que refleja ausencia de autocorrelación. Así, la recta de regresión arroja los siguientes resultados:

$$E(R_{i,t}) = -0,7555 + 0,32321DEA_i + 0,6414ISD_i + \varepsilon_i$$

El test  $F$  proporciona un p-valor menor que 0,0001 de modo que el modelo es significativo en un 99,99%. Los p-valores de los parámetros toman una significación del 66,70%, 29,40% y 99,59% respectivamente. De nuevo ello implica que como en los modelos anteriores, la rentabilidad depende positiva pero no significativamente de la eficiencia y de manera positiva y significativa de la DE para el período 2007-2009.

Del estudio de las regresiones anteriores podemos concluir que para las muestras analizadas: (i) en las series largas (período 2000-2016) se caracteriza por series más estables y con rendimientos positivos se priman altos grados de eficiencia y se penaliza la DE; (ii) en consecuencia, los modelos de regresión analizados penalizan la eficiencia en los períodos de crisis y ponderan elevados niveles de DE; (iii) los modelos de regresión explican más rentabilidad por la eficiencia que por la DE; (iv) la regresión 2007-2012, es la que mejores resultados proporciona cuando se reparten los pesos en las dos variables; (v) con todo ello se puede concluir que la eficiencia parece un elemento decisional más acorde con el largo plazo y no muy acorde en períodos de crisis/turbulencias, mientras que la DE parece arrojar mejores resultados en períodos más a corto plazo en lo que exista mayor inestabilidad, según los resultados obtenidos en nuestro análisis.

### **3.4 Conclusiones**

La contribución de este trabajo se centra en el análisis del papel de la eficiencia, la preferencia por activos en presencia de aversión al riesgo y del papel del gestor, todo ello evaluado desde el punto de vista de las metodologías DEA y DES.

Los resultados en general son positivos y significativos, existiendo relaciones directas entre las variables, las cuales se relacionan directamente entre sí. Podemos concluir que: (i) se

verifica la presencia de correlación entre las puntuaciones de DEA, el *ISD* y el parámetro alfa, empleando a tal efecto el coeficiente de correlación de Spearman; (ii) existe relación entre la rentabilidad y el riesgo de los fondos con la eficiencia, DE y alfa también a través de los coeficientes de correlación de Spearman; (iii) DEA y DE son buenas variables explicativas de los rendimientos esperados de los fondos de inversión, con una relación directa en ambos casos. De todos modos, la eficiencia parece más efectiva a largo plazo, mientras que DE es más adecuada a corto plazo y en períodos de alta volatilidad.

Finalmente, nuestra muestra ofrece una relación lineal entre eficiencia, DE y rendimiento. Este hecho abre algunas preguntas sobre áreas relacionadas, como el efecto de la eficiencia y el DE en el tamaño de los fondos de inversión para estudiar posibles economías de escala, o el papel de los modelos DEA y DE en la valoración de activos.

**CAPITULO 4. EFICIENCIA COMO FACTOR DE  
VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS, UN  
ANÁLISIS CON METODOLOGÍA GMM**

---

*Pablo Solórzano Taborga*



## RESUMEN

La literatura reciente muestra que las anomalías del mercado han disminuido significativamente, mientras que la investigación sobre los factores del mercado ha mejorado en gran medida la *performance* de los modelos de valoración de activos. En este artículo estudiamos hasta qué punto técnicas como el análisis envolvente de datos puede ayudar a mejorar la *performance* de los modelos multifactoriales. Específicamente, probamos el poder explicativo del modelo de tres factores de Fama y French, combinado con un factor adicional basado en DEA, para una muestra de 2.101 fondos de renta variable europea, en el período de 2001 a 2016. En consecuencia, primero construimos las carteras de fondos que constituyen nuestros activos de prueba y creamos el factor de eficiencia. En segundo lugar, estimamos los valores vinculados a los cuatro factores utilizando mínimos cuadrados ordinarios (MCO) en una regresión de dos etapas de corte transversal.

Finalmente, utilizamos el estadístico R-cuadrado estimado por mínimos cuadrados generalizados (GLS), así como la prueba de Gibbons Ross y Shanken y el *J*-test para sobreidentificar las restricciones con el fin de estudiar la *performance* del modelo, incluyendo y omitiendo el factor eficiencia. Los resultados muestran que el factor eficiencia mejora los resultados del modelo y reduce los errores en la fijación de precios de los activos bajo consideración, lo que nos permite concluir que el índice eficiencia puede usarse como un factor en los modelos de fijación de precios de activos.

## **ABSTRACT**

Recent literature shows that market anomalies have significantly diminished, while research on market factors has largely improved the performance of asset pricing models. In this paper we study the extent to which data envelopment analysis (DEA) techniques can help improve the performance of multifactor models. Specifically, we test the explanatory power of the Fama and French three-factor model, combined with an additional factor based on DEA, on a sample of 2101 European equity funds, for the period from 2001 to 2016. Accordingly, we first form the fund portfolios that constitute our test assets and create the efficiency factor. Secondly, we estimate the prices of risk tied to the four factors using ordinary least squares (OLS) on a two-stage cross-sectional regression.

Finally, we use the R-squared statistic estimated by generalized least squares (GLS), as well as the Gibbons Ross and Shanken test and the J-test for overidentifying restrictions in order to study the performance of the model, including and omitting the efficiency factor. The results show that the efficiency factor improves the performance of the model and reduces the pricing errors of the assets under consideration, which allows us to conclude that the efficiency index may be used as a factor in asset pricing models.

**PALABRAS CLAVE: Data Envelopment analysis; Fama-French; modelos multifactoriales; fondos de inversión; valoración de activos; anomalías de mercado.**

## 4.1 Introducción

En las últimas décadas, la investigación sobre anomalías en el mercado financiero ha dado lugar a una gran cantidad de nuevos factores fuertemente relacionados con los rendimientos de los activos, que han contribuido a mejorar sustancialmente la *performance* de los modelos multifactoriales de valoración de activos (en adelante *asset pricing*). Además, investigaciones recientes sobre el tema, sugieren que varias anomalías de mercado conocidas han disminuido significativamente, promoviendo una validez renovada de la hipótesis del mercado eficiente. Este hecho mejora considerablemente la sostenibilidad y la estabilidad del sistema financiero, contribuyendo a una asignación eficiente de recursos.

Específicamente, Chordia *et al.* (2011) muestran que la volatilidad intradiaria de los mercados bursátiles y la previsibilidad transversal de los rendimientos han disminuido en los últimos años, lo que resulta en una mayor eficiencia del mercado. De manera consistente, Chordia *et al.* (2014) concluyen que la mayor actividad ha reducido significativamente la mayoría de las anomalías del mercado. Además, McLean y Pontí (2016) sugieren que los inversores aprendan sobre la fijación de precios de las publicaciones académicas, lo que demuestra que los rendimientos de la cartera vinculados a varias variables útiles para pronosticar los rendimientos de las acciones por sección cruzada son significativamente más bajos después de la publicación.

A pesar de lo anterior, las exitosas técnicas de optimización, como el análisis de envolvente de datos, rara vez han sido tratadas por la literatura de *asset pricing*, a pesar de que los modelos de factores de mercado están directamente relacionados con carteras eficientes. Basso y Funari (2001) encuentran que DEA está altamente correlacionada con algunas medidas clásicas de *performance*, como los ratios de Treynor, Sharpe y Jensen.

Consistentemente, Eling (2006) muestra que bajo ciertos supuestos, las clasificaciones proporcionadas por la DEA son muy cercanas a las proporcionadas por el ratio de Sharpe, mientras que Vidal-García *et al.* (2018) analizan la eficiencia del mercado a corto plazo de la industria de fondos de inversión a nivel global, encontrando evidencia sólida de que, en general, los fondos de renta variable están cerca de ser eficientes en términos de media-varianza. Según el Teorema de Roll (Roll 1977), si hay una tasa libre de riesgo, todas las carteras eficientes maximizan el ratio de Sharpe del mercado y llevan la misma información

sobre los precios de los activos. Sin embargo, el patrón de previsibilidad de los rendimientos de las acciones (Campbell y Shiller 1988) hace que sea difícil encontrar una cartera eficiente dentro de la muestra que funcione bien fuera de la muestra cuando se usa como factor de riesgo. Para resolver este problema, la literatura sobre *asset pricing* se ha centrado principalmente en la búsqueda de factores de riesgo fundamentales mediante el estudio de una gran cantidad de anomalías del mercado.

Hasta donde sabemos, las investigaciones previa rara vez ha explorado la relación que existe entre las clasificaciones de DEA y las carteras eficientes para mejorar la *performance* de los modelos de *asset pricing*, pero generalmente se ha centrado en usar DEA para sugerir métodos específicos para clasificar fondos de inversión.

Sobre esta base, en este artículo combinamos el modelo de tres factores Fama-French (Fama y French 1993) con herramientas DEA, lo que da como resultado un nuevo modelo de cuatro factores. Particularmente, empleamos DEA para generar un nuevo factor de mercado útil para determinar el exceso de rendimiento esperado, bajo el supuesto de que la eficiencia, medida por DEA, puede contribuir a mejorar el rendimiento de los modelos de multifactoriales de *asset pricing*.

Como se muestra a continuación, esto permite que nuestro modelo e al modelo de tres factores Fama-French.

La metodología DEA comprende una amplia gama de herramientas no paramétricas que utilizan la programación lineal para capturar la relación entre diferentes inputs y outputs, con el fin de proporcionar una clasificación para un número predeterminado de unidades de toma de decisiones (en adelante, DMUs). Dichos inputs y outputs se pueden elegir con flexibilidad y pueden incorporar variables denominadas en diferentes unidades. Originalmente, DEA fue concebida para evaluar la eficiencia de los servicios públicos, como los establecimientos educativos (Banker *et al.* 1984).

Sin embargo, hoy en día, los métodos DEA se utilizan en una amplia gama de actividades, como la banca (Sherman y Gold 1985), la industria de seguros (Fecher *et al.* 1993) o la fabricación (Parkan 1991). Desde la década de 1990, las herramientas DEA se han utilizado

ampliamente para evaluar la eficiencia de los fondos de inversión, Murthi *et al.* (1997) quienes en gran medida fueron pioneros en este tema de investigación.

La investigación reciente sobre las aplicaciones financieras de DEA se centra principalmente en sugerir métodos *ad hoc* para clasificar los fondos de inversión (McMullen y Strong, 1998; Galagedera y Silvapulle, 2002; Basso y Funari, 2001; Basso y Funari, 2005; Basso y Funari, 2016; Zhao *et al.*, 2011 ; Babalos *et al.*, 2015; Premachandra *et al.*, 2016; Vidal-García *et al.*, 2018; Andreu *et al.*, 2018), hedge funds (Gregoriou y Gueyie, 2003; Gregoriou y Zhu, 2005), fondos de inversión socialmente responsables (Basso y Funari, 2005; Basso y Funari, 2007; Pérez-Gladish *et al.*, 2013; Abdelsalam *et al.*, 2014) y fondos de pensiones (Guillén, 2011; Gökgöz y Çandarlı, 2011).

Sin embargo, como se señaló anteriormente, hasta donde sabemos, DEA rara vez se ha utilizado para mejorar el rendimiento de los modelos de precios de activos, con algunas excepciones como Rubio *et al.* (2018) para el mercado de EE. UU.

Con respecto a la metodología DEA, permite determinar una frontera eficiente basada en un conjunto de datos dado, que no requiere la definición explícita de una función de producción, es decir, una función concreta que relacione inputs y outputs, aumentando sustancialmente la versatilidad del modelo. Más precisamente, la metodología DEA vincula los recursos empleados por un conjunto de DMU con los resultados alcanzados, considerando que una DMU es eficiente cuando es capaz de producir la cantidad máxima de output para un cierto nivel de input, o es capaz de alcanzar un cierto nivel de output utilizando la menor cantidad de input (Lovell 1993).

Por lo tanto, para un conjunto de DMU, el modelo tiene en cuenta los inputs utilizados y los outputs producidos, para determinar las mejores opciones comparando cada DMU con todas las combinaciones lineales posibles en la muestra.

En consecuencia, DEA proporciona una puntuación igual a uno para todas las DMUs eficientes. En este sentido, una DMU es eficiente cuando produce un resultado más alto para algunos outputs sin implicar un resultado más bajo para el resto de las outputs, y sin consumir más inputs. De manera equivalente, una DMU es eficiente cuando, empleando una cantidad menor de algún input pero no más del resto, produce el mismo output (Charnes *et al.* 1981).

Las principales fortalezas de la metodología son las siguientes: (i) DEA permite considerar varios inputs y outputs simultáneamente, (ii) no requiere una definición explícita de la relación entre inputs y outputs, (iii) cada DMU se evalúa de acuerdo con su eficiencia relativa con respecto al resto de DMU y las combinaciones lineales entre ellas, (iv) inputs y outputs pueden expresarse en diferentes unidades de medida, y (v) la metodología nos permite clasificar las DMUs de acuerdo con su eficiencia relativa.

Por otro lado, los modelos de valoración de activos basados en factores permiten explorar las variables con capacidad para explicar los rendimientos de las inversiones en el mercado así como analizar su impacto y la atribución de resultados. No obstante, encontrar los factores fundamentales capaces de explicar los procesos de formación de precios es una tarea compleja dada la enorme cantidad de factores existentes en la actualidad (Cochrane, 2011; Feng *et al.*, 2017).

Asimismo existen numerosas incógnitas adicionales como es la hipotética estabilidad de los factores en el tiempo, cuántos factores se necesitan para explicar la sección transversal, o cómo se puede jerarquizar entre modelos de factores que compiten entre sí y más importante aún, la definición de los factores de riesgo subyacentes es de especial interés para los inversores pues nos permite vincular los precios de los activos y la macroeconomía.

A pesar de su incapacidad para fijar correctamente el precio de las carteras ordenadas por book-to-market (BE/ME), el modelo de valoración de activos financieros (CAPM) es uno de los modelos de factores de mercado más destacados. Asume que los rendimientos esperados son proporcionales a sus covarianzas con la cartera de mercado, que se presume eficiente. Por otro lado, el modelo de valoración de activos de capital de consumo (CCAPM) de Breeden (1979) relaciona los rendimientos de los activos con sus covarianzas con la utilidad marginal del consumo. Lettau y Ludvigson (2001a, 2001b) establecen que la relación consumo-riqueza-ingreso, *cay*, es una variable que mejora la capacidad explicativa del CAPM y del CCAPM, al permitir tener en cuenta una parte de los conjuntos de información a disposición de los inversores.

Con respecto a los modelos multifactoriales, el modelo de tres factores Fama-French (Fama y French 1993) es especialmente notable dado su gran poder explicativo y su capacidad para explicar, entre otros, el efecto del valor. Por otro lado, Fama y French (2015) utilizan la

rentabilidad operativa y la inversión para crear dos factores adicionales, que permiten a los autores mejorar el rendimiento del modelo de tres factores. Fama y French (2016) son consistentes con estos resultados. Además, Carhart (1997) muestra que un factor *momentum* ayuda a mejorar la *performance* del modelo de tres factores Fama-French cuando se utiliza como modelo de atribución de la *performance*. Chen *et al.* (2011) desarrollan un nuevo modelo de factores que se enfoca en el lado de la producción de la economía, con el rendimiento promedio de la cartera del mercado, el volumen de inversión y el ratio ROE como factores de riesgo. Ammann *et al.* (2012) muestran que el poder explicativo de ese modelo es mayor que el de la mayoría de los modelos clásicos de valoración de activos.

Sin embargo, como se mencionó anteriormente, no existe unanimidad sobre el número de factores necesarios para explicar los rendimientos en los modelos de sección transversal o sobre su especificación concreta. Clarke (2014), desarrolla un método de construcción de factores para acciones, mientras que Harvey *et al.* (2015) recopilan hasta 316 anomalías asimiladas a factores descubiertos hasta el momento.

Hasta donde sabemos, los modelos DEA apenas se han utilizado para diseñar factores de riesgo útiles en los modelos de valoración de activos, con la excepción de Rubio *et al.* (2018), quienes adoptan un enfoque diferente al utilizado en este documento para estudiar el poder explicativo de las puntuaciones de DEA para los rendimientos de fondos de inversión en el mercado estadounidense. Los autores concluyen que las puntuaciones DEA ayudan a reducir los errores de fijación de precios y tienen un fuerte poder explicativo.

En este documento utilizamos la metodología DEA para construir un factor de eficiencia, que nos ayude a mejorar el rendimiento del modelo de tres factores Fama-French. Como se muestra a continuación, nuestros resultados sugieren que DEA puede desempeñar un papel importante en la generación de factores de riesgo fundamentales.

Además, nuestros resultados nos permiten concluir que existe una relación negativa entre la eficiencia y los rendimientos esperados, lo cual es coherente con el hecho de que cuanto más eficientes sean los fondos, mayores serán sus precios y, por lo tanto, menores serán sus rendimientos esperados. Esto es consistente con McMullen y Strong (1998), quienes analizan 135 fondos de renta variable y concluyen que los fondos más populares a menudo exhiben un bajo rendimiento.

Nuestro estudio se divide en dos partes. En la primera parte, utilizamos la metodología DEA para una muestra de 2.101 fondos de renta variable europea clasificados en carteras con un tamaño de 20 fondos, para determinar su eficiencia anualmente y luego estimar el nuevo factor de eficiencia. Calculamos este factor como la diferencia entre los rendimientos de fondos eficientes e ineficientes. En la segunda parte, probamos el modelo multifactorial en nuestra muestra, incluyendo y omitiendo el factor de eficiencia, para estimar los errores de precios y comparar los resultados. Para este propósito, primero ejecutamos las regresiones de series temporales de los rendimientos de la cartera sobre los factores, que nos proporcionan todos los coeficientes beta, y luego ejecutamos la regresión transversal de los rendimientos esperados de las betas, que nos proporcionan los precios ligados a cada factor. Utilizamos el estadístico de Gibbons *et al.* (1989) (en adelante, prueba GRS) y el *J*-test para sobreidentificar las restricciones y evaluar los modelos bajo consideración.

Por ello el trabajo se estructura de la siguiente manera: la Sección 2 describe la muestra y muestra los resultados de la metodología DEA. La sección 3 muestra los resultados de los modelos multifactoriales. La sección 4 recoge las principales conclusiones.

#### **4.2 Análisis de eficiencia a través de DEA**

Recopilamos datos mensuales para 2.101 fondos de renta variable Euro / Eurozona, negociados en euros, para el período desde enero de 2001 hasta octubre de 2016, según datos facilitados por Morningstar. Específicamente, nuestra serie de datos cubre el siguientes categorías Europe ex-UK Large-Cap Equity; Europe Equity-Currency Hedged; Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity; Europe Flex-Cap Equity; Europe Large-Cap Blend Equity; Europe Large-Cap Growth Equity; Europe Large-Cap Value Equity; Europe Mid-Cap Equity; Europe Small-Cap Equity; Eurozone Flex-Cap Equity; Eurozone Large-Cap Equity; Eurozone Mid-Cap Equity and Eurozone Small-Cap Equity. Excluimos fondos que invierten exclusivamente en mercados nacionales para evitar distorsiones derivadas de exposiciones al riesgo en áreas específicas.

Por lo tanto, aunque los activos bajo gestión de las categorías consideradas ascienden a 3,72 billones de euros, los activos bajo gestión para los fondos que constituyen nuestra muestra ascienden a 0,547 billones de euros, es decir, un 14.66% de la suma total. En cuanto al



número de fondos, nuestra muestra comprende 2.101 de 11.641 fondos de inversión, es decir, el 18,04% de los fondos totales. La Tabla 4.1 muestra los principales estadísticos.

**Tabla 4.1:** Estadísticos descriptivos fondos RV Europea<sup>1</sup>

<b>Panel A: Rendimientos</b>						
Media	D. Típica	Máx	Mín	Asimetría	Curtosis	
0,363	4,814	44,284	-44,543	-0,633	2,156	
<b>Panel B: Volumen (€ Mill.)</b>						
Media	D. Típica					
547.100	689.962					

<sup>1</sup> Estadísticos descriptivos correspondientes a la muestra de 2.101 fondos de renta variable europeos correspondientes al periodo comprendido entre enero de 2001 y octubre de 2016.

Cabe mencionar que a lo largo de este documento asumimos que los rendimientos de los fondos de inversión son independientes y están distribuidos de manera idéntica (i.i.d.), por lo tanto, suponiendo implícitamente que el rendimiento pasado nos ayuda a medir el rendimiento futuro. En cualquier caso, en las últimas décadas, la investigación sobre predecibilidad nos ha proporcionado una amplia gama de variables y herramientas útiles para pronosticar los rendimientos futuros. Este hecho pone en tela de juicio el i.i.d. supuesto y constituye una limitación del modelo. Además, vale la pena mencionar que, en general, los fondos de inversión proporcionaron retornos positivos en el período 2001-2016, a pesar del entorno de mercado turbulento de 2007-2008. En este marco, las técnicas de optimización como DEA desempeñan un papel clave en la tarea de medir el rendimiento relativo de los fondos de inversión. En este sentido, Kapur y Timmermann (2005) estudian las implicaciones en la prima de riesgo de la *performance* para determinar la compensación de los gestores de fondos. Los autores concluyen que el desempeño relativo es particularmente confiable al evaluar la calidad de la gestión cuando el conjunto de contratos posibles es restringido, especialmente en mercados alcistas.

De la Tabla 4.1 se puede concluir que en el período 2001-2016 se genera una rentabilidad positiva pese a los períodos de intensa inestabilidad de los años 2007-2008, en los que se produce la caída generalizada de los mercados. También se puede observar una moderada volatilidad y asimetría negativa, de modo que existe una mayor probabilidad de rendimientos negativos. Respecto a la curtosis, ésta es positiva, lo que supone datos más concentrados en la media y apuntamiento.

Empleamos el modelo DEA con retornos variables a escala (VRS) con orientación input. En investigaciones anteriores rara vez se ha utilizado DEA para mejorar los modelos clásicos de valoración de activos, otros estudios de la *performance* de los fondos de inversión a través de DEA adoptan diversos enfoques a este respecto que van desde el clásico retornos constantes a escala (en adelante CRS), siendo pionero Murthi *et al.* (1997), hasta modelos de etapas múltiples, que nos permiten diferenciar múltiples subprocesos de manera secuencial (Premachandra *et al.*, 2012; Zhao y Yue, 2010).

En este sentido, Berk y Green (2004) relacionan directamente tanto el tamaño como el rendimiento de los fondos de inversión, lo que demuestra que los fondos más rentables conseguirán un gran volumen con el tiempo, lo que los llevará progresivamente a emprender inversiones no rentables, bajo la asunción de eficiencia del mercado de fondos. Este hecho da como resultado un alfa cercano a cero para la mayoría de los fondos de inversión, lo que dificulta, si no imposibilita, medir la calidad de la gestión de tales inversiones. Este enfoque tiene dos implicaciones principales para nuestro modelo. Primero, las alfas cercanas a cero implican que debe haber un modelo de valoración de activos que explique perfectamente los rendimientos esperados de la mayoría de los fondos de inversión. En segundo lugar, dado que la mayoría de los fondos de inversión tienen un nivel de capital que les permite operar de manera óptima, utilizamos VRS para dar cuenta de las economías o deseconomías de escala que surgen de variar el tamaño del fondo.

Además, para mantener el modelo manejable, utilizamos un modelo de una sola etapa en lugar de un modelo de varias etapas. En este sentido, debemos enfatizar que nuestro modelo no requiere desagregar el proceso de creación de valor de los fondos de inversión, sino que proporciona un factor que nos permite capturar el patrón de eficiencia de las carteras en consideración. Un modelo de una sola etapa cumple este requisito con un nivel relativamente bajo de complejidad. Esto es importante ya que la creciente sofisticación de los modelos DEA puede ser parte de la explicación de la "falta de visibilidad" de la metodología en la práctica financiera (Basso y Funari, 2016).

Bajo estos supuestos, podemos determinar el nivel de eficiencia de cualquier fondo utilizando la programación lineal, de la siguiente manera:

$$Max_{(\alpha, v_i, u_r)} h_o = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + u_o}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}}$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1 \dots n \quad (1)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

siendo:

$y_{r0}$ : Cantidad de output (1, 2... r) producida por la unidad evaluada.

$u_r$ : Ponderaciones, equivalentes al precio del output ( $y_{10}, y_{20} \dots y_{r0}$ ).

$x_{10}$ : Cantidad de input (1, 2... i) consumida por la unidad.

$v_r$ : Ponderaciones ( $v_1, v_2 \dots v_i$ ) asignadas por el programa, que representan el precio de cada input y que es distinto para cada unidad.

A partir de las ponderaciones ( $u_r, v_i$ ), para cada unidad de producción, las restricciones pretenden asegurar que el cociente resultante de la ecuación (1) no sea superior a 1 para ninguna de las DMUs estudiadas. De forma esta forma, una DMU se considera eficiente cuando el resto de unidades no presentan una valoración superior a ella, alcanzando  $h_o = 1$ , siendo ineficientes aquellas otras DMUs que toman valores de  $0 < h_o < 1$ . En este trabajo se hace uso de orientación input por lo que se considera constante el numerador del cociente de la fracción (1), de modo que:

$$\text{Min } \theta$$

Sujeto a:

$$x_i \theta - \chi \lambda \geq 0 \quad (2)$$

$$Y \lambda - y_r \geq 0$$

$$\lambda \geq 0$$

siendo:

$\theta$ : Distancia en inputs a la envolvente de datos.

$\chi$ : Matriz de inputs de orden (mxn)

Y: Matriz de outputs de orden (sxn)

$\lambda$ : Vector (nx1) de pesos o intensidades

$x_i$  e  $y_r$ : Vectores de inputs y outputs, respectivamente

En este tipo de análisis, uno de los principales problemas es determinar los inputs y los outputs a utilizar. En la Tabla 4.2 se muestran los principales indicadores utilizados. No obstante las variables empleadas no comprenden necesariamente una lista completa de todas las posibles medidas de riesgo y rendimiento, ya que podrían considerarse otras adicionales, como las aparejadas al coste (comisiones), riesgo sistémico (beta), no sistémico (tracking error) u otras medidas del riesgo.

**Tabla 4.2:** Posibles inputs y outputs en DEA<sup>1</sup>

<b>Inputs</b>	
Medidas de riesgo	Desviación Estándar (SD)
	Lower Partial moments Order 1 (LPM <sub>1</sub> )
	Lower Partial moments Order 2 (LPM <sub>2</sub> )
	Lower Partial moments Order 3 (LPM <sub>3</sub> )
	Value at risk (VaR)
	Conditional Value at risk (CVaR)
	Modified Value at risk (MVaR)
<hr/>	
<b>Outputs</b>	
Medidas de rentabilidad	Rentabilidad media (Rme)
	Rentabilidad máxima (Rmáx)
	Rentabilidad mínima (Rmín)
	Higher Partial moments Order 1 (HPM <sub>2</sub> )
	Higher Partial moments Order 2 (HPM <sub>3</sub> )
	Higher Partial moments Order 3 (HPM <sub>4</sub> )
	Asimetría (S)

<sup>1</sup>Esta tabla muestra una selección de las medidas de riesgo y rendimiento comunes que pueden considerarse inputs y outputs en DEA. Los inputs incluyen medidas de riesgo y momentos inferiores. Los outputs incluyen medidas de rentabilidad y momentos superiores. Todas las medidas contempladas han sido utilizadas en la parte empírica. Las fórmulas para calcular las medidas empleadas se pueden encontrar en el Apéndice.

Como se muestra en la Tabla 4.2, los rendimientos de los activos a menudo se usan como un output, aunque no hay unanimidad sobre qué clase particular de rendimiento se debe utilizar: rendimiento medio, rendimiento máximo o mínimo, etc. Cabe destacar que algunas investigaciones sugieren medidas específicas como el asimetría (Wilkins y Zhu, 2001), o indicadores cualitativos como factores éticos (Basso y Funari, 2003).

Por el lado de los inputs, parece haber un campo mayor de elección. Murthi *et al.* (1997) consideran la desviación estándar de los rendimientos y los costes de gestión de los gestores, mientras Galagedera y Silvapulle (2002) emplean la desviación estándar de los rendimientos, comisiones de distribución, *expense ratio* (gastos totales) y el capital mínimo de inversión. Morey y Morey (1999) utilizan la varianza de los rendimientos, mientras que Basso y Funari (2001) hablan de desviación estándar y de la beta y también hacen referencia a las comisiones de suscripción y de reembolso. Glawischnig y Sommersguter-Reichmann (2010), hablan de nuevas medidas de riesgo: lower partial moments (en adelante LPM) como pueden ser el rendimiento medio más bajo, semivarianza media más baja y semiasimetría media más baja.

Si bien los riesgos sistémicos e idiosincrásicos son aportes significativos que nos permiten relacionar la eficiencia con un benchmark, requieren el uso de diferentes benchmarks para cada categoría de fondos, lo que puede ser engorroso. Por esta razón, hemos ignorado estas variables en nuestro estudio. Sorprendentemente, Favre y Galeano (2002) desarrollan una nueva versión de la metodología de *value at risk* (en adelante VaR), en lo que los autores llaman el *modified value at risk* (en adelante MVaR), que utiliza la metodología de Cornish y Fisher (1937) para calcular el VaR para la cola izquierda de la distribución. Esto permite a los autores dar cuenta de manera eficiente de la no normalidad de la distribución de los rendimientos. Como se muestra a continuación, el MVaR ayuda a explicar en gran medida la varianza de los inputs bajo consideración en nuestro modelo.

Eling (2006) sugiere utilizar la correlación de Spearman o el análisis de componentes principales para determinar los inputs y outputs necesarios para aplicar la DEA a los hedge funds. El autor muestra que, bajo ciertos supuestos, las clasificaciones proporcionadas por DEA son muy similares a las proporcionadas por el ratio de Sharpe cuando los inputs y outputs se determinan mediante el análisis de componentes principales.

Sin embargo, las disparidades entre estas dos medidas aumentan cuando se usa la correlación de Spearman. Aunque la correlación de Spearman es muy recomendable cuando las DMUs no se ajustan bien a las medidas de rendimiento clásicas -como es el caso de los hedge funds-, la fuerte relación entre el máximo ratio de Sharpe del mercado, -el ratio de Sharpe de la media-varianza eficiente de las carteras- y factores de riesgo fundamentales (Roll, 1977) nos hace usar el análisis de componentes principales para determinar inputs y outputs.

Vale la pena señalar que este procedimiento de reducción de variables nos permite maximizar la varianza explicada por el modelo y elegir solo aquellas variables con el mayor poder explicativo. Según Adler y Golany (2002), el análisis de componentes principales es altamente recomendado en aplicaciones DEA para integrar la variabilidad de todas las medidas de riesgo y rendimiento. Específicamente, los autores muestran que el análisis de componentes principales mejora en gran medida el poder discriminatorio del modelo, ayudándonos a evitar el riesgo de que una gran cantidad de DMUs se consideren eficientes cuando la cantidad de inputs y outputs es relativamente alta. Esta conclusión es consistente con las de Zhu (1998), Premachandra (2001) y Serrano, Cinca y Molinero (2004).

**Tabla 4.3:** Variables extraídas por ACP

<b>Input</b>	<b>Componente 1</b>	<b>Componente 2</b>	<b>Output</b>	<b>Componente 1</b>	<b>Componente 2</b>
Desv. Estándar	0,9689	0,0338	Rent. Media	0,5481	-0,0210
VaR 95%	0,8787	0,0568	Rent. Máx.	0,6882	0,4594
CVaR 95%	0,9866	0,0223	Rent. Mín.	-0,7217	0,3729
MVaR 95%	0,0152	0,9970	Asimetría	-0,0225	0,9818
LPM 1	0,9813	0,0267	HPM 1	0,9807	0,0536
LPM 2	0,9930	0,0359	HPM 2	0,9782	0,0531
LPM 3	0,9892	0,0384	HPM 3	0,9767	0,0529
Curtosis	0,4210	-0,0594			
<b>Varianza total explicada (%)</b>	<b>72,47%</b>	<b>84,94%</b>	<b>Varianza total explicada (%)</b>	<b>59,65%</b>	<b>78,41%</b>

Tabla 4.3. En caso de los inputs, lower partial moments order 2 (LPM<sub>2</sub>) es la variable que mayor impacto tiene en el componente 1 (carga de factor 0,9930), mientras que MVaR 95% es el factor más importante para el componente 2 (carga de factor 0,9970). Los componentes 1 y 2 representan en conjunto el 84,94% de la varianza de los inputs. En el caso de los outputs, higher partial moments order 1 (HPM<sub>1</sub>) (carga de factor 0,9807 para el componente 1) y la asimetría (carga de factor 0,9818, al componente 2) tienen el mayor impacto en el análisis de componentes principales. Los componentes 1 y 2 explican el 78,41% de la varianza total en el caso de los outputs.

Una vez que se determinan los inputs y outputs, clasificamos los fondos 2.101 que constituyen nuestra muestra en carteras de 20 tamaños. Específicamente, al final de cada año, utilizamos el volumen de activos bajo gestión (AUM) para clasificar los fondos en percentiles. Esto nos permite determinar el rendimiento promedio mensual de 20 carteras con igual ponderación (*equal-weighted*) para el año siguiente al período de formación de la

cartera. En adelante, la cartera 1 comprende los fondos más pequeños y la cartera 20 comprende los más grandes.

La Tabla 4.4 muestra los estadísticos descriptivos de las veinte carteras de tamaño construidas en el periodo comprendido entre enero 2001 y octubre de 2016. En la misma se observa que los carteras de menor tamaño arrojan una mayor rentabilidad y en general también tienen un mayor riesgo. En lo que respecta a la asimetría, el signo negativo prevalece en todas las carteras al tiempo que se rechaza en todos los casos la hipótesis de normalidad.

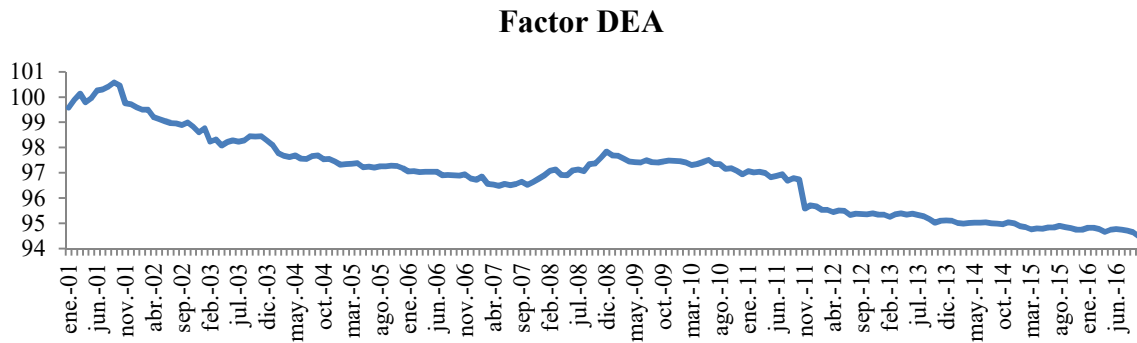
**Tabla 4.4:** Estadísticos descriptivos de las 20 carteras EW<sup>1</sup>

Carteras	Media	D. Típica	Asimetría	Curtosis	J-B
C1 (Menor)	0,251	4,781	-0,719	1,462	35,400
C2	0,247	4,504	-0,832	1,519	42,707
C3	0,170	4,783	-0,845	1,491	42,744
C4	0,246	4,782	-0,831	1,404	39,867
C5	0,235	4,587	-0,800	1,298	35,712
C6	0,243	4,609	-0,760	1,204	31,652
C7	0,260	4,518	-0,783	1,079	30,467
C8	0,235	4,598	-0,698	1,223	28,999
C9	0,269	4,562	-0,715	1,275	30,867
C10	0,211	4,733	-0,692	1,321	30,801
C11	0,241	4,731	-0,697	1,274	30,023
C12	0,258	4,733	-0,669	1,133	25,882
C13	0,194	4,600	-0,733	1,109	28,431
C14	0,252	4,700	-0,732	1,051	27,323
C15	0,275	4,528	-0,744	1,260	31,983
C16	0,280	4,659	-0,717	1,425	34,373
C17	0,244	4,697	-0,695	1,034	25,235
C18	0,166	4,555	-0,693	1,092	26,201
C19	0,201	4,397	-0,664	1,142	25,821
C20 (Mayor)	0,176	4,605	-0,687	1,039	24,961

<sup>1</sup> La tabla muestra los estadísticos descriptivos de veinte carteras construidas en función del tamaño partiendo de una muestra de 2.101 fondos de renta variable europea, para el período Octubre 2000 a Octubre 2016. Al final de cada año los activos son clasificados en función de su volumen patrimonial en veinte carteras equiponderadas y se mantienen durante los doce meses siguientes. C1 es la cartera con los activos de menor volumen del mercado y C20 representa la cartera con los activos de mayor volumen.

Estos resultados nos permiten clasificar nuestra muestra en carteras eficientes (puntuación DEA igual a uno) y carteras ineficientes (puntuación DEA menor a uno), para cada año. En consecuencia, generamos el factor de eficiencia para cada período determinando la diferencia entre el rendimiento promedio de las carteras eficientes e ineficientes. La Figura 4.1 muestra el patrón del factor de eficiencia en el tiempo, con base 100 y una escala logarítmica. Como se muestra, para el período 2007–2009 —el período de crisis— la eficiencia de los fondos de inversión aumenta significativamente.

**Figura 4.1:** Evolución del factor de eficiencia en el periodo 2001-2016



Utilizamos la metodología descrita anteriormente para estimar la puntuación DEA de nuestras 20 carteras para cada año en nuestro intervalo de tiempo. La Tabla 4.5 muestra los resultados promedio. Estos resultados sugieren que los fondos pequeños son más eficientes que los fondos grandes, excepto en el caso de la cartera C18, que exhibe una alta puntuación DEA a pesar de su gran tamaño. En consecuencia, los fondos de pequeño tamaño tienden a ser más eficientes y, en general, proporcionan mayores rendimientos.

**Tabla 4.5:** Eficiencia (DEA) media por cartera<sup>1</sup>

Carteras	DEA medio	Rentabilidad media
C1 (Menor)	1,000	0,251
C2	0,964	0,247
C3	0,963	0,170
C4	0,934	0,246
C5	0,917	0,235
C6	0,917	0,243
C7	0,913	0,260
C8	0,900	0,235
C9	0,924	0,269
C10	0,887	0,211
C11	0,875	0,241
C12	0,876	0,258
C13	0,888	0,194
C14	0,895	0,252
C15	0,874	0,275
C16	0,891	0,280
C17	0,884	0,244
C18	0,947	0,166
C19	0,884	0,201
C20 (Mayor)	0,808	0,176
Promedio	0,907	0,233
Diferencial C1-C20	0,192	0,075

<sup>1</sup> La tabla muestra los resultados promedio del modelo DEA con orientación input con rendimientos variables a escala, para una muestra de 20 carteras con equi-ponderadas formadas por 2.101 fondos de renta variable europea, para el período de octubre de 2000 a octubre de 2016. Además, la tabla muestra el rendimiento medio de cada cartera. C1 es la cartera que comprende los fondos más pequeños, mientras que C20 es la cartera que comprende los fondos más grandes.

### 4.3 Análisis de la *performance* del factor de eficiencia



En esta sección contrastamos el modelo de tres factores Fama-French, que incluye y omite el nuevo factor de eficiencia, para verificar el impacto de este nuevo factor en los errores de fijación de precios del modelo.

