

# INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

## Grado en Ingeniería en Organización Industrial (2023/2024)

### Problemas Resueltos

©2023 Autor Gonzalo Del Pozo Melero

Algunos derechos reservados

Este documento se distribuye bajo la licencia  
“Atribución-Compartir Igual 4.0 Internacional” de Creative Commons,  
disponible en <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>

# Temario

## **Bloque I. Ingeniería Eléctrica**

- Tema 1. Teoría de circuitos DC y AC.
- Tema 2. Circuitos de corriente trifásica.
- Tema 3. Fundamentos de máquinas eléctricas

## **Bloque II. Electrónica Analógica**

- Tema 4. Amplificador Operacional. Amplificación y ganancia.
- Tema 5. Diodo y rectificación.
- Tema 6. Transistor bipolar. Transistor de efecto campo.

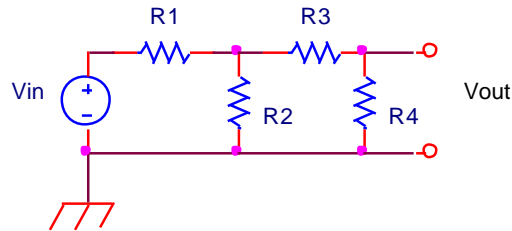
## **Bloque III. Electrónica Digital**

- Tema 7. Fundamentos de electrónica digital

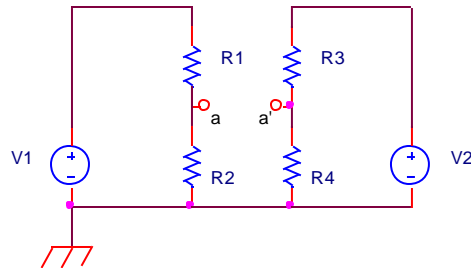
# Bloque I. Ingeniería Eléctrica

# Tema 1. Problemas DC

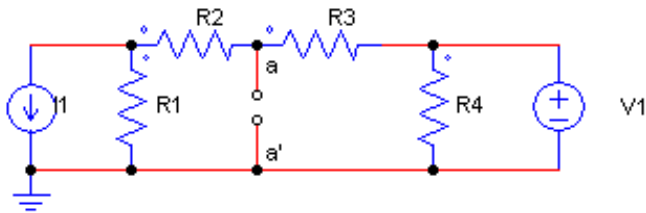
**Problema 1.** Calcular el voltaje de salida,  $V_{out}$  si el de entrada,  $v_{in}$  es 6 V y el valor de las resistencias es  $R_1 = R_2 = 10\text{ k}\Omega$  y  $R_3 = R_4 = 20\text{ k}\Omega$ .