Utilizamos el método de dos pasos de regresión en corte transversal (CSR) para estimar todos los parámetros. Específicamente, primero estimamos todas las betas de nuestros activos empleando regresiones de series temporales (TSR), y luego ejecutamos la regresión de corte transversal de los rendimientos esperados de las betas para determinar los precios de los factores. Utilizamos el método generalizado de momentos (GMM) para corregir los errores estándar de autocorrelación transversal y por el hecho de que las betas son regresores generados. Además, utilizamos tanto la prueba GRS como  $J$ -test para sobreidentificar las restricciones para contrastar la hipótesis nula de errores de valoración iguales a cero.

La función de regresión en serie temporal de tres factores de Fama y French más el nuevo factor DEA sobre el que se basa el análisis de este trabajo atiende a la siguiente expresión:

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i^{RMRF} RMRF_t + \beta_i^{SMB} SMB_t + \beta_i^{HML} HML_t + \beta_i^{DEA} DEA_t + e_{it};$$

$$\forall_t = 1, \dots, T \quad (3)$$

Donde  $R_{it}$  representa la rentabilidad de la cartera de fondos  $i$  para el mes  $t$ ,  $R_{ft}$  es la tasa libre de riesgo,  $R_{mt}$  es la rentabilidad del mercado,  $SMB_t$  y  $HML_t$  son los factores tamaño y valor de Fama y French (1993),  $DEA_t$  es el nuevo factor construido en base a lo expuesto en el apartado anterior,  $\alpha_i$  es el rendimiento promedio no explicado por el modelo y  $e_{it}$  es el residuo de la regresión.

Las pendientes de la expresión (3) miden la exposición de las carteras a cada factor, mientras que el intercepto  $\alpha_i$  de la regresión mide el retorno promedio proporcionado por cada cartera respecto a una cartera pasiva comparable. Interpretamos un signo positivo de  $\alpha_i$  como un buen rendimiento y viceversa. En estas regresiones, si el modelo de valoración de activos está bien especificado arrojará interceptos cercanos a 0.

La Tabla 4.6 muestra las estimaciones de regresión de series temporales para todas las carteras en consideración, así como las correlaciones entre los factores, mientras que la Tabla

4.7 muestra los mismos resultados para el modelo clásico de tres factores de Fama-French. Usamos OLS para estimar todos los parámetros.

Como se muestra en la Tabla 4.7, RMRF se correlaciona negativamente con los otros factores. Por el contrario, SMB y HML tienen una correlación positiva, y lo mismo ocurre para SMB y DEA. Como se muestra, SMB y HML tienen una correlación cercana a cero, mientras que DEA y HML tienen un coeficiente de correlación de 0,425.

Con respecto al nuevo factor de eficiencia, es notable que: (i) existe una relación inversa entre la eficiencia y el rendimiento del mercado, (ii) los factores eficiencia y tamaño, se mueven en la misma dirección, y (iii) el factor de eficiencia y HML tiene una fuerte correlación positiva.

Como se muestra en la Tabla 4.6, las betas en RMRF son muy significativas para las 20 carteras, con un valor promedio de 0,71. Por el contrario, las betas del factor tamaño no son significativas, excepto en el caso de las cuatro carteras más grandes. Por lo tanto, cuanto mayor es el tamaño, más importante se vuelve este factor, teniendo una correlación negativa con la rentabilidad de la cartera.

En nuestra muestra, HML tiene un pobre poder explicativo, con betas que son significativas en solo 6 de las 20 carteras. Con respecto al nuevo factor de eficiencia, a pesar de que la mayoría de las betas son cercanas a cero, son significativas en 17 carteras, lo que respalda su validez.

**Tabla 4.6:** Time series Fama - French + DEA<sup>1</sup>

Panel A						
	$\alpha_i$	$\beta_i^{RMRF}$	$\beta_i^{SMB}$	$\beta_i^{HML}$	$\beta_i^{DEA}$	$R^2$
Cartera 1	0,00001 0,008	0,72500 18,462*	-0,03498 -0,362	-0,13344 -1,559	-0,00672 -0,904	0,699
Cartera 2	-0,00015 -0,082	0,68950 18,969*	0,03730 0,417	-0,10205 -1,288	-0,00577 -0,840	0,709
Cartera 3	-0,00068 -0,366	0,73318 19,667*	-0,00146 -0,015	-0,23141 -2,849*	-0,01505 -2,136	0,729
Cartera 4	-0,00027 -0,159	0,66036 19,370*	0,02814 0,335	-0,07859 -1,058	-0,01493 -2,316*	0,730
Cartera 5	-0,00028 -0,155	0,69663 19,157*	-0,01145 -0,128	-0,09888 -1,248	-0,01045 -1,520	0,720
Cartera 6	-0,00018 -0,104	0,70371 20,318*	-0,04959 -0,582	-0,11263 -1,492	-0,01544 -2,359*	0,748
Cartera 7	0,00001 0,003	0,69221 20,205*	-0,02033 -0,241	-0,11473 -1,537	-0,01373 -2,119*	0,743
Cartera 8	-0,00029 -0,169	0,69893 20,608*	-0,05205 -0,623	-0,11688 -1,581	-0,01911 -2,981*	0,757
Cartera 9	0,00009 0,054	0,68879 19,869*	-0,08391 -0,983	-0,08150 -1,079	-0,01565 -2,388*	0,742
Cartera 10	-0,00036 -0,203	0,72169 20,339*	-0,12809 -1,467	-0,11672 -1,509	-0,01475 -2,199*	0,749
Cartera 11	-0,00016 -0,091	0,72227 20,181*	-0,10462 -1,188	-0,09785 -1,255	-0,01301 -1,922**	0,745
Cartera 12	-0,00012 -0,067	0,71936 20,862	-0,03390 -0,399	-0,14850 -1,976*	-0,02247 -3,448*	0,763
Cartera 13	-0,00052 -0,295	0,72088 20,351*	-0,04617 -0,529	-0,21277 -2,757*	-0,02463 -3,678*	0,755
Cartera 14	-0,00005 -0,025	0,71099 20,019*	-0,05945 -0,680	-0,14467 -1,869**	-0,01921 -2,861*	0,745
Cartera 15	0,00022 0,127	0,68800 19,733*	-0,08782 -1,023	-0,07565 -0,995	-0,01133 -1,719**	0,745
Cartera 16	-0,00001 -0,004	0,71240 20,874*	-0,00394 -0,047	-0,11358 -1,527	-0,01885 -2,922*	0,735
Cartera 17	-0,00010 -0,057	0,70986 20,603*	-0,14161 -1,670**	-0,10103 -1,345	-0,01922 -2,951*	0,760
Cartera 18	-0,00068 -0,383	0,72072 20,382*	-0,15536 -1,785**	-0,15191 -1,971	-0,01856 -2,777*	0,760
Cartera 19	-0,00026 -0,152	0,69972 20,940*	-0,16780 -2,0410*	-0,14017 -1,925**	-0,01822 -2,885*	0,753
Cartera 20	-0,00034 -0,210	0,71460 22,295*	-0,20556 -2,606*	-0,16629 -2,381*	-0,01597 -2,636*	0,764
Panel B						
	RM-RF	SMB	HML	DEA		
RM-RF	1	-0,098	0,288	-0,294		
SMB		1	0,048	-0,071		
HML			1	0,114		
DEA				1		

<sup>1</sup>Veinte carteras equiponderadas formadas por 2101 fondos de inversión reequilibradas anualmente en base al tamaño de los mismos. C1 es la cartera con los activos de menor volumen del mercado y C20 representa la cartera con los activos de mayor volumen. Los resultados obtenidos se corresponden al intervalo enero 2001 y diciembre 2016. Las variables explicativas son la rentabilidad de los activos en exceso sobre el activo libre de riesgo y los factores de Fama y French (1993), tamaño (SMB), VC/VM (HML) y DEA. Con las estimaciones se muestra el estadístico t con su significatividad \* 0,05 y \*\* 0,1.

**Tabla 4.7:** Time series Fama – French<sup>1</sup>

<b>Panel A</b>					
	$\alpha_i$	$\beta_i^{RMRF}$	$\beta_i^{SMB}$	$\beta_i^{HML}$	$R^2$
Cartera 1	0,00013 <i>0,064</i>	0,73767 20,1171*	-0,02400 <i>-0,250</i>	-0,15109 <i>-1,814**</i>	0,698
Cartera 2	-0,00005 <i>-0,030</i>	0,70039 20,6417*	0,04674 <i>0,527</i>	-0,11722 <i>-1,521</i>	0,708
Cartera 3	-0,00044 <i>-0,232</i>	0,76157 21,6597*	0,02316 <i>0,252</i>	-0,27095 <i>-3,3939*</i>	0,722
Cartera 4	-0,00003 <i>-0,016</i>	0,68852 21,3683*	0,05255 <i>0,624</i>	-0,11780 <i>-1,610</i>	0,722
Cartera 5	-0,00011 <i>-0,061</i>	0,71635 21,0124*	0,00564 <i>0,063</i>	-0,12634 <i>-1,632</i>	0,716
Cartera 6	0,00007 <i>0,041</i>	0,73284 22,3759*	-0,02434 <i>-0,284</i>	-0,15320 <i>-2,0601*</i>	0,740
Cartera 7	0,00023 <i>0,134</i>	0,71810 22,2287*	0,00212 <i>0,025</i>	-0,15079 <i>-2,0557*</i>	0,737
Cartera 8	0,00003 <i>0,015</i>	0,73499 22,7194*	-0,02080 <i>-0,246</i>	-0,16710 <i>-2,2748*</i>	0,745
Cartera 9	0,00035 <i>0,200</i>	0,71832 21,9044*	-0,05832 <i>-0,681</i>	-0,12262 <i>-1,647</i>	0,734
Cartera 10	-0,00012 <i>-0,066</i>	0,74952 22,3809*	-0,10397 <i>-1,188</i>	-0,15548 <i>-2,0447*</i>	0,743
Cartera 11	0,00005 <i>0,028</i>	0,74680 22,1758*	-0,08335 <i>-0,947</i>	-0,13202 <i>-1,7265**</i>	0,740
Cartera 12	0,00025 <i>0,142</i>	0,76175 22,9835*	0,00285 <i>0,033</i>	-0,20753 <i>-2,7578*</i>	0,748
Cartera 13	-0,00012 <i>-0,066</i>	0,76735 22,4433*	-0,00590 <i>-0,066</i>	-0,27747 <i>-3,5742*</i>	0,737
Cartera 14	0,00027 <i>0,149</i>	0,74723 22,0979*	-0,02803 <i>-0,317</i>	-0,19514 <i>-2,5416*</i>	0,734
Cartera 15	0,00041 <i>0,234</i>	0,70938 21,6647*	-0,06928 <i>-0,810</i>	-0,10543 <i>-1,418</i>	0,731
Cartera 16	0,00030 <i>0,174</i>	0,74796 22,9976*	0,02689 <i>0,316</i>	-0,16310 <i>-2,2087*</i>	0,749
Cartera 17	0,00022 <i>0,123</i>	0,74611 22,7135*	-0,11018 <i>-1,284</i>	-0,15152 <i>-2,0314*</i>	0,749
Cartera 18	-0,00037 <i>-0,208</i>	0,75574 22,4747*	-0,12501 <i>-1,423</i>	-0,20067 <i>-2,6282*</i>	0,743
Cartera 19	0,00004 <i>0,025</i>	0,73410 23,0654*	-0,13801 <i>-1,6590**</i>	-0,18804 <i>-2,6021*</i>	0,754
Cartera 20	-0,00008 <i>-0,047</i>	0,74473 24,4820*	-0,17945 <i>-2,2578*</i>	-0,20825 <i>-3,0151*</i>	0,776
<b>Panel B</b>					
	<i>RM-RF</i>	<i>SMB</i>	<i>HML</i>		
<i>RM-RF</i>	1	-0,098	0,288		
<i>SMB</i>		1	0,048		
<i>HML</i>			1		

<sup>1</sup>Veinte carteras equiponderadas formadas por 2.101 fondos de inversión reequilibradas anualmente en base al tamaño de los mismos. C1 es la cartera con los activos de menor volumen del mercado y C20 representa la cartera con los activos de mayor volumen. Los resultados obtenidos se corresponden al intervalo enero 2001 y diciembre 2016. Las variables explicativas son la rentabilidad de los activos en exceso sobre el activo libre de riesgo y los factores de Fama y French (1993), tamaño (SMB), VC/VM (HML) y DEA. Con las estimaciones se muestra el estadístico t con su significatividad \* 0,05 y \*\* 0,1.

Con respecto al modelo de tres factores como se muestra en la Tabla 4.7, RMRF se muestra altamente significativo en todas las carteras analizadas. El factor tamaño tampoco es un factor significativo con la excepción de las dos carteras más grandes. Respecto al factor HML, mantiene una significatividad importante en 15 de las 20 carteras con una cifra media de -0,17.

Como se señaló anteriormente, para estudiar la influencia de cada factor en los rendimientos esperados de la cartera, ejecutamos la siguiente regresión de corte transversal de los retornos esperados en las betas:

$$E(R_i - R_f) = \gamma_0 + \gamma_1\beta_i^{RMRF} + \gamma_2\beta_i^{SMB} + \gamma_3\beta_i^{HML} + \gamma_4\beta_i^{DEA} + u_{it};$$
$$\forall_i = 1, \dots, 20 \quad (4)$$

donde  $\gamma_j$  es los precios del riesgo para el factor j.

La Tabla 4.8 muestra que los precios de todos los factores son positivos con la excepción del factor de eficiencia, que es consistente con la media de este factor y que asciende a -0.0194. Este hecho nos permite concluir que el factor de eficiencia se comporta de manera inversa a la *performance*, es decir, los fondos menos eficientes son aquellos que tienen mayores retornos esperados. Esta relación es consistente con la mecánica de otros factores bien conocidos como SMB o HML. Específicamente, estos resultados sugieren que cuanto más eficiente es una inversión, mayor es su precio y, en consecuencia, menor es el rendimiento esperado. Como en otras pruebas del modelo Fama-French en la literatura, ninguno de los factores es estadísticamente significativo, excepto HML.

Sin embargo, este hecho no reduce la importancia económica del modelo.

**Tabla 4.8:** Resultados de las regresiones por Cross Section<sup>1</sup>

<b>PANEL A</b>										
	$\gamma_0$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	GRS	J-test		$R^2$	$R^2_{Aj}$
Estimación	-0,0014	0,0066	0,0028	0,0085	-0,0194	7,222	6,698	OLS	0,761	0,682
	(0,00371)	(0,00693)	(0,00279)	(0,00409)	(0,03618)	(0,031)	(0,035)	GLS	0,708	0,611
t-student	-0,38041	0,95948	1,00100	2,09164	-0,53663					
<b>PANEL B</b>										
Estimación	-0,0024	0,0083	0,0027	0,0076		7,980	7,057	OLS	0,695	0,619
	(0,0040)	(0,0068)	(0,0029)	(0,0033)		(0,033)	(0,028)	GLS	0,594	0,493
t-student	-0,6299	1,2241	0,9459	2,3253						

<sup>1</sup>Esta tabla muestra los resultados de la regresión transversal de los rendimientos esperados de las betas, para 20 carteras de que comprenden 2101 fondos de renta variable europea. El panel A muestra los resultados del modelo de tres factores Fama-French con un factor adicional determinado por DEA, mientras que el panel B muestra los resultados del modelo clásico de tres factores Fama-French. Utilizamos GMM para corregir errores estándar de autocorrelación y por el hecho de que las betas son regresores generados.

Los resultados obtenidos por R-cuadrado como para los test GRS y J-Test confirman el poder explicativo del modelo y, más particularmente, el factor de eficiencia. Estimamos el estadístico R cuadrado utilizando OLS y GLS. Como Lewellen *et al.* (2010) demuestran que R-cuadrado por GLS constituye una prueba más fiable para el modelo, ya que su valor depende completamente de la eficiencia teórica del conjunto de factores. La Tabla 4.8 muestra que el estadístico R-cuadrado por GLS del modelo de tres factores asciende a 59.4%, mientras que aumenta a 70.8% cuando agregamos el factor de eficiencia, lo que confirma el poder explicativo de este factor. La prueba GRS y el J-test no pueden rechazar los modelos.

Específicamente, para el modelo de tres factores, los estadísticos GRS y J-test ascienden a 7,98 y 7,057, respectivamente, mientras que estas cifras caen a 7,222 y 6,698 cuando agregamos el factor de eficiencia. Por lo tanto, estos resultados nos permiten concluir que el factor de eficiencia reduce la probabilidad de rechazar el modelo.

En la Figuras 4.2 y Figura 4.3 muestran que, los resultados proporcionados por el modelo están cerca del eje de 45°, lo que confirma la bondad del ajuste. Como se muestra, con el estadístico GLS R-cuadrado con un valor de 70,8%, el modelo de cuatro factores proporciona mejores resultados, lo que confirma que el factor de eficiencia tiene fuertes implicaciones de fijación de precios para los modelos de valoración de activos.

Figura 4.2: Valores reales vs valores estimados en modelo de cuatro factores

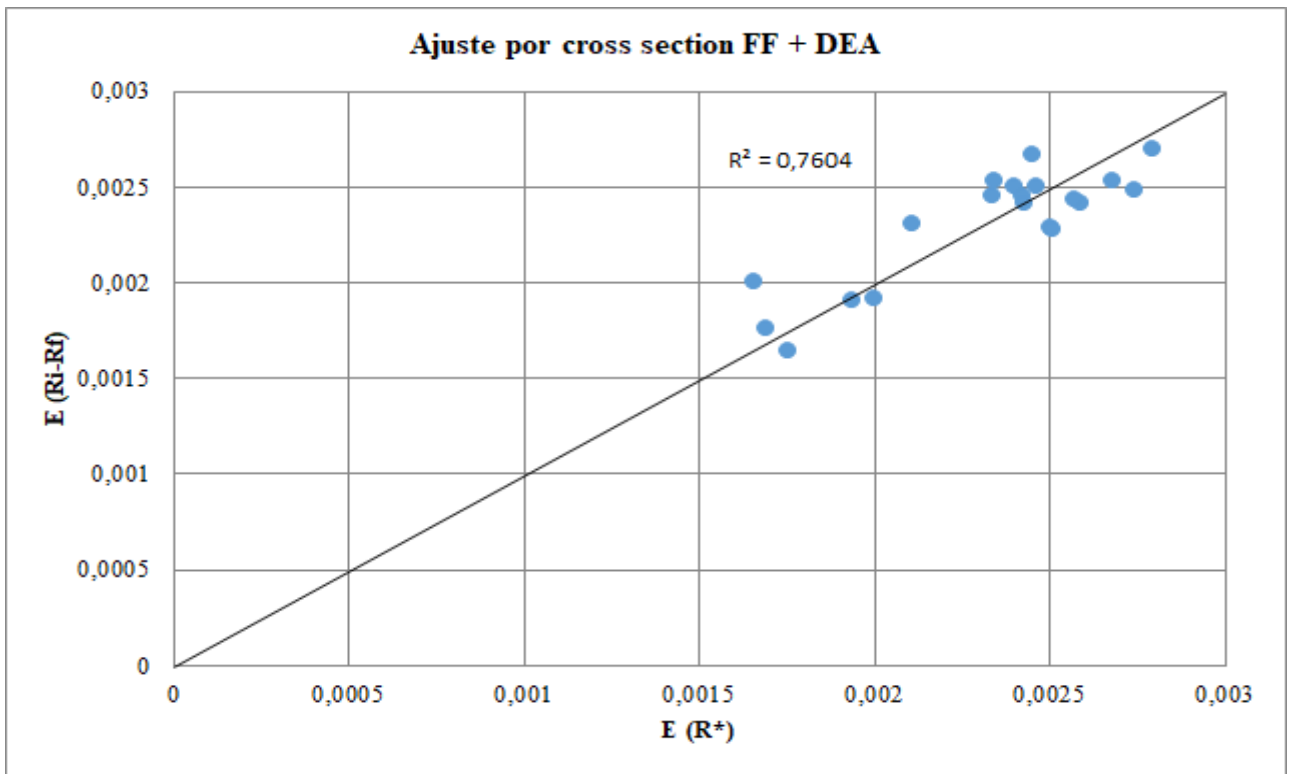
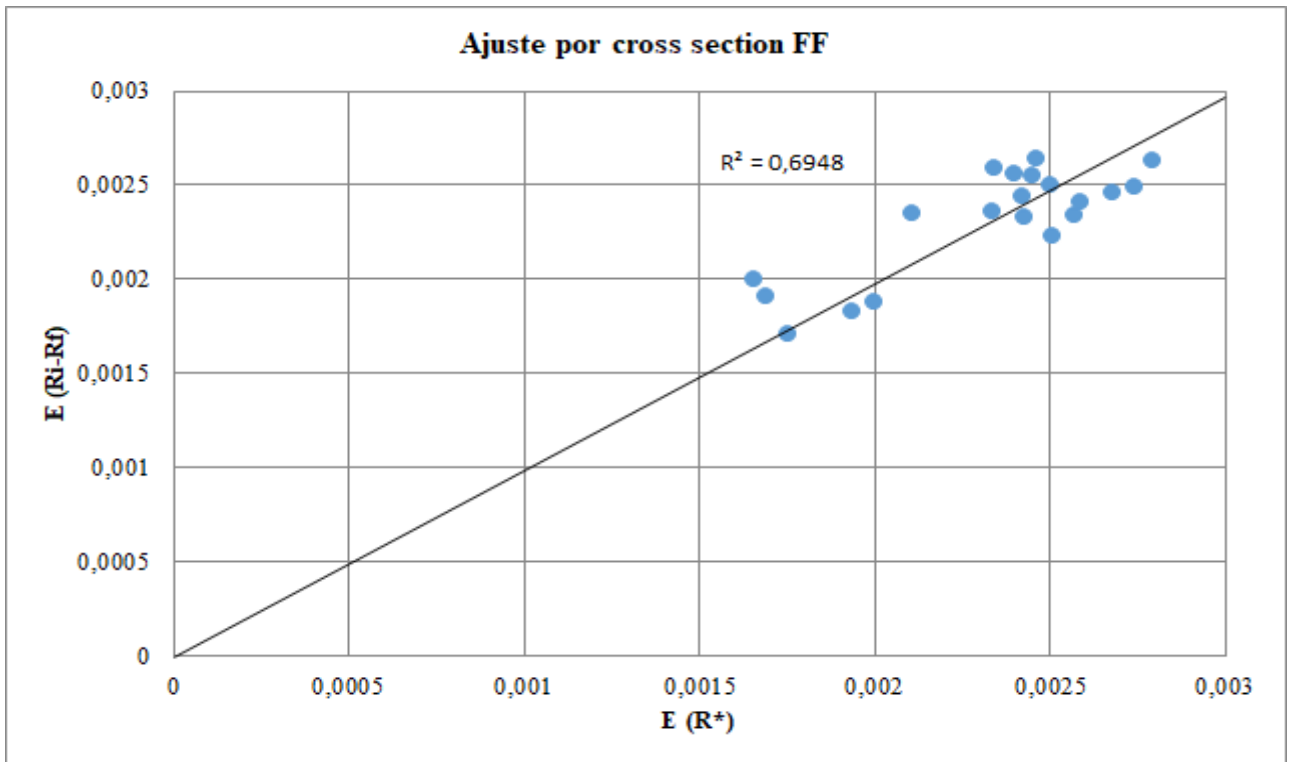


Figura 4.3: Valores reales vs valores estimados en modelo de tres factores



#### **4.4 Conclusiones**

En este documento utilizamos una muestra de 2101 fondos de renta variable europeos ordenados en 20 carteras equiponderadas, con el fin de probar el impacto de la metodología DEA para construir una cartera que pueda usarse como factor en los modelos de valoración, y más particularmente, en el modelo de tres factores de Fama-French. La eficiencia en términos de DEA rara vez se ha estudiado en el marco de los modelos de valoración de activos, a pesar de su alto potencial, con algunas excepciones como Rubio *et al.* (2018). Estos autores estudian el poder explicativo de las puntuaciones de DEA para los rendimientos de fondos de inversión en el mercado estadounidense, y concluyen que las puntuaciones de DEA ayudan a reducir los errores de fijación de precios y mejorar las predicciones de los modelos.

En consecuencia, cada año calculamos la puntuación de DEA para las 20 carteras en consideración, con el fin de construir una cartera con una posición larga en carteras eficientes y una posición corta en las ineficientes. Probamos el modelo de tres factores Fama-French que incluye y omite el nuevo factor de eficiencia. En todos los casos, la prueba GRS y *J*-test no pueden rechazar los modelos, mientras que los estadísticos R-cuadrado de OLS y GLS confirman el poder explicativo del nuevo factor de eficiencia.

Tanto el precio del riesgo del factor de eficiencia como la media de este factor confirman que cuanto mayor es la eficiencia, menor es el rendimiento esperado. Este hecho parece confirmar la paradoja de "buena título, la mala inversión", ya que los fondos más eficientes tendrán los precios más altos y, en consecuencia, los rendimientos esperados más bajos.

Nuestros resultados tienen tres implicaciones principales para la investigación de valoración de activos. Primero, DEA puede ser una herramienta poderosa para pronosticar los rendimientos de los activos. Sobre la base del intertemporal-CAPM (ICAPM), cualquier variable que describa los cambios en el conjunto de oportunidades de inversión de los inversores puede utilizarse como un factor en los modelos de valoración de activos multifactoriales. Estas variables deben describir la distribución condicional de los rendimientos de los activos y, en consecuencia, deben ayudar a pronosticar los rendimientos o las series macroeconómicas. En este marco, nuestro factor de eficiencia opera como una cartera imitadora de algún factor de riesgo de especial interés para los inversores y, por lo tanto, puede ser útil para pronosticar rendimientos y niveles futuros de eficiencia. En



consecuencia, DEA puede proporcionar una nueva perspectiva para crear carteras y factores escalados en modelos condicionales.

En segundo lugar, nuestra investigación presenta un enfoque innovador e inexplorado para crear nuevos factores que pueden ser explotables en los modelos de valoración de activos. Por lo general, los factores de mercado están relacionados con estrategias específicas que constituyen anomalías en los modelos clásicos de valoración de activos. Por el contrario, nuestro enfoque nos permite generar factores que no están directamente relacionados con ninguna anomalía, sino que están relacionados con los inputs y outputs seleccionados en el análisis, lo que nos permite un mejor control del proceso. Sin embargo, se necesita un mayor grado de investigación sobre la robustez del factor de eficiencia ante los cambios en los inputs y los outputs.

En tercer lugar, nuestra metodología amplía la cantidad de factores disponibles para los modelos de atribución de resultados. Específicamente, los factores de eficiencia pueden ayudar a una mejor medida de las alfas y cuantificar la fracción de los rendimientos directamente atribuibles a la exposición al riesgo de eficiencia. Además, DEA permite asociar el rendimiento de los fondos de inversión con los inputs utilizados para estimar la puntuación de DEA.

No obstante lo anterior, nuestros resultados plantean varios desafíos que deben abordarse en profundidad en futuras investigaciones. Primero, aunque el factor DEA contribuye a mejorar el rendimiento del modelo de tres factores Fama-French, los errores de precios proporcionados por el modelo de cuatro factores están lejos de ser cero para la mayoría de las carteras. Se necesita más investigación sobre el poder explicativo de los factores de riesgo omitidos en nuestro análisis. A este respecto, Cao *et al.* (2018) realizan una investigación en el mercado bursátil chino para determinar en qué medida la correlación negativa entre la volatilidad idiosincrásica y el rendimiento de las acciones puede explicarse por diferentes teorías clave sugeridas por la literatura. Los autores siguen una metodología basada en diferentes carteras clasificadas condicionalmente y la relación monotónica entre las anomalías y los rendimientos de las acciones para probar si la sensibilidad de los alfas a la volatilidad idiosincrásica es estadísticamente significativa. Para este fin, los autores clasifican las carteras utilizando una gran cantidad de variables, como el *momentum*, la liquidez, endeudamiento o la rotación. Creemos que investigaciones futuras deberían usar este enfoque

para complementar nuestro modelo, ya que puede contribuir a encontrar patrones potenciales en los errores de fijación de precios. En segundo lugar, creemos que la investigación futura debería implementar métodos más sofisticados para formar carteras de fondos con el fin de estudiar en qué medida nuestros resultados son sensibles al procedimiento de formación de la cartera. En este sentido, Pătări *et al.* (2012) sugieren un enfoque innovador que utiliza DEA para integrar estrategias de inversión *value* y estrategias de inversión en *momentum*. Los autores utilizan diferentes versiones de modelos DEA, que van desde métodos de súper eficiencia a métodos de eficiencia cruzada para estudiar la capacidad de las herramientas de DEA a fin de mejorar el rendimiento de las carteras de acciones. La mayoría de los alfa proporcionados por nuestro modelo de cuatro factores son relativamente pequeños, lo que permite que el modelo fije correctamente el precio de la mayoría de las carteras en consideración. Sin embargo, la investigación futura debería estudiar si la creación de valor que surge del proceso de formación de cartera, como lo sugieren Pătări *et al.* (2012), aumenta los errores de fijación de precios. En tercer lugar, la inversión sostenible se está convirtiendo en un tema importante en los mercados financieros mundiales, por lo que la investigación sobre el desempeño de estos activos es esencial para llegar a conclusiones sobre sus similitudes y diferencias en comparación con los fondos de inversión clásicos. En este sentido, Durán-Santomil *et al.* (2019) estudian los efectos de las inversiones socialmente responsables (SRI) en el rendimiento de los fondos de renta variable europeos. En consecuencia, sugerimos profundizar esta relación, utilizando DEA para determinar en qué medida hay una gran cantidad de fondos que no se declaran sostenibles, pero que se comportan como si lo fueran, y viceversa.

Finalmente, es necesario relacionar explícitamente la eficiencia en términos de DEA con la eficiencia clásica en el espacio de media-varianza, ya que este es un elemento clave en los problemas de valoración de activos, dada la relación entre las fronteras de media-varianza, los modelos beta y los factores de descuento (Cochrane 2005).

## **CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

## 5.1 Conclusiones finales de la Tesis

Como el título del trabajo adelantó, pretendemos determinar si la eficiencia es un buen elemento decisional para el inversor. En esta Tesis Doctoral se ha llevado a cabo una investigación exhaustiva de cuestiones relacionadas con el efecto que produce la eficiencia en los fondos de inversión a través de sus rendimientos, para lo que nos hemos apoyado principalmente en la metodología DEA.

Desde finales de los años 70, en los que nace esta metodología se han sucedido diversos estudios aplicados al mundo empresarial, pero en la aplicación a los fondos de inversión, muy pocos se han centrado en la combinación de la eficiencia con otras cuestiones como la persistencia, la elegibilidad o la valoración de activos financieros.

Por lo expuesto en el párrafo anterior, este capítulo 5, presenta un compendio de los principales hallazgos, implicaciones y contribuciones de nuestro estudio, así como, líneas de investigación futuras, así mismo, en las conclusiones de cada uno de los capítulos desarrollados se tratará de dar contestación a las preguntas planteadas en la introducción de esta Tesis.

En el capítulo 2 se ha analizado la eficiencia y la persistencia en los rendimientos en el periodo 2010-2015 de los fondos de gestión alternativa españoles. La pregunta que nos planteamos, fue si *un fondo eficiente es necesariamente persistente*, para lo que establecíamos la primera hipótesis, *Los fondos de inversión de gestión alternativa que son eficientes en términos de DEA son persistentes en sus resultados*. El desempeño de una gestión eficiente por parte de un fondo de inversión, supone grandes consecuencias en los rendimientos obtenidos por un partícipe, de igual manera la persistencia en los resultados supone una información adicional. Si bien es cierto, que analizamos la eficiencia y detectamos persistencia para un período de 12 meses, no podemos concluir afirmativamente la pregunta planteada. La existencia de eficiencia y persistencia no está relacionada. Parece que el inversor muestra comportamiento asimétrico en su reacción al rendimiento de los fondos y que tiene más en cuenta las rentabilidades históricas que la eficiencia.

Con respecto a los fondos de gestión alternativa españoles, las conclusiones obtenidas de este capítulo son las siguientes:

- (a) Los fondos eficientes son más rentables que los no eficientes, a pesar de que el grado de riesgo en el que incurren los primeros es algo superior al de los segundos, éste queda compensado por el retorno obtenido. La eficiencia, es un complemento a otras medidas de rentabilidad ajustadas al riesgo como es el ratio de Sharpe, cuyos resultados se sitúan en línea con los resultados de DEA.
- (b) Podemos considerar que la eficiencia en términos DEA arroja resultados coherentes para el caso de rendimientos no gaussianos, lo que permite considerarlo como una medida de *performance* en sí misma que es capaz de incorporar múltiples atributos. El análisis DEA es una herramienta alternativa de selección de fondos que permite incorporar criterios de selección adaptados a las necesidades del decisor.
- (c) Se detecta una tendencia hacia la persistencia en la *performance* de los fondos de inversión de gestión alternativa para períodos analizados inferiores a 12 meses, siendo ésta una la información obtenida sobre resultados pasados valiosa para el inversor, pues pone de manifiesto que el número de gestores que obtiene un mejor desempeño que el mercado es escaso, pero recurrente.
- (d) Finalmente, se verifica una ausencia de relación directa entre la eficiencia y la persistencia de acuerdo a las metodologías seguidas, por lo que ambos análisis a priori son independientes entre sí sobre la muestra empleada y para el intervalo temporal seleccionado.

Para el capítulo 3, se planteó el estudio de la eficiencia y la dominancia estocástica en los rendimientos de fondos de inversión de renta variable europea para los períodos 2000-2016. En este caso nos planteamos una pregunta inicial: *¿Existe relación explicativa entre la eficiencia de un fondo de inversión y la elegibilidad del mismo y el papel del gestor?*, con una segunda hipótesis, *A mayor es el grado de eficiencia de los fondos de inversión de renta variable, mayor grado de dominancia estocástica.*

Se ha estudiado la eficiencia a través de DEA obteniendo los fondos más eficientes para cada muestra, también se ha construido un índice de dominancia, en tercer y último lugar se ha

calculado el alfa de cada fondo como medida de gestión por parte del gestor de fondos. Los resultados en general son positivos y significativos, existiendo relaciones directas entre las variables.

La investigación empírica nos ha proporcionado las siguientes conclusiones:

- (e) Se verifica la presencia de una correlación de rangos por medio de los coeficientes de Spearman entre la puntuación de rendimiento de DEA, IDE (Índice de dominancia estocástica) y alfa.
- (f) Se confirma la dependencia lineal entre la rentabilidad con la eficiencia y la dominancia estocástica, para conocer si existe relación directa y explicativa entre ellas.
- (g) Existe un importante grado de correlación entre la eficiencia, dominancia estocástica y alfa, para cada uno de los tres períodos muestrales analizados. Hay correlación positiva entre las anteriores métricas y la rentabilidad, siendo negativa con el riesgo, de manera significativa.
- (h) Eficiencia y dominancia estocástica son explicativos de la rentabilidad de los fondos, existiendo una dependencia directa que favorece en el largo plazo a la eficiencia como generador de retorno, siendo la dominancia estocástica adecuada para períodos cortos en los que exista un mayor grado de volatilidad.
- (i) Por lo tanto, al menos para el conjunto de fondos de renta variable europeos analizados, existe una relación lineal entre eficiencia, elegibilidad y el rendimiento, siendo la tarea del gestor un elemento clave en la eficiencia y elegibilidad.

En el capítulo 4, se planteó el estudio de la eficiencia como factor en la valoración de fondos de renta variable europea para el período 2000-2016. En este caso, la cuestión a resolver fue: *¿Es la eficiencia un factor válido de valoración de activos financieros?*, en este caso la tercera hipótesis era la siguiente, *La eficiencia es un factor explicativo de la rentabilidad en*

*la valoración de fondos de inversión de renta variable y es un elemento decisivo en presencia de otros factores explicativos.*

Para los modelos de precios de activos, aplicamos diferentes enfoques para la estimación y evaluación tales como TSR, CSR y GMM. Esta investigación empírica en la que se han empleado los fondos de renta variable europea, supone el estudio de la metodología DEA como un factor relevante en la valoración de activos financieros. Esta conjunción, apenas ha sido estudiada, lo cual supone unificar dos temáticas, la eficiencia desde una visión empírica y la valoración de activos financieros.

El modelo desarrollado en la Tesis Doctoral, con la creación de un factor DEA, supone una innovación en los modelos multifactoriales al incluir el mejor ajuste de los recursos en la valoración de los activos.

A la vista de los resultados obtenidos podemos concluir:

- (j) En primer lugar y quizás más importante dado que rara vez se ha estudiado, la aportación de la eficiencia en términos de DEA en el marco de los modelos de precios de activos, a pesar de su alto potencial.
- (k) El modelo planteado arroja un buen comportamiento para la muestra tomada de fondos de renta variable europea ajustándose de manera correcta a los datos del mercado. Esta situación se ha ratificado pese a que DEA tenga una relación negativa con el resto de los factores.
- (l) Con los resultados obtenidos, podemos afirmar que, la eficiencia es un factor con comportamiento inverso a la rentabilidad, donde los fondos menos eficientes, son los más rentables desde la óptica de la valoración de activos. Tomando la eficiencia de manera aislada tenemos que los fondos más rentables son los más eficientes. Estos resultados apuntan a los obtenidos por Fama y French, cuando demostraron que las acciones *value* eran más rentables que las *growth*.
- (m) DEA puede ser una herramienta poderosa para pronosticar los rendimientos de los activos. Sobre la base del CAPM intertemporal (ICAPM), cualquier variable



de estado que describa los cambios en el conjunto de oportunidades de inversión de los inversores se puede utilizar como un factor en los modelos de precios de activos multifactoriales.

- (n) Tanto el precio de riesgo del factor de eficiencia como la media de este factor confirman que cuanto mayor es la eficiencia, menor es el rendimiento esperado. Este hecho parece confirmar la paradoja de "el buen stock, la mala inversión", ya que los fondos más eficientes tendrán los precios más altos y, en consecuencia, los rendimientos más bajos esperados.
- (o) Nuestro enfoque nos permite generar factores que no están directamente relacionados con ninguna anomalía, sino que están relacionados con las entradas y salidas seleccionadas.
- (p) La metodología empleada, amplía la cantidad de factores disponibles para los modelos de atribución de rendimiento. Específicamente, los factores de eficiencia pueden ayudar a medir mejor las alfas y cuantificar la fracción de los rendimientos directamente atribuibles a la exposición al riesgo de eficiencia.

Con base en los fundamentos y en los resultados obtenidos, se puede afirmar que las cuestiones principales planteadas en esta investigación fueron respondidas adecuadamente y se lograron los objetivos del estudio.

## 5.2 Futuras líneas de investigación

La culminación de esta Tesis Doctoral ha aportado conclusiones significativas, en cuanto a aspectos metodológicos y al efecto sobre la *performance* financiera de los fondos. No obstante, este trabajo deja abierta la puerta a nuevas líneas de investigación. A continuación, se resumen las posibles líneas a seguir:

- Estudiar si la estrategia de elegir los fondos persistentes, es mejor que elegir fondos de gestión indexada y analizar la eficiencia de estos últimos, comparando persistencia-eficiencia entre estrategias vs índices.

- Investigar si la ampliación del espacio temporal, otorga estabilidad en los resultados obtenidos (análisis de persistencia). ¿Son los fondos eficientes en el año  $n-1$  eficientes en  $n$ ?

- La persistencia tiene dimensión temporal y según se ha analizado la eficiencia, ésta no, por este motivo parece lógico realizar un análisis de la persistencia y eficiencia, teniendo en cuenta la evolución temporal de la última.

- Desde la óptica de la dominancia estocástica, conocer el efecto de la eficiencia y la dominancia estocástica en el volumen patrimonial de los fondos y para la detección de economías de escala, así como conocer la influencia que pueden tener los modelos DEA y dominancia estocástica en la valoración de activos financieros.

- Determinar las características y los factores sigue siendo un enigma, por lo que completar el mapeo de factores es el paso previo a la construcción de un índice que sea capaz de explicar en su conjunto la *performance* de un activo.

- Investigaciones futuras deberían estudiar si la creación de valor que surge del proceso de formación de cartera en base a la eficiencia, aumenta los errores de fijación de precios.

- Finalmente, relacionar la eficiencia en términos DEA con la eficiencia clásica en el espacio de media-varianza, es otro aspecto determinante en los problemas de fijación de precios de activos, dada la relación entre las fronteras de media-varianza, los modelos beta y los factores de descuento.

## **BIBLIOGRAFÍA**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

- Abdelsalam, O., Duygun Fethi, M., Matallín, J. C. y Tortosa-Ausina, E. (2014). *On the Comparative Performance of Socially Responsible and Islamic Mutual Funds*. Journal of Economic Behaviory Organization. Vol. 7, pp. 108–28.
- Adamauskas, S. y Krusinskas, R. (2012). *Behavioural finance efficiency under the influence of country's economic cycle*. Inzinerine Ekon Eng Econ. Vol. 23, No. 4, pp. 327-337.
- Adler, N. y Boaz, G. (2002). *Including Principal Component Weights to Improve Discrimination in Data Envelopment Analysis*. Journal of the Operational Research Society. Vol. 53, pp. 985–91.
- Ahmad, N., Naveed, A., Ahmad, S. y Butt, I. (2020). *Banking sector performance, profitability, and efficiency: a citation-based systematic literatura review*. Journal of economics surveys. Vol. 34, No. 1, pp. 185–218.
- Allevi, E., Basso, A., Bonenti, F., Oggioni, G. y Riccardi, R. (2019). *Measuring the environmental performance of green SRI funds: A DEA approach*. Energy Economics. Vol. 79, pp. 32-44
- Ammann, M. y Moerth, P. (2008). *Performance of funds of hedge funds*. Journal of Wealth Management. Vol. 11, No. 1, pp. 46-43.
- Ammann, M., Syro, O. y Oesch, D. (2012). *An Alternative Three-factor Model for International Markets: Evidence from the European Monetary Union*. Journal of Banking and Finance. Vol. 36, pp. 1857–1864.
- Andersen, P. y Petersen, N. C. (1993). *A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis*. Management Science. Vol. 39, No. 10, pp. 1261–1264.
- Anderson, M. y Jenkins, L. (2003). *A multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis*. European Journal of Operational Research. Vol. 147, pp. 51–61.

Anderson, R., Brockman C., Giannikos, C. y McLeod, R. (2004). *A non-parametric examination of real estate mutual fund efficiency*. International Journal of Business and Economics. Vol. 3, pp. 225– 238.

Andreu, L., Sarto, J. L. y Vicente, L. (2013). *Efficiency of the strategic style of pension funds: an application of the variants of the slacks-based measure in DEA*. Journal of the Operational Research Society. Vol. 65, No. 12, pp. 1886-1895.

Andreu, L., Serrano, M. y Vicente, L. (2018). *Efficiency of mutual fund managers: A slacks-based manager efficiency index*. European Journal of Operational Research. Vol. 273, pp. 1180–93.

Ariaa, M. y Cuccurullo, C. (2017). *Bibliometrix: An R-tool for comprehensive science mapping analysis*. Journal of Informetrics. Vol. 11, No. 11, pp. 959-975.

Babalos, V., Caporale, G. M. y Philippas, N. (2012). *Efficiency evaluation of Greek equity funds*. Research in International Business and Finance. Vol. 26, No. 2, pp. 317-333.

Babalos, V., Doumpos, M., Philippas, N. y Zopounidis, C. (2012). *Rating mutual funds through an integrated DEA-based multicriteria performance model: Design and information content*. Working Paper, Technical University of Crete.

Babalos, V., Doumpos, M., Philippas, N. y Zopounidis, C. (2015). *Towards a Holistic Approach for Mutual Fund Performance Appraisal*. Computational Economics 46: 35–53.

Baeza-Sampere, I., Coll-Serrano, B., M'Zali. y Méndez-Rodríguez, P. (2016). *A fuzzy data envelopment analysis model for evaluating the efficiency of socially responsible and conventional mutual funds*. Journal of Risk. Vol. 19, No. 1, pp. 77-90.

Baghdadabad, M. R. T., Tanha, F. H. y Halid, N. (2013). *The efficiency evaluation of mutual fund managers based on DARA, CARA, IARA*. Journal of Business Economics and Management. Vol. 14, No. 4, pp. 677-695.

Banker, R. D., Charnes, A. y Cooper, W. W. (1984). *Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis*. Management Science. Vol. 30, pp. 1078–92.

Banker Rajiv, D. y Maindiratta, A. (1986). *Piecewise loglinear estimation of efficient production surfaces*. Management Science. Vol. 32, No. 1, pp. 126-135.

Banz, R. (1981). *The relationship between return and market value of common stocks*. Journal of Financial Economics. Vol. 9, No. 1, pp. 3-18.

Basso, A. y Funari, S. (2001). *A Data Envelopment Analysis approach to measure the mutual fund performance*. European Journal of Operational Research. Vol. 135, No. 3, pp. 477–492.

Basso, A. y Funari, S. (2003). *Measuring the performance of ethical mutual funds: a DEA approach*. Journal of the Operating Research Society. Vol. 54, No. 5, pp. 521–531.

Basso, A. y Funari, S. (2005). *Performance evaluation of ethical mutual funds in slump periods*. Rendiconti per gli Studi Economici Quantitativi, pp. 89–105.

Basso, A. y Funari, S. (2005). *A Generalized Performance Attribution Technique for Mutual Funds*. Central European Journal of Operations Research. Vol. 13, pp. 65–84.

Basso, A. y Funari, S. (2007). *DEA Models for Ethical and non Ethical Mutual Funds with Negative Data*. Mathematics and Methods in Economics Finance. Vol. 2, No. 21–40.

Basso, A. y Funari, S. (2014a). *Constant and variable returns to scale DEA models for socially responsible investment funds*. European Journal of Operational Research. Vol. 253, No. 3, pp. 775-783.

Basso, A. y Funari, S. (2014b). *DEA models with a constant input for SRI mutual funds with an application to European and Swedish funds*. International Transactions in Operational Research. Vol. 21, No. 6, pp. 979-1000.

Basso, A. y Funari, S. (2014c). *The role of fund size and returns to scale in the performance of mutual funds*. European Journal of Operational Research. Vol. 23, No. 6, pp. 457-473.

Basso, A. y Funari, S. (2014d). Socially responsible mutual funds: an efficiency comparison among the European countries. In: Corazza M., Pizzi C. (eds) *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*. Springer, Cham.

Basso, A. y Funari, S. (2016). *DEA Performance Assessment of Mutual Funds in Data Envelopment Analysis*. In *A Handbook of Empirical Studies and Applications*. Edited by Joe Zhu. New York: Springer, pp. 229–88.

Basu, S. (1983). *The relationship between earnings' yield, market value and return for NYSE common stocks: Further evidence*. Journal of Financial Economics. Vol. 12, No. 1, pp. 129-156.

Bawa, V. S. (1982). *Stochastic dominance: a research bibliography*. Management Science, Vol. 28, pp. 698–712.

Berk, J. (2005). *Five Myths of Active Portfolio Management*. Journal of Portfolio Management, Vol. 31, pp. 27-31.

Berk, J. y Green, R. (2004). *Mutual fund Flows and performance in rational markets*. Journal of Political Economy, Vol. 112, No. 6, pp. 1269-1295.

Bessler, W., Blake, D., Lückoff, P. y Tonks, I. (2018). *Fund flows, manager changes, and performance persistence*. Review of Finance. Vol. 22, No. 5, pp. 1911–1947.

Blake, D. y Timmermann, A. (1998). *Mutual fund performance: Evidence from the UK*. European Finance Review, Vol. 2, No. 1, pp. 57–77.

Bollen, N. P. B. y Busse, J. A. (2005). *Short-term persistence in mutual fund performance*. The Review of Financial Studies. Vol. 18, pp. 569–597.



Bowlin, W. F. (1998). *Measuring performance: An introduction to Data Envelopment Analysis (DEA)*. Journal of Cost Analysis, Vol. 3, No. 1, pp. 3–28.

Branda, M. (2013a). *Diversification-consistent data envelopment analysis with general deviation measure*. European Journal of Operational Research. Vol. 226, No. 3, pp. 626-635.

Branda, M. (2013c). *Reformulations of input-output oriented DEA tests with diversification*. Operational Research Letters. Vol. 41, No. 5, pp. 516-520.

Branda, M. y Kopa, M. (2012a). *DEA-risk efficiency and stochastic dominance efficiency of stock indices*. Czech Journal of Economics and Finance. Vol. 62, No. 2, pp. 106-124.

Branda, M. y Kopa, M. (2014). *On relations between DEA-risk models and stochastic dominance efficiency tests*. Central European Journal of Operations Research. Vol. 22, No. 1, pp. 13-35.

Brandouy, O., Kerstens, K. y Van de Woestyne, I. (2015). *Frontier-based vs. traditional mutual fund ratings: A first backtesting analysis*. European Journal of Operational Research. Vol. 242, No. 1, pp. 332-342.

Breeden, D. T. (1979). *An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities*. Journal of Financial Economics. Vol 7, pp. 265–296.

Briec, W., Kerstens, K. y Lesourd, J. B. (2004). *Single-period Markowitz portfolio selection, performance gauging, and duality: a variation on the Luenberger shortage function*. Journal of Optimization Theory and Applications. Vol. 120, No. 1, pp. 1-27.

Briec, W., Kerstens, K. y Jokung, O. (2007). *Mean-variance-skewness portfolio performance gauging: A general shortage function and dual approach*. Management Science. Vol. 53, No. 1, pp. 135–149.

Briec, W. y Kerstens, K. 2009. *Multi-horizon Markowitz portfolio performance appraisals: A general approach*. Omega, Vol. 37, No. 1, pp. 50–62.

Brooks, C. y Kat, H. M. 2002. *The statistical properties of hedge fund index returns and their implications for investors*. Journal of Alternative Investments. Vol. 5, No. 2, pp. 26–44.

Brown, S. J., Goetzmann, W., Ibbotson, R. y Ross, S. (1992). *Survivor bias in performance studies*. Review of Financial Studies. Vol. 5, pp. 553-580.

Brown, S. J. y Goetzmann, W. N. (1995). *Performance persistence*. The Journal of Finance, Vol. 50, No. 2, pp. 679–698.

Busse, J., Goyal A. y Wahal, S. (2008). *Performance y persistence in institutional investment management*. The Journal of Finance. Vol. 65, No. 2, pp. 765–790.

Campbell, J. Y. y Shiller, R. J. (1988). *The Dividend-Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors*. Review of Financial Studies. Vol 1, pp. 195–227.

Cao, Z., Satchell, S., Westerholm, J. P. y Zhang, H. H. (2018). *The Idiosyncratic Volatility Anomaly and the Resale Option in Chinese Stock Markets*. <https://ssrn.com/abstract=3274652>.

Carhart, M. M. (1997). *On persistence in mutual fund performance*. The Journal of Finance. Vol. 52, No. 1, pp. 57–82.

Carlson, R. (1970). *Aggregate performance of mutual funds, 1948-1967*. Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 5, No. 1, pp. 1–32.

Chang, K. P. (2004). *Evaluating mutual fund performance: An application of minimum convex input requirement set approach*. Computers and operations research. Vol. 31, No. 6, pp. 929–940.

Charnes, A., Cooper, W. W. y Rhodes, E. (1978). *Measuring the efficiency of decision Making units*. European Journal of Operational Research. Vol. 2, No. 6, pp. 429–444.

Charnes, A., Cooper, W. W. y Rhodes, E. (1981): *Evaluating program and managerial efficiency: An application of Data Envelopment Analysis to program Follow Through*. Management Science. Vol. 27, No. 6, pp. 668–97.

Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Seiford, L. y Stutz, J. (1985). *Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions*. Journal of Econometrics. Vol. 1985, Vol. 30, No. 1-2, pp. 91-107.

Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y. y Seiford, L. M. (1997). *Data Envelopment Analysis: Theory, methodology and applications, (2nd ed.)*. New York: Kluwer Academic Publishers.

Chen, H. H. (2008). *Stock selection using data envelopment analysis*. Industrial Management & Data Systems. Vol. 108, No. 9, pp. 1255-1268

Chen, L., Novy-Marx, R., y Zhang, L. (2011). *An Alternative Three-Factor Model*. <https://ssrn.com/abstract=1418117>.

Chen, Y. C., Chiu, Y.-H. y Li, M.-C. (2011). *Mutual fund performance evaluation - Application of system BCC model*. South African Journal of Economics. Vol. 79, No. 1, pp. 1-16.

Chen, Z. y Lin, R. (2006). *Mutual fund performance evaluation using data envelopment analysis with new risk measures*. OR Spectrum. Vol. 28, No. 3. pp. 375-398

Ching, J. y Wei, H. (2003). *Mutual Fund Attributes and Performance*. Financial Services Review. Vol. 12, pp.165-178.

Choi, Y. K. y Murthi, B. P. S. (2001). *Relative performance evaluation of mutual funds: A nonparametric approach*. Journal of Business Finance and Accounting, Vol. 28, No. 7-8, pp. 853–876.

Chordia, T., Roll, R. y Subrahmanyam, A. (2011). *Recent trends in trading activity and market quality*. Journal of Financial Economics. Vol. 101, pp. 243–63.

Chordia, T., Subrahmanyam, A. y Tong, Q. (2014). *Have capital market anomalies attenuated in the recent era of high liquidity and trading activity?*. Journal of Accounting and Economics. Vol. 58, No. 1, pp. 41–58.

Chu, J., Chen, F. y Leung, P. (2010). *ETF Performance Measurement – Data Envelopment Analysis, Service Systems and Service Management (ICSSSM)*, 7th International Conference on IEEE, 28–30 June, 2010, Tokyo, Japan, 1–6.

Claessens, S. y Forbes, K. (2004). *International Financial Contagion: The Theory, Evidence and Policy Implications*, Paper presented at World Economic Forum/Reinventing Bretton Woods Committee Conference on The IMF's Role in Emerging Market Economies in Amsterdam.

Clarke, C. (2014). *The Level, Slope and Curve Factor Model for Stocks*. [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2526435](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2526435).

Cochrane, J. H. (2005). *Asset Pricing*, Revised ed. Princeton: Princeton University Press.

Cochrane, J. H. (2011). *Presidential Address: Discount Rates*. Journal of Finance. Vol. 66, pp. 1047–1108.

Connor, G. y Korajczyk, R. (1988). *Risk and return in an equilibrium APT: Application of a new test methodology*. Journal of Financial Economics. Vol. 21, No. 2, pp. 255-289.

Cook, W.D., Liang, L., Zha, Y. y Zhu, J. (2009). *A modified super-efficiency DEA model for infeasibility*. Journal of the Operational Research Society. Vol. 60, No. 2, pp. 276-281.

Cooper, W. W., Seiford, L. M. y Tone, K. (2000). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Kluwer Academic Publishers, Boston.

Cornish, E. A. y Fisher, R. A. (1937). *Moments and Cumulants in the Specification of Distributions*. Review of the International Statistical Institute. Vol. 5, No. 4, pp. 307–320.

Cortez, M., Paxson, D. y Rocha Armada, M. (1999). *Persistence in Portuguese mutual fund performance*. The European Journal of Finance. Vol. 5, No. 4, pp. 342-365.

Daraio, C. y Simar, L. (2006). *A robust non-parametric approach to evaluate and explain the performance of mutual funds*. European Journal of Operational Research. Vol. 175, No. 1, pp. 516–542.

Devaney M. y Weber W. L. (2005). *Efficiency, scale economies, and the risk/return performance of real estate investment trusts*. Journal of Real Estate Finance and Economics. Vol. 31, No. 3, pp. 301-317.

Dia, M. (2009). *A portfolio selection methodology based on data envelopment analysis*. Information Systems and Operational Research. *A portfolio selection methodology based on data envelopment analysis*. Vol. 47, No. 1, pp. 71-79.

Ding, H., Zhou, Z., Xiao H., Ma, C. y Liu, W. (2014). *Performance evaluation of portfolios with margin requirements*. Mathematical Problems in Engineering. Vol. 2014, No. 4, pp. 1-8.

Diz, F., Gregoriou, G. N., Rouah, F. y Satchell, S. E. (2004). *Simple and cross-efficiency of CTAs using*. Expert Systems with Applications. Vol. 11, No. 5, pp. 393-409.

Do Castelo Gouveia, M., Duarte Neves, E., Cândido Dias, L. y Henggeler Antune, C. (2018). *Performance evaluation of Portuguese mutual fund portfolios using the value-based DEA method*. Journal of the Operational Research Society. Vol. 69, No. 10, pp. 1628-1639.

Doyle, J. R. y Green, R. (1994). *Efficiency and Cross-Efficiency in DEA. Derivations, Meanings and Uses*. The Journal of the Operational Research Society. Vol. 45, No. 5, pp. 567–578.

Durán-Santomil, P., Otero-González, L., Correia-Domingues, R. H. y Reboredo, J. C. (2019). *Does Sustainability Score Impact Mutual Fund Performance?* Sustainability. Vol. 11, pp. 2972.

Dyson, R. G., Allen, R., Camanho, A. S., Podinovski, V. V., Sarrico, C. S. y Shale, E. A. (2001). *Pitfalls and protocols in DEA*. European Journal of Operational Research. Vol. 132, No. 2, pp. 245-259.

Edirisinghe, N. C. P. y Zhang, X. (2007). *Generalized DEA model of fundamental analysis and its application to portfolio optimization*. Journal Banking and Finance. Vol. 31, No. 11, pp. 3311-3335.

Edirisinghe, N. C. P. y Zhang, X. (2010). *Input/output selection in DEA under expert information, with application to financial markets*. European Journal of Operational Research. Vol. 207, No. 3, pp. 1669-1678.

Eling, M. (2006). *Performance Measurement of Hedge Funds using Data Envelopment Analysis*. Financial Markets and Portfolio Management. Vol. 20, pp. 442–471.

Elton, E. J., Gruber, M. J. y Blake, C. R. (1996). *The persistence of risk-adjusted mutual fund performance*. Journal of Business. Vol. 69, pp. 133–157.

Emrouznejad, A. y Yang, G-L. (2018). *A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016*. Socio-Economic Planning Sciences. Vol. 61, No. 3, pp. 4-8.

Fama, E. y French, K. (1992). *The cross-section of expected stock returns*. Journal of Finance. Vol. 47. No. 2, pp. 427-465.

Fama, E. y French, K. (1993). *Common risk factors in the returns on stocks and bonds*. Journal of Financial Economics. Vol. 33, pp. 3–56.

Fama, E. y French, K. (2010). *Luck versus Skill in the Cross-Section of Mutual Fund Returns*. The Journal of Finance. Vol. 65, No. 5, pp. 1915-1947.

Fama, E. y French, K. (2015). *A Five-Factor Asset Pricing Model*. Journal of Financial Economics. Vol. 116, pp. 1–22.

- Fama, E. y French, K. (2016). *Dissecting Anomalies with a Five-Factor Model*. Review of Financial Studies. Vol. 29, pp. 69–103.
- Fanchon, P. (2003). *Variable selection for dynamic measures efficiency in the computer industry*. International advances in economic research. Vol. 9, No. 3, pp. 175–188.
- Farrell, M. J. (1957). *The measurement of productive efficiency*. Journal of Royal Statistical Society. Series A. Vol. 120, No. 3, pp. 253-281.
- Laurent, F. y Galeano, J. A. 2002. *Mean-Modified Value-at-Risk Optimization with Hedge Funds*. Journal of Alternative Investments. Vol. 5, pp. 21–25.
- Fecher, F., Kessler, D., Perelman, S. y Pestieau, P. (1993). *Productive performance of the French insurance industry*. Journal of Productivity Analysis. Vol. 4, pp. 77–93.
- Feng, G., Giglio, S. y Xiu, D. (2017). *Taming the Factor Zoo A Test of New Factors*. Fama-Miller Working Paper. Chicago Booth Research Paper No. 17(4). Chicago, IL, USA: Chicago Booth School of Business, pp. 1–56.
- Ferreira, M. A., Keswani, A., Miguel, A. F. y Ramos, S. B. (2010). *The flow-performance relationship around the world*. Journal of Banking and Finance. Vol. 36, No. 6, pp. 1759–1780.
- Fong, W. M., Wong, W. K. y Lean, H. H. (2005). *Stochastic dominance and the rationality of the momentum effect across markets*. Journal of Financial Markets, Vol. 8, No. 1, pp. 89–109.
- Galagedera, D. U. A. y Silvapulle, P. (2002). *Australian mutual fund performance appraisal using Data Envelopment Analysis*. Managerial Finance. Vol. 28, No. 9, pp. 60–73.
- Galagedera, D. U. A. (2013). *A new perspective of equity market performance*. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money. Vol. 26, pp. 333-357.

Galagedera, D. U. A., Watson, J., Premachandra, I. y Chen, Y. (2016). *Modeling leakage in two-stage DEA models: An application to US mutual fund families*. Omega (United Kingdom). Vol. 61, pp. 62-77.

Galagedera, D. U. A., Roshdi, I., Fukuyama, H. y Zhu, J. (2018). *A new network DEA model for mutual fund performance appraisal: An application to U.S. equity mutual funds*. Omega (United Kingdom). Vol. 77, pp.168-179.

Gallefoss, K., Hansen, H. H., Hankaas, E. S. y Molnár, P. (2015). *What daily data can tell us about mutual funds: evidence from Norway*, Journal of Banking and Finance. Vol. 55, pp. 117–129.

Gibbons, M. R., Ross, S. A. y Shanken, J. (1989). *A Test of the Efficiency of a Given Portfolio*. Econometrica. Vol. 57, pp. 1121–1152.

Glawischnig, M. y Sommersguter-Reichmann, M. (2010). *Assessing the performance of alternative investments using non-parametric efficiency measurement approaches: Is it convincing?* Journal of Banking and Finance. Vol. 34. No. 2, pp. 295–303.

Goetzmann, W. N. y Ibbotson, R. G. (1994). *Do winners repeat? Patterns in mutual fund return behaviour*. Journal of Portfolio Management. Vol. 20, pp. 9–18.

Gökgöz, F. (2010). *Measuring the financial efficiencies and performances of Turkish funds*. Acta Economica. Vol. 60, No. 3, pp. 295-320.

Gökgöz, F. y Duygu, Ç. (2011). *Data Envelopment Analysis: A Comparative Efficiency Measurement for Turkish Pension and Mutual Funds*. International Journal of Economic Perspectives. Vol. 5, pp. 261–281.

Golany, B. y Roll, Y. (1989). *An application procedure for DEA*. Omega. Vol. 17, No. 3, pp. 237-250.

Gregoriou, G. N. y Gueyie, J. P. (2003). *Risk-adjusted performance of funds of hedge funds using a modified Sharpe ratio*. Journal of Alternative Investments. Vol 6, No. 3, pp. 77–83.



Gregoriou, G. N. y Zhu, J. (2005). *Performance and persistence of commodity trading advisors: Further evidence*. Journal of Futures Markets. Vol. 30, No. 8, pp. 725-752.

Gregoriou, G. N., Sedzro, N. K. y Zhu, J. (2005). *Hedge fund performance appraisal using Data Envelopment Analysis*. European Journal of Operational Research. Vol. 164, No. 2, pp. 555–571.

Gregoriou, G. N. y Chen, Y. (2006). *Simple and cross efficiency of CTAs using data envelopment analysis*. European Journal of Finance. Vol. 11, No. 5, pp. 393-409.

Gregoriou, G. N. (2006). *Optimisation of the largest US mutual funds using Data Envelopment Analysis*. Journal of Asset Management. Vol. 6, No. 6, pp. 445–455.

Gregoriou, G. N. y Zhu, J. (2007). *Data envelopment analysis*. Journal of Portfolio Management. Vol. 33, No. 2, pp. 120-132.

Gregoriou, G. N. y Henry, S.C. (2015). *Undesirable outputs in commodities trading advisers: A data envelopment analysis approach*. Vol. 17, No. 4, pp. 85-92.

Gregoriou, G. N. y Pascalau, R. (2016). *A joint survival analysis of hedge funds and funds of funds using copulas*. Managerial Finance. Vol. 38, No. 1, pp. 82-100.

Grinblatt, M. y Titman, S. (1989). *Mutual fund performance: An analysis of quarterly portfolio holdings*. Journal of Business. Vol. 62, pp. 393–416.

Grinblatt, M. y Titman, S. (1992). *The persistence of mutual fund performance*. The Journal of Finance. Vol. 47, No. 5, pp. 1077–1984.

Grinblatt, M. y Titman, S. (1993). *Performance measures without benchmarks: An examination of mutual fund returns*. The Journal of Business. Vol. 66, No. 1, pp. 47–68.

Grinblatt, M. y Titman, S. (1994). *A study of monthly mutual funds returns and performance evaluation techniques*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 29, No. 3, pp. 419–444.

Grinblatt, M., Titman, S. y Wermers, R. (1995). *Momentum Investment Strategies, Portfolio Performance, and Herding: A Study of Mutual Fund Behavior*. The American Economic Review. Vol. 85, No. 5, pp. 1088-1105.

Gruber, M. J. (1996). *Another puzzle: The growth in actively managed mutual funds*. The Journal of Finance. Vol. 51, No. 3, pp. 783–810.

Guillén, J. (2008). *Latin American Private Pension Funds' Vulnerabilities*. Economía Mexicana. Vol. 20, pp. 357–78.

Guo, J., Ma C. y Zhou, Z. (2012). *Performance Evaluation of Investment Funds with DEA and Higher Moments Characteristics: Financial Engineering Perspective*. Systems Engineering Procedia. Vol. 3, pp. 209-216.

Hadar, J. y Russell, W. R. (1969). *Rules for Ordering Uncertain Prospects*. American Economic Review. Vol. 59, No. 1, pp. 25-34.

Hanafizadeh, P., Khedmatgozar, H. R., Emrouznejad, A. y Derakhshan, M. (2014). *Neural network DEA for measuring the efficiency of mutual funds*. International Journal of Applied Decision Sciences. Vol. 7, No. 3, pp. 255-269.

Hanoch, G. y Levy, H. (1969). *The Efficiency Analysis of Choices Involving Risk*. Review of Economic Studies. Vol. 36, No. 3, pp. 335-346.

Harvey, C. R., Liu, Y. y Zhu, C. (2015). *...and the Cross-Section of Expected Returns*. Review of Financial Studies. Vol. 29, pp. 5–68.

Haslem, J. A. y Scheraga, C. A. (2003). *Data Envelopment Analysis of Morningstar's large-cap mutual funds*. The Journal of Investing. Vol. 12. No. 4, pp. 41–48.

Hendricks, D., Patel, J. y Zeckhauser, R. (1993). *Hot hands in Mutual Funds: Short-Run persistence of relative performance, 1974-1988*. The Journal of Finance. Vol. 48, No. 1, pp. 93–130.

- Hodges, C. y Yoder, J. (1996): *Time diversification and security preferences: A stochastic dominance analysis*. Review of Quantitative Finance and Accounting. Vol. 7, No. 3, pp. 289–298.
- Ho, W. (2008). *Integrated analytic hierarchy process and its applications - A literature review*. European Journal of Operational Research. Vol. 186, No. 1, pp. 211-228.
- Hsu, C. L. y Lin, J. R. (2008). *Mutual fund performance and persistence in Taiwan: a non-parametric approach*. Services Industries Journal. Vol. 27, No. 5, pp. 509-523.
- Hu, J. L. (2006). *Efficient air pollution abatement for regions in China*. International Journal of Sustainable Development and World Ecology. Vol. 13, No. 4, pp. 327-340.
- Hu, J. L. y Chang, T. P. (2008). *Decomposition of mutual fund underperformance*. Applied Financial Economics Letters. Vol. 4, No. 5, pp. 363-367.
- Huang, T. H. y Leu, Y. H. (2014). *A mutual fund investment method using fruit fly optimization algorithm and neural network*. Applied Mechanics and Materials. Vol. 571-572, pp. 318-325.
- Huang, C.-Y., Chiou, C.-C., Wu T.-H. y Yang S.-C. (2015). *An integrated DEA-MODM methodology for portfolio optimization*. Operational Research. Vol. 15, pp. 115-136.
- Huij, J. y Verbeek, M. (2007). Spillover effects of marketing in mutual fund families. ERIM Report Series., EFA 2007 Ljubljana Meetings Paper, Available at SSRN:<https://ssrn.com/abstract=958784> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.958784>
- Jahanshahloo, G. R., Lofti, F. H. y Moradi, M. (2004). *Sensitivity and stability analysis in DEA with interval data*. Applied Mathematics and Computation. Vol. 156, No. 2, pp. 463-477.
- Jain, P. C. y Wu, J. S. (2000). *Truth in mutual fund advertising: Evidence of future performance and fund flows*. The Journal of Finance. Vol. 55, pp. 937–958.

Jegadeesh, N. y Titman, S. (1993). *Returns to buying winners and selling losers: Implications for Stock Market efficiency*. The Journal of Finance. Vol. 48, No. 1, pp. 65–91.

Jenkins, L. y Anderson, M. (2003). *A multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis*. European Journal of Operational Research. Vol. 147, No. 1, pp.51–61.

Jensen, M. C. (1968). *The performance of mutual funds in the period 1945-1964*. The Journal of Finance. Vol. 23, No. 2, pp. 389–416.

Joro, T. y Na, P. (2006). *Portfolio performance evaluation in a mean-variance-skewness framework*. European Journal of Operational Research. Vol. 175, No. 1, pp. 446–461.

Joy, M. y Porter, R. B. (1974). *Stochastic Dominance and Mutual Fund Performance*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 9, No. 1, pp. 25-31.

Kadoya, S., Kuroko, T. y Namatame, T. (2008). *Contrarian investment strategy with data envelopment analysis concept*. European Journal of Operational Research. Vol. 189, No. 1, pp. 120-131.

Kapur, S. y Timmermann, A. (2005). *Relative Performance Evaluation Contracts and Asset Market Equilibrium*. Economic Journal. Vol. 115, pp. 1077–1102.

Kao, C. (2008). *A linear formulation of the two-level DEA model*. Omega. Vol. 36, No. 6, pp. 958-962.

Kao, C. y Hung, H. T. (2008). *Efficiency analysis of university departments: An empirical study*. Omega. Vol. 36, No. 4, pp. 653-664.

Kerstens, K. y Eeckaut, P. V. (1999). *Estimating returns to scale using non-parametric deterministic technologies: a new method based on goodness-of-fit*. European Journal of Operational Research. Vol. 113, No. 1, pp. 206-214.

Kerstens, K. y Van de Woestyne, I. (2011). *Negative data in DEA: a simple proportional distance function approach*. Journal of the Operational Research Society. Vol. 62, No. 7, pp. 1413–1419.

Kerstens, K., Mounir, A. y Van de Woestyne, I. (2011). *Non-parametric frontier estimates of mutual fund performance using C- and L-moments: Some specification tests*. Journal of Banking and Finance. Vol. 35, No. 5, pp. 1190-1201.

Khan, R. N. y Rudd, A. (1995). *Does historical performance predict future performance?* Financial Analysts Journal. Vol. 51, No. 6, pp. 43–52.

Kjetsaa, R. y Kieff, M. (2003): *Stochastic dominance analysis of equity mutual fund performance*. American Business Review. Vol. 21, pp. 1-8.

Kooli, M., Morin, F. y Sedzro, K. (2005). *Evaluation des mesures de performance des hedge funds*. Communication at International Conference of the French Association of Finance, Paris, June 2005.

Kosowski, R., Timmermann, A., Wermers, R. y White, H. (2006). *Can mutual fund stars really pick stocks? New evidence from a bootstrap analysis*. The Journal of Finance. Vol. 61, No. 6, pp. 2551–2595.

Kuosmanen, T. (2001). *Stochastic dominance efficiency tests under diversification*. Helsinki School of Economics and Business Administration. Working papers, w-283.

Kuosmanen, T. y Kortelainen, M. (2007). *Valuing environmental factors in cost-benefit analysis using Data Envelopment Analysis*. Ecological Economics. Vol. 62, No. 1, pp. 56–65.

Kumar Singh, A., Sahu, R. y Bharadwa, J. S. (2010). *Portfolio evaluation using OWA-heuristic algorithm and data envelopment analysis*. Journal of Risk Finance. Vol. 11, No. 1, pp. 75-88.

Kumar, U. D., Roy A., Saranga, H. y Singal, K. (2010). *Analysis of hedge fund strategies using slack based DEA models*. Journal of the Operational Research Society. Vol. 61, No. 12, pp. 1746-1760.

Lamb, J. D. y Tee, K.-H. (2012a). *Data envelopment analysis models of investment funds*. European Journal of Operational Research. Vol. 216, No. 3, pp. 687-696.

Lamb, J. D. y Tee, K.-H. (2012b). *Resampling DEA estimates of investment fund performance*. European Journal of Operational Research. Vol. 223, No. 3, pp. 834-841.

Lean, H. H., Smyth, R. y Wong, W. K. (2007). *Revisiting calendar anomalies in Asian stock markets using a stochastic dominance approach*. Journal of Multinational Financial Management. Vol. 17, No. 2, pp. 125–141.

Lehmann, B. y Modest, D. M. (1988). *The empirical foundations of the arbitrage pricing theory*. Journal of Financial Economics. Vol. 21, No. 2, pp. 213-254.

Lehmann, B. y Modest, D. M. (2005). *Diversification and the Optimal Construction of Basis Portfolios*. Management Science. Vol. 51, No. 4, pp. 581-598.

Lettau, M. y Ludvigson, S. (2001a). *Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns*. The Journal of Finance. Vol. 56, pp. 815–49.

Lettau, M. y Ludvigson, S. (2001b). *Resurrecting the (C)CAPM: A Cross-Sectional Test When Risk Premia Are Time-Varying*. Journal of Political Economy. Vol. 109, pp. 1238–1287.

Levy, H. y Lerman, Z. (1985). *Testing P/E Ratios Filters With Stochastic Dominance*. Journal of Portfolio Management. Vol. 11, No. 2, pp. 31-40.

Levy, H. y Sarnat, M. (1970): *International Diversification of Investment Portfolios*. The American Economic Review. Vol. 60, No. 4, pp. 668-675.

Levy, H. (1992). *Stochastic dominance and expected utility: Survey and analysis*. Management Science. Vol. 38, No. 4, pp. 555–593.

Levy, H. (1998). *Stochastic Dominance: Investment Decision Making Under Uncertainty*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA.

Levy, H. (2016). *Stochastic Dominance: Investment Decision Making Under Uncertainty*. Springer 3rd Ed.

Lewellen, J., Nagel, S. y Shanken, J. (2010). *A Skeptical Appraisal of Asset-Pricing Tests*. Journal of Financial Economics. Vol. 96, pp. 175–194.

Lim S., Oh, K. W. y Zhu, J. (2014). *Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: an application to Korean stock market*. European Journal of Operational Research. Vol. 236, No. 1, pp. 361-368.

Lin, M. C. y Chen, M. (2008). *The profitability of the weekend effect: evidence from the Taiwan mutual fund market*. Journal of Marine Science and Technology. Vol. 16, No. 3, pp. 222–233.

Lin, R. y Chen, Z. (2008). *New DEA performance evaluation indices and their applications in the American fund market*. Asia-Pacific Journal of Operational Research. Vol. 25, No. 4, pp. 421-450.

Lintner, J. (1965). *The valuation of risk assets on the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets*. Review of Economics and Statistics. Vol. 47, No.1, pp. 13-37.

Lintner, J. (1965b). *Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification*. The Journal of Finance. Vol. 20, No. 4, pp. 587-615.

Lovell, C. A. K. (1993). *Production Frontiers and Productive Efficiency. In Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*. Edited by Harold O. Fried, C. A. Knox Lovell and Shelton S. Schmidt. New York: Oxford University Press. pp. 3–67.

Lozano, S. y Gutiérrez, E. (2008). *Data Envelopment Analysis of mutual funds based on second order stochastic dominance*. European Journal of Operational Research. Vol. 189, pp. 230-244.

Lozano, S. y Gutierrez, E. (2008b). *TSD-consistent performance assessment of mutual funds*. Journal of the Operational Research Society. Vol. 59, No. 10, pp. 1352-1362.

Lopes, A., Lanzer, E., Lima, M. y da Costa, N. Jr. (2008). *DEA investment strategy in the Brazilian stock market*. Economics Bulletin. Vol. 13, No. 2, pp. 1-10.

Majid, M. S. A. y Maulana, H. (2010). *Assessing performance of mutual funds in Indonesia*. Journal of Economic Cooperation and Development. Vol. 31, No. 4, pp. 49-76.

Majid, M. S. A. y Maulana, H. (2012). *A comparative analysis of the productivity of Islamic and conventional mutual funds in Indonesia: data envelopment analysis (DEA) and general least square (GLS) approaches*. Gadjah Mada International Journal of Business. Vol. 14, No. 2, pp. 183-208.

Malkiel, B. G. (1995). *Returns from investing in equity mutual funds 1971 to 1991*. The Journal of Finance. Vol. 50, No. 2, pp. 549–572.

Matallín, C., Soler, J., y Tortosa-Ausina, E. (2014). *On the informativeness of persistence for evaluating mutual fund performance using partial frontiers*. Omega. Vol. 42, No. 1, pp. 47-64.

Markowitz, H. M. (1952). *Portfolio selection*. The Journal of Finance. Vol. 7, pp. 77-91.

McLean, R. D. y Rey Ponti, J. (2016). *Does academic research destroy stock return predictability?* The Journal of Finance. Vol. 71, pp. 5-32.

McMullen, P. y Strong, R. A. (1998). *Selection of mutual funds using Data Envelopment Analysis*. Journal of Business and Economic Studies. Vol. 34, pp. 1-12.



Medeiros García, M. T. (2010). *Efficiency evaluation of the Portuguese pension funds management companies*. Journal of International Financial Markets, Institutions & Money. Vol. 20, No. 3, pp. 259-266.

Merton, R. C. (1973). *An Intertemporal Capital Asset Pricing Model*. Econometrica. Vol. 41, No. 5, pp. 867-887.

Meyer, J. (1977). *Choice among distributions*. Journal of Economic Theory. Vol 14, pp. 326–336.

Meyer, O. T., Li, X. M. y Rose, L. C. (2005): *Comparing mean variance tests with stochastic dominance tests when assessing international portfolio diversification benefits*. Financial Services Review. Vol.14, No. 2, pp. 149–168.

Morey, M. R. y Morey, R. C. (1999). *Mutual fund performance appraisals: A Multi Horizon perspective with endogenous benchmarking*. Omega. Vol. 27, No. 2, pp. 241–258.

Mossin, J. (1966). *Equilibrium in a Capital Asset Market*. Econometrica. Vol. 34, No. 4, pp. 768-783.

Murthi, B. P. S., Choi, Y. K., y Desai, P. (1997). *Efficiency of mutual funds and portfolio performance Measurement: A non-parametric approach*. European Journal of Operational Research. Vol. 98, No. 2, pp. 408–418.

Nguyen-Thi-Thanh, H. (2006). *On the use of Data Envelopment Analysis in hedge fund selection*. Working Paper, Université d'Orléans.

O'Donnell, C. J., Rao, D. S. P. y Battese, G. E. (2008). *Metafrontier frameworks for the study of firm-level efficiencies and technology ratios*. Empirical Economics. Vol. 34, No. 2, pp. 231-255.

Parkan, C. (1991). *The Calculation of Operational Performance Ratings*. International Journal of Production Economics. Vol. 24, pp. 165–173.

Pätäri, E., Leivo, T. y Honkapuro, S. (2012). *Enhancement of Equity Portfolio Performance Using Data Envelopment Analysis*. European Journal of Operational Research. Vol. 220, pp. 786–797.

Peiro, A. (1999). *Skewness in financial returns*. Journal of Banking and Finance. Vol. 23, pp. 847-862.

Pérez-Gladish, B., Méndez Rodríguez, P., M'zali, B. y Lang, P. (2013). *Mutual Funds Efficiency Measurement under Financial and Social Responsibility Criteria*. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. Vol. 20, pp. 109–125.

Pestana Barros, C. y Medeiros García, M. T. (2006). *Performance evaluation of pension funds management companies with data envelopment analysis*. Risk Manager Insurance. Vol. 9. No. 2, pp. 165-188.

Planas, I. (2005). *Principales mecanismos de evaluación económica de políticas públicas*. Ekonomiaz. No.1, pp. 98-121.

Porter, R. B. y Gaumnitz, J. E. (1972). *Stochastic dominance vs. mean-variance analysis: An empirical evaluation*. American and Economic Review. Vol. 62, pp. 438-446.

Porter, R. B. (1973). *An empirical comparison of stochastic dominance and mean-variance portfolio choice criteria*. Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 8, pp. 587-608.

Premachandra, I., Powell, J. G. y Shi, J. (1998). *Measuring the relative efficiency of fund management strategies in New Zealand using a spreadsheet-based stochastic data envelopment analysis model*. Omega. Vol. 26, No. 2, pp. 319-331.

Premachandra, I. M. (2001). *A Note on DEA vs Principal Component Analysis: An Improvement to Joe Zhu's Approach*. European Journal of Operational Research. Vol. 132, pp. 553–60.

Premachandra, I. M., Zhu, J., Watson, J. y Galagedera, D. U. A. (2012). *Best-performing US Mutual Fund Families from 1993 to 2008: Evidence from a Novel two-stage DEA model for Efficiency Decomposition*. *Journal of Banking and Finance*. Vol. 36, pp. 3302–3317.

Premachandra, I. M., Zhu, J., Watson, J. y Galagedera, D. U. A. (2016). *Mutual Fund Industry Performance: A Network Data Envelopment Analysis Approach*. In *Data Envelopment Analysis*. International Series in Operations Research and Management Science. Edited by Joe Zhu. Boston: Springer. Vol. 238, pp. 165–228.

Ribeiro Cortez, M. C., Paxson, D. A. y Da Rocha Armada, M. J (1999). *Persistence in Portuguese mutual fund performance*. *The European Journal of Finance*. Vol. 5, No. 4, pp. 342–365.

Roll, R. (1977). *A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests Part I: On Past and Potential Testability of the Theory*. *Journal of Financial Economics*. Vol. 4, pp. 129–76.

Rosenberg, B., Reid, K. y Lanstein, R. (1985). *Persuasive evidence of market inefficiency*. *Journal of Portfolio Management*. Vol. 11, No. 3, pp. 9–16.

Ross, S. (1976). *The arbitrage theory of capital asset pricing*. *Journal of Economic Theory*. Vol. 13, No. 3, pp.341–360.

Rothschild, M. y Stiglitz, J. (1970). *Increasing Risk I: A Definition*. *Journal of Economic Theory*. Vol. 2, No. 3, pp. 225-243.

Rubio, J. F., Hassan, M. K. y Merdad, H. J. (2012). *Nonparametric performance measurement of internal and Islamic mutual funds*. *Accounting Research Journal*. Vol. 25, pp. 208–226.

Rubio, J. F., Maroney, N. y Kabir Hassan, M. (2018). *Can Efficiency of Returns Be Considered as a Pricing Factor?* *Computational Economics*. Vol. 52, pp. 25–54.

Ruggiero, J. (2005). *Impact Assessment of Input Omission on DEA*. International Journal of Information Technology and Decision Making. Vol. 4, No. 3, pp. 359–368.

Saad, N. M., Majid M. S. A., Kassim S., Hamid Z. y Yusof, R. M. (2010). *A comparative analysis of the performance of conventional and Islamic unit trust companies in Malaysia*. International Journal of Managerial Finance. Vol.6, No. 2, pp. 24-47.

Sengupta, J. (2003). *Efficient test for mutual fund portfolios*. Applied Financial Economics. Vol. 13, pp. 869–876.

Seiford, L. M. y Thrall, R. M. (1990). *Recent developments in DEA. The mathematical programming approach to frontier analysis*. Journal of Econometrics. Vol. 46, No. 1-2, pp. 7-38.

Seiford, L. M. (1996). *Data envelopment analysis: evolution of the state-of-the-art (1978–1998)*. Journal of Production Analysis. Vol. 7, pp. 99–137

Seiford, L. M. y Zhu, J. (1999). *Infeasibility of efficiency data envelopment analysis models*. INFOR Journal, Vol 37, No. 2, pp. 174-187.

Seiford, L. M. y Zhu, J. (1999). *An investigation of returns to scale in data envelopment analysis*. Omega. Vol. 27, No. 1, pp. 1-11.

Seiford, L. M. y Zhu, J. (1999). *Profitability and marketability of the top 55 U.S. commercial banks*. Management Science. Vol. 45, No. 9, pp. 1270-1288.

Seiford, L. M. y Zhu, J. (1999). *Sensitivity and Stability of the Classifications of Returns to Scale in Data Envelopment Analysis*. Journal of Productivity Analysis. Vol. 12, No. 1, pp. 55-75.

Seiford, L. M. y Zhu, J. (2002). *Modeling undesirable factors in efficiency evaluation*. European Journal of Operational Research. Vol. 142, No. 1, pp. 16-20.

Serrano Cinca, C. y Mar Molinero, C. (2004). *Selecting DEA Specifications and Ranking Units Via PCA*. Journal of the Operational Research Society. Vol 55, pp. 521–528.

Sexton, T. R., Silkman, R. H. y Hogan, A. J. (1986). *Data Envelopment Analysis: Critique and extensions. New Directions for Evaluation*. Special Issue: Measuring Efficiency: An Assessment of Data Envelopment Analysis. Vol. 32, pp. 73–105.

Sharpe, W. F. (1966). *Mutual fund performance*, Journal of Business. Vol. 39, pp. 119–138.

Sherman, H. D. y Gold, F. (1985). *Bank branch operating efficiency: Evaluation with Data Envelopment Analysis*. Journal of Banking and Finance. Vol. 9, pp. 297–315.

Simar, L. y Wilson, P. W. (1998). *Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models*. Management Science. Vol. 44, No. 1, pp. 49-61.

Simar, L. y Wilson, P. W. (2001). *Testing Restrictions in Nonparametric Efficiency Models*. Communications in Statistics. Vol. 30, No. 1, pp. 159–184.

Simar, L. y Wilson, P. W. (2007). *Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes*. Journal of Econometrics. Vol. 136, No. 1, pp. 31-64.

Simar, L., Badin, C. y Daraio, C. (2010). *Optimal bandwidth selection for conditional efficiency measures: A data-driven approach*. European Journal of Operational Research. Vol. 201, No. 2, pp. 633-640.

Simar, L., Vanhems, A. y Wilson P. W. (2012). *Probabilistic characterization of directional distances and their robust versions*. Journal of Econometrics. Vol. 166, No. 2, pp. 342-354.

Spearman, C. (1904). *The proof and measurement of association between two things*. American Journal of Psychology. Vol. 15, No. 1, pp. 72–101.

Sun, Q. y Yan, Y. (2003). *Skewness persistence with optimal portfolio selection*. Journal of Banking and Finance. Vol. 27, pp. 1111-1121.

Tarim, A. y Karan, K. (2001). *Investment fund performance measurement using weight restricted data envelopment analysis: an application to the Turkish capital market*. Russian and East European Finance and Trade. Vol. 37, No. 5, pp. 64–84.

Tarnaud, A. C. y Leleu, H. (2017). *Portfolio analysis with DEA: prior to choosing a model*. Omega. Vol. 75. pp. 57-76.

Tavakoli Baghdadabad, M. R. y Noori Houshyar, A. (2014). *Productivity and efficiency evaluation of US mutual funds*. Finance a Uver - Czech Journal of Economics and Finance. Vol. 64, No. 2, pp. 120-143.

Taylor, W. R. y Yoder, A. (1994). *Mutual fund trading activity and investor utility*. Financial Analyst Journal. Vol. May-Jun, pp. 66-69.

Taylor, W. R. y Yoder, A. (1999). *Load and no-load mutual fund dynamics during the 1987 market crash: A stochastic dominance analysis*. Journal of Economics and Finance. Vol. 23, pp. 255-265.

Thanassoulis, E., Kortelainen, M. y Allen, R. (2011). *Improving envelopment in Data Envelopment Analysis under variable returns to scale*. European Journal of Operational Research, Vol. 218, No. 1, pp. 175–185.

Tokic, D. (2012). *Managed Futures for Long-Term Investors: A DEA Ranking Analysis*. Australian Economic Review. Vol. 45, No. 4, pp. 422-440.

Tone, K. (2001). *Slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis*. European Journal of Operational Research. Vol. 130, No. 3, pp. 498-509.

Tsolas, I. E. (2011). *Natural resources exchange traded funds: performance appraisal using DEA modeling*. Journal of Centrum Cathedra. Vol. 4, No. 2, pp. 250–259.

Tsolas, I. E. (2014). *Precious metal mutual fund performance appraisal using DEA modeling*. Resources Policy. Vol. 39, No. 3, pp. 54-60.

Tsolas I. E. y Charles, V. (2015). *Green exchange-traded fund performance appraisal using slacks-based DEA models*. *Operational Research*. Vol. 15, pp. 51–77.

Vidal-García, J. (2013). *The persistence of European mutual fund performance*. *Research in International Business and Finance*. Vol. 28, pp. 45–67.

Vidal-Garcia, J., Vidal, M., Boubaker, S. y Hassan, M. (2018). *The Efficiency of Mutual Funds*. *Annals of Operation Research*. Vol. 267, pp. 555–584.

Von Neumann, J. y Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*, 2d ed. Princeton: Princeton University Press.

Watson, J., Premachandra, I.M. y Wickramanayake, J. (2011). *The value of Morningstar ratings: evidence using stochastic data envelopment analysis*. *Managerial Finance*. Vol. 37, No. 2, pp. 94-116.

Wermers, R. (1997). *Momentum investment strategies of mutual funds, performance persistence and survivorship bias*. Working Paper, Graduate School of Business and Administration, University of Colorado at Boulder.

Whitmore, G. A. (1970). *Third degree stochastic dominance*. *American Economic Review*. Vol. 60, No. 3, pp. 457-459.

Wilkins, K. y Zhu, J. (2001). *Portfolio evaluation and benchmark selection: A mathematical programming approach*. *Journal of Alternative Investments*. Vol. 4, No. 1, pp. 9–19.

Wilkins, K. y Zhu, J. (2005). *Classifying hedge funds using Data Envelopment Analysis*, in Gregoriou, G. N., F. Rouah, y V. N. Karavas (Eds.): *Hedge Funds: Strategies, Risk Assessment, and Returns*. Washington: Beard Books.

Wilson, P. W. (1995). *Protecting influential observations in Data Envelopment Analysis*. *Journal of Productivity Analysis*. Vol. 4, pp. 27–45.

Wong, W. K., Thompson, H. E., VWei, S. X. y Chow, Y. F. (2006). *Do winners perform better than losers? A stochastic dominance approach*. *Advances in Quantitative Analysis of Finance and Accounting*. Vol. 4, pp. 219–254.

Xiujuan, Z., Wang, S. y Lai, K. K. (2011). *Mutual Funds Performance Evaluation based on Endogenous Benchmarks*. *Expert Systems with Applications*. Vol. 38, pp. 3663–3670.

Zhao, X. y Wang, S. Y. (2007). *Method for evaluating mutual funds' performance based on asymmetric laplace distribution and DEA approach*. *Xitong Gongcheng Lilun yu Shijian/System Engineering Theory and Practice*. Vol. 27, pp. 1-10.

Zhao, X. y Yue, W. (2008). *Coned context DEA model with application to mutual funds evaluation*. 2008 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, IEEM 2008.

Zhao, X. y Shi, J. (2010). *Evaluation of mutual funds using multi-dimensional information*. *Frontiers of Computer Science in China*. Vol. 4, No. 2, pp. 237-253.

Zhao, X., Wang, S. y Lai, K. K. (2011). *Mutual performance evaluation based on endogenous benchmarks*. *Expert systems with applications*. Vol. 38, pp. 3663–3670.

Zhao, X. y Yue, W. (2012). *A multi-system fuzzy DEA model with its application in mutual funds management companies, Competence evaluation*. *Procedia Computer Science*. Vol. 1, No. 1, pp. 2469–2478.

Zhu, J. (1996). *Robustness of the efficient DMUs in Data Envelopment Analysis*. *European Journal of Operational Research*. Vol. 90, No. 3, pp. 451–460.

Zhu, J. (1998). *Data Envelopment Analysis vs. Principal Component Analysis: An Illustrative Study of Economic Performance of Chinese Cities*. *European Journal of Operational Research*. Vol. 111, pp. 50–61.



## **ANEXOS**

---

*Pablo Solórzano Taborga*

A continuación se adjuntan los artículos originales de este compendio de tesis en su formato original publicado.



## Efficiency and Persistence of Spanish Absolute Return Funds

SOLÓRZANO-TABORGA, PABLO

Universidad Rey Juan Carlos (Spain)

E-mail: p.solorzano@alumnos.urjc.es

ALONSO-CONDE, ANA BELÉN

Departamento de Economía de la Empresa

Universidad Rey Juan Carlos (Spain)

E-mail: ana.alonso@urjc.es

ROJO-SUÁREZ, JAVIER

Departamento de Economía de la Empresa

Universidad Rey Juan Carlos (Spain)

E-mail: javier.rojo@urjc.es

### ABSTRACT

Performance measurement is an area of crucial interest in asset valuation and investment management. High volatility as well as time aggregation of returns, amongst other characteristics, may distort the results of conventional measures of performance. In this work, we study the performance of 115 Spanish Absolute Return Funds in the period 2010-2015, using the Sharpe, Treynor, Jensen and Modified Sharpe ratios. We then apply Data Envelopment Analysis to classify the funds in order to avoid the problems arising from the non-normality of their returns, since non-gaussian returns do not pose a problem in Data Envelopment Analysis implementation. In addition, we apply the Malkiel, Brown and Goetzman test and the Rude and Khan test in annual periods to determine the existence of persistence. Finally, we study the relationship between efficiency and persistence in order to determine the relationship between both measures and to support decision-making processes. The results show a significant relationship between cross efficiency and Modified Sharpe ratios as well as the existence of persistence for annual periods. Nevertheless, the results do not allow concluding any relationship amongst efficiency and persistence.

**Keywords:** Data envelopment analysis; persistence; hedge funds; absolute return funds; mutual funds.

**JEL classification:** G11; C61.

**MSC2010:** 91G70; 90C05.

# Eficiencia y persistencia de los fondos de retorno absolutos españoles

## RESUMEN

La medida de la *performance* es un área de crucial interés en la valoración de activos y selección de inversiones. Elevadas volatilidades, así como la agregación temporal de rendimientos, entre otras características, pueden distorsionar los resultados de las medidas convencionales de *performance*. En este trabajo, estudiamos la *performance* de 115 fondos de retorno absoluto españoles en el periodo 2010-2015 usando los ratios de Sharpe, Treynor y Jensen y el ratio de Sharpe modificado. Posteriormente, para clasificar los fondos se aplica el Análisis Envolvente de Datos (Data Envelopment Analysis, DEA) en aras de evitar los problemas derivados de la no normalidad de los rendimientos, dado que rendimientos no gaussianos no suponen un problema a la hora de implementar el Análisis Envolvente de Datos. Adicionalmente, se aplica el test de Malkiel, Brown y Goetzman y el test de Rude y Khan en periodos anuales para determinar la existencia de persistencia. Finalmente, se estudia la relación entre eficiencia y persistencia con objeto de determinar la relación entre ambas medidas y apoyar el proceso de toma de decisiones. Los resultados muestran una significativa relación entre eficiencia cruzada y el ratio de Sharpe modificado, así como la existencia de persistencia en periodos anuales. No obstante, los resultados no permiten concluir en ninguna relación directa entre eficiencia y persistencia.

**Palabras claves:** análisis envolvente de datos; persistencia; fondos de cobertura; fondos de retorno absoluto; fondos de inversión.

**Clasificación JEL:** G11; C61.

**MSC2010:** 62-07; 65S05.



## 1. Introduction.

For over fifty years, measuring of the performance of capital markets has been an area of crucial importance in asset valuation and investment management. In this field, the study of the risk-return ratios of mutual funds has attracted much of the attention of academic research in, amongst other purposes, assessing the ability of managers to systematically beat the market. In this context, measures such as the Sharpe ratio, Treynor ratio or Value at Risk have often been cited and intensively used in financial literature.

In any case, the problems and limitations of these measures are well known and most of them are due to the high volatility of returns in the financial markets, as well as the properties of time aggregation of returns and volatilities, amongst other reasons. Measures such as the tracking error offset part of the first problem, although the analysis of the performance of investments remains a controversial and extremely important area in investment management, as well as to understand the pricing processes.

All the problems mentioned above are even worse in the case of specific investments such as Hedge Funds. The presence of non-Gaussian returns in most cases implies that measures traditionally used to prioritize and evaluate investments should be adjusted or are simply useless in these cases.

In this context, the aim of this paper is to analyze the efficiency and persistence of the Absolute Return Funds traded in Spain, determining whether or not they have achieved higher returns with respect to the market. The main difference between Absolute Return Funds and traditional funds is the fact that the former are intended to offer investors a positive return independently of the market movements, and to accomplish this purpose the managers can use a range of tools broader than the classic funds<sup>1</sup>. The present paper use data provided by Morningstar for Spanish mutual funds in the period 2010-15, within the category Absolute Return Funds.

A powerful and versatile approach to study efficiency is Data Envelopment Analysis (DEA), a technique of a non-parametric nature that measures the relative efficiency of organizational units in situations where there are multiple inputs and outputs.

Likewise, in precise terms DEA is a technique for measuring efficiency based on obtaining an efficient frontier from a set of observations, without requiring an estimation of any production function, i.e. without the need to know any specific functional relationship between inputs and outputs<sup>2</sup>. DEA models are based on the quantities of input used and output produced by a set of Decision Making Units (hereinafter called DMUs) to determine the best options by comparing each DMU with all possible linear combinations of options of all the units in the sample.

In short, DEA is an alternative to parametric methods<sup>3</sup>, aimed at obtaining a hyperplane that best fits a set of observations. Indeed, non-parametric methods as DEA try to optimize the efficiency measure of each unit analyzed in order to create an efficient frontier based on the criterion of Pareto (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1981, 1997). Thus, in the application of the methodology, a first empirical production frontier is constructed and every observation unit that does not belong to the efficient frontier is then evaluated.

---

<sup>1</sup> It is important to note that, unlike hedge funds, Absolute Return Funds cannot assume short positions.

<sup>2</sup> However, it is necessary, as explained below, to make some assumptions about the functional relationship: convexity and continuity. This contrasts with the statement of Charnes et al. (1997) that points that DEA does not require any assumptions about the functional form that relates inputs and outputs.

<sup>3</sup> Parametric methods assume the existence of a function that relates inputs to outputs. In any case, non-parametric methods are neither stochastic, since they do not assume that the non-measured efficiency follows any type of distribution of probability.

At the beginning of this introduction, the importance of analyzing, measuring and evaluating efficiency was highlighted, but the role of the return on capital is also highlighted as a key element to compete. In other words, the goal is not only to obtain a profit, but to do so persistently over time. As shown below, literature provides little evidence of a superior outperforming in the market by mutual funds at an aggregate level. However, certain managers have the ability to beat the benchmark and the pattern may persist for successive periods of time. Therefore, as is well known, analysis of the persistence of the profitability of mutual funds is a critical area, both academically and in practice. Academically, persistence tests the efficient market hypothesis, while in practice if past performance is not indicative of a certain future performance, passive management could be the best alternative for investors.

Nowadays, the presence or absence of persistence in the profitability of mutual funds is a controversial issue, as is the delimitation of the possible time intervals for which cannot be rejected the hypothesis of persistence. In any case, information on the presence or absence of persistence is extremely useful for the market to provide in clues to investors about the importance of past performance in the fund selection process, as well as in efficient market hypothesis research. In this regard, this paper compares the results on persistence with the ranking provided by the DEA methodology, in order to determine a framework of investment decision making based on efficiency and continuous repetition of results over time.

This paper has been structured into the following sections: The main contributions of the literature on DEA are reviewed in section 2 as well as those on persistence. Section 3 introduces features and estimation models on efficiency and persistence. Section 4 shows the results of the empirical analysis of efficiency and persistence and the relationship between persistence and DEA. Section 5 concludes.

## **2. Review of literature relating to dea and persistence.**

As mentioned above, DEA methodology –developed by Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978– is a non-parametric method for estimating production frontiers and evaluating the efficiency of a sample of production units or DMUs. In this type of analysis, the relative efficiency of each DMU is calculated by comparing its input and output to the other DMUs. DEA has been used mainly to analyze the efficiency of non-profit organizations, where measures to quantify the profits are particularly difficult to calculate and especially in the public sector. In any case, in recent years DEA methodology has been used in other sectors, with particular reference to the field of financial institutions.

The first time this analysis was introduced into the study of traditional mutual funds was by Murthi, Choi and Desai (1997). Also, about the same time, in the works of McMullen and Strong (1998), Galagedera and Silvapulle (2002), Basso and Funari (2001, 2003), Lozano and Gutiérrez (2008) and Zhao, Wang and Lai (2011). In the particular case of the analysis of hedge funds the works of Gregoriou and Gueyie (2003), and Gregoriou, Sedzro and Zhu (2005) are outstanding. Murthi et al. (1997) highlight several shortcomings of the traditional approach and propose an index to measure performance, in which a relationship between performance and the expense ratio, transaction volume, risks and costs is established. This efficiency index is known as the Portfolio DEA efficiency index (DEPI). In addition, this index is useful in the analysis of mutual funds in the context of its hypothetical efficiency in mean-variance space.

McMullen and Strong (1998) analyze 135 stock funds, claiming that only a few funds are efficient; surprisingly the most popular funds showed poor performance. They also indicate that DEA is a function of multifactorial utility that is more appropriate than traditional performance indexes, which are limited to considering only one or two factors. Morey and Morey (1999) take risk and performance as input and output variables and compare them with a benchmark portfolio constructed with funds of the same class. This work raises efficiency according to different temporary measures, using a quadratic DEA model with constraints that

takes the variance as input and the average return as output. This work is extended by Brieu and Kerstens (2009). Babalos, Doumpos, Philippas and Zopounidis (2012) propose a methodology that combines DEA with a multicriteria approach in order to analyze the efficiency and performance of more than 500 mutual funds in the period 2003-2010, concluding that the ratings provided by Morningstar are very close to efficiency.

Basso and Funari (2001) extend the use of DEA for the Italian market and find a high correlation between DEA and traditional indices of performance, like Treynor, Sharpe and Jensen, indicating that the deficiencies of the classic indices of performance can be offset by this technique.

Gregoriou et al. (2005) evaluate the return of 614 hedge funds and compare the performance of different types of strategies. Their results indicate that DEA is a trustable measure in the presence of returns with non-Gaussian distributions –as is the case of hedge funds– complementary to the traditional techniques of econometric analysis. Some authors combine DEA with stochastic dominance (Kuosmanen and Kortelainen, 2007; Lin and Chen, 2008; Lozano and Gutiérrez, 2008). They all conclude highlighting the usefulness of the methodology in comparison and analysis processes.

The main works on DEA and mutual funds are summarized in Table 1. It specifically includes some works on hedge funds that we have considered relevant. As a general rule, DEA studies offer a clear idea of its usefulness for studying the performance of mutual funds and its ability to handle multiple inputs and outputs. However, the performance measures that take into account risk and profitability provide oversimplified results, as they do not consider transaction and information costs.

Referring to the literature on persistence in performance, Sharpe (1966) began the research by studying rank correlations from his own ratio. More specifically, the author classifies funds according to their evolution in more than two consecutive periods, finding significant positive correlations indicative that past performance could be an indicator of future results. Grinblatt and Titman (1992) analyze 279 funds using different portfolio reference points over periods of five years. Their work reveals the presence of persistence over time, this persistence being consistent with the ability of the managers to obtain abnormal returns. Further to this paper, Grinblatt and Titman (1993) study quarterly fund portfolios from 1976 to 1984, concluding the existence of an alternative measure for performance without using a reference portfolio, so that skilled managers will have positive covariances between the weighting of the assets in their portfolios and the returns on those assets, thus demonstrating predictive capacity.

Goetzmann and Ibbotson (1994) show that past risk-adjusted performance can predict future performance for the period 1976-1988. Brown and Goetzmann (1995) continue the study examining the same period 1976-1988, with results that suggest an abnormal functioning of USA mutual funds which seems to indicate the presence of persistence. In this regard, they conclude that the persistence appears to be correlated through the managers. This is important because it tells us that persistence is not likely to be due to individual managers who choose securities that other managers overlook. This is a collective reason, where there is a herd behavior (Grinblatt & Titman, 1994). The study also suggests that the market is incapable of disciplining underperforming funds and its presence in the sample contributes to a pattern of relative persistence.



**Table 1. Literature, measures and type of mutual funds in DEA analysis**

Author	Year	Type	Model	Input	Output
Murthi et al.	1997	MF	CRS	Standard deviation, expense ratio, turnover, loads	Average performance
McMullen and Strong	1998	MF	CRS with restrictions in weightings	Standard deviation, minimum investment, expense ratio, loads	Average performance
Morey and Morey	1999	MF	Quadratic constrained DEA	Variance	Average performance
Wilkens and Zhu	2001	HF	VRS	Standard deviation, percentage of negative periods	Average performance, asymmetry, minimum performance
Basso and Funari	2001	MF	CRS	Beta, lower partial moments, loads	Average performance
Tarim and Karan	2001	MF	CRS with weight restrictions	Standard deviation, expense ratio, loads	Average performance
Choi and Murthi	2001	MF	CRS and VRS	Standard deviation, expense ratio, turnover, loads	Standard deviation, expense ratio, turnover, loads
Galagedera and Silvapulle	2002	MF	VRS	Standard deviation of 1,2,3,5, operating expenses, minimum initial investment	1,2,3,5 gross yield
Haslem and Scheraga	2003	MF	CRS	Percentage of cash, price to earnings ratio, price to book ratio, total assets	Sharpe index
Basso and Funari	2003	MF	CRS	Subscription cost, two measures of risk	Expected return, ethical indicator
Sengupta	2003	MF	VRS	Beta, expense ratio, turnover, load	Average performance, asymmetry
Gregoriou and Gueyie	2003	HF	VRS, Cross-efficiency, Super-efficiency	Lower partial moments of order 1, lower partial moments of order 2, lower partial moments of order 3	Higher partial moments of order 1, higher partial moments of order 2, higher partial moments of order 3
Anderson, Brockman, Giannikos and McLeod	2004	MF	CRS	Standard deviation, sales, management expense ratio, minimum initial investment	1 year return, 2 year return, 3 year return, 4 year return
Chang	2004	MF	Non-standard DEA	Standard deviation, beta, total assets, load	Average performance
Briec, Kerstens and Jokung	2007	MF	Quadratic restriction DEA (extended)	Variance	Average performance
Gregoriou et al.	2005	HF	VRS, Cross-efficiency, Super-efficiency	Lower partial moments of order 1, lower partial moments of order 2, lower partial moments of order 3	Higher partial moments of order 1, higher partial moments of order 2, higher partial moments of order 3
Wilkens and Zhu	2005	HF	VRS	Standard deviation and lower partial moments of order 0	Standard deviation, kurtosis
Joro and Na	2006	MF	Cubic restriction DEA, CRS	Variance	Average performance
Nguyen-ThiThanh	2006	HF	CRS	Standard deviation and kurtosis	Average performance, asymmetry
Daraio and Simar	2006	MF	DEA, Free Disposal Hull (FDH)	Standard deviation, expense ratio, turnover, fund size	Average performance
Gregoriou	2006	MF	CRS, Cross-efficiency, Super-efficiency	Standard monthly average deviation, lower standard deviation	Downside monthly deviation, downside lower deviation
Briec and Kerstens	2009	MF	Cubic restriction DEA	Variance	Average performance, asymmetry
Lozano and Gutiérrez	2008	MF	DEA-linear programming with second order stochastic dominance	6 DEA	Average performance
Chu, Chen and Leung	2010	ETF	Range Directional Model (RDM)	Downside risk, expense ratio	Average monthly performance, higher partial moments
Tsolas	2011	ETF	Proportional Distance Function (GPDF) in DEA, 2-Tobit model	Portfolio P/CF ratio, portfolio P/B ratio, total expense ratio	Sharpe ratio and Jensen's alpha ratio
Zhao et al.	2011	MF	Quadratic restriction DEA	Standard deviation, variance	Total return
Zhao and Yue	2012	MF	Multi-Subsystem Fuzzy DEA (MFDEA)	1- Number of funds, number of types of coverage, speed of product innovation, performance weight for 1 year, performance weight for 2 year; 2- Subsystem marketing and service: cost of marketing service	1- Number of funds, number of types of coverage, speed of product innovation, performance weight for 1 year, performance weight for 2 years; 2- Scale of growth, scale average initial subscription, information service quality, total shares
Babalos et al.	2012	MF	CRS and VRS. Global multicriteria evaluation model	Gross expense ratio, turnover rate, assets and annualized standard deviation of returns	Deviation from the median return
Rubio, Hassan and Merdad	2012	Islamic MF	VRS, non-radial input orientation model	Maximum number of months fund j has been above the minimum target rate, lower partial momentum 0, lower partial momentum 4	Max drawdown, higher partial moments 0, higher partial moments 4
Matalián, Soler and Tortosa-Ausina	2014	MF	DEA Free Disposal Hull (FDH) partial frontiers	Standard deviation, daily returns, K daily returns, expense ratio, beta	Gross income, asymmetry, daily returns

Source: Own elaboration.

Malkiel (1995) provides evidence of persistence, although assuming survivorship bias, which results in some loss of adequacy. Indeed, the author explains that persistence in the sample may be due to the presence of survivorship bias. The study takes all equity funds quoted in USA in the period 1971-1991 to consider the influence of survivorship bias and concludes with the presence of persistence in seven of the nine years. Hendricks, Patel and Zeckhauser (1993) study the persistence of a set of funds quoted in USA in the period 1974-1988 by regressing returns with quarterly delays, finding persistence for up to four quarters.

Focusing our attention on the studies that eliminate survivorship bias<sup>4</sup>, Carhart (1997) finds the phenomenon of hot hands<sup>5</sup>, as noted by Hendricks et al. (1993). Jegadeesh and Titman (1993) suggest that fund managers have little ability to choose investments, since the best funds typically generate their returns by simply holding the shares that have recently had abnormal returns. Kosowski, Timmermann, Wermer and White (2006) finds that performance seems to persist amongst the top-performing funds, while Wermers (1997) and Carhart (1997) argue that momentum strategy is the reason for short-term persistence, concluding that the best performing funds in one year horizon use to perform better in the following year. As the authors note, this pattern corresponds to the momentum effect on the performance of the stocks. Moreover, different research studies show positive alphas when the investor follows a momentum strategy, which involves buying past winners and selling past losers (Hendricks et al., 1993; Carhart, 1997; Kosowski et al., 2006).

More recent studies show that performance persists in the short term (Berk & Green, 2004; Bollen & Busse, 2005; Huij & Verbeek, 2007). Berk and Green (2004) find abnormal persistence in performance for short periods of time, but not for longer periods in the case of funds with better performance. Bollen and Busse (2005) use daily frequency in order to evaluate short periods of time –specifically quarters–, finding persistence in the case of the best funds. However it seems to disappear when longer periods of analysis are used. Huij and Verbeek (2007) study short-term persistence for the period of 1984-2003 using monthly data. For this purpose, the authors develop a Bayesian approach and conclude that performance is persistent. In general, evidence shows that the repetition of the results largely disappears when longer periods of evaluation are used. Therefore, the persistence of performance can be considered as a short-term phenomenon.

With regard to studies on markets outside USA, Blake and Timmermann (1998) study the persistence of 2,300 funds in the UK during the period 1972-1995, finding persistence in the portfolios of previous winners/losers. In a more recent study, Vidal-García (2013) study the persistence of funds actively managed in six European countries in the period 1988-2010, finding evidence of persistence with robust results under the assumption of non-normal returns.

Gallefoss, Hansen, Hankaas and Molnár (2015) use daily data allowing shorter sorting periods. The author finds persistence and supports the findings of Vidal-García (2013). In addition, his

---

<sup>4</sup> It is well known that survivorship bias is one of the most important and discussed bias in performance analysis literature. It arises when a sample includes only funds that are in operation at the end of the interval considered, meaning that the funds that have disappeared are not included. Since this leads to underestimating the performance of the funds with the poorest results, it has an important effect on the analysis of performance. Survivorship bias has been well documented in literature. See Grinblatt and Titman (1989), Brown and Goetzmann (1995) and Malkiel (1995). Nevertheless, the survivorship bias can be offset by collecting data on all the funds in the period under analysis and then calculating the average annual return in the full sample. This return has to be compared with the average annual return of the surviving funds; in other words, those that are still in operation at the end of the sample period. The difference between the two results provides an estimate of survivorship bias (Malkiel, 1995).

<sup>5</sup> The term "hot hands" comes from sport jargon and more specifically from the belief that a player that scores more points than his peers is more likely to continue doing so, although not true. By analogy, according to the hot hands theory, a fund that obtains better (or worse) returns will tend to continue obtaining them in the future. This effect can be linked indirectly with momentum strategies, where the inertia of purchases helps maintain high prices in periods with higher returns, keeping such outperformance even in case of changes in fundamentals.

results suggest that the abnormal underperformance of funds is persistent, which is consistent with the findings of Bollen and Busse (2005).

Table 2 summarizes the main characteristics of the reported studies on persistence.

**Table 2. Research, measures and types of funds in the analysis of persistence**

Authors	Year	Period	Number of funds	Country	Persistence	Comments
Sharpe	1966	1954-1963	34	USA	YES	Past and future. Ranking positively correlated
Jensen	1968	1945-1964	115	USA	NO	Future performance not predictable
Carlson	1970	1948-1967	82	USA	YES	Persistence in 5 years but not in 10 years
Grinblatt and Titman	1992	1974-1984	279	USA	YES	Weak evidence in 5 years
Hendricks et al.	1993	1974-1988	164	USA	YES	Quarterly persistence
Goetzmann and Ibbotson	1994	1976-1988	728	USA	YES	Persistence in 3 years
Kahn and Rudd	1995	1983-1990	300	USA	PARTIALLY	Persistence in funds comprised of bonds but not stocks
Brown and Brown and Goetzmann	1995	1976-1988	829	USA	YES	Persistence in 1 year
Malkiel	1995	1971-1990	724	USA	PARTIALLY	Persistence in the 70's but not in the 80's
Elton, Gruber and Blake	1996	1977-1993	188	USA	YES	Persistence in 1 and 3 years
Gruber	1996	1985-1994	270	USA	YES	Alfa of 4 factors is predictive
Carhart	1997	1962-1993	1892	USA	NO	Persistence due to momentum
Blake and Timmermann	1998	1972-1995	2300	UK	YES	Short-term persistence
Ribeiro, Paxson and Da Rocha	1999	1994-1998	12	Portugal	PARTIALLY	Persistence only in returns
Jain and Wu	2000	1994-1996	294	USA	NO	Impaired persistence
Bollen and Busse	2005	1985-1995	230	USA	YES	Quarterly persistence
Busse, Goyal and Wahal	2008	1991-2007	4617	USA	NO	Annual and quarterly persistence
Ferreira, Keswani, Miguel and Ramos	2010	2003-2007	5773	International	YES	Annual persistence
Vidal-García	2013	1988-2010	1050	Europe	YES	Annual persistence

Source: Own elaboration.

### 3. Efficiency and persistence. Features and estimation models.

#### 3.1. DEA: Data Envelopment Analysis.

In order to analyze the efficiency of Spanish Absolute Return Funds, we use the same inputs and outputs for the different DEA metrics, which are detailed below. However, it is firstly necessary to specify the kind of return considered in the study: constant returns to scale, decreasing returns to scale or growing returns to scale. On the one hand, hedge funds need a minimum capital to run their strategies. Indeed, some of them seek to exploit small inefficiencies and frequently this can only be achieved with greater capital investment. This fact allows achieving economies of scale through the increase in the size and efficiency of the fund. However, upon reaching a certain size, there may be risks of contagion affecting the market, especially if investments in non-liquid securities are kept. Furthermore, in this context, it is difficult to find enough profitable investment opportunities which, combined with high fixed costs, produces decreasing returns to scale. On the other hand, assuming constant returns implies ignoring economies of scale. Small funds can obtain increasing returns to scale that can become decreasing returns to scale after reaching a certain size. In short, variable returns to scale seem appropriate to apply DEA to investments such as hedge funds.

In literature, many authors use constant returns to scale (hereinafter CRS) and the research developed by Murthi et al. (1997) is pioneer in this regard. As the authors note, the CRS model has the advantage of allowing a generalization of the indicators of economic efficiency, as for example is the case of the Sharpe ratio. Basso and Funari (2001) come to the same conclusion. By contrast, variable returns to scale (hereinafter VRS) are often used without an explicit discussion of the reasons. In any case, the VRS models are more flexible, as Glawischnig and Sommersguter-Reichmann (2010) point out. In this context, it is also necessary to highlight the research by McMullen and Strong (1998) and Thanassoulis, Kortelainen and Allen (2011).

In order to assess the impact of the model selection, in the empirical analysis of this paper we use variable returns to scale VRS that are input-oriented.

Once we have defined the kind of returns used in the analysis, we then review the fundamentals of classic DEA, in which a fund is technically efficient if it maximizes the amount of output per unit of input –in other words, obtains maximum return– or minimizes the amount of input per unit of output –in other words, minimizes the risk assumed.

The DEA methodology allows detection of efficient units in a given range of homogeneous DMUs. The DMU with an efficiency score of 1 is considered efficient, whereas a score below 1 indicates that the unit is inefficient. The relative efficiency provided by DEA means that DMUs are efficient or inefficient with respect to other sample DMUs.

Since we use VRS and have chosen an input orientation, the maximum efficiency of fund  $i$  can be estimated by linear programming. Thus, the formulation of the VRS is represented in the following expression adopting the fractional formulation:

$$Max_{(\alpha, v_i, u_r)} h_o = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} \quad (1) \quad [1]$$

Subject to:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1 \dots n \quad [2]$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

where the meaning of each variable is as follows:

$y_{r0}$ : Number of outputs (1, 2... r) produced by the unit evaluated.

$u_r$ : Weightings, equivalent to the price of the output ( $y_{10}, y_{20}, \dots, y_{r0}$ ).

$x_{i0}$ : Number of inputs (1, 2... i) consumed by the unit.

$v_r$ : Weighting ( $v_1, v_2, \dots, v_i$ ) assigned by the program, which represents the price of each input and is different for each unit.

Accordingly, every time the model studies the efficiency of a DMU, the program will try to find the set of prices  $u_r$  and  $v_r$  that maximize the value of the output of the unit with respect to the cost of the inputs consumed, resulting in an efficiency ratio for each DMU.

Considering the weightings  $u_r$  and  $v_r$  for each production unit, the constraints are introduced to ensure that the ratio resulting from equation [1] is not greater than 1 for any of the DMUs studied. Therefore, a DMU is considered efficient when the other units do not have a rating

above it. In this case,  $h_0$  takes on a value of 1, while inefficient DMUs take on values of  $h_0$  between 0 and 1.

The complex calculations inherent to VRS in its fractional form require a transformation into an equivalent linear programming model, which seeks to maintain one of the two parts of the fraction fixed, to maximize/minimize the other. Taking this into consideration, one could build two different types of VRS models, depending on their orientation. As mentioned above, our study is input-orientated, so that the numerator in [1] is assumed constant:

$$\text{Min } \vartheta$$

Subject to:

$$\begin{aligned} x_i \vartheta - \chi \lambda &\geq 0 \\ Y \lambda - y_r &\geq 0 \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned}$$

where  $\vartheta$  represents the distance in inputs to the enveloped data,  $\chi$  is the matrix of inputs of order  $s \times n$ ,  $Y$  is the matrix of outputs of order  $s \times n$ ,  $\lambda$  the vector  $n \times 1$  of weightings and  $x$  and  $y$  represent the vectors of inputs and outputs, respectively.

One of the requirements of DEA is that inputs and outputs cannot be negative (Kerstens & Van de Woestyne, 2011). However, it is very likely that the profitability of some funds or any other variable can have a negative value. To overcome this problem, we follow the methodology proposed by Murthi et al. (1997)<sup>6</sup>, in which the same number is added to the full range of values to make them positive, thus allowing compliance with the principle of non-negativity.

All the different approaches under which DEA can be implemented must take into account the orientation of the model, either as input or output. Input-oriented VRS shows how much is required to increase the output of a fund while keeping inputs constant, in order to make inefficient funds become efficient<sup>7</sup>. The efficient frontiers contain the same efficient funds using either the input or output orientation in a VRS model. Accordingly, investors may prefer models with input orientation in order to explain how an inefficient fund can become efficient by decreasing the amount of inputs, while the outputs remain constant.

The second methodology used in this analysis is super-efficiency, which constitutes an alternative approach to classifying DMUs according to their efficiency measure. This method was proposed and formalized by Andersen and Petersen (1993) and improved by Wilson (1995). Super-efficiency is implemented through a linear program similar to conventional DEA, in which each unit is compared to a linear combination of other efficient units, but with the particularity that the constraint corresponding to the DMU under study is removed. This results in the parameters no longer being bounded by the number 1 and the more efficient the DMU analyzed, the further their values move away from 1. Algebraically, it is formalized as follows:

$$\text{Min } \theta^{super}$$

Subject to:

$$\begin{aligned} \left( \sum_{j=1; j \neq 0}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta^{super} x_{i0} \right) \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ \left( \sum_{j=1; j \neq 0}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{r0} \right) \quad r = 1, 2, \dots, s; \\ \lambda_j \geq 0 \quad j \neq 0 \end{aligned}$$

<sup>6</sup> See also Wilkens & Zhu (2001) and Kerstens & Van de Woestyne (2011).

<sup>7</sup> See Zhu (1996) for a rigorous sensitivity analysis of the CRS model.

For an efficient DMU, the difference between 1 and its score indicates the worsening that the DMU could withstand while remaining efficient. In the input minimizer version, the unit that has proven efficient according the conventional model will obtain a ratio above 1 and its corresponding complementary value indicates the increase of the inputs that the DMU could withstand while remaining efficient.

To finish this summary of methodologies, we refer to the cross-efficiency matrix, developed by Sexton, Silkman and Hogan (1986) and later by Doyle and Green (1994). This approach is run through a table containing information on how each efficient unit relates to the other units. Thus, amongst the units with efficiency equal to 1, the methodology discriminates the most efficient units by obtaining average efficiencies. The best results are likely to arise in the case of relatively efficient units, showing high average efficiencies<sup>8</sup> in the matrix of cross-efficiency. This method provides a measure of the efficiency in the ranking of DMUs. The formulation of the cross-efficiency matrix is:

$$Max E_{kk} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{kr} \cdot y_{kr}}{\sum_{i=1}^m v_{ki} \cdot x_{ki}}$$

Subject to:

$$E_{kj} \leq 1, \text{ for every } DMU_j \text{ including } DMU_k, \text{ with } j=1, \dots, n.$$

$$u_{kr}, v_{ki} \geq 0; \quad r = 1, 2, \dots, s; \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

where  $u_{kr}, v_{ki}$  are the weightings of inputs and outputs.

In any case, the problem can become linear by using the following transformation:

$$Max E_{kk} = \sum_{r=1}^s u_{kr} \cdot y_{kr}$$

and by adding the constraint  $\sum_{i=1}^m v_{ki} \cdot x_{ki} = 1$ .

Thus, the cross-efficiency matrix for a set of  $n$  units can be represented as follows:

<i>DMU Ranking</i>	1   2   ... <i>k</i> ... <i>n</i>	Average valuation by pairs
1	$E_{11} E_{12} \dots E_{1k} \dots E_{1n}$	$A_1$
2	$E_{21} E_{22} \dots E_{2k} \dots E_{2n}$	$A_2$
...	...   ...   ...   ...	...
<i>k</i>	$E_{k1} E_{k2} \dots E_{kk} \dots E_{kn}$	$A_k$
...	...   ...   ...   ...	...
<i>n</i>	$E_{n1} E_{n2} \dots E_{nk} \dots E_{nn}$	$A_n$
	$\bar{E}_1 \ \bar{E}_2 \ \dots \ \bar{E}_k \ \dots \ \bar{E}_n$ Average value of pairs	

$$\bar{E}_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj}$$

where  $\bar{E}_j$  is the average that represents cross-efficiency.

<sup>8</sup> Average efficiencies are calculated by the arithmetic mean of the efficiency ratios of the units that were classified as efficient.

Thus, the cross-efficiency calculates the score of efficiency corresponding to each DMU  $n$  number of times, using the virtual multipliers obtained in each of the  $n$  previously determined linear programs. The efficiency resulting from the cross-efficiency method can be summarized in the matrix above, where each result represents the score obtained by the fund  $j$  in the  $k$  DEA, i.e., the performance of mutual fund  $j$  is evaluated using the weightings obtained by mutual fund  $k$ . It should be noted that all elements of the matrix are in the range from 1 to infinity and the diagonal elements represent the standard efficiency score of DEA (the diagonal elements are equal to 1 for efficient funds and greater than 1 for inefficient funds, according to conventional DEA).

The two main advantages of cross-efficiency are that, on the one hand, it provides an order for the different DMUs which is consistent, and the second advantage means that all DMUs are evaluated with the same set of weightings, which does not happen with the original scores of the DEA, missing the interpretation of the scores and their direct relationship on weightings.

### 3.2. Persistence: performance measures and non-parametric test.

This section describes the different measures used to detect the phenomenon of persistence in the performance of portfolios, by comparing the performance achieved by the portfolios in a number of consecutive periods of time that make up the overall time horizon. The analysis of the persistence of performance is a very useful area defining expectations of the future profitability of investments, thereby serving as a guide in the selection of assets.

Research on the persistence of return of mutual funds has two main disadvantages. The first is that, in many cases the results of such work either do not match or cannot be compared. The second comes from survivorship bias. Indeed, the use of profitability gained by the fund or returns adjusted for risk and the use of representative market indices determine the results. These can vary significantly depending on the time horizon chosen, as well as the characteristics of the portfolios analyzed. In this analysis, we use five variables as a measure of performance: the return of the funds, the Sharpe ratio, the Modified Sharpe ratio, Treynor ratio and the Jensen ratio.

It should be observed that the Modified Sharpe Ratio, developed by Gregoriou and Gueyie (2003), has the following expression:

$$\text{Modified Sharpe Ratio} = \frac{R_i - R_f}{MVar_i}$$

This ratio allows considerate the non-normality of returns through the MVaR variable. The MVaR is similar to the classic Value at Risk (VaR), but usually provides better results in the case of investments with extreme negative returns. Based on an estimate of the Cornish-Fisher expansion, MVaR is defined as:

$$MVar_{1-\alpha} = \mu + Z_{cf,\sigma} \sigma$$

where:

$1-\alpha$ : Confidence level of the MVaR.

$\mu$ : Drift parameter.

$\sigma$ : Standard deviation of asset return.

$Z_{cf,\sigma}$ : Cornish-Fisher expansion.

Also, Cornish-Fisher expansion is defined as:

$$Z_{cf,\alpha} = Z_{\alpha} + \frac{1}{6} (Z_{\alpha}^2 - 1)S + \frac{1}{24} (Z_{\alpha}^3 - 3Z_{\alpha})K - \frac{1}{36} (2Z_{\alpha}^3 - 5Z_{\alpha})S^2$$

where:

$Z_{\alpha}$ : Standard normal distribution.

S: Skewness.

K: Kurtosis.

Once we have defined the performance measures we use below, now we will expose the bases of the non-parametric contrast methodologies used.

### *Contingency tables*

This methodology is based on the comparison of performance ratings at two consecutive times, distinguishing in both periods two subsets of portfolios (winners and losers) using the median criterion. The funds are therefore classified as WW, if they are winners in two consecutive periods, LL if they are losers in two consecutive periods, WL if they are winners and losers and LW if they are losers and winners.

As noted, the characterization of a portfolio as winner or loser is performed through the median. Thus, the most efficient half of each classification will consist of the winning portfolios and half less efficient portfolios will consist of the losers. This method is applied in each of the defined time periods.

In summary, this methodology provides a double entry contingency table, or what is the same, a 2x2 matrix in which the WW, LL, WL and LW portfolios are represented. To determine the robustness of performance persistence we apply the statistics discussed below.

### *Test Statistics*

The test statistics used to determine the significance of the level of persistence phenomenon are those proposed by Malkiel (1995), Brown and Goetzmann (1995) and Kahn and Rudd (1995).

Z statistic<sup>9</sup> of Malkiel (1995) is given by the following expression:

$$Z = \frac{(Y - np)^2}{np(1 - p)}$$

where:

Z: Z statistic, which follows a normal distribution (0,1).

Y: Number of winning portfolios in two consecutive periods.

---

<sup>9</sup> This test shows the proportion of WW relating to WW+WL, so that defining  $p$  as the probability that a winning portfolio in a period continue to win in the next period, we assign it a value equal to 0.5. If  $Z > 1.96$  we reject the null hypothesis of non-persistence at a significance level of 5%.



$n$ : Sum of number of portfolios WW and WL.

The ratio of disparity (RD) or cross-product ratio (CPR) of Goetzmann Brown (1995) is defined as follows:

$$CPR = (WW * LL) / (WL * LW)$$

From this magnitude, the following Z-statistic also follows a normal distribution<sup>10</sup>:

$$Z = \text{Ln}(CPR) / \sigma \text{Ln}(CPR)$$

$$\sigma \text{Ln}(CPR) = \sqrt{\frac{1}{WW} + \frac{1}{WL} + \frac{1}{LW} + \frac{1}{LL}}$$

Finally, Kahn and Rudd (1995) use a chi-square test, which is compared to the expected frequency of an event. In the absence of persistence, the expected number of winners-winners remaining is equal to the expected number of winners that will become losers, and the number of losers-losers remaining is equal to the expected number of losers that become winners. The Kahn and Rudd chi-square Z statistic (1995) is calculated as follows:

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

where:

$O_{ij}$ : Actual frequency of the  $i$ -th row and  $j$ -th column.

$E_{ij}$ : Expected frequency of the  $i$ -th row and  $j$ -th column.

In the case of a 2x2 contingency table this distribution has a degree of freedom. A priori, the four expected frequencies would show the same value (total number of funds divided by four), so the  $X^2$  statistic<sup>11</sup> could be reformulated. Ribeiro et al. (1999) define the chi-square statistic with one degree of freedom as:

$$X^2 = \frac{(WW - N/4)^2 + (LW - N/4)^2 + (WL - N/4)^2 + (LL - N/4)^2}{N/4}$$

$$N = (WW + LW + WL + LL)$$

where  $N$  is the sum of the contingency table.

#### 4. Analysis of efficiency and persistence of spanish absolute return funds.

##### 4.1. Description of the data.

Initially the sample involved monthly returns of 115 Spanish Absolute Return Funds. Taking only funds with complete data throughout the time period, the number of resulting funds has been reduced to a total of 50 using the weighting of their equity in relation to the total sample as the criterion for selection. The database used has been provided by Morningstar and covers

<sup>10</sup>  $Z > 1.96$  confirms persistence in the performance at a significance level of 5%.

<sup>11</sup> If the chi-square statistic takes on a critical value above 3.84, it would be indicative of persistence in performance at a significance level of 5%.

the period from 2010 to 2015. Table 3 shows the main descriptive statistics of the sample. In Tables 7 and 8 the strategy is broken down into the subcategories provided by Morningstar.

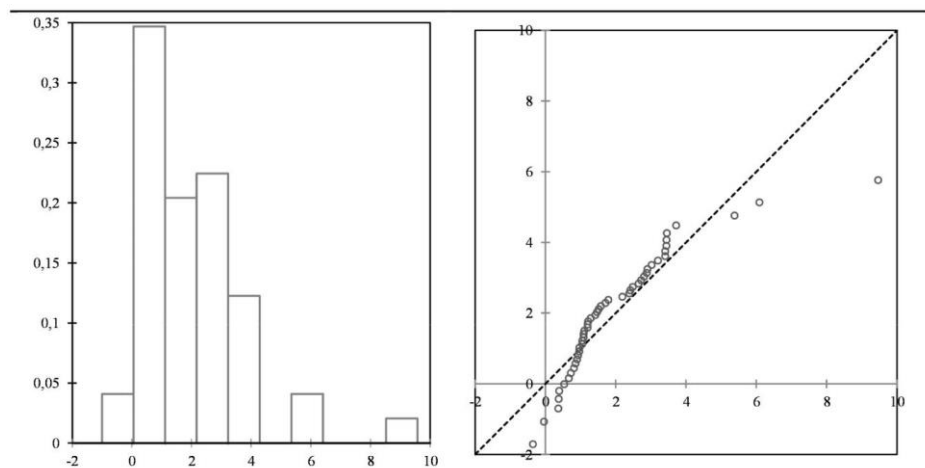
Skewness and Kurtosis are positive and this means that we are facing the possibility of extreme market events, given the concentrated nature of the data.

**Table 3. Monthly statistical summary 2010-2015**

	Average	Standard deviation	Skewness	Kurtosis	Test of J-B	Sharpe	Modified Sharpe
Absolute Return Funds	2.026	1.718	2.095	6.769	101.228**	0.502	0.1037

Significance: \*\* 0.01 \* 0.05

**Figure 1. Histogram and QQ-Plot**



In Figure 1 we observe the abnormal distribution of returns with fat tails and positive skewness. The Jarque-Bera normality test confirms the existence of non-Gaussian returns<sup>12</sup> with a confidence level of 99%. To better understand the risk-return ratio of the sample taking into account the skewness and kurtosis obtained, we will use the Modified Sharpe ratio.

#### 4.2. Determination of outputs and inputs for DEA.

In this kind of analysis one of the main problems is determining the inputs and outputs to use. In this regard it is important to note that this study analyses the activity of Spanish Absolute Return Funds rather than the financial results of that activity. We have used the same number of inputs and outputs for all DEA models, but obviously this does not mean they cannot change. When determining which and how many variables must be used, the first step is to establish the possible inputs and outputs as described in Table 4.

The question that arises at this point is which and how many of these inputs and outputs should be used for a DEA analysis of the Absolute Return Funds. As a rule, the use of the greatest number of inputs and outputs is possibly useless, because the more inputs and outputs that are used, the greater the number of DMUs that will tend to score 1. A common rule is to use a minimum of three DMUs for each input and output, as established by Bowlin (1998).

<sup>12</sup> Brooks & Kat (2002) show that the distribution of monthly returns of hedge funds provides an unusual statistical significance in the skewness and kurtosis, while showing self-correlation of order 1.

**Table 4. Monthly statistical summary (2010-2015)**

Possible inputs	Possible outputs
Lower Partial Moments 1 (LPM1)	Annualized average (AA)
Lower Partial Moments 2 (LPM2)	Geometrical profitability 5Y (GP 5y)
Lower Partial Moments 3 (LPM3)	Geometrical profitability 3Y (GP 3y)
Standard deviation (SD)	Maximum profitability (RMax)
Kurtosis (K)	High Partial Moments 1 (HPM1)
Minimum profitability (RMin)	High Partial Moments 2 (HPM2)
Value at Risk (VaR)	High Partial Moments 3 (HPM3)
Modified Value at Risk (MVaR)	Skewness (S)
Maximum Drawdown (MaxD)	
Media Drawdown (MD)	
Drawdown Standard Deviation (SD D)	

For the inputs we have chosen risk measures and for the outputs measures of profitability. Both risk and profitability are the two most important factors in the analysis of the performance of funds, considered as productive processes. To determine the concrete variables to use, there are several methods such as the Principal Components Analysis, the Ruggiero method (Ruggiero, 2005), which uses regressions, or the Bootstrapping method of Simar and Wilson (2001). Another option is the method of Jenkins and Anderson (2003) of reduction of variables through partial correlations. Fanchon (2003) suggests a five-step recursive method for determining which variables to include. In any case we have chosen the criteria of Elling (2006). According to this author, both inputs and outputs should differ from one another as far as possible, in order to determine the greatest explanatory power between measures of performance. Thus, Spearman's rank correlation coefficient (Spearman, 1904) is suggested. This measure selects inputs and outputs the least correlated as possible and, for such purpose, three steps are followed. Firstly, all measures of risk and return are computed for all funds. Secondly, the corresponding values are classified in a ranking. Finally, this ranking is used to determine the correlation of the different measures, selecting the inputs and outputs that yield the lowest result.

In summary, our analysis uses VaR and Lower Partial Moment of order 1 as inputs<sup>13</sup>, while taking the skewness and the annualized average return as outputs (see Tables 5 and 6). Once we have determined the variables used in our DEA analysis, the problem arises of negative observational data on the inputs and outputs chosen. This drawback can be overcome easily by the property of invariance, so that the data can be transformed into positive by adding a constant without changing the efficient frontier (see Wilkens & Zhu, 2001).

#### **4.3. Results of the DEA models.**

The efficiency measured by DEA is such that a fund with a score of 1 is efficient and the methodology ensures that there are no other funds that generate better results with the same inputs when the orientation is input. It should be noted that the score is not absolute, i.e., a fund with an efficiency level of 1 and a return of 10% is riskier than one with an efficiency level of 1 and a return of 8%.

<sup>13</sup> Given the non-normal returns of Absolute Return Funds, in a first moment we thought that the election of VaR could distort the results of our analysis. Nevertheless, as a proof we have applied the methodology using alternatively MVaR and the results are almost identical to those obtained from VaR. For this reason we have decided to be consistent with the Spearman's rank correlation criteria so this paper makes use of VaR as an input.

**Table 5. Spearman's rank correlation for inputs**

	LPM <sub>1</sub>	LPM <sub>2</sub>	LPM <sub>3</sub>	DS	K	RMin	VaR	MVaR	MaxD	MD	DS D
LPM <sub>1</sub>	1	0.99	0.99	0.99	-0.17	-0.95	-0.98	0.78	-0.86	0.37	-0.43
LPM <sub>2</sub>		1	0.99	0.99	-0.17	-0.95	-0.98	0.78	-0.86	0.37	-0.43
LPM <sub>3</sub>			1	0.99	-0.17	-0.95	-0.98	0.78	-0.86	0.37	-0.43
DS				1	-0.19	-0.93	-0.97	0.81	-0.88	0.36	-0.43
K					1	-0.05	0.92	-0.75	-0.83	-0.22	-0.88
RMin						1	0.92	-0.61	0.74	-0.32	0.40
VaR							1	-0.75	0.86	-0.31	0.36
MVaR								1	-0.83	0.42	-0.39
MaxD									1	-0.22	0.28
MD										1	-0.88
DS D											1

The data in this table show the results of calculations for the 50 funds with 11 inputs. The abbreviations are defined in Table 4. The measures with smaller correlations are selected as inputs. In this case, they are given by the VaR and Lower Partial Moment of order 1, with a correlation of -0.98.

**Table 6. Spearman's rank correlation for outputs**

	AA	GP 5y	GP 3y	RMax	HPM 1	HPM 2	HPM 3	S
AA	1.00	0.99	0.86	0.73	0.84	0.84	0.84	-0.16
GP 5y		1.00	0.99	0.62	0.73	0.73	0.73	-0.11
GP 3y			1.00	0.99	0.90	0.90	0.90	-0.14
RMax				1.00	0.99	0.94	0.94	0.00
HPM 1					1.00	0.99	1.00	-0.16
HPM 2						1.00	0.99	-0.16
HPM 3							1.00	-0.16
S								1.00

The data in this table show the results of calculations for the 50 funds with 8 outputs. The abbreviations are defined in Table 4. The measures with smaller correlations are selected as outputs. In this case, they are given by the skewness and the average return, with a correlation of -0.16.

Table 7 shows the results of the methodologies for the VRS DEA model, with a value of 1 representing efficiency as noted above. Consequently, funds with scores below 1 are considered inefficient under an output approach. As it is shown, most of the Spanish Absolute Return Funds are not efficient (66%), so the remaining 34% could be considered efficient. The strategy with the greatest number of efficient funds is "Funds of Funds – Multistrategy", with 4 funds.

It is important to note that 3 categories do not have efficient funds.

Next we analyze the breakdown of efficient and inefficient funds, studying their results through the statistics reported in Table 8. We find that almost all funds have negative skewness. However, efficient funds have a larger standard deviation as well as better returns than inefficient funds.

It is also important to notice that the Sharpe ratio is greater than the Modified Sharpe ratio, since the Modified Sharpe ratio is highly sensitive to non-normal distributions, while the standard Sharpe ratio is immune to them. In any case, the Modified Sharpe ratio is not a perfect solution to address the challenge of measuring fat tails, although it is a powerful option for risk analysis. Contrary to what the negative asymmetry points, investors prefer to reduce extreme negative events in favor of positive ones, since the main purpose of hedge funds and Absolute Return Funds is to gain positive results regardless of market behavior. For this reason, the incorporation of this type of assets into a portfolio of funds generates decorrelation and thus diversification of the portfolio.

**Table 7. Number of efficient and inefficient funds between 2010 and 2015**

Classification	Efficient funds		Inefficient funds		TOTAL
Categories of Absolute Return Funds	17	34%	33	66%	50
Debt Arbitrage	0	0%	1	2%	1
Fund of Funds – Multi-strategy	4	8%	13	26%	17
Long/Short Debt	1	2%	1	2%	2
Multi-strategy	1	2%	3	6%	4
Cautious Allocation	2	4%	4	8%	6
Cautious Allocation – Global	3	6%	4	8%	7
Diversified Bond - Short Term	1	2%	0	0%	1
Flexible Allocation	2	4%	1	2%	3
Flexible Allocation – Global	1	2%	3	6%	4
Flexible Bond	0	0%	1	2%	1
Moderate Allocation	1	2%	0	0%	1
Moderate Allocation – Global	1	2%	1	2%	2
Other Allocation	0	0%	1	2%	1

When negative skewness is present in the data, it implies that the returns of the funds are exposed to falls to a greater extent than the returns of the normally distributed funds. A large number of funds with negative skewness is not necessarily good or bad news. It simply implies that investors are aware of risk management and of the decline in expected returns that could occasionally occur in a market with that negative skewness. In conclusion, the profitability of hedge funds does not follow a normal distribution because their returns are asymmetrical and have fat tails, an aspect already described in Table 3.

**Table 8. Descriptive statistics of efficient and inefficient funds in the period 2010-2015**

	Annualized Average	Maximum Return	Minimum Return	Standard Deviation	Kurtosis	Skewness	VaR	Modified VaR	Sharpe	Modified Sharpe	JB
<i>Efficient funds</i>											
Debt Arbitrage	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>Fund of Funds – Multi-</i>											
strategy	1,28	1,74	-1,80	2,08	1,81	-0,02	-3,57	3,43	0,74	0,40	9,55
Long/Short Debt	1,19	0,69	-0,71	0,90	1,91	-0,83	-0,89	2,99	1,31	0,39	18,72
Multi-strategy	0,81	1,16	-0,88	1,23	1,79	0,25	-2,05	2,47	0,65	0,32	10,12
Cautious Allocation	2,23	1,98	-2,65	2,34	5,51	-0,38	-3,22	-22,59	0,88	-0,20	90,04
Cautious Allocation - Global	1,82	2,54	-1,95	2,90	0,68	0,24	-4,93	7,98	0,64	0,23	2,03
Diversified Bond - Short Term	0,67	1,91	-1,47	1,84	2,07	0,30	-3,60	2,47	0,35	0,26	13,50
Flexible Allocation	6,18	6,30	-7,36	7,86	1,67	-0,30	-12,10	14,97	0,75	0,61	9,16
Flexible Allocation - Global	6,09	6,99	-8,20	11,71	0,01	-0,40	-21,16	36,78	0,52	0,17	1,83
Flexible Bond	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Moderate Allocation	2,48	2,88	-3,79	4,69	0,18	-0,43	-8,43	15,00	0,52	0,16	2,22
Moderate Allocation - Global	1,05	4,04	-3,01	4,45	0,89	-0,13	-9,30	11,43	0,23	0,09	2,54
Other Allocation	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>Inefficient Funds</i>											
<i>Fund of Funds – Multi-</i>											
strategy	1,57	1,91	-2,44	2,80	1,15	-0,63	-4,94	8,13	0,58	0,20	6,07
Long/Short Debt	-0,37	2,14	-3,90	3,54	2,83	-1,36	-8,59	3,08	-0,11	-0,12	31,99
Multi-strategy	2,09	2,35	-3,93	3,78	15,16	-2,18	-6,71	-513,89	0,43	0,14	518,62
Cautious Allocation	2,08	2,10	-2,31	3,00	1,72	-0,90	-4,91	8,09	0,71	0,11	12,97
Cautious Allocation - Global	2,32	2,34	-2,68	3,27	0,82	-0,64	-5,28	10,92	0,71	0,21	4,79
Diversified Bond - Short Term	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Flexible Allocation	2,80	1,92	-1,92	3,09	0,14	-0,71	-4,40	11,67	0,90	0,24	4,20
Flexible Allocation - Global	2,52	3,66	-4,31	4,99	1,10	-0,42	-9,10	14,91	0,50	0,17	4,01
Flexible Bond	1,70	2,09	-2,23	2,00	6,04	-0,69	-2,95	-17,29	0,84	-0,10	79,99
Moderate Allocation	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Moderate Allocation - Global	3,45	2,98	-3,85	5,75	-0,25	-0,57	-9,92	18,75	0,60	0,18	2,85
Other Allocation	0,97	1,46	-1,52	1,71	2,58	0,04	-3,01	1,67	0,56	0,57	13,83

Regarding kurtosis, since an excess of kurtosis greater than zero implies a high probability of large gains or losses, the higher the kurtosis the higher the degree of concentration around the central values, i.e. negative and positive returns will be closer to the average. This is signal that there is a high probability that extreme market events will occur. Therefore, funds that have positive kurtosis (fat tails) do not follow normal distributions. A fat tail distribution will generally have a higher number of extreme observations (higher or lower) than a typical normal distribution.

Hedge funds (and for extension Absolute Return Funds) use dynamic strategies and earn non-linear benefits. A high modified VaR implies a lower conventional VaR. Therefore, a high Modified Sharpe ratio is due to a modified VaR close to zero. In other words, the modified VaR penalizes the funds with extreme negative returns. In this sense, it should be remembered that the difference between conventional and modified VaR comes from asymmetries and from positive or negative extreme returns (kurtosis). Comparing conventional and modified VaR reveals the impact of ignoring extreme market returns.

We can also see that the standard deviations are higher for efficient funds. The intuition that, a priori, efficient funds have higher average monthly returns and greater skewness as compared to inefficient funds is confirmed. The results indicate that the mean of monthly returns and skewness of efficient funds are higher than those of non-efficient funds.

Another aspect to emphasize is that the most efficient and inefficient funds have negative skewness. This can be explained by the existence of extreme events during the reporting period. Table 9 compares the three DEA measures used in this study with the Sharpe ratio and the Modified Sharpe ratio, using the Spearman's rank correlation coefficient and the ranking obtained according to the different scores of the measures already commented. The results generally show a weak correlation and lack of significance, except in the case of cross-efficiency and Sharpe and Modified Sharpe ratios, with correlation coefficients of 0,42 and 0,46 respectively. Therefore, although we cannot conclude that DEA and Sharpe/Modified Sharpe ratios are highly correlated, the results reinforce the initial idea that the relationship, although weak, exists. Additionally we see the Sharpe ratio tends to overestimate the risk-adjusted returns, while the Modified Sharpe ratio takes into account the abnormal returns, making the results more adequate.

Table 10 shows the relationship between the three DEA metrics in order to study the consistency between the referred models. The relationship between efficiency (CRS) and super-efficiency is strong and shows a high correlation with great significance. However the remaining metrics show a low correlation.

**Table 9. Spearman's rank correlation between efficiency/cross-efficiency/super-efficiency and Modified Sharpe ratio/Sharpe ratio in the period 2010-2015**

	Efficiency vs. Modified Sharpe ratio	Cross-efficiency vs. Modified Sharpe ratio	Super-efficiency vs. Modified Sharpe ratio	Efficiency vs. Sharpe ratio	Cross-efficiency vs. Sharpe ratio	Super-efficiency vs. Sharpe ratio
Correlatio	0,16	0,38	0,18	0,017	0,38	0,06
	0,2776	0,0075**	0,2126	0,9053	0,0071**	0,6692

Significance: \*\* 0.01 \* 0.05

**Table 10. Spearman's rank correlation between efficiency, cross-efficiency and super-efficiency in the period 2010-2015**

	CRS Efficiency vs. cross-efficiency	CRS Efficiency vs. super-efficiency	Cross-efficiency vs. super-efficiency
Correlation	0,30 0,0360*	0,98 < 0,0001**	0,28 0,0500*

Significance: \*\* 0.01 \* 0.05

#### 4.4. Results of the analysis of the persistence.

The empirical analysis of persistence has been done through the same database used in the DEA analysis, for periods of time of 1 year and focusing on Sharpe, Modified Sharpe, Treynor and Jensen ratios.

With the results of Table 11 it is possible to confirm the existence of a tendency towards persistence in the measures analyzed on an annual basis and at an aggregate level. Thus, all of them show the existence of persistence and always with statistical significance, except in the case of the Modified Sharpe ratio. At the level of annual periods compared, there is a repetition of winning or losing strategies in two consecutive periods in most cases. Once we have studied the evolution of the strategies both winners and losers, now we will study the robustness of persistence, first from the contingency tables and secondly through the statistics of Malkiel, Brown and Goetzman and Kahn and Rudd.

Table 11 shows the results of the non-parametric tests for the performance already commented. The persistence hypothesis is verified once a year in all cases according to the CPR ratio (cross-product ratio) for the different measures of performance. This indicator is higher than the unit in those periods so that the combinations with repetition are the predominant ones. There is significant evidence of persistence in the periods examined. Every period the previous winners/losers are significantly more likely (at least 55%) to remain winners/losers in the following period, in many cases with statistical significance.



**Table 11. Result of annual contingency tables**

<b>Performance</b>	Funds	WW	WL	LW	LL	% WW-LL	CPR	Z B&G	Malkiel	$\chi^2$
2010-2011	50	6	19	19	6	24%	0.100	-3.481**	-5.2**	13.52**
2011-2012	50	8	17	17	8	32%	0.221	-2.486*	-3.6**	6.48**
2012-2013	50	20	5	5	20	80%	16.000	3.921**	6**	18**
2013-2014	50	19	6	6	19	76%	10.028	3.481**	5.2**	13.52**
2014-2015	50	16	9	9	16	64%	3.160	1.953	2.8**	3.92**
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>69</b>	<b>56</b>	<b>56</b>	<b>69</b>	<b>55%</b>	<b>1.518</b>	<b>1.641</b>	<b>2.325*</b>	<b>2.704**</b>

<b>Treynor</b>	Funds	WW	WL	LW	LL	% WW-LL	CPR	Z B&G	Malkiel	$\chi^2$
2010-2011	50	16	9	9	16	64%	3.160	1.953	2.8**	3.92**
2011-2012	50	17	8	8	17	68%	4.515	2.486*	3.6**	6.48**
2012-2013	50	13	12	12	13	52%	1.174	0.283	0.4	0.08
2013-2014	50	13	12	12	13	52%	1.174	0.283	0.4	0.08
2014-2015	50	13	12	12	13	52%	1.174	0.283	0.4	0.08
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>72</b>	<b>53</b>	<b>53</b>	<b>72</b>	<b>58%</b>	<b>1.845</b>	<b>2.393*</b>	<b>3.398**</b>	<b>5.776**</b>

<b>MSharpe</b>	Funds	WW	WL	LW	LL	% WW-LL	CPR	Z B&G	Malkiel	$\chi^2$
2010-2011	50	9	16	16	9	36%	0.316	-1.953	-2.8**	3.92**
2011-2012	50	13	12	12	13	52%	1.174	0.283	0.4	0.08
2012-2013	50	17	8	8	17	68%	4.516	2.486*	3.6**	6.48**
2013-2014	50	15	10	10	15	60%	2.250	1.405	2*	2*
2014-2015	50	13	12	12	13	52%	1.174	0.283	0.4	0.08
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>67</b>	<b>58</b>	<b>58</b>	<b>67</b>	<b>54%</b>	<b>1.334</b>	<b>1.137</b>	<b>1.60997</b>	<b>1.296</b>

<b>Sharpe</b>	Funds	WW	WL	LW	LL	% WW-LL	CPR	Z B&G	Malkiel	$\chi^2$
2010-2011	50	13	12	12	13	52%	1.174	0.283	0.4	0.08
2011-2012	50	17	8	8	17	68%	4.516	2.486*	3.6**	6.48**
2012-2013	50	16	9	9	16	64%	3.160	1.960	2.8**	3.92**
2013-2014	50	15	10	10	15	60%	2.250	1.405	2*	2*
2014-2015	50	13	12	12	13	52%	1.174	0.283	0.4	0.08
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>74</b>	<b>51</b>	<b>51</b>	<b>74</b>	<b>59%</b>	<b>2.105</b>	<b>2.892**</b>	<b>4.114**</b>	<b>8.464**</b>

<b>Jensen</b>	Funds	WW	WL	LW	LL	% WW-LL	CPR	Z B&G	Malkiel	$\chi^2$
2010-2011	50	18	7	7	18	72%	6.612	2.998**	4.4**	9.68**
2011-2012	50	18	7	7	18	72%	6.612	2.998**	4.4**	9.68**
2012-2013	50	18	7	7	18	72%	6.612	2.998**	4.4**	9.68**
2013-2014	50	7	18	18	7	28%	0.151	-2.999	-4.4	9.68**
2014-2015	50	16	9	9	16	64%	3.160	1.96*	2.8**	3.92*
<b>TOTAL</b>	<b>250</b>	<b>77</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>77</b>	<b>62%</b>	<b>2.573</b>	<b>3.634**</b>	<b>5.187**</b>	<b>13.456**</b>

The data shows significant results of persistence for Sharpe ratio, with almost 60% of the funds repeating strategy as a winners or losers. However, given the non-normal returns, the Modified Sharpe ratio must be calculated given that, as indicated, it considers the possibility of extreme returns. To confirm the hypothesis of annual persistence, firstly we analyze the number of times a WW or LL strategy was repeated. For this purpose we have used the CPR ratio.

Consistently with the results shown in Table 11, we can conclude the presence of persistence in all measures used.

#### 4.5. Relationship between persistence and efficiency.

As it has been pointed out, one of the purposes of this study is to check the relationship between efficiency and the persistence in the performance of Spanish Absolute Return Funds. In order to study this relationship, we have proceeded as follows. First, the efficiency scale obtained by the DEA methodology has been taken from the three previously used approaches –efficiency, cross-efficiency and super-efficiency– which give a score between 0 and 1 as described above, with 0 being not efficient and 1 efficient.

Secondly, using persistence results for each of the different measures –performance, Treynor, Sharpe, Modified Sharpe and Jensen ratios– we have calculated the persistence of the 50 mutual funds, differentiating those which repeat strategy, either WW or LL. If the sum of the WW and

LL funds exceeds the sum WL and LW we conclude that there is persistence in each of the different strategies. Otherwise we conclude that there is no persistence in the results. Once the existence or not of persistence has been determined, we assign the numbers 1 or 0 to the presence or absence of persistence, respectively. That allows summing all the cases of persistence for each of the measures used (in our case a maximum of 5). With this sum we have established a ranking based on the number of times persistence has been detected.

Finally, to determine whether there is any kind of relationship between DEA and persistence, we have used the Spearman’s rank correlation coefficient (versus DEA persistence ranking), which provides the degree of relationship between the two variables.

According to the data shown in Table 12, the relationship between combinations WW-LL and DEA is very weak and lacks statistical significance. This lack of significance may be considered a proof of the fact that persistence and DEA behave differently. Additionally, the results don’t allow analyzing a concrete sign –positive or negative– since we consider the two groups – winners and losers– jointly. Therefore, according to data we can conclude that in the period considered there is no a clear relationship between efficiency and persistence and that both analyses seem to be complementary and not substitutive.

**Table 12. Spearman’s rank correlation between persistence and DEA**

Efficiency vs. Persistence	Cross Efficiency vs. Persistence	Super-efficiency vs. Persistence
WW+LL	WW+LL	WW+LL
0,091	0,015	0,125
0,528	0,916	0,385

Significance: \*\* 0.01 \* 0.05

#### 5. Conclusions.

In the present work we have analyzed the efficiency and the persistence of the returns of the Spanish Absolute Return Funds in the period 2010-2015, as well as the relationship between both analyses.

To analyze the efficiency of Absolute Return Funds we have used the DEA methodology, which has showed that 11 of the 50 funds analyzed are efficient using risk and profitability measures. The variables chosen as inputs and outputs were determined by the Spearman’s rank correlation, resulting VaR and Lower Partial Moment of order 1 as inputs and skewness and average return as outputs. The results allow to conclude that efficient funds are more

profitable than non-efficient funds and that, although the degree of risk incurred by the former is somewhat higher than the latter, it is offset by the return obtained. Therefore, in view of these results, we conclude that DEA provides consistent results in the case of non-normal returns, and it can be considered as a measure of performance itself that is able to incorporate multiple attributes.

In this respect Table 9 shows that, although the correlations are not high, there is a relationship between cross-efficiency and the Modified Sharpe ratio as well as with the Sharpe ratio. This leads us to emphasize the utility of DEA as a complementary measure of performance.

Additionally, as it is shown in Table 10 the relationship between efficiency and super-efficiency is clear according their high correlation and significance, while relationship between cross-efficiency and efficiency/super-efficiency is much more weaker but also significant. This results are proof of the differential behavior of the former and are consistent with the fact that only cross-efficiency shows a clear relationship with conventional measures of performance such as Sharpe and Modified Sharpe ratios.

With regard to persistence, the results show a trend towards persistence in the performance of Absolute Return Funds in almost all the periods analyzed, for periods of time of 12 months. The Z test and chi-square test confirm the significance of the results, so we can conclude that the information coming on past results is valuable for investors, as it shows that the number of managers that outperform the market is not high, but is recurrent.

Finally, we haven't found a direct relationship between efficiency and persistence according to the methodology developed, so that it seems that both analyses are independent over the sample and for the time interval analyzed.

Nevertheless, taking into account the static nature of efficiency and the dynamic nature of persistence, a logical continuation of this work is the study of the relationship between persistence and the evolution of DEA in time. Maybe this approach can contribute to detect a hidden relationship between both measures that is not directly evident with the mere analysis of efficiency in one concrete period of time.

### **Acknowledgement**

We would like to thank Javier Sáenz de Cenzano and Morningstar Spain for the database provided for this paper.

### **References**

Andersen, P. & Petersen N. C. (1993). A procedure for ranking efficient units in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 39 (1), 1261–1264.

Anderson, R., Brockman C., Giannikos, C., & McLeod, R., (2004). A non-parametric examination of real estate mutual fund efficiency. *International Journal of Business and Economics*, 3, 225–238.

Babalos, V., Doumpos, M., Philippas, N., & Zopounidis, C. (2012). Rating mutual funds through an integrated DEA-based multicriteria performance model: Design and information content. *Working Paper, Technical University of Crete*.

Basso, A. & Funari, S. (2001). A Data Envelopment Analysis approach to measure the mutual fund performance. *European Journal of Operational Research*, 135 (3), 477–492.

- Basso, A. & Funari, S. (2003). Measuring the performance of ethical mutual funds: a DEA approach. *Journal of the Operating Research Society*, 54 (5), 521–531.
- Berk, J. & Green, R. (2004). Mutual fund flows and performance in rational markets. *Journal of Political Economy*, 112 (6), 1269–1295.
- Blake, D. & Timmermann, A. (1998). Mutual fund performance: Evidence from the UK. *European Finance Review*, 2 (1), 57–77.
- Bollen, N. P. B. & Busse, J. A. (2005). Short-term persistence in mutual fund performance. *The Review of Financial Studies*, 18, 569–597.
- Bowlin, W. F. (1998). Measuring performance: An introduction to Data Envelopment Analysis (DEA). *Journal of Cost Analysis*, 3 (1), 3–28.
- Briec, W. & Kerstens, K. (2009). Multi-horizon Markowitz portfolio performance appraisals: A general approach. *Omega*, 37 (1), 50–62.
- Briec, W., Kerstens, K., & Jokung, O. (2007). Mean-variance-skewness portfolio performance gauging: A general shortage function and dual approach, *Management Science*, 53 (1), 135–149.
- Brooks, C. & Kat, H. M. (2002). The statistical properties of hedge fund index returns and their implications for investors. *Journal of Alternative Investments*. Fall 2002, 26–44.
- Brown, S. J. & Goetzmann, W. N. (1995). Performance persistence. *The Journal of Finance*, 50 (2), 679–698.
- Busse, J., Goyal A., & Wahal, S. (2008). Performance and persistence in institutional investment management. *The Journal of Finance*. 65, (2), 765–790.
- Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *The Journal of Finance*, 52 (1), 57–82.
- Carlson, R. (1970). Aggregate performance of mutual funds, 1948-1967. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 5 (1), 1–32.
- Chang, K. P. (2004). Evaluating mutual fund performance: An application of minimum convex input requirement set approach, *Computers and operations research*, 31 (6), 929–940.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2 (6), 429–444.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1981): Evaluating program and managerial efficiency: An application of Data Envelopment Analysis to program Follow Through. *Management Science*, 27 (6), 668–97.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y., & Seiford, L. M. (1997). *Data Envelopment Analysis: Theory, methodology and applications*, (2nd ed.). New York: Kluwer Academic Publishers.
- Choi, Y. K. & Murthi, B. P. S. (2001): Relative performance evaluation of mutual funds: A non-parametric approach. *Journal of Business Finance & Accounting*, 28 (7/8), 853–876.

- Chu, J., Chen, F., & Leung, P. (2010). ETF Performance Measurement – Data Envelopment Analysis, Service Systems and Service Management (ICSSSM), 7th International Conference on IEEE, 28–30 June, 2010, Tokyo, Japan, 1–6.
- Daraio, C. & Simar, L. (2006). A robust non-parametric approach to evaluate and explain the performance of mutual funds. *European Journal of Operational Research*, 175 (1), 516–542.
- Doyle J. R. & Green, R. (1994). Efficiency and Cross-Efficiency in DEA. Derivations, Meanings and Uses. *The Journal of the Operational Research Society*. 45 (5), 567–578.
- Elling, M. (2006). Performance measurement of hedge fund using Data Envelopment Analysis. *Financial Markets and Portfolio Management*, 20, 442.
- Elton, E. J, Gruber, M. J., & Blake, C. R. (1996). The persistence of risk-adjusted mutual fund performance. *Journal of Business*, 69, 133–157.
- Fanchon, P. (2003). Variable selection for dynamic measures efficiency in the computer industry. *International advances in economic research*, 9 (3), 175–188.
- Ferreira, M. A., Keswani, A., Miguel, A. F. & Ramos, S. B. (2010). The flow-performance relationship around the world. *Journal of Banking & Finance*, 36 (6), 1759–1780.
- Galagedera, D. & Silvapulle, P. (2002). Australian mutual fund performance appraisal using Data Envelopment Analysis. *Managerial Finance*, 28 (9), 60–73.
- Gallefoss, K., Hansen, H. H., Hankaas, E. S., & Molnár, P. (2015). What daily data can tell us about mutual funds: evidence from Norway, *Journal of Banking & Finance*, 55, 117–129.
- Glawischnig, M., & Sommersguter-Reichmann, M. (2010). Assessing the performance of alternative investments using non-parametric efficiency measurement approaches: Is it convincing? *Journal of Banking and Finance*, 34 (2), 295–303.
- Goetzmann, W. N. & Ibbotson, R. G. (1994). Do winners repeat? Patterns in mutual fund return behaviour. *Journal of Portfolio Management*, 20, 9–18.
- Gregoriou, G. N. & Gueyie, J. P. (2003). Risk-adjusted performance of funds of hedge funds using a modified Sharpe ratio. *Journal of Alternative Investments*, 6 (3), 77–83.
- Gregoriou, G. N. (2006). Optimisation of the largest US mutual funds using Data Envelopment Analysis. *Journal of Asset Management*, 6 (6), 445–455.
- Gregoriou, G. N., Sedzro, N. K., & Zhu, J. (2005). Hedge fund performance appraisal using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 164 (2), 555–571.
- Grinblatt, M. & Titman, S. (1989). Mutual fund performance: An analysis of quarterly portfolio holdings. *Journal of Business*, 62, 393–416.
- Grinblatt, M. & Titman, S. (1992). The persistence of mutual fund performance. *The Journal of Finance*, 47 (5), 1077–1984.
- Grinblatt, M. & Titman, S. (1993). Performance measures without benchmarks: An examination of mutual fund returns. *The Journal of Business*, 66 (1), 47–68.
- Grinblatt, M. & Titman, S. (1994). A study of monthly mutual funds returns and performance evaluation techniques. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 29 (3), 419–444.

- Gruber, M. J. (1996). Another puzzle: The growth in actively managed mutual funds. *The Journal of Finance*, 51(3), 783–810.
- Haslem, J. A. & Scheraga, C. A. (2003). Data Envelopment Analysis of Morningstar's large-cap mutual funds. *The Journal of Investing*, 12 (4), 41–48.
- Hendricks, D., Patel, J., & Zeckhauser, R. (1993). Hot hands in Mutual Funds: Short-Run persistence of relative performance, 1974-1988. *The Journal of Finance*, 48 (1), 93–130.
- Huij, J. & Verbeek, M. (2007). Spillover effects of marketing in mutual fund families. ERIM Report Series.
- Jain, P. C. & Wu, J. S. (2000). Truth in mutual fund advertising: Evidence of future performance and fund flows. *Journal of Finance*, 55, 937–958.
- Jegadeesh, N. & Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for Stock Market efficiency. *The Journal of Finance*, 48 (1), 65–91.
- Jenkins, L. & Anderson, M. (2003). A multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 147 (1), 51–61.
- Jensen, M. C. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945-1964, *The Journal of Finance*, 23 (2), 389–416.
- Joro, T. & Na, P. (2006). Portfolio performance evaluation in a mean-variance-skewness framework. *European Journal of Operational Research*, 175, 1, 446–461.
- Kerstens, K. & Van de Woestyne, I. (2011). Negative data in DEA: a simple proportional distance function approach. *Journal of the Operational Research Society*, 62 (7), 1413–1419.
- Khan, R. N. & Rudd, A. (1995). Does historical performance predict future performance? *Financial Analysts Journal*, 51 (6), 43–52.
- Kosowski, R., Timmermann, A., Wermers, R., & White, H. (2006). Can mutual fund "stars" really pick stocks? New evidence from a bootstrap analysis. *The Journal of Finance*, 61 (6), 2551–2595.
- Kuosmanen, T. & Kortelainen, M. (2007). Valuing environmental factors in cost-benefit analysis using Data Envelopment Analysis. *Ecological Economics*, 62 (1), 56–65.
- Lin & Chen, (2008). The profitability of the weekend effect: evidence from the Taiwan mutual fund market. *Journal of Marine Science and Technology*, 16 (3), 222–233.
- Lozano, S. & Gutiérrez, E. (2008). Data Envelopment Analysis of mutual funds based on second order stochastic dominance. *European Journal of Operational Research*, 189, 230-244.
- Malkiel, B. G. (1995). Returns from investing in equity mutual funds 1971 to 1991, *The Journal of Finance*, 50 (2), 549–572.
- Matallín, C., Soler, J., & Tortosa-Ausina, E. (2014). On the informativeness of persistence for evaluating mutual fund performance using partial frontiers, *Omega*, 42 (1), 47–64.
- McMullen, P. & Strong, R. A. (1998). Selection of mutual funds using Data Envelopment Analysis. *Journal of Business and Economic Studies*, 4 (1), 1–14.

- Morey, M. R. & Morey, R. C. (1999). Mutual fund performance appraisals: A MultiHorizon perspective with endogenous benchmarking. *Omega*, 27 (2), 241–258.
- Murthi, B. P. S., Choi, Y. K., & Desai, P. (1997). Efficiency of mutual funds and portfolio performance Measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 98 (2), 408–418.
- Nguyen-Thi-Thanh, H. (2006). On the use of Data Envelopment Analysis in hedge fund selection. *Working Paper, Université d'Orléans*.
- Ribeiro Cortez, M. C., Paxson, D. A., & Da Rocha Armada, M. J (1999). Persistence in Portuguese mutual fund performance. *The European Journal of Finance*, 5 (4), 342–365.
- Rubio, J. F., Hassan, M. K., & Merdad, H. J. (2012). Nonparametric performance measurement of internal and Islamic mutual funds. *Accounting Research Journal*, 25, 208–226.
- Ruggiero, J. (2005). Impact Assessment of Input Omission on DEA. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 4 (3), 359–368.
- Sengupta, J. (2003). Efficient test for mutual fund portfolios. *Applied Financial Economics*, 13, 869–876.
- Sexton, T. R., Silkman, R. H., & Hogan, A. J. (1986). Data Envelopment Analysis: Critique and extensions. *New Directions for Evaluation. Special Issue: Measuring Efficiency: An Assessment of Data Envelopment Analysis*, 32, 73–105.
- Simar, L. & Wilson, P.W. (2001). Testing Restrictions in Nonparametric Efficiency Models. *Communications in Statistics*, 30 (1), 159–184.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance, *Journal of Business*, 39, 119–138.
- Spearman, C. (1904). The proof and measurement of association between two things. *American Journal of Psychology*, 15 (1), 72–101.
- Tarim, A & Karan, K. (2001). Investment fund performance measurement using weight restricted data envelopment analysis: an application to the Turkish capital market. *Russian & East European Finance and Trade*, 37 (5), 64–84.
- Thanassoulis, E., Kortelainen, M., & Allen, R. (2011). Improving envelopment in Data Envelopment Analysis under variable returns to scale. *European Journal of Operational Research*, 218 (1), 175–185.
- Tsolas, I. (2011). Natural resources exchange traded funds: performance appraisal using DEA modeling. *Journal of Centrum Cathedra*. 4 (2), 250–259.
- Vidal-García, J. (2013). The persistence of European mutual fund performance. *Research in International Business and Finance*, 28, 45–67.
- Wermers, R. (1997). Momentum investment strategies of mutual funds, performance persistence and survivorship bias. *Working Paper, Graduate School of Business and Administration, University of Colorado at Boulder*.
- Wilkens, K. & Zhu, J. (2001). Portfolio evaluation and benchmark selection: A mathematical programming approach. *Journal of Alternative Investments*, 4 (1), 9–19.

Wilkins, K. & Zhu, J. (2005). Classifying hedge funds using Data Envelopment Analysis, in Gregoriou, G. N., F. Rouah, and V. N. Karavas (Eds.): *Hedge Funds: Strategies, Risk Assessment, and Returns*. Washington: Beard Books.

Wilson, P. W. (1995). Protecting influential observations in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 4, 27–45.

Zhao, X. & Yue, W. (2012). A multi-system fuzzy DEA model with its application in mutual funds management companies, *Competence evaluation. Procedia Computer Science*, 1 (1), 2469–2478.

Zhao, X., Wang, S., & Lai, K. K. (2011). Mutual performance evaluation based on endogenous benchmarks. *Expert systems with applications*, 38, 3663–3670.

Zhu, J. (1996). Robustness of the efficient DMUs in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 90 (3), 451–460.



# Efficiency and Stochastic Dominance in the European Equity Mutual Fund Market

PABLO SOLÓRZANO-TABORGA

ANA BELÉN ALONSO-CONDE

JAVIER ROJO-SUÁREZ

Department of Business Administration

Rey Juan Carlos University

Paseo de los Artilleros s/n, Madrid, 28032

SPAIN

[p.solorzano@alumnos.urjc.es](mailto:p.solorzano@alumnos.urjc.es)

[ana.alonso@urjc.es](mailto:ana.alonso@urjc.es), <https://gestion2.urjc.es/pdi/ver/ana.alonso>

[javier.rojo@urjc.es](mailto:javier.rojo@urjc.es), <https://gestion2.urjc.es/pdi/ver/javier.rojo>

*Abstract:* - In order to analyze and assess the behavior of the European equity mutual funds market, we present a method for evaluating and selecting them, using two different approaches, which vary from the conventional measures of performance: Data Envelopment Analysis (DEA) and stochastic dominance.

The analysis suggests a strong relation between the results that we obtain with each method. Likewise, we demonstrate that both indicators are highly correlated with the expected returns and that they have a high explanatory power. Additionally, we have included alphas as a right-hand variable and we confirm that they have a strong relation with DEA and stochastic dominance.

*Key-Words:* - Equity mutual funds; DEA; efficiency; stochastic dominance; variable returns to scale.

## 1. Introduction

The performance of mutual funds and its determining factors are key elements in the decision-making process. The aim of this paper is studying the behavior of European equity funds and their differences by categories, analyzing their efficiency and detecting the mutual funds that have persistently obtained better results compared to their competitors. Therefore, the aim of this paper is to show and to evaluate a model for measuring the performance of European equity mutual funds, by comparing and ranking the funds in sample according to two methodologies: Data Envelopment Analysis (hereinafter DEA), and Stochastic Dominance analysis (hereinafter SD).

Additionally, the power of alpha, in order to measure the performance of the funds will also be studied. The improvement of the current methodologies used to rank investments, allows identifying the best funds and strategies, but also displays alternative risk measures in order to control the risk profile of funds. Nevertheless, the implications of this research are not only practical but are also related to general equilibrium, since the

ability of some managers to persistently get higher returns than market, would hardly fit with market efficiency theory.

## 2. Theoretical Framework

### 2.1 DEA models

DEA models allow measuring the efficiency of a set of decision making units (hereinafter DMUs), generating an efficient frontier without explicitly specifying any production function, that is, without defining any function that relates inputs and outputs. DEA models use the volume of inputs consumed and outputs generated by a set of DMU in order to estimate the best choices, comparing each DMU with all the linear combinations of the units in the sample.

One of the first papers that use DEA to study the performance of mutual funds is [10], followed by [9], [2], [1] and [8]. [9] study 135 equity funds and they show that DEA, as a multifactorial tool, is more powerful than classic performance indexes, which

usually consider only one or two factors. [4] study 614 hedge funds and compare the performance of several strategies, concluding that DEA is a suitable tool with non-Gaussian returns.

To measure the efficiency of European equity funds it is necessary to specify the sort of return to scale assumed. Variable returns to scale (VRS) models are more flexible, as [3] and [5] state. In this paper we use VRS, since we assume that DMUs – mutual funds – generally do not operate on an optimal scale. Likewise, we use input orientation in order to study whether DMUs can reduce their inputs maintaining, at the same time, the outputs at the current level. In this framework, maximum efficiency can be estimated through linear programming. Thus, using the fractional formulation of VRS:

$$Max_{(u_r, v_i)} h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (1)$$

Subject to:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1 \dots n \quad (2)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

where:

$y_{r0}$ : Amount of output (1, 2... r) produced by the DMU.

$u_r$ : Weights, equivalent to the prices of the output ( $y_{10}, y_{20} \dots y_{r0}$ ).

$x_{i0}$ : Amount of input (1, 2... i) consumed by the DMU.

$v_r$ : Weights ( $v_1, v_2 \dots v_i$ ) generated by the model, equivalent to the prices of each input.

Thus, for each DMU, the program will try to find the set of prices that maximize the value of the DMU output, with respect to the cost of the inputs, resulting in the efficiency ratio of each DMU.

Starting from the weights ( $u_r, v_i$ ) of each DMU, the constraints ensure that the result of expression [1] is not greater than 1 for every DMUs. Likewise, a DMU is efficient when  $h_0$  is 1 and the rest of the units do not have a higher result. So DMUs with values for  $h_0$  between 0 and 1 are inefficient.

Since we assume an input orientation, the numerator of expression [1] is constant and therefore:

$$\text{Min } \theta \quad (3)$$

Subject to:

$$x_i \theta - \chi \lambda \geq 0 \quad (4)$$

$$Y \lambda - y_r \geq 0 \quad (5)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (6)$$

where  $\theta$  is the distance in input units to the data envelope,  $\chi$  is the matrix of inputs of order  $m \times n$ ,  $Y$  is the matrix of outputs of order  $s \times n$ ,  $\lambda$  is the vector of

weights of order  $n$ , and  $x_i$  and  $y_r$  are the vectors of inputs and outputs, respectively.

## 2.2 SD models

SD models allow choosing between different random variables, so that one variable dominates another if its probability distribution is less or equal in the range where those variables are defined. SD is not restricted to a specific risk profile, but it can be applied to any sort of Von Neumann-Morgenstern utility functions, that is, increasing and concave. SD does not require any assumption about the distribution of returns, but it works as long as a cumulative probability distribution can be defined. This point is crucial since it makes SD consistent with DEA, hence justifying the present analysis.

The requirements of SD about the utility functions of the investors depend on the order of dominance. We use second-order SD (SD2) which implies non-satiety and risk aversion.

Formally, we can define the cumulative distributions  $F$  and  $G$  of two risky assets, where  $x$  is and uncertain return and  $U$  is the utility function. The investors are not satisfied and  $F$  dominates  $G$  in SD1 if:

$$F(x) \leq G(x) \text{ for every } x \quad (7)$$

Adding risk aversion,  $F$  dominates  $G$  in SD2 if:

$$\int_{-\infty}^x [G(x) - F(x)] dx \geq 0 \text{ for every } x \quad (8)$$

Finally, adding decreasing ARA,  $F$  dominates  $G$  in SD3 if:

$$\int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^v [G(x) - F(x)] dv dx \geq 0 \text{ for every } x \quad (9)$$

The research on SD in the framework of the performance of mutual funds starts in the seventies. [7] show that efficient portfolios generated according to mean-variance space are reasonably similar to those derived from concave utility functions. They also suggest SD in order to reduce the number of alternatives in a first data compilation. [11] generate a set of efficient portfolios and run SD1, SD2, and SD3 tests. They analyze 140 stocks for the period 1960-1963, concluding that there are no significant differences between mean-variance approach and SD2.

[6] show that SD is a powerful tool in order to model investment preferences and to detect opportunities in the market of mutual funds. Using an iterative process, the authors reduce a large set of mutual funds in the period 1985-2000, to a subset of

non-dominated funds. They suggest SD to detect funds capable to beat market indexes.

### 3. Efficiency and SD of european equity funds

#### 3.1 Data

Data used in this paper, are provided by Morningstar, with 2,101 European equity funds having a monthly frequency. In order to simplify the sample, we have considered only the funds with observations along the entire period considered, 2000-2016. Additionally, we have used average volume to choose only the largest funds. Finally, we have used the weight of each investment strategy in order to consider them proportionally in the sample.

The final sample includes 50 funds. We have divided the interval into three sub-periods to verify the results under different market cycles: (i) the whole sample, 2000-2016, (ii) bear market period, 2007-2009, and (iii) positive mean returns period, 2007-2012. Table 1 and Figures 1-6 show the summary of statistics and the distribution of the sample for each period.

The Table 1 shows that period 2007-2009 is characterized by: (i) a negative return due the fall of the markets in that period, and (ii) a high volatility, a slightly negative asymmetry and a positive kurtosis. In the period 2007-2012, the market raises, improving returns and volatility, although the negative asymmetry and kurtosis persist. Finally, in the whole period 2000-2016 the returns are higher and the risk is lower. The asymmetry is similar to other period but the kurtosis is greater, which suggests distributions with sharper peaks.

Table 1: Summary statistics

Period	Mean	Standard deviation	Median	Skewness	Kurtosis	Jarque-Bera	Min	Max	Sharpe
2000-2016	0,342	4,980	0,863	-0,415	2,023	40,250	35,080	-24,777	-0,553
2007-2012	0,012	5,560	0,571	-0,479	1,448	9,044	27,558	-23,296	-0,545
2007-2009	-0,469	6,383	0,269	-0,389	1,163	2,934	27,558	-23,296	-0,670

Fig. 1: Histogram 2000-2016

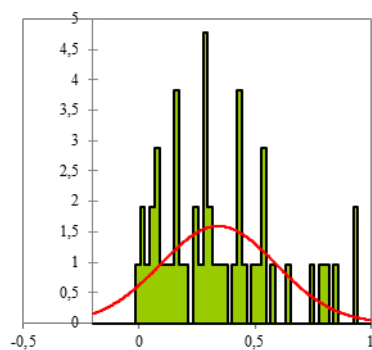


Fig. 2: Q-Q plot 2000-2016

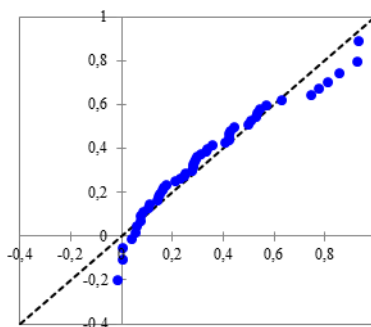


Fig. 3: Histogram 2007-2012

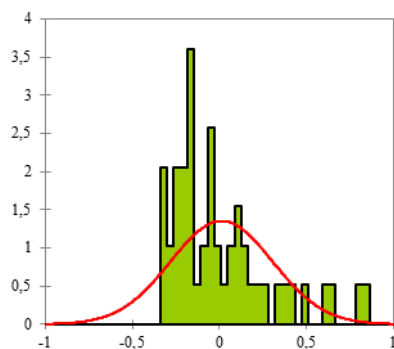


Fig. 4: Q-Q plot 2007-2012

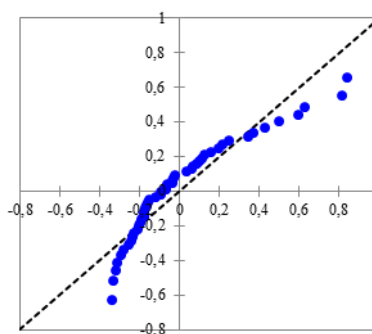


Fig. 5: Histogram 2007-2009

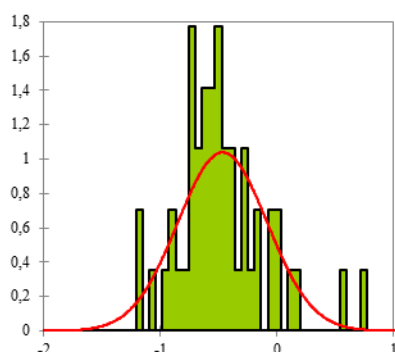
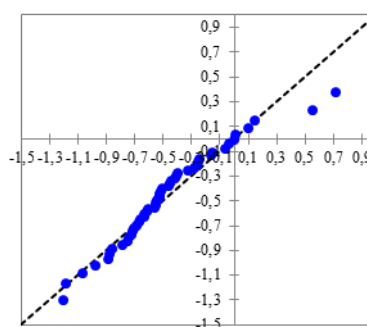


Fig. 6: Q-Q plot 2007-2009



### 3.2 DEA results

Table 2 shows inputs and outputs initially chosen, considering the measures most extensively used for studying the performance of mutual funds. We have used principal component analysis to choose only the most useful factors in order to explain the maximum amount of variance with the least loss of information. Table 3 shows the results for the period 2000-2016. Regarding the inputs,  $LPM_2$  is the factor with greatest impact on component 1 with a load of 0.9835, while kurtosis is the most important factor for component 2, with a load of 0.9001. Components 1 and 2 together, represent 81.61% of the variance of the inputs. On the outputs side,  $HPM_3$  (with a load of 0.8163 in component 1) and asymmetry (with a load of 0.9225 in component 2) have the greatest impact on the principal component analysis. Components 1 and 2 explain 81.35% of the total variance of the outputs. Therefore, we use these variables as inputs and outputs, respectively, for the three periods.

It is important to note that in some cases there is a problem of negative observations. However, this

drawback is solved by the property of the invariance, which means, adding a constant to the corresponding variable, turning its value from negative to positive without changing the efficient frontier.

We have sorted the sample by strategies and we have determined which funds are efficient. Table 4 shows that in the period 2000-2016 most of the funds are inefficient (72%), with only a 28% of efficient funds. In this period it is especially remarkable the category "Europe ex-UK Large-Cap Equity". Likewise, in the period 2007-2012 efficient funds weigh 22% of the sample (11 funds), with the categories "Europe ex-UK Large-Cap Equity" and "Europe Large-Cap Blend Equity" being the most efficient. Finally, in the period 2007-2009 there are 10 efficient funds, which represent 20% of the sample. "Europe Large-Cap Blend Equity" is the most efficient category in this period. In summary, "Europe ex-UK Large-Cap Equity" and "Europe Large-Cap Blend Equity" are the categories that most often show as efficient in the sample.

Table 2: Inputs and outputs

Possible inputs	Possible outputs
Lower Partial Moments 1 (LPM <sub>1</sub> )	High Partial Moments 1 (HPM <sub>1</sub> )
Lower Partial Moments 2 (LPM <sub>2</sub> )	High Partial Moments 2 (HPM <sub>2</sub> )
Lower Partial Moments 3 (LPM <sub>3</sub> )	High Partial Moments 3 (HPM <sub>3</sub> )
Standard deviation (SD)	Annualized average (AA)
Kurtosis (K)	Maximum return (RMax)
Value at Risk (VaR)	Minimum return (RMax)
Conditional Value at Risk (CVaR)	Skewness (A)
Modified Value at Risk (MVaR)	
Maximum Drawdown (MaxD)	
Average Drawdown (MD)	
Standard deviation of Drawdown (SD D)	

Table 3: Principal component analysis of inputs and outputs, 2000-2016

Input	Component 1	Component 2	Output	Component 1	Component 2
LPM <sub>1</sub>	0,9819	-	HPM <sub>1</sub>	0,8131	0,5468
LPM <sub>2</sub>	0,9835	-	HPM <sub>2</sub>	0,8157	0,5395
LPM <sub>3</sub>	0,9828	-	HPM <sub>3</sub>	0,8163	0,5370
Standard deviation	0,8982	-	Annualized average	-	0,6366
Kurtosis	-	0,9001	Maximum return	-	0,7877
VaR	0,9084	-	Minimum Return	-0,8486	-
CVaR	0,9538	-	Skewness	-	0,9225
MVaR	-	-0,8833			
Maximum Drawdown	0,5904	-			
Average Drawdown	0,8408	-			
Standard deviation of Drawdown	0,7427	-			
Explained variance (%)	65,57%	81,61%	Explained variance (%)	65,90%	81,35%

Table 4: Number of efficient funds by category

Morningstar classification	2000-2016				2007-2012				2007-2009			
	Efficient	Non Efficient	Efficient	Non Efficient	Efficient	Non Efficient	Efficient	Non Efficient	Efficient	Non Efficient	Efficient	Non Efficient
Europe Equity Income	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%
Europe ex-UK Large-Cap Equity	4	8%	1	2%	4	8%	1	2%	3	6%	2	4%
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	1	2%	0	0%	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%
Europe Flex-Cap Equity	1	2%	2	4%	1	2%	2	4%	2	4%	1	2%
Europe Large-Cap Blend Equity	3	6%	14	28%	4	8%	13	26%	4	8%	13	26%
Europe Large-Cap Growth Equity	0	0%	2	4%	0	0%	2	4%	0	0%	2	4%
Europe Large-Cap Value Equity	0	0%	3	6%	1	2%	2	4%	1	2%	2	4%
Europe Mid-Cap Equity	1	2%	1	2%	0	0%	2	4%	0	0%	2	4%
Europe Small-Cap Equity	1	2%	1	2%	0	0%	2	4%	0	0%	2	4%
Eurozone Flex-Cap Equity	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%
Eurozone Large-Cap Equity	2	4%	10	20%	1	2%	11	22%	0	0%	12	24%
Eurozone Mid-Cap Equity	1	2%	0	0%	0	0%	1	2%	0	0%	1	2%
<b>Total European equity funds</b>	<b>14</b>	<b>28%</b>	<b>36</b>	<b>72%</b>	<b>11</b>	<b>22%</b>	<b>39</b>	<b>78%</b>	<b>10</b>	<b>20%</b>	<b>40</b>	<b>80%</b>

DEA also allows determining which funds are benchmarks for inefficient funds, so that it is possible to calculate the number of times that an efficient fund has been benchmarked for inefficient funds. This provides useful information, since the higher the

number of times a fund is benchmarked for others, the higher the optimality of that investment. Likewise, this point allows using the benchmark as a way to improve the performance. For the periods 2000-2016, 2007-2012 and 2007-2009, the

categories that constitute benchmarks are "Europe ex-UK Large-Cap Equity", "Europe ex-UK Large-Cap Equity", and "Europe Large-Cap Blend Equity", respectively.

Tables 5-7 detail several statistics for each category, in order to clarify the differences between efficient and inefficient funds. Table 5 (period 2000-2016) shows 14 efficient funds, out of a total of 50 funds. Regarding the categories, 8 out of 12 include efficient funds. In general, efficient funds have better results according to their mean returns, standard deviations and Sharpe ratios. Furthermore, all inefficient funds have negative skewness and higher kurtosis. In summary, efficient funds use to have higher returns, lower risk, lower kurtosis and higher Sharpe ratios.

Table 6 (period 2007-2012) shows 11 efficient funds and only 5 out of 12 categories have efficient funds. The returns in this period are higher for the efficient funds, with a slightly higher risk, but actually very similar, independently of the efficiency level. Inefficient funds have a generally negative skewness. Kurtosis is higher in the non efficient funds, and although Sharpe ratio is negative in some cases, it is also higher in the case of efficient funds. Therefore, in this period, efficient funds overcome inefficient ones in terms of risk and return, and have lower negative skewness.

Finally, Table 7 shows the period 2007-2009 results, being the time interval with the lowest number of efficient funds, only 10 funds in 4 categories. Returns are frequently negative but higher in the case of efficient funds. In any case, the risk is greater and skewness is close to zero or positive in these cases, while it is always negative for inefficient funds. Non efficient funds have a higher kurtosis. Likewise, Sharpe ratio is higher in the efficient funds, despite it is negative in most of the cases. In summary, efficient funds are more profitable, have higher levels of risk and higher Sharpe ratios.

In order to check the quality of management, we have used Tracking Error to sort funds according to their active/passive management profile in the three periods. This allows us concluding that higher returns commonly correspond to higher risks with respect to the benchmark. Although we do not find funds with pure active management, as the sample goes through the crisis period there is a trend to active management. The only strategy that clearly provides non-directional results is "Europe Large-Cap Blend Equity".

Tables 5-7 allow concluding that, as time interval goes through the crisis period: (i) the efficiency level falls, both in number of funds and in number of categories; (ii) the returns are lower and even negative depending on the period; (iii) the risk increases; (iv) efficient funds still have a higher Sharpe ratio than inefficient funds; and (v) funds tend to active management in order to reduce directional movements. Additionally, non-efficient funds always show negative skewness while efficient funds do not have a clear pattern; mainly because of extreme events. Usually returns are leptokurtic, with values closer to the mean.

Figure 7 shows risk and returns for the three periods of the mutual funds in the sample, with efficient funds highlighted with a higher size. In general, efficient funds in the period 2007-2009 are riskier, while in the period 2007-2012 funds are more concentrated. The results of sample 2000-2016 are more homogeneous and have positive returns in most of the cases.

According to these results we can conclude that: (i) the period 2007-2009 it is characterized by low returns and a high risk; (ii) in the bearish period the skewness and kurtosis happen to be positive and the Sharpe ratios worsen, although the results are better for efficient funds; and (iii) DEA model is consistent with the fact that the most efficient funds use to have better results.

### 3.3 SD Results

In addition to DEA model, we have studied the performance of the mutual funds in our sample through SD analysis. For this purpose, we have sorted the sample into dominant and dominated funds using SD2. Taking these results we have calculated an SD index (SDI) in order to get values comparable with those of DEA. The index allows establishing a ranking of the mutual funds according to their SD and it follows:

$$SDI_i = \frac{D_{A,i} - D_{B,i}}{N} \quad (10)$$

where:

$SDI_i$ : SD index value of fund  $i$ .

$D_{A,i}$ : Number of funds dominated by the fund  $i$ .

$D_{B,i}$ : Number of funds that dominate fund  $i$ .

$N$ : Number of funds.

Table 5: Statistics by category (period 2000-2016)

	Min.	Max.	1 <sup>st</sup> Quartile	Med.	3 <sup>rd</sup> Quartile	Average	SD	Skewness	Kurtosis	VaR 95%	CVaR 95%	Sharpe
<i>Efficient Mutual Funds</i>												
Europe Equity Income	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-15,79	19,06	-2,10	1,16	3,59	0,70	4,79	-0,32	1,48	7,45	10,79	1,13
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-18,12	34,78	-1,68	1,64	4,47	0,93	5,69	0,49	7,01	8,12	12,08	1,42
Europe Flex-Cap Equity	-17,07	27,56	-1,70	1,41	3,74	0,93	5,25	0,01	3,72	8,17	11,83	1,55
Europe Large-Cap Blend Equity	-19,05	15,19	-2,43	0,70	3,30	0,19	4,57	-0,53	0,78	8,38	10,85	-0,20
Europe Large-Cap Growth Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Large-Cap Value Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Mid-Cap Equity	-19,32	12,75	-2,37	1,13	4,62	0,53	5,53	-0,69	1,00	9,83	13,11	0,60
Europe Small-Cap Equity	-18,64	14,06	-2,09	1,38	4,43	0,78	5,19	-0,74	1,26	8,40	12,19	1,22
Eurozone Flex-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Large-Cap Equity	-16,44	14,14	-2,76	0,84	3,54	0,23	4,95	-0,52	0,74	8,48	11,76	-0,06
Eurozone Mid-Cap Equity	-24,78	35,08	-3,08	1,01	3,95	0,28	6,68	0,13	4,71	11,60	15,75	0,05
<i>Non-Efficient Mutual Funds</i>												
Europe Equity Income	-18,52	15,91	-2,51	0,63	3,09	0,14	5,25	-0,52	1,69	10,39	13,53	-0,25
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-16,16	18,54	-2,50	0,93	3,32	0,21	5,00	-0,43	1,44	8,97	11,90	-0,10
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Flex-Cap Equity	-16,56	20,83	-1,83	1,06	3,19	0,64	4,45	-0,51	2,19	7,12	10,63	1,04
Europe Large-Cap Blend Equity	-21,40	19,01	-2,22	0,67	3,16	0,22	4,66	-0,50	1,34	8,26	11,26	-0,08
Europe Large-Cap Growth Equity	-16,88	16,12	-2,43	0,98	3,45	0,36	5,25	-0,50	1,29	9,63	12,80	0,25
Europe Large-Cap Value Equity	-17,05	23,40	-2,23	0,97	3,54	0,36	4,80	-0,49	1,80	8,32	11,63	0,26
Europe Mid-Cap Equity	-21,99	25,99	-2,33	1,02	3,77	0,43	5,84	-0,33	3,41	9,25	14,21	0,35
Europe Small-Cap Equity	-20,56	20,92	-2,68	1,27	4,43	0,57	5,37	-0,45	1,78	8,67	12,57	0,71
Eurozone Flex-Cap Equity	-19,91	18,37	-1,46	1,19	3,34	0,54	4,72	-0,79	3,14	7,48	12,19	0,74
Eurozone Large-Cap Equity	-23,30	22,80	-2,78	0,74	3,54	0,17	5,12	-0,48	1,20	9,01	12,50	-0,19
Eurozone Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Table 6: Statistics by category (period 2007-2012)

	Min.	Max.	1st Quartile	Med.	3rd Quartile	Average	SD	Skewness	Kurtosis	VaR 95%	CVaR 95%	Sharpe
<i>Efficient Mutual Funds</i>												
Europe Equity Income	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-15,79	16,99	-2,70	1,43	3,78	0,52	5,47	-0,48	0,64	9,56	11,85	0,57
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Flex-Cap Equity	-17,07	27,56	-2,57	0,79	3,18	0,43	6,02	0,61	5,60	10,25	12,94	0,35
Europe Large-Cap Blend Equity	-21,40	13,93	-2,58	0,12	3,23	-0,08	5,02	-0,45	0,94	9,62	11,58	-0,86
Europe Large-Cap Growth Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Large-Cap Value Equity	-14,86	23,40	-3,19	0,36	3,76	0,06	6,01	0,32	2,58	11,09	12,79	-0,37
Europe Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Small-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Flex-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Large-Cap Equity	-13,34	13,91	-3,38	-0,49	3,68	-0,33	5,39	-0,24	0,15	10,17	11,94	-1,30
Eurozone Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>Non-Efficient Mutual Funds</i>												
Europe Equity Income	-15,52	14,72	-2,12	0,25	2,43	-0,07	4,96	-0,59	1,87	10,63	12,51	-0,77
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-16,16	18,54	-2,93	0,61	2,93	-0,03	5,62	-0,22	1,68	10,93	13,05	-0,61
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-17,15	13,87	-1,84	1,55	3,97	0,60	5,13	-1,04	2,21	8,21	12,71	0,80
Europe Flex-Cap Equity	-16,56	20,83	-2,38	0,72	3,04	0,16	5,57	-0,35	1,60	10,48	12,91	-0,22
Europe Large-Cap Blend Equity	-19,05	18,33	-2,54	0,35	3,05	-0,10	5,30	-0,54	1,45	10,68	12,92	-0,80
Europe Large-Cap Growth Equity	-16,88	16,12	-1,08	1,35	3,46	0,73	5,20	-0,70	2,35	9,97	12,64	1,08
Europe Large-Cap Value Equity	-17,05	15,57	-2,70	0,22	3,39	-0,13	5,42	-0,62	1,12	10,37	13,24	-0,85
Europe Mid-Cap Equity	-21,99	20,24	-2,55	0,46	3,34	-0,04	6,15	-0,71	1,98	10,81	15,46	-0,55
Europe Small-Cap Equity	-20,56	15,55	-2,41	0,72	3,79	0,05	5,70	-0,85	2,06	9,39	14,28	-0,41
Eurozone Flex-Cap Equity	-19,91	18,37	-2,89	-0,05	3,52	-0,16	6,15	-0,42	1,60	11,26	14,29	-0,79
Eurozone Large-Cap Equity	-23,30	22,80	-3,50	0,43	3,70	-0,16	5,85	-0,51	0,97	11,78	13,91	-0,85
Eurozone Mid-Cap Equity	-17,60	11,29	-3,03	0,79	3,72	-0,03	5,43	-0,91	1,22	9,51	13,37	-0,62



Table 7: Statistics by category (period 2007-2009)

	Min.	Max.	1st Quartile	Med.	3rd Quartile	Average	SD	Skewness	Kurtosis	VaR 95%	CVaR 95%	Sharpe
<i>Efficient Mutual Funds</i>												
Europe Equity Income	-	-	-	-	-	0,46	6,52	-0,44	-	-	-	-
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-15,79	16,99	-2,63	1,51	4,36	0,46	6,52	-0,44	-	11,79	13,39	0,26
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Flex-Cap Equity	-17,07	27,56	-3,94	-0,01	3,25	-0,20	7,38	0,55	2,64	12,09	14,21	-0,84
Europe Large-Cap Blend Equity	-13,14	12,92	-3,03	0,24	2,71	-0,45	5,24	-0,36	0,71	10,40	11,57	-1,71
Europe Large-Cap Growth Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Large-Cap Value Equity	-14,86	23,40	-4,26	-0,12	1,90	-0,55	7,10	0,61	2,69	12,35	13,93	-1,44
Europe Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Europe Small-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Flex-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Large-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Eurozone Mid-Cap Equity	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>Non-Efficient Mutual Funds</i>												
Europe Equity Income	-15,52	14,72	-3,35	-0,35	2,16	-0,97	5,80	-0,30	1,39	11,89	13,73	-2,63
Europe ex-UK Large-Cap Equity	-16,16	18,54	-3,15	-0,01	2,66	-0,52	5,82	-0,44	1,16	11,53	13,25	-1,73
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	-17,15	13,87	-3,09	0,70	4,33	-0,32	6,19	-0,80	1,14	13,57	14,85	-1,22
Europe Flex-Cap Equity	0,00	14,30	-2,50	0,39	2,86	-0,79	6,15	-0,54	0,80	13,44	14,10	-2,12
Europe Large-Cap Blend Equity	-21,40	18,33	-3,04	0,09	2,96	-0,56	6,20	-0,47	1,20	12,33	14,21	-1,66
Europe Large-Cap Growth Equity	-16,88	16,12	-1,58	0,63	3,24	0,06	6,10	-0,59	1,80	12,06	14,18	-0,50
Europe Large-Cap Value Equity	-17,05	15,57	-2,56	0,20	3,06	-0,53	6,08	-0,65	1,24	12,71	14,51	-1,60
Europe Mid-Cap Equity	-21,99	20,24	-3,66	-0,82	3,64	-1,03	7,20	-0,59	1,39	15,92	18,24	-2,22
Europe Small-Cap Equity	-20,56	15,55	-2,62	0,83	3,52	-0,34	6,69	-0,89	1,73	14,85	16,62	-1,17
Eurozone Flex-Cap Equity	-19,91	18,37	-3,20	-0,70	3,36	-0,67	7,28	-0,28	1,21	12,97	16,33	-1,61
Eurozone Large-Cap Equity	-23,30	22,80	-3,30	0,18	3,45	-0,54	6,53	-0,45	0,91	12,57	14,51	-1,56
Eurozone Mid-Cap Equity	-17,60	11,29	-3,17	-0,18	3,72	-0,86	6,13	-0,91	0,97	13,52	15,58	-2,27

Fig. 7: Risk and returns of mutual funds

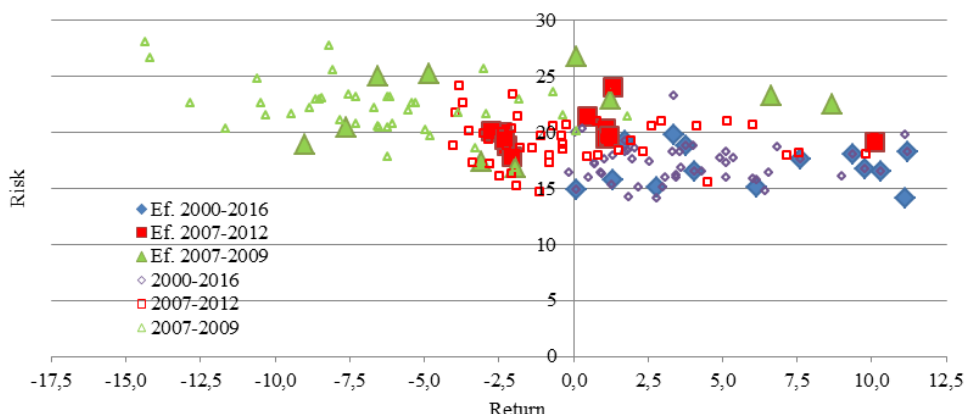


Table 8: Number of dominant and dominated funds

Morningstar category	2000-2016		2007-2012		2007-2009	
	Dominant	Dominated	Dominant	Dominated	Dominant	Dominated
Europe Equity Income	2%	26%	26%	4%	6%	0%
Europe ex-UK Large-Cap Equity	42%	8%	36%	2%	36%	8%
Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity	18%	12%	32%	0%	8%	4%
Europe Flex-Cap Equity	11%	19%	25%	4%	29%	1%
Europe Large-Cap Blend Equity	30%	19%	21%	13%	23%	13%
Europe Large-Cap Growth Equity	39%	4%	39%	1%	2%	40%
Europe Large-Cap Value Equity	24%	27%	16%	15%	16%	7%
Europe Mid-Cap Equity	1%	71%	5%	45%	2%	40%
Europe Small-Cap Equity	5%	19%	6%	23%	5%	22%
Eurozone Flex-Cap Equity	2%	56%	6%	66%	14%	0%
Eurozone Large-Cap Equity	16%	28%	7%	40%	7%	33%
Eurozone Mid-Cap Equity	2%	44%	8%	28%	0%	18%

The index values range between -1 (when the fund  $i$  is dominated by the remainder) and +1 (the fund  $i$  dominates the remainder). Thus, funds with a negative index have a worse position in the ranking than those with a positive index, and a result close to zero means that the fund  $i$  neither dominates nor is dominated. We have sorted the funds in the sample by strategy and after that we have estimated the percentage of dominant and dominated funds through SD2 analysis. Table 8 shows the results. In the period 2000-2016 “Europe ex-UK Large-Cap Equity” is the most dominant category, while “Eurozone Flex-Cap Equity” is the most dominated rank.

For the period 2007-2012 the category “Europe Large-Cap Growth Equity” is the top ranked strategy, contrasting with “Eurozone Flex-Cap Equity”, that is in the bottom of the ranking. Finally, in the period 2007-2009 the strategy “Europe ex-UK Large-Cap

Equity” is again top ranked, and “Europe Large-Cap Growth Equity” and “Europe Mid-Cap Equity” are the statistically dominated categories.

In summary, the category “Europe ex-UK Large-Cap Equity” is the strategy with the highest SDI, in concordance with DEA results. There are periods with funds that have an index value close to zero. For instance, the periods 2000-2016 and 2007-2012 have a 2% of funds that neither dominate nor are dominated, although in the period 2007-2009 there are no funds of this sort.

The results of SD are extreme in the period 2007-2009, which seems to confirm that the best funds tend to be more robust in adverse market conditions. In this framework, it is convenient to deepen the effect of risk and returns on SD index. Table 9 shows the correlation analysis between these variables and, in addition, the alpha of each fund

Table 9: Spearman's rank correlation of risk and return

		2000-2016	2007-2009	2007-2012
Return vs	Alpha	0,1792 <i>0,2124</i>	0,5571 <i>&lt; 0,0001</i>	0,4190 <i>0,0027</i>
	DEA	0,4127 <i>0,0031</i>	0,6027 <i>&lt; 0,0001</i>	0,5107 <i>0,0002</i>
	SDI	0,2778 <i>0,0511</i>	0,7893 <i>&lt; 0,0001</i>	0,6777 <i>&lt; 0,0001</i>
	Alpha	-0,8005 <i>&lt; 0,0001</i>	-0,6646 <i>&lt; 0,0001</i>	-0,6617 <i>&lt; 0,0001</i>
	DEA	-0,2488 <i>0,0815</i>	-0,4104 <i>0,0033</i>	-0,2924 <i>0,0397</i>
	SDI	-0,7408 <i>&lt; 0,0001</i>	-0,6084 <i>&lt; 0,0001</i>	-0,6295 <i>&lt; 0,0001</i>

The values in italics are different from 0 with a significance of 0.05.

Table 10: Spearman's rank correlation between DEA, SD and alpha

	2000-2016	2007-2009	2007-2012
SDI vs DEA	0,5346 <i>&lt; 0,0001</i>	0,7807 <i>0,0000</i>	0,7411 <i>&lt; 0,0001</i>
SDI vs Alfa	0,7752 <i>&lt; 0,0001</i>	0,8003 <i>&lt; 0,0001</i>	0,7740 <i>&lt; 0,0001</i>
DEA vs Alfa	0,4501 <i>0,0012</i>	0,6660 <i>0,0000</i>	0,5982 <i>&lt; 0,0001</i>

The values in italics are different from 0 with an alpha significance level of 0.05.

In the period 2007-2009 we find a positive relationship between the SD index and the returns, so that a fund with a high SDI commonly have a high return. However, this relation seems to disappear in 2000-2016 period. With respect to risk, funds with a high SDI use to have a lower risk. These results are contrary to those of DEA model, so in the next section we study the causal relationship of both methodologies on expected returns.

### 3.4 Relationship between DEA and SDI

Since DEA provides a score between 0 and 1 and our SDI value ranges between -1 and 1, we can easily study the relationship between the results of both models. Table 10 shows the Spearman's rank correlation between this two rankings and, additionally, with alpha parameter.

For the period 2000-2016 DEA and the SDI have a correlation of 53.5%, while for the periods 2007-2012 and 2007-2009 this correlation is 74.1% and 78.1%, respectively. The results denote a strong relationship between these methodologies, a little lower for the period 2000-2016. Anyway, in our opinion it is important to clarify the role of the managers on the value creation process. As shown in Table 10, SDI and alpha have very high correlations, above of 77% in all periods. This suggests that dominant funds use to have higher alphas and,

therefore, that the management gets a better performance for these funds. With respect to DEA, the correlations are more modest and do not reach the levels of the SDI.

Finally, we use a regression analysis in order to model the relationship between expected returns, DEA and SD, with expected returns as the left hand variable and DEA and SD as the right hand variables. The regression explicit the influence of the latter variables on the former:

$$E(R_i) = \beta_0 + \beta_1 DEA_i + \beta_2 SDI_i + \varepsilon_i \quad (11)$$

In the period 2000-2016 the model do not have multicollinearity so the right hand variables, although correlated, are not redundant with an inflation factor (VIF) of 1.532 and a tolerance of 0.65. Although there is autocorrelation –Durbin-Watson statistic has a value of 1.311– we have avoid the problem using the Cochrane-Orcutt method. Thus, the regression function results as follows:

$$E(R_i) = -1,393 + 1,848 DEA_i + 0,024 SDI_i + \varepsilon_i \quad (12)$$

The F test has a p-value of 98.58%. The p-values of the parameters of DEA and SDI variables are 98.38% and 17.57%, respectively. This means that, although expected returns depend positively and

significantly on efficiency and they depend positively on SD, this last relation is not significant.

For the period 2007-2012 there is not multicollinearity (VIF 2,725 and tolerance 0,367) and, with respect to autocorrelation, the Durbin-Watson statistic has a value of 1.457, so again variables are autocorrelated. Using the Cochrane-Orcutt method we define the following regression:

$$E(R_{it}) = -0,374 + 0,438DEA_i + 0,424SDI_i + \varepsilon_i \quad (13)$$

The F test results in a significance of 99.99%. The p-values of the parameters of DEA and SDI variables show a significance of 38.75% and 99.41%, so the expected returns depend positively on efficiency –although the parameter is not significant– and SD for the period 2007-2012.

Finally, in the period 2007-2009 there is not multicollinearity (VIF 2,577 and tolerance 0,388) and Durbin-Watson statistic is 1.909, so there is not autocorrelation. The regression function is:

$$E(R_{it}) = -0,755 + 0,323DEA_i + 0,641SDI_i + \varepsilon_i \quad (14)$$

The p-value of F test is 99.99%, while the p-values of the parameters of DEA and SDI variables are 29.40% and 99.59%, respectively. This means that, as in the previous models, expected returns depends positively but not significantly on DEA and both positively and significantly on SD, for the period 2007-2009.

These results allow concluding that: (i) in the long data series (period 2000-2016), characterized by stable and positive returns, DEA prevails over SD in explaining expected returns; (ii) analogously, in the period of crisis (2007-2009) the weighing of DEA diminishes and raise the weighing of SD; (iii) anyway, generally DEA explains a higher proportion of expected returns with respect to SD; (iv) considering the three regressions, the model corresponding to the period 2007-2012 has the higher explanatory power; (v) in summary, DEA seems to be a better tool in the long-run for performance analysis, while SD provides better results in the short-run and in periods of turbulence.

#### 4. Conclusion

In this paper we have studied the role of efficiency, the preferences of investors in a risky environment, and performance of managers, using DEA and SD2 models. We have studied efficiency assuming variable returns to scale with an input orientation, and we have ranked the funds in our sample for three

periods: 2000-2016, 2007-2012 and 2007-2009. Additionally, we have sorted these funds according their SD using a SD index. Finally, we have estimated the alpha of each fund in order to study the quality of the management.

In general, there is a positive and significant relationship between these three indicators. We can conclude: (i) there are high and positive correlations between DEA, SD and alpha for the three periods; (ii) these indicators are positively correlated with returns and negatively correlated with risk, with a high significance level; (iii) DEA and SD are good explanatory variables of expected returns of mutual funds, with a direct relationship in both cases. Anyway, efficiency seems more effective in the long-run, while SD is more suitable in the short-run and in high volatility periods.

Finally, our sample shows a sharp linear relation between efficiency, SD and performance. This fact open some questions about related areas, as the effect of efficiency and SD on size of mutual funds in order to study possible economies of scale, or the role of DEA and SD models in asset pricing.

#### References:

- [1] Basso, A. and Funari, S. (2001) A Data Envelopment Analysis approach to measure the mutual fund performance. *European Journal of Operational Research*, Vol. 135, No.3, pp. 477-492.
- [2] Galagedera, D.U.A. and Silvapulle, P. (2002). Australian mutual fund performance appraisal using Data Envelopment Analysis. *Managerial Finance*, Vol. 28, No. 9, pp. 60-73.
- [3] Glawischnig, M. and Sommersguter-Reichmann, M. (2010) Assessing the performance of alternative investments using non-parametric efficiency measurement approaches: Is it convincing?. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 34, No 2, pp. 295-303.
- [4] Gregoriou, G.N., Sedzro N.K. and Zhu, J. (2005) Hedge fund performance appraisal using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, Vol. 164, No. 2, pp. 555-571.
- [5] Kerstens, K. and Eeckaut, P.V. (1999) Estimating returns to scale using non-parametric deterministic technologies: a new method based on goodness-of-fit. *European Journal of Operational Research*, Vol. 113, No. 1, pp. 206-214.
- [6] Kjsetsaa, R. and Kieff, M. (2003) Stochastic dominance analysis of equity mutual fund

- performance. *American Business Review*, Vol. 21, No. 1, pp.1-8.
- [7] Levy, H. and Sarnat, M. (1970) International Diversification of Investment Portfolios. *The American Economic Review*, Vol. 60, No. 4, pp. 668-675.
- [8] Lozano, S. and Gutiérrez, E. (2008) Data Envelopment Analysis of mutual funds based on second order stochastic dominance. *European Journal of Operational Research*, Vol. 189, pp. 230-244.
- [9] McMullen, P. and Strong, R.A. (1998) Selection of mutual funds using Data Envelopment Analysis. *Journal of Business and Economic Studies*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-14.
- [10] Murthi, B.P.S., Choi, Y.K. and Desai, P. (1997) Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, Vol. 98, No. 2, pp. 408-418.
- [11] Porter, R.B., and Gaumnitz, J.E. (1972) Stochastic dominance vs. mean-variance analysis: An empirical evaluation. *American and Economic Review*, Vol. 62, pp. 438-446.



Article

# Data Envelopment Analysis and Multifactor Asset Pricing Models

Pablo Solórzano-Taborga, Ana Belén Alonso-Conde \* and Javier Rojo-Suárez

Department of Business Administration, Rey Juan Carlos University, 28032 Madrid, Spain;  
p.solorzano@alumnos.urjc.es (P.S.-T.); javier.rojo@urjc.es (J.R.-S.)

\* Correspondence: ana.alonso@urjc.es; Tel.: +34-91-488-8045

Received: 28 February 2020; Accepted: 13 April 2020; Published: 17 April 2020



**Abstract:** Recent literature shows that market anomalies have significantly diminished, while research on market factors has largely improved the performance of asset pricing models. In this paper we study the extent to which data envelopment analysis (DEA) techniques can help improve the performance of multifactor models. Specifically, we test the explanatory power of the Fama and French three-factor model, combined with an additional factor based on DEA, on a sample of 2101 European equity funds, for the period from 2001 to 2016. Accordingly, we first form the fund portfolios that constitute our test assets and create the efficiency factor. Secondly, we estimate the prices of risk tied to the four factors using ordinary least squares (OLS) on a two-stage cross-sectional regression. Finally, we use the R-squared statistic estimated by generalized least squares (GLS), as well as the Gibbons Ross and Shanken test and the *J*-test for overidentifying restrictions in order to study the performance of the model, including and omitting the efficiency factor. The results show that the efficiency factor improves the performance of the model and reduces the pricing errors of the assets under consideration, which allows us to conclude that the efficiency index may be used as a factor in asset pricing models.

**Keywords:** data envelopment analysis; Fama–French; multifactor models; mutual funds; efficiency; asset pricing; market anomalies

**JEL Classification:** G12; G15

---

## 1. Introduction

In recent decades, research on financial market anomalies has given rise to a large number of new factors strongly related to asset returns, which have contributed to substantially improving the performance of multifactor asset pricing models. Additionally, recent research on the topic suggests that several well-known market anomalies have significantly diminished, promoting a renovated validity of the efficient market hypothesis. This fact considerably enhances the sustainability and stability of the financial system, contributing to an efficient allocation of resources. Specifically, [Chordia et al. \(2011\)](#) show that the intraday volatility of stock markets and the cross-sectional predictability of returns have decreased in recent years, resulting in a higher market efficiency. Consistently, [Chordia et al. \(2014\)](#) conclude that the greater trading activity has significantly downsized most market anomalies. Moreover, [McLean and Pontiff \(2016\)](#) suggest that investors learn about mispricing from academic publications, showing that portfolio returns tied to several variables useful for forecasting cross-sectional stock returns are significantly lower post-publication.

Notwithstanding the above, successful optimization techniques, such as data envelopment analysis (hereinafter DEA), have rarely been covered by the asset pricing literature, despite the fact that market factor models are directly related to efficient portfolios. [Basso and Funari \(2001\)](#) find that DEA

is highly correlated with some classic measures of performance, such as Treynor, Sharpe and Jensen ratios. Consistently, [Eling \(2006\)](#) shows that under certain assumptions, the rankings provided by DEA are very close to those provided by the Sharpe ratio, while [Vidal-Garcia et al. \(2018\)](#) analyze the short-term market efficiency of the mutual fund industry at a global level, finding strong evidence that, in general, equity funds are close to being mean–variance efficient. According to the Roll's Theorem ([Roll 1977](#)), if there is a risk-free rate, all efficient portfolios maximize the Sharpe ratio of the market and carry the same information about asset prices. However, the predictability pattern of stock returns ([Campbell and Shiller 1988](#)) makes it difficult to find an efficient portfolio in-sample that performs well out-of-sample when used as a risk factor. To solve this problem, the asset pricing literature has largely focused on searching for fundamental risk factors by studying a large number of market anomalies. To our best knowledge, previous research has rarely exploited the relationship that exists between DEA rankings and efficient portfolios to improve the performance of asset pricing models, but it has typically focused on using DEA to suggest specific methods for sorting mutual funds.

On this basis, in this paper we combine the Fama–French three-factor model ([Fama and French 1993](#)) with DEA tools, resulting in a new four-factor model. Particularly, we use DEA to generate a new market factor useful for determining expected excess returns, under the assumption that efficiency, as measured by DEA, can contribute to improving the performance of multifactor asset pricing models. As shown below, this allows our model to outperform the Fama–French three-factor model.

DEA methods comprise a wide range of nonparametric tools that use linear programming to capture the relationship between different inputs and outputs, in order to provide a ranking for a predetermined number of decision-making units (hereinafter DMUs). Such inputs and outputs can be flexibly chosen and can embed variables denominated in different units. Originally, DEA was conceived to evaluate the efficiency of public services, such as educational establishments ([Banker et al. 1984](#)). However, today, DEA methods are used in a wide range of activities, such as banking ([Sherman and Gold 1985](#)), the insurance industry ([Fecher et al. 1993](#)), or manufacturing ([Parkan 1991](#)). Since the 1990s, DEA tools have been used extensively to assess the efficiency of mutual funds, with [Murthi et al. \(1997\)](#) pioneering this research topic to a large extent.

Recent research on the financial applications of DEA largely focuses on suggesting ad hoc methods to sort mutual funds ([McMullen and Strong 1998](#); [Galagedera and Silvapulle 2002](#); [Basso and Funari 2001](#); [Basso and Funari 2005](#); [Basso and Funari 2016](#); [Zhao et al. 2011](#); [Babalos et al. 2015](#); [Premachandra et al. 2016](#); [Vidal-Garcia et al. 2018](#); [Andreu et al. 2018](#)), hedge funds ([Gregoriou and Gueyie 2003](#); [Gregoriou et al. 2005](#)), socially responsible mutual funds ([Basso and Funari 2005](#); [Basso and Funari 2007](#); [Pérez-Gladish et al. 2013](#); [Abdelsalam et al. 2014](#)) and pension funds ([Guillén 2011](#); [Gökğöz and Çandarlı 2011](#)). However, as noted above, to our best knowledge, DEA has been rarely used to improve the performance of asset pricing models, with a few exceptions as [Rubio et al. \(2018\)](#) for the US market.

Regarding DEA methodology, it allows determining an efficient frontier based on a given dataset, which does not require the explicit definition of a production function, that is, a concrete function that relates inputs and outputs, substantially increasing the versatility of the model. More precisely, DEA methodology ties the resources employed by a set of DMUs with the results achieved, considering that a DMU is efficient when it is either able to produce the maximum amount of output for a certain level of input, or is able to reach a certain level of output using the least amount of input ([Lovell 1993](#)). Therefore, for a set of DMUs, the model accounts for the inputs used and the outputs produced, in order to determine the best options by comparing each DMU with all the possible linear combinations in the sample.

Accordingly, DEA provides a score equal to one for all the efficient DMUs. In this regard, a DMU is efficient when it produces a higher outcome for some output without implying a lower outcome for the rest of the outputs, and without consuming more inputs. Equivalently, a DMU is efficient when, using a lesser amount of some input but not more of the rest, it produces the same output ([Charnes et al. 1981](#)). The main strengths of the methodology include the following: (i) DEA allows considering several inputs and outputs simultaneously, (ii) it does not require an explicit definition

of the relationship between inputs and outputs, (iii) each DMU is evaluated according to its relative efficiency with respect to the rest of DMUs and the linear combinations between them, (iv) inputs and outputs may be expressed in different units of measurement, and (v) the methodology allows us to sort the DMUs according to their relative efficiency.

On the other hand, factor asset pricing models use different variables—usually portfolios—to explain expected returns, in order to determine their effect on prices and to develop, among many others, performance attribution models. Although the task of finding factors with some explanatory power is challenging, nowadays there is a wide range of factors useful in asset pricing (Cochrane 2011; Feng et al. 2019). However, a lot of questions still remains to be answered, such as the hypothetical stability of the factors over time, the number of factors that are necessary to explain the cross-sectional behavior of stock returns, the best approaches to rank competing factor models and, more importantly, the definition of the underlying risk factors of special concern to investors that allow us to tie asset prices and macroeconomics.

In spite of its failure to correctly price portfolios sorted by book-to-market equity (BE/ME), the capital asset pricing model (CAPM) is one the most prominent market factor models. It assumes that expected returns are proportional to their covariances with the wealth portfolio, which is presumed to be efficient. On the other hand, the consumption capital asset pricing model (CCAPM) (Breedén 1979) assumes that expected returns are proportional to their covariance with per capita consumption growth in constant prices. (Lettau and Ludvigson 2001a; Lettau and Ludvigson 2001b) show that the consumption—wealth ratio, *cay*, strongly improves the explanatory power of both the CAPM and the CCAPM, as it captures part of the conditioning information available in the market.

With respect to multifactor models, the Fama–French three-factor model (Fama and French 1993) is especially remarkable given its great explanatory power and its ability to explain, among others, the value effect. On the other hand, Fama and French (2015) use operating profitability and investment to create two additional factors, which allow the authors to improve the performance of the three-factor model. Fama and French (2016) is consistent with these results. Additionally, Carhart (1997) shows that a momentum factor helps improve the performance of the Fama–French three-factor model when used as a performance attribution model. Chen et al. (2011) develop a new factor model that focuses on the production-side of the economy, with the average return of the market portfolio, the investment volume and the return-on-equity ratio as risk factors. Ammann et al. (2012) show that the explanatory power of that model is greater than that of most classic asset pricing models.

However, as mentioned above, there is not unanimity about the number of factors required to explain returns in cross-sectional models or about their concrete specification. Clarke (2014) develops a method to generate factors to price equities, while Harvey et al. (2016) collect up to 316 anomalies related to well-known factors. To the best of our knowledge, DEA methods have scarcely been used to design risk factors useful in asset pricing models, with the exception of Rubio et al. (2018), who take a different approach than the one used in this paper to study the explanatory power of DEA scores for mutual fund returns in the US market. The authors conclude that DEA scores help reduce pricing errors and have strong explanatory power.

In this paper we use the DEA methodology to form an efficiency factor, which helps us to improve the performance of the Fama–French three-factor model. As shown below, our results suggest that DEA can play an important role in generating fundamental risk factors. Furthermore, our results allow us to conclude that there is a negative relationship between efficiency and expected returns, which is coherent with the fact that the more efficient the funds, the higher their prices and, therefore, the lower their expected returns. This is consistent with McMullen and Strong (1998), who analyze 135 equity funds and conclude that the most popular funds often exhibit a poor performance.

Our study is divided into two parts. In the first part, we use the DEA methodology on a sample of 2101 European equity funds sorted into 20 size portfolios, to determine their efficiency on an annual basis, and then estimate the new efficiency factor. We calculate this factor as the difference between the returns of efficient and inefficient funds. In the second part, we test the multifactor asset pricing model



on our sample, both including and omitting the efficiency factor, in order to estimate the pricing errors and compare the results. For this purpose, we first run the time-series regressions of portfolio returns on factors, which provide us with all beta coefficients, and then run the cross-sectional regression of expected returns on betas, which provide us with the prices of risk tied to each factor. We use the Gibbons et al. (1989) statistic (hereinafter GRS test) and the *J*-test for overidentifying restrictions to evaluate the models under consideration.

Hereinafter the paper proceeds as follows: Section 2 describes the sample and shows the results of the DEA methodology. Section 3 shows the results of the multifactor models. Section 4 discusses the results and concludes.

## 2. Data and Efficiency Analysis

We compile monthly data for 2101 Euro/Eurozone equity funds, traded in euros, for the period from January 2001 to October 2016, as provided by Morningstar. Specifically, our data series cover the following categories: Europe ex-UK Large-Cap Equity; Europe Equity-Currency Hedged; Europe ex-UK Small/Mid-Cap Equity; Europe Flex-Cap Equity; Europe Large-Cap Blend Equity; Europe Large-Cap Growth Equity; Europe Large-Cap Value Equity; Europe Mid-Cap Equity; Europe Small-Cap Equity; Eurozone Flex-Cap Equity; Eurozone Large-Cap Equity; Eurozone Mid-Cap Equity and Eurozone Small-Cap Equity. We exclude funds that invest exclusively in domestic markets in order to avoid distortions arising from risk exposures to specific areas. Thus, although the assets under management of the categories under consideration amount to 3.72 billion euros, the assets under management for the funds that constitute our sample amount to 0.547 billion euros, that is, a 14.66% of the overall sum. Regarding the number of funds, our sample comprises 2101 out of 11,641 mutual funds, that is, the 18.04% of the total funds. Table 1 shows the main summary statistics<sup>1</sup>.

**Table 1.** Summary statistics for the sample of mutual funds<sup>1</sup>.

<b>Panel A: Returns</b>						
	Average	SD	Max	Min	Skewness	Kurtosis
	0.363	4.814	44.284	−44.543	−0.633	2.156
<b>Panel B: Volume (€ Mill.)</b>						
	Average	STD				
	547,100	689,962				

<sup>1</sup> The Table shows the summary statistics of a sample of 2101 European equity funds, for the period from January 2001 to October 2016.

It should be mentioned that throughout this paper we assume that the returns of the mutual funds under consideration are independent and identically distributed (i.i.d.), thus implicitly assuming that past performance helps us measure future performance. In any case, in the last decades, research on predictability has provided us with a wide range of variables and tools useful to forecast future returns. This fact puts into question the i.i.d. assumption and constitutes a limitation of the model. Additionally, it is worth mentioning that, in general, mutual funds provided positive returns in the period 2001–2016, despite the turbulent market environment of 2007–2008. In this framework, optimization techniques such as DEA play a key role in the task of measuring the relative performance of mutual funds. In this regard, Kapur and Timmermann (2005) study the implications on the equity premium of performance-based contracts in determining the compensation of fund managers. The authors conclude that relative performance is particularly reliable in evaluating the quality of management when the set of feasible contracts is restricted, especially in bullish markets.

<sup>1</sup> All data is publicly available at [dx.doi.org/10.17632/2xh658swv4.2](https://dx.doi.org/10.17632/2xh658swv4.2).

In general, Table 1 shows that returns exhibit a moderate volatility and a negative skewness for the period under consideration. In addition, kurtosis is positive, which means that the return data is highly concentrated around the mean.

We use the classic input-oriented DEA model with variable returns to scale (VRS). Although previous research has seldom used DEA to enhance classic asset pricing models, other literature studying the performance of mutual funds through DEA adopts extremely diverse approaches in this regard, ranging from classic constant returns to scale (hereinafter CRS), pioneered by Murthi et al. (1997), to multi-stage models, which allow us to differentiate multiple sub-processes in a sequential fashion (Premachandra et al. 2012; Zhao and Yue 2010).

In this regard, Berk and Green (2004) directly relate both the size and the performance of mutual funds, showing that the most profitable funds shall raise a large volume of funding over time, which will progressively lead them to undertake unprofitable investments, under the assumption of efficiency of the mutual fund market. This fact results in an alpha close to zero for most mutual funds, making it difficult, if not impossible, to measure the quality of management of such investments. This approach has two major implications for our model. First, near-zero alphas imply that there should be an asset pricing model which perfectly explains the expected returns of the majority of the mutual funds. As noted above, our model exploits the strong relationship between the rankings provided by DEA and the Sharpe ratio, to produce an efficiency risk factor suitable for explaining part of the cross-sectional variation of mutual fund returns. Second, since most mutual funds have a level of capital that allows them to operate optimally, we use VRS in order to account for the economies or diseconomies of scale that arise from varying the size of the fund.

In addition, in order to keep the model manageable, we use a single-stage instead a multi-stage model. In this regard, we must emphasize that our model does not require unbundling the value creation process of mutual funds, but rather provides a factor which allows us to capture the efficiency pattern of the portfolios under consideration. A single-stage model meets this requisite with a relatively low level of complexity. This is important since the increasing sophistication of DEA models can be part of the explanation for the ‘lack of visibility’ of the methodology in the financial practice (Basso and Funari 2016).

Under these assumptions, we can determine the efficiency level of any fund using linear programming, as follows:

$$\begin{aligned}
 \text{Max}_{(\alpha, v_i, u_r)} h_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\
 \text{Subject to :} & \\
 \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} &\leq 1, j = 1 \dots n \\
 u_r, v_i &\geq 0 \quad \forall r, i
 \end{aligned} \tag{1}$$

where:

$y_{r0}$ : Volume of output (1, 2... r) produced by the unit.

$u_r$ : Weightings, which represent the price of each output ( $y_{10}, y_{20} \dots y_{r0}$ ).

$x_{i0}$ : Volume of input (1, 2 ... i) consumed by the unit.

$v_r$ : Weightings ( $v_1, v_2 \dots v_i$ ) provided by the program, which represent the price of each input and are different for each unit.

Based on the weightings ( $u_r, v_i$ ), the restrictions ensure that the result of expression (1) is less than or equal to 1 for every DMU. Therefore, according to this model, a DMU is efficient when  $h_0 = 1$ , while every DMU that satisfies  $0 < h_0 < 1$  is inefficient. Since we use input-oriented DEA, the numerator of expression (1) is constant and then:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } \theta & \\
 \text{Subject to :} & \\
 x_i \theta - \chi \lambda &\geq 0 \\
 Y \lambda - y_r &\geq 0 \\
 \lambda &\geq 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

where:

$\theta$ : Distance from the data envelope in input units.

$\chi$ : Input matrix of order  $m \times n$ .

$Y$ : Output matrix of order  $s \times n$ .

$\lambda$ : Vector of weightings of order  $n$ .

$x_i$  : and  $y_r$  : Vectors of inputs and outputs, respectively.

One of the main hurdles of the methodology is to determine the specific inputs and outputs of the model. Table 2 shows the variables most frequently used by the literature. However, many other variables such as costs (e.g., commissions), systemic risk (betas) or non-systemic risk (tracking error) are perfectly feasible.

**Table 2.** Potential inputs and outputs in data envelopment analysis (DEA) <sup>1</sup>.

Inputs	
Risk measures	Standard deviation (SD)
	Lower partial moments order 1 (LPM <sub>1</sub> )
	Lower partial moments order 2 (LPM <sub>2</sub> )
	Lower partial moments order 3 (LPM <sub>3</sub> )
	Value at risk (VaR)
	Conditional value at risk (CVaR)
	Modified value at risk (MVaR)
	Kurtosis (K)
Outputs	
Return measures	Average return (Rme)
	Maximum return (Rmax)
	Minimum return (Rmin)
	Higher partial moments order 1 (HPM <sub>2</sub> )
	Higher partial moments order 2 (HPM <sub>3</sub> )
	Higher partial moments order 3 (HPM <sub>4</sub> )
	Skewness (S)

<sup>1</sup> This Table illustrates different variables frequently used as inputs and outputs in data envelopment analysis (DEA). The inputs include risk measures as well as lower order moments. The outputs are profitability measures and higher order moments.

As shown in Table 2, asset returns are often used as an output, although there is no unanimity on what particular class of return should be used: mean return, maximum or minimum return, etc. Remarkably, some research suggests specific measures such as the asymmetry (Wilkins and Zhu 2001), or qualitative indicators such as ethical factors (Basso and Funari 2003).

With regard to inputs, the literature on the topic explores a wide range of alternatives. Murthi et al. (1997) use the standard deviation of returns and the management fees, while Galagedera and Silvapulle (2002) use the standard deviation of returns, the distribution fees, the expense ratio and the minimum capital investment. Morey and Morey (1999) use the variance of returns, while Basso and Funari (2001) suggest using the standard deviation of returns, the beta coefficient, and the front-end and back-end loads. Glawischnig and Sommersguter-Reichmann (2010) research suggests using lower partial moments (hereinafter LPM), such as the lowest mean return, the lowest mean semivariance or the lowest mean semi-skewness. Although systemic and idiosyncratic risks are meaningful inputs which allow us to relate efficiency to a specific benchmark, they require using different benchmarks for each category of funds, which can be cumbersome. For this reason, we have ignored these variables in our study. Remarkably, Favre and Galeano (2002) develop a new version of the value-at-risk methodology, in what the authors call the modified value-at-risk (hereinafter MVaR), which uses the Cornish and Fisher (1937) methodology to compute the value-at-risk for the left tail of the distribution. This allows the authors to efficiently account for non-normally distributed returns. As shown below, the MVaR helps to largely explain the variance of the inputs under consideration in our model.

Eling (2006) suggests using either Spearman's rank correlation or principal component analysis to determine the inputs and outputs needed to apply DEA to hedge funds. The author shows that, under certain assumptions, the rankings provided by DEA methods are very similar to those provided by the Sharpe ratio when inputs and outputs are determined by using principal component analysis. However, the disparities between these two measures increase when Spearman's rank correlation is used. Although Spearman's rank correlation is highly recommended when DMUs do not fit well with classic performance measures—as is the case of hedge funds—the strong relationship between the maximum Sharpe ratio of the market—i.e., the Sharpe ratio of the mean–variance efficient portfolios—and fundamental risk factors (Roll 1977) makes us use the principal component analysis to determine inputs and outputs.

It is worth noting that this variable reduction procedure allows us to maximize the variance explained by the model and choose only those variables with the highest explanatory power. According to Adler and Golany (2002), the principal component analysis is highly recommended in DEA applications to integrate the variability of all risk and return measures. Specifically, the authors show that the principal component analysis greatly improves the discriminatory power of the model, helping us to avoid the risk that a large number of DMUs are considered efficient when the number of inputs and outputs is relatively high. This conclusion is consistent with those of Zhu (1998), Premachandra (2001) and Serrano Cinca and Molinero (2004). Table 3 shows the results of our principal components analysis.

**Table 3.** Principal component analysis for inputs and outputs.

Input	Component 1	Component 2	Output	Component 1	Component 2
SD	0.9689	0.0338	Average Return	0.5481	−0.0210
VaR 95%	0.8787	0.0568	Rmax	0.6882	0.4594
CVaR 95%	0.9866	0.0223	Rmin	−0.7217	0.3729
MVaR 95%	0.0152	0.9970	Skewness	−0.0225	0.9818
LPM 1	0.9813	0.0267	HPM 1	0.9807	0.0536
LPM 2	0.9930	0.0359	HPM 2	0.9782	0.0531
LPM 3	0.9892	0.0384	HPM 3	0.9767	0.0529
Kurtosis	0.4210	−0.0594			
Explained variance	72.47%	84.94%	Explained variance	59.65%	78.41%

Regarding inputs, lower partial moments order 2 (LPM2) is the variable with the greatest effect on component 1 (factor loading of 0.993), while MVaR 95% is the most relevant variable for component 2 (factor loading of 0.997). Remarkably, components 1 and 2 explain the 84.94% of the variance of the inputs. Regarding outputs, higher partial moments order 1 (HPM1) (factor loading of 0.98 for component 1) and skewness (factor loading of 0.982 for component 2) are the most important variables in the principal components analysis. As shown, components 1 and 2 explain the 78.41% of the variance of the outputs.

Once the inputs and outputs are determined, we sort the 2101 funds that constitute our sample into 20 size portfolios. Specifically, at the end of each year, we use the volume of assets under management to sort funds into percentiles. This allows us to determine monthly mean returns for 20 equal-weighted portfolios for the year following the portfolio formation period. Hereafter, portfolio 1 comprises the smallest funds and portfolio 20 comprises the largest ones.

Table 4 shows the summary statistics of our 20 portfolios, for the period from January 2001 to October 2016<sup>2</sup>. As shown, in general, small funds provide higher returns than large funds, but they also have higher standard deviations. Additionally, our results seem to reject normality of portfolio returns, revealing negative skewness in all cases.

<sup>2</sup> All data is publicly available at [dx.doi.org/10.17632/2xh658swv4.2](https://dx.doi.org/10.17632/2xh658swv4.2).

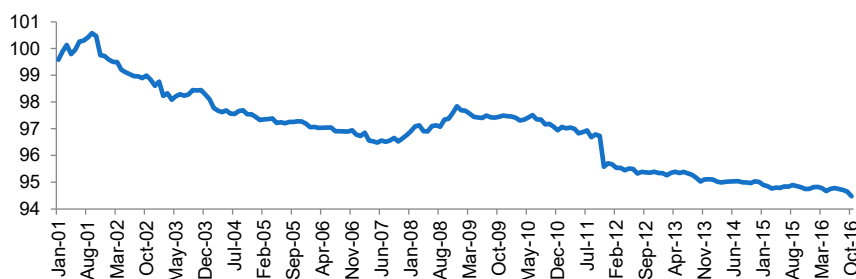
We use the methodology described above to estimate the DEA score of our 20 portfolios for each year in our time interval. Table 5 shows the average results<sup>3</sup>. These results suggest that small funds are more efficient than large funds, except in the case of the P18 portfolio, which exhibits a high DEA score despite its large size. Consequently, small size funds tend to be more efficient and, in general, provide higher returns.

**Table 4.** Summary statistics for the portfolios under consideration <sup>1</sup>.

Portfolio	Mean Return	SD	Skewness	Kurtosis	Jarque–Bera
P1 (Small)	0.251	4.781	−0.719	1.462	35.400
P2	0.247	4.504	−0.832	1.519	42.707
P3	0.170	4.783	−0.845	1.491	42.744
P4	0.246	4.782	−0.831	1.404	39.867
P5	0.235	4.587	−0.800	1.298	35.712
P6	0.243	4.609	−0.760	1.204	31.652
P7	0.260	4.518	−0.783	1.079	30.467
P8	0.235	4.598	−0.698	1.223	28.999
P9	0.269	4.562	−0.715	1.275	30.867
P10	0.211	4.733	−0.692	1.321	30.801
P11	0.241	4.731	−0.697	1.274	30.023
P12	0.258	4.733	−0.669	1.133	25.882
P13	0.194	4.600	−0.733	1.109	28.431
P14	0.252	4.700	−0.732	1.051	27.323
P15	0.275	4.528	−0.744	1.260	31.983
P16	0.280	4.659	−0.717	1.425	34.373
P17	0.244	4.697	−0.695	1.034	25.235
P18	0.166	4.555	−0.693	1.092	26.201
P19	0.201	4.397	−0.664	1.142	25.821
P20 (Big)	0.176	4.605	−0.687	1.039	24.961

<sup>1</sup> The table shows the summary statistics for 20 size-portfolios formed from an initial sample of 2101 European equity funds, for the period from October 2000 to October 2016. At the end of each year the funds are sorted according to the volume of assets under management in 20 equal-weighted portfolios. P1 is the portfolio comprising the smallest funds, while P20 is the portfolio comprising the largest funds.

These results allow us to sort our sample into efficient portfolios (DEA score equal to one) and inefficient portfolios (DEA score less than one), for each year. Accordingly, we generate the efficiency factor for each period by determining the difference between the average return of the efficient and inefficient portfolios. Figure 1 shows the pattern of the efficiency factor over time, with base 100 and a logarithm scale. As shown, for the period 2007–2009—the crisis period—the efficiency of mutual funds increases significantly.



**Figure 1.** Efficiency factor pattern for the period 2001–2016.

<sup>3</sup> All results are publicly available at [dx.doi.org/10.17632/2xh658swv4.2](https://dx.doi.org/10.17632/2xh658swv4.2).

Table 5. DEA scores <sup>1</sup>.

Portfolios	Average Score	Mean Return
P1 (Small)	1.000	0.251
P2	0.964	0.247
P3	0.963	0.170
P4	0.934	0.246
P5	0.917	0.235
P6	0.917	0.243
P7	0.913	0.260
P8	0.900	0.235
P9	0.924	0.269
P10	0.887	0.211
P11	0.875	0.241
P12	0.876	0.258
P13	0.888	0.194
P14	0.895	0.252
P15	0.874	0.275
P16	0.891	0.280
P17	0.884	0.244
P18	0.947	0.166
P19	0.884	0.201
P20 (Big)	0.808	0.176
Average	0.907	0.233
P1-P20 spread	0.192	0.075

<sup>1</sup> The table shows the average results of the input-oriented DEA model with variable returns to scale, for a sample of 20 equal-weighted portfolios formed by 2101 European equity funds, for the period from October 2000 to October 2016. Additionally, the table shows the mean return for each portfolio. P1 is the portfolio comprising the smallest funds, while P20 is the portfolio comprising the largest funds.

### 3. Multifactor Asset Pricing Models Results

In this section we test the Fama–French three-factor model, both including and omitting the new efficiency factor, in order to check the impact of this new factor on the pricing errors of the model. We use the two-pass cross-sectional regression (CSR) method to estimate all parameters. Specifically, we first estimate all betas for our test assets using time-series regressions, and then run the cross-section regression of expected returns on betas to determine the prices of risk. We use the generalized method of moments (GMM) to correct the standard errors for cross-sectional autocorrelation and for the fact that betas are generated regressors. Additionally, we use both the GRS test and the *J*-test for overidentifying restrictions to test the null of asset pricing errors equal to zero.

The time-series regression function of the Fama–French three-factor model, including our new efficiency factor, can be written as follows:

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i^{RMRF} RMRF_t + \beta_i^{SMB} SMB_t + \beta_i^{HML} HML_t + \beta_i^{DEA} DEA_t + e_{it}; \forall t = 1, \dots, T \quad (3)$$

where  $R_{it}$  is the return of the portfolio  $i$  for the period  $t$ ,  $R_{ft}$  is the risk-free rate,  $RMRF_t$  is the market portfolio return minus the risk-free rate,  $SMB_t$  and  $HML_t$  are the size and value factors, respectively, according to the Fama and French (1993) model,  $DEA_t$  is the new efficiency factor,  $\alpha_i$  is the intercept and  $e_{it}$  is the error term.

The slopes of expression (3) measure the exposure of the portfolios to each factor, while the intercept  $\alpha_i$  captures the average return provided by each portfolio with respect to an equivalent passive investment. Thus, in general, a positive  $\alpha_i$  indicates that the fund is well managed, and vice versa. Logically, when the asset pricing model perfectly fits expected returns, all intercepts are zero.

Table A1 of the Appendix shows the time-series regression estimates for all portfolios under consideration, as well as the correlations between the factors, while Table A2 shows the same results

for the classic Fama–French three-factor model<sup>4</sup>. We use OLS to estimate all parameters. As shown in Table 1, RMRF is negatively correlated with the other factors. Conversely, SMB and HML are positive correlated, and the same is true for SMB and DEA. As shown, SMB and HML have a correlation close to zero, while DEA and HML have a correlation coefficient of 0.425.

Regarding to the new efficiency factor, it is remarkable that: (i) there is an inverse relation between efficiency and the market return, (ii) efficiency and size factors move in the same direction, and (iii) the efficiency factor and HML have a strong positive correlation.

As shown in Table A1, betas on RMRF are strongly significant for the 20 portfolios, with an average value of 0.71. Conversely, betas on the size factor are not significant except for the case of the four largest portfolios. Therefore, the bigger the size, the more important this factor becomes, having a negative correlation with the profitability of the portfolio. In our sample, HML has a poor explanatory power, with betas that are significant in only 6 out to 20 portfolios. With respect to the new efficiency factor, despite most betas being close to zero, they are significant in 17 portfolios, which supports its validity.

With regard to the three-factor model as shown in Table A2, RMRF is strongly significant in all cases, while the size factor is not significant, except for the case of the two largest portfolios. HML is significant in 15 out to 20 portfolios, with an average value of −0.17.

As noted above, in order to study the influence of each factor on the expected portfolio returns, we run the following cross-sectional regression of expected returns on betas:

$$E(R_i - R_f) = \gamma_0 + \gamma_1\beta_i^{RMRF} + \gamma_2\beta_i^{SMB} + \gamma_3\beta_i^{HML} + \gamma_4\beta_i^{DEA} + u_{it}; \forall i = 1, \dots, 20 \quad (4)$$

where  $\gamma_j$  is the price of risk for the factor  $j$ .

Table 6 shows that the prices of risk of all factors are positive with the exception of the efficiency factor, which is consistent with the mean of this factor that amounts to −0.0178. This fact allows us to conclude that the efficiency factor behaves inversely to performance, that is, the least efficient funds are those that have higher expected returns. This relation is consistent with the mechanics of other well-known factors such as SMB or HML. Specifically, these results suggest that the more efficient an investment is, the higher its price and, consequently, the lower the expected return. As in other tests of the Fama–French model in the literature, none of the factors is statistically significant except HML. However, this fact does not reduce the economic significance of the model.

Table 6. Cross-section regression results <sup>1</sup>.

Panel A										
	$\gamma_0$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	GRS	J-test		$R^2$	$R^2Adj$
Estimate	−0.0014 (0.0037)	0.0066 (0.0069)	0.0028 (0.0028)	0.0085 (0.0041)	−0.0194 (0.0362)	7.222 (0.031)	6.698 (0.035)	OLS	0.761	0.682
t-statistic	−0.3804	0.9595	1.0010	2.0916	−0.5366			GLS	0.708	0.611
Panel B										
Estimate	−0.0024 (0.0040)	0.0083 (0.0068)	0.0027 (0.0029)	0.0076 (0.0033)		7.980 (0.033)	7.057 (0.028)	OLS	0.695	0.619
t-statistic	−0.6299	1.2241	0.9459	2.3253				GLS	0.594	0.493

<sup>1</sup> This table shows the results of the cross-sectional regression of expected returns on betas, for 20 size portfolios comprising 2101 European equity funds. Panel A shows the results of the Fama–French three-factor model with an additional factor determined by DEA, while Panel B shows the results of the classic Fama–French three-factor model. We use GMM to correct standard errors for autocorrelation and for the fact that betas are generated regressors.

<sup>4</sup> All data is publicly available at [dx.doi.org/10.17632/2xh658sww4.2](https://dx.doi.org/10.17632/2xh658sww4.2).

The results provided by the R-squared statistics, the GRS test and the *J*-test confirm the explanatory power of the model and, more particularly, the efficiency factor. We estimate R-squared statistics using both OLS and GLS. As Lewellen et al. (2010) demonstrate, the GLS R-squared statistic constitutes a stronger hurdle for the model, since its value depends entirely on the theoretical efficiency of the set of factors. Table 6 shows that the GLS R-squared statistic of the three-factor model amounts to 59.4%, while it rises to 70.8% when we add the efficiency factor, which confirms the explanatory power of this factor. The GRS test and the *J*-test fail to reject the models. Specifically, for the three-factor model, the GRS and *J*-test statistics amounts to 7.98 and 7.057, respectively, while such statistics fall to 7.222 and 6.698 when we add the efficiency factor. Therefore, these results allow us to conclude that the efficiency factor reduces the probability of rejecting the model.

Figures 2 and 3 show that, in general, the results provided by the model are close to the 45° axis, which confirm the goodness of fit. As shown, with a GLS R-squared statistic of 70.8%, the four-factor model provides better results, which confirm that the efficiency factor has strong pricing implications for asset pricing models.

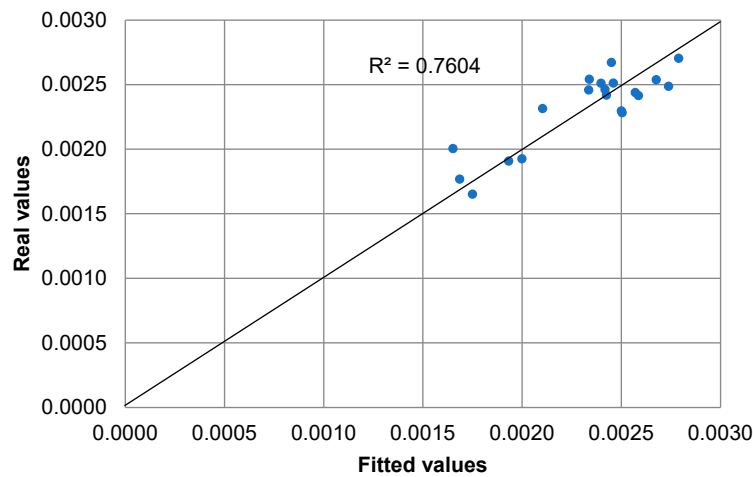


Figure 2. Real values versus estimated values for the four-factor model.

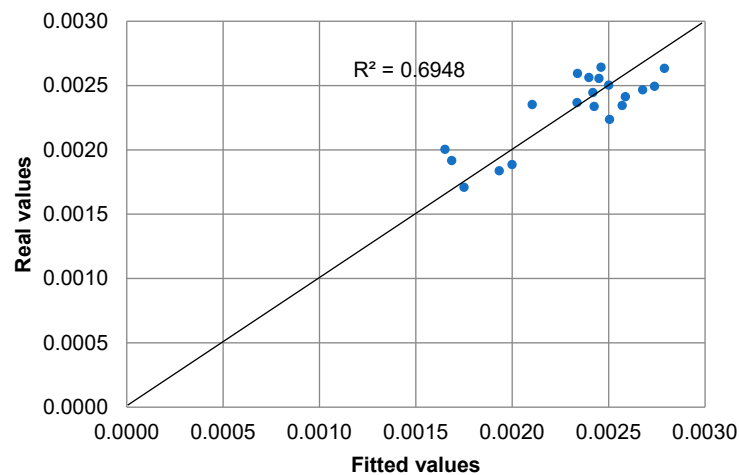


Figure 3. Real values versus estimated values for the three-factor model.

#### 4. Discussion and Conclusions

In this paper we use a sample of 2101 European equity funds sorted on 20 size portfolios, in order to test the impact of using DEA methodology to form a portfolio that can be used as a factor in asset pricing models, and more particularly, in the Fama–French three-factor model. The efficiency in DEA



terms has rarely been studied in the framework of asset pricing models, in spite of its high potential, with a few exceptions as [Rubio et al. \(2018\)](#). These authors study the explanatory power of DEA scores for mutual fund returns in the US market, concluding that DEA scores help reduce pricing errors and improve forecasting models.

Consequently, every year we calculate the DEA score of the 20 portfolios into consideration, in order to build a portfolio with a long position in efficient portfolios and a short position in inefficient ones. We test the Fama–French three-factor model both including and omitting the new efficiency factor. In all cases, the GRS test and the *J*-test fail to reject the models, while OLS and GLS R-squared statistics confirm the explanatory power of the new efficiency factor.

Both the price of risk of the efficiency factor and the mean of this factor confirm that the higher the efficiency, the lower the expected return. This fact seems to confirm the paradox of ‘the good stock, the bad investment’, as the most efficient funds shall have the highest prices and, consequently, the lowest expected returns.

Our results have three main implications for asset pricing research. First, DEA can be a powerful tool for forecasting asset returns. On the basis of the intertemporal-CAPM (ICAPM), any state variable describing shifts on the investment opportunity set of investors can be used as a factor in multifactor asset pricing models. These state variables must describe the conditional distribution of asset returns and, consequently, must help to forecast returns or macroeconomic series. In this framework, our efficiency factor operates as a mimicking portfolio of some risk factor of special concern to investors and, therefore, can be useful to forecast returns and future levels of efficiency. Accordingly, DEA can provide new insight in creating scaled portfolios and factors in conditional models.

Second, our research introduces an innovative and unexplored approach to create new factors that may be exploitable in asset pricing models. Typically, market factors are related to specific strategies that constitute anomalies in classic asset pricing models. By contrast, our approach allows us to generate factors not directly related to any anomaly, but related to the inputs and outputs selected in the analysis, which allows us a better control of the process. However, further research on the robustness of the efficiency factor to changes in the inputs and outputs is necessary.

Third, our methodology expands the number of factors available for performance attribution models. Specifically, efficiency factors can help to better measure alphas and quantify the fraction of the returns directly attributable to efficiency risk exposure. Moreover, DEA allows associating the performance of the mutual funds with the inputs used to estimate the DEA score.

Notwithstanding the above, our results raise several challenges that must be addressed in depth in future research. First, although the DEA factor contributes to improve the performance of the Fama–French three-factor model, the pricing errors provided by the four-factor model are far from being zero for most portfolios. Further research on the explanatory power of risk factors omitted in our analysis is necessary. In this respect, [Cao et al. \(2018\)](#) conduct a research on the Chinese stock market to determine to what extent the negative correlation between idiosyncratic volatility and stock returns can be explained by different key theories suggested by the literature. The authors follow a methodology based on different conditionally sorted portfolios and the monotonic relation between anomalies and stock returns to test whether the sensitivity of alphas to idiosyncratic volatility is statistically significant. For this purpose, the authors sort portfolios using a large number of variables, such as momentum, liquidity, capital gains overhang or turnover. We believe that future research should use this approach to supplement our model, as it can contribute to finding potential patterns in pricing errors.

Second, we believe that future research should implement more sophisticated methods to form fund portfolios in order to study to what extent our results are sensitive to the portfolio formation procedure. In this regard, [Pătări et al. \(2012\)](#) suggest an innovative approach that use DEA to integrate value investing and momentum investing strategies. The authors use different versions of DEA models, ranging from super-efficiency to cross-efficiency methods to study the capability of DEA tools in order to improve the performance of equity portfolios. The majority of the alphas provided by our four-factor model are relatively small, allowing the model to correctly price most portfolios under consideration.

However, future research should study whether the value creation arising from the portfolio formation process, as suggested by Pätäri et al. (2012), increases pricing errors.

Third, sustainable investing is becoming an important issue across global financial markets, so research on the performance of these assets is essential in order to achieve conclusions about their similarities and differences compared to classic mutual funds. In this regard, Durán-Santomil et al. (2019) study the effects of socially responsible investments (SRI) on the performance of European equity funds. Accordingly, we suggest deepening this relationship, using DEA to determine to what extent there is a large number of funds that are not declared sustainable, but that behave as if they were, and vice versa.

Finally, it is necessary to explicitly relate the efficiency in DEA terms with the classic efficiency in the mean–variance space, as this is a key element in asset pricing problems, given the relationship between mean–variance frontiers, beta models and discount factors (Cochrane 2005).

**Author Contributions:** The authors equally contributed to the development of this research. Conceptualization: P.S.-T., A.B.A.-C. and J.R.-S. Data curation: P.S.-T. Formal analysis: P.S.-T., A.B.A.-C. and J.R.-S. Investigation: P.S.-T., A.B.A.-C. and J.R.-S. Methodology: P.S.-T., A.B.A.-C. and J.R.-S. Project administration: A.B.A.-C. and J.R.-S. Resources: A.B.A.-C. and J.R.-S. Software: P.S.-T. and J.R.-S. Supervision: A.B.A.-C. and J.R.-S. Validation: A.B.A.-C. and J.R.-S. Visualization: A.B.A.-C. and J.R.-S. Writing—original draft: P.S.-T., A.B.A.-C. and J.R.-S. Writing—review and editing: A.B.A.-C. and J.R.-S. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

**Funding:** This research received no external funding.

**Conflicts of Interest:** The authors declare no conflict of interest.

## Appendix A

**Table A1.** Time-series regression results for the four-factor model <sup>1</sup>.

Panel A						
	$\alpha_i$	$\beta_i^{RMRF}$	$\beta_i^{SMB}$	$\beta_i^{HML}$	$\beta_i^{DEA}$	$R^2$
P1	0.00001 <i>0.008</i>	0.72500 <i>18.462 *</i>	−0.03498 <i>−0.362</i>	−0.13344 <i>−1.559</i>	−0.00672 <i>−0.904</i>	0.699
P2	−0.00015 <i>−0.082</i>	0.68950 <i>18.969 *</i>	0.03730 <i>0.417</i>	−0.10205 <i>−1.288</i>	−0.00577 <i>−0.840</i>	0.709
P3	−0.00068 <i>−0.366</i>	0.73318 <i>19.667 *</i>	−0.00146 <i>−0.015</i>	−0.23141 <i>−2.849 *</i>	−0.01505 <i>−2.136</i>	0.729
P4	−0.00027 <i>−0.159</i>	0.66036 <i>19.370 *</i>	0.02814 <i>0.335</i>	−0.07859 <i>−1.058</i>	−0.01493 <i>−2.316 *</i>	0.730
P5	−0.00028 <i>−0.155</i>	0.69663 <i>19.157 *</i>	−0.01145 <i>−0.128</i>	−0.09888 <i>−1.248</i>	−0.01045 <i>−1.520</i>	0.720
P6	−0.00018 <i>−0.104</i>	0.70371 <i>20.318 *</i>	−0.04959 <i>−0.582</i>	−0.11263 <i>−1.492</i>	−0.01544 <i>−2.359 *</i>	0.748
P7	0.00001 <i>0.003</i>	0.69221 <i>20.205 *</i>	−0.02033 <i>−0.241</i>	−0.11473 <i>−1.537</i>	−0.01373 <i>−2.119 *</i>	0.743
P8	−0.00029 <i>−0.169</i>	0.69893 <i>20.608 *</i>	−0.05205 <i>−0.623</i>	−0.11688 <i>−1.581</i>	−0.01911 <i>−2.981 *</i>	0.757
P9	0.00009 <i>0.054</i>	0.68879 <i>19.869 *</i>	−0.08391 <i>−0.983</i>	−0.08150 <i>−1.079</i>	−0.01565 <i>−2.388 *</i>	0.742
P10	−0.00036 <i>−0.203</i>	0.72169 <i>20.339 *</i>	−0.12809 <i>−1.467</i>	−0.11672 <i>−1.509</i>	−0.01475 <i>−2.199 *</i>	0.749
P11	−0.00016 <i>−0.091</i>	0.72227 <i>20.181 *</i>	−0.10462 <i>−1.188</i>	−0.09785 <i>−1.255</i>	−0.01301 <i>−1.922 **</i>	0.745

Table A1. Cont.

Panel A						
	$\alpha_i$	$\beta_i^{RMRF}$	$\beta_i^{SMB}$	$\beta_i^{HML}$	$\beta_i^{DEA}$	$R^2$
P12	−0.00012 −0.067	0.71936 20.862	−0.03390 −0.399	−0.14850 −1.976 *	−0.02247 −3.448 *	0.763
P13	−0.00052 −0.295	0.72088 20.351 *	−0.04617 −0.529	−0.21277 −2.757 *	−0.02463 −3.678 *	0.755
P14	−0.00005 −0.025	0.71099 20.019 *	−0.05945 −0.680	−0.14467 −1.869 **	−0.01921 −2.861 *	0.745
P15	0.00022 0.127	0.68800 19.733 *	−0.08782 −1.023	−0.07565 −0.995	−0.01133 −1.719 **	0.745
P16	−0.00001 −0.004	0.71240 20.874 *	−0.00394 −0.047	−0.11358 −1.527	−0.01885 −2.922 *	0.735
P17	−0.00010 −0.057	0.70986 20.603 *	−0.14161 −1.670 **	−0.10103 −1.345	−0.01922 −2.951 *	0.760
P18	−0.00068 −0.383	0.72072 20.382 *	−0.15536 −1.785 **	−0.15191 −1.971	−0.01856 −2.777 *	0.760
P19	−0.00026 −0.152	0.69972 20.940 *	−0.16780 −2.0410 *	−0.14017 −1.925 **	−0.01822 −2.885 *	0.753
P20	−0.00034 −0.210	0.71460 22.295 *	−0.20556 −2.606 *	−0.16629 −2.381 *	−0.01597 −2.636 *	0.764
Panel B						
	RMRF	SMB	HML	DEA		
RM−RF	1	−0.098	0.288	−0.294		
SMB		1.000	0.048	−0.071		
HML			1.000	0.114		
DEA				1		

<sup>1</sup> Panel A shows the results of the time-series regressions of the returns of 20 size portfolios of European equity mutual funds, on the three classic factors of Fama–French—RMRF, SMB and HML—and the new efficiency factor. Panel B shows the correlations between these factors. Significance: \* 0.05, \*\* 0.01.

Table A2. Time-series regression results for the three-factor model <sup>1</sup>.

	$\alpha_i$	$\beta_i^{RMRF}$	$\beta_i^{SMB}$	$\beta_i^{HML}$	$R^2$
P1	0.00013 0.064	0.73767 20.1171 *	−0.02400 −0.250	−0.15109 −1.814 **	0.698
P2	−0.00005 −0.030	0.70039 20.6417 *	0.04674 0.527	−0.11722 −1.521	0.708
P3	−0.00044 −0.232	0.76157 21.6597 *	0.02316 0.252	−0.27095 −3.3939 *	0.722
P4	−0.00003 −0.016	0.68852 21.3683 *	0.05255 0.624	−0.11780 −1.610	0.722
P5	−0.00011 −0.061	0.71635 21.0124 *	0.00564 0.063	−0.12634 −1.632	0.716
P6	0.00007 0.041	0.73284 22.3759 *	−0.02434 −0.284	−0.15320 −2.0601 *	0.740
P7	0.00023 0.134	0.71810 22.2287 *	0.00212 0.025	−0.15079 −2.0557 *	0.737
P8	0.00003 0.015	0.73499 22.7194 *	−0.02080 −0.246	−0.16710 −2.2748 *	0.745

Table A2. Cont.

	$\alpha_i$	$\beta_i^{RMRF}$	$\beta_i^{SMB}$	$\beta_i^{HML}$	$R^2$
P9	0.00035 0.200	0.71832 21.9044 *	−0.05832 −0.681	−0.12262 −1.647	0.734
P10	−0.00012 −0.066	0.74952 22.3809 *	−0.10397 −1.188	−0.15548 −2.0447 *	0.743
P11	0.00005 0.028	0.74680 22.1758 *	−0.08335 −0.947	−0.13202 −1.7265 **	0.740
P12	0.00025 0.142	0.76175 22.9835 *	0.00285 0.033	−0.20753 −2.7578 *	0.748
P13	−0.00012 −0.066	0.76735 22.4433 *	−0.00590 −0.066	−0.27747 −3.5742 *	0.737
P14	0.00027 0.149	0.74723 22.0979 *	−0.02803 −0.317	−0.19514 −2.5416 *	0.734
P15	0.00041 0.234	0.70938 21.6647 *	−0.06928 −0.810	−0.10543 −1.418	0.731
P16	0.00030 0.174	0.74796 22.9976 *	0.02689 0.316	−0.16310 −2.2087 *	0.749
P17	0.00022 0.123	0.74611 22.7135 *	−0.11018 −1.284	−0.15152 −2.0314 *	0.749
P18	−0.00037 −0.208	0.75574 22.4747 *	−0.12501 −1.423	−0.20067 −2.6282 *	0.743
P19	0.00004 0.025	0.73410 23.0654 *	−0.13801 −1.6590 **	−0.18804 −2.6021 *	0.754
P20	−0.00008 −0.047	0.74473 24.4820 *	−0.17945 −2.2578 *	−0.20825 −3.0151 *	0.776

<sup>1</sup> Panel A shows the results of the time-series regressions of the returns of 20 size portfolios of European equity mutual funds, on the three classic factors of Fama–French, RMRF, SMB, and HML. Significance: \* 0.05, \*\* 0.01.

## References

- Abdelsalam, Omneya, Meryem Duygun Fethi, Juan Carlos Matallín, and Emili Tortosa-Ausina. 2014. On the Comparative Performance of Socially Responsible and Islamic Mutual Funds. *Journal of Economic Behavior and Organization* 7: 108–28. [\[CrossRef\]](#)
- Adler, Nicole, and Boaz Golany. 2002. Including Principal Component Weights to Improve Discrimination in Data Envelopment Analysis. *Journal of the Operational Research Society* 53: 985–91. [\[CrossRef\]](#)
- Ammann, Manuel, Sandro Odoni, and David Oesch. 2012. An Alternative Three-factor Model for International Markets: Evidence from the European Monetary Union. *Journal of Banking and Finance* 36: 1857–64. [\[CrossRef\]](#)
- Andreu, Laura, Miguel Serrano, and Luis Vicente. 2018. Efficiency of mutual fund managers: A slacks-based manager efficiency index. *European Journal of Operational Research* 273: 1180–93. [\[CrossRef\]](#)
- Babalos, Vassilios, Michael Doumpis, Nikolaos Philippas, and Constantin Zopounidis. 2015. Towards a Holistic Approach for Mutual Fund Performance Appraisal. *Computational Economics* 46: 35–53. [\[CrossRef\]](#)
- Banker, Rajiv D., Abraham Charnes, and William W. Cooper. 1984. Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science* 30: 1078–92. [\[CrossRef\]](#)
- Basso, Antonella, and Stefania Funari. 2001. A Data Envelopment Analysis Approach to Measure the Mutual Fund Performance. *European Journal of Operational Research* 135: 477–92. [\[CrossRef\]](#)
- Basso, Antonella, and Stefania Funari. 2003. Measuring the Performance of Ethical Mutual Funds: A DEA Approach. *Journal of the Operational Research Society* 54: 521–31. [\[CrossRef\]](#)
- Basso, Antonella, and Stefania Funari. 2005. A Generalized Performance Attribution Technique for Mutual Funds. *Central European Journal of Operations Research* 13: 65–84.

- Basso, Antonella, and Stefania Funari. 2007. DEA Models for Ethical and non Ethical Mutual Funds with Negative Data. *Mathematics and Methods in Economics Finance* 2: 21–40.
- Basso, Antonella, and Stefania Funari. 2016. DEA Performance Assessment of Mutual Funds in Data Envelopment Analysis. In *A Handbook of Empirical Studies and Applications*. Edited by Joe Zhu. New York: Springer, pp. 229–88.
- Berk, Jonathan B., and Richard C. Green. 2004. Mutual Fund Flows and Performance in Rational Markets. *Journal of Political Economy* 112: 1269–95. [CrossRef]
- Breeden, Douglas T. 1979. An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities. *Journal of Financial Economics* 7: 265–96. [CrossRef]
- Campbell, John Y., and Robert J. Shiller. 1988. The Dividend-Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors. *Review of Financial Studies* 1: 195–227. [CrossRef]
- Cao, Zhiguang, Stephen Satchell, P. Joakim Westerholm, and Hui Henry Zhang. 2018. The Idiosyncratic Volatility Anomaly and the Resale Option in Chinese Stock Markets. Available online: <https://ssrn.com/abstract=3274652> (accessed on 3 April 2020).
- Carhart, Mark. M. 1997. On Persistence in Mutual Fund Performance. *Journal of Finance* 52: 57–82. [CrossRef]
- Charnes, Abraham, William W. Cooper, and Edward Rhodes. 1981. Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through. *Managerial Science* 27: 668–97. [CrossRef]
- Chen, Long, Robert Novy-Marx, and Lu Zhang. 2011. An Alternative Three-Factor Model. Available online: <https://ssrn.com/abstract=1418117> (accessed on 28 June 2019).
- Chordia, Tarun, Avanidhar Subrahmanyam, and Qing Tong. 2014. Have capital market anomalies attenuated in the recent era of high liquidity and trading activity? *Journal of Accounting and Economics* 58: 41–58. [CrossRef]
- Chordia, Tarun, Richard Roll, and Avanidhar Subrahmanyam. 2011. Recent trends in trading activity and market quality. *Journal of Financial Economics* 101: 243–63. [CrossRef]
- Clarke, Charles. 2014. The Level, Slope and Curve Factor Model for Stocks. Available online: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2526435](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2526435) (accessed on 17 November 2018).
- Cochrane, John H. 2011. Presidential Address: Discount Rates. *Journal of Finance* 66: 1047–1108. [CrossRef]
- Cochrane, John. H. 2005. *Asset Pricing*, Revised ed. Princeton: Princeton University Press.
- Cornish, Edmund A., and Ronald A. Fisher. 1937. Moments and Cumulants in the Specification of Distributions. *Review of the International Statistical Institute* 4: 307–20. [CrossRef]
- Durán-Santomil, Pablo, Luis Otero-González, Renato Heitor Correia-Domingues, and Juan Carlos Reboredo. 2019. Does Sustainability Score Impact Mutual Fund Performance? *Sustainability* 11: 2972. [CrossRef]
- Eling, Martin. 2006. Performance Measurement of Hedge Funds using Data Envelopment Analysis. *Financial Markets and Portfolio Management* 20: 442–71. [CrossRef]
- Favre, Laurent, and José-Antonio Galeano. 2002. Mean-Modified Value-at-Risk Optimization with Hedge Funds. *Journal of Alternative Investments* 5: 21–25. [CrossRef]
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. 2015. A Five-Factor Asset Pricing Model. *Journal of Financial Economics* 116: 1–22. [CrossRef]
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. 2016. Dissecting Anomalies with a Five-Factor Model. *Review of Financial Studies* 29: 69–103. [CrossRef]
- Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics* 33: 3–56. [CrossRef]
- Fecher, Fabienne, D. Kessler, Sergio Perelman, and Pierre Pestieau. 1993. Productive performance of the French insurance industry. *Journal of Productivity Analysis* 4: 77–93. [CrossRef]
- Feng, Guan hao, Stefano Giglio, and Dacheng Xiu. 2019. *Taming the Factor Zoo A Test of New Factors*. Fama-Miller Working Paper. Chicago Booth Research Paper No. 17(4). Chicago, IL, USA: Chicago Booth School of Business, pp. 1–56.
- Galagedera, Don Upatissa Asoka, and Param Silvapulle. 2002. Australian Mutual Fund Performance Appraisal using Data Envelopment Analysis. *Managerial Finance* 28: 60–73. [CrossRef]
- Gibbons, Michael. R., Stephen A. Ross, and Jay Shanken. 1989. A Test of the Efficiency of a Given Portfolio. *Econometrica* 57: 1121–52. [CrossRef]

- Glawischnig, Markus, and Margit Sommersguter-Reichmann. 2010. Assessing the Performance of Alternative Investments using Non-parametric Efficiency Measurement Approaches: Is it convincing? *Journal of Banking and Finance* 34: 295–303. [\[CrossRef\]](#)
- Gökgöz, Fazil, and Duygu Çandarlı. 2011. Data Envelopment Analysis: A Comparative Efficiency Measurement for Turkish Pension and Mutual Funds. *International Journal of Economic Perspectives* 5: 261–81.
- Gregoriou, Greg N., and Jean Pierre Gueyie. 2003. Risk-Adjusted Performance of Funds of Hedge Funds using a Modified Sharpe Ratio. *Journal of Wealth Management* 6: 77–83. [\[CrossRef\]](#)
- Gregoriou, Greg. N., Komlan Sedzro, and Joe Zhu. 2005. Hedge Fund Performance Appraisal using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* 164: 555–71. [\[CrossRef\]](#)
- Guillén, Jorge. 2011. Latin American Private Pension Funds' Vulnerabilities. *Economía Mexicana* 20: 357–78.
- Harvey, Campbell. R., Yan Liu, and Heqing Zhu. 2016. ... and the Cross-Section of Expected Returns. *Review of Financial Studies* 29: 5–68. [\[CrossRef\]](#)
- Kapur, Sandeep, and Allan Timmermann. 2005. Relative Performance Evaluation Contracts and Asset Market Equilibrium. *Economic Journal* 115: 1077–102. [\[CrossRef\]](#)
- Lettau, Martin, and Sydney Ludvigson. 2001a. Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns. *Journal of Finance* 56: 815–49. [\[CrossRef\]](#)
- Lettau, Martin, and Sydney Ludvigson. 2001b. Resurrecting the (C)CAPM: A Cross-Sectional Test When Risk Premia Are Time-Varying. *Journal of Political Economy* 109: 1238–87. [\[CrossRef\]](#)
- Lewellen, Jonathan, Stefan Nagel, and Jay Shanken. 2010. A Skeptical Appraisal of Asset-Pricing Tests. *Journal of Financial Economics* 96: 175–94. [\[CrossRef\]](#)
- Lovell, C. A. Knox. 1993. Production Frontiers and Productive Efficiency. In *Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*. Edited by Harold O. Fried, C. A. Knox Lovell and Shelton S. Schmidt. New York: Oxford University Press, pp. 3–67.
- McLean, R. David, and Jeffrey Pontiff. 2016. Does academic research destroy stock return predictability? *Journal of Finance* 71: 5–32. [\[CrossRef\]](#)
- McMullen, Patrick, and Robert Strong. 1998. Selection of Mutual Funds using Data Envelopment Analysis. *Journal of Business and Economics Studies* 4: 1–12.
- Morey, Matthew R., and Richard C. Morey. 1999. Mutual Fund Performance Appraisals: A Multi-horizon Perspective with Endogenous Benchmarking. *Omega* 27: 241–58. [\[CrossRef\]](#)
- Murthi, B. P. S., Yoon K. Choi, and Preyas Desai. 1997. Efficiency of Mutual Funds and Portfolio Performance Measurement: A Non-parametric Approach. *European Journal of Operational Research* 98: 408–18. [\[CrossRef\]](#)
- Parkan, Celik. 1991. The Calculation of Operational Performance Ratings. *International Journal of Production Economics* 24: 165–73. [\[CrossRef\]](#)
- Pätäri, Eero, Timo Leivo, and Samuli Honkapuro. 2012. Enhancement of Equity Portfolio Performance Using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* 220: 786–97. [\[CrossRef\]](#)
- Pérez-Gladish, Blanca, Paz Méndez Rodríguez, Bouchra M'zali, and Pascal Lang. 2013. Mutual Funds Efficiency Measurement under Financial and Social Responsibility Criteria. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 20: 109–25. [\[CrossRef\]](#)
- Premachandra, I. M. 2001. A Note on DEA vs Principal Component Analysis: An Improvement to Joe Zhu's Approach. *European Journal of Operational Research* 132: 553–60. [\[CrossRef\]](#)
- Premachandra, I. M., Joe Zhu, John Watson, and Don Upatissa Asoka Galagedera. 2016. Mutual Fund Industry Performance: A Network Data Envelopment Analysis Approach. In *Data Envelopment Analysis. International Series in Operations Research & Management Science*. Edited by Joe Zhu. Boston: Springer, vol. 238, pp. 165–228.
- Premachandra, I. M., Joe Zhu, John Watson, and Don Upatissa Asoka Galagedera. 2012. Best-performing US Mutual Fund Families from 1993 to 2008: Evidence from a Novel two-stage DEA model for Efficiency Decomposition. *Journal of Banking and Finance* 36: 3302–17. [\[CrossRef\]](#)
- Roll, Richard. 1977. A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics* 4: 129–76. [\[CrossRef\]](#)
- Rubio, J. Francisco, Neal Maroney, and M. Kabir Hassan. 2018. Can Efficiency of Returns Be Considered As a Pricing Factor? *Computational Economics* 52: 25–54. [\[CrossRef\]](#)
- Serrano Cinca, Carlos, and Cecilio Mar Molinero. 2004. Selecting DEA Specifications and Ranking Units Via PCA. *Journal of the Operational Research Society* 55: 521–28. [\[CrossRef\]](#)

- Sherman, H. David, and Franklin Gold. 1985. Bank branch operating efficiency: Evaluation with Data Envelopment Analysis. *Journal of Banking & Finance* 9: 297–315.
- Vidal-Garcia, Javier, Marta Vidal, Sabri Boubaker, and Majdi Hassan. 2018. The Efficiency of Mutual Funds. *Annals of Operation Research* 267: 555–84. [[CrossRef](#)]
- Wilkens, Kathryn, and Joe Zhu. 2001. Portfolio Evaluation and Benchmark Selection: A Mathematical Programming Approach. *Journal of Alternative Investments* 4: 9–19. [[CrossRef](#)]
- Zhao, Xiujuan, and Wuyi Yue. 2010. A Multi-subsystem Fuzzy DEA Model with its Application in Mutual Funds Management Companies' Competence Evaluation. In *International Conference on Computer Science*. Amsterdam: Elsevier, pp. 2479–88.
- Zhao, Xiujuan, Shouyang Wang, and King Keung Lai. 2011. Mutual Funds Performance Evaluation based on Endogenous Benchmarks. *Expert Systems with Applications* 38: 3663–70. [[CrossRef](#)]
- Zhu, Joe. 1998. Data Envelopment Analysis vs. Principal Component Analysis: An Illustrative Study of Economic Performance of Chinese Cities. *European Journal of Operational Research* 111: 50–61. [[CrossRef](#)]



© 2020 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).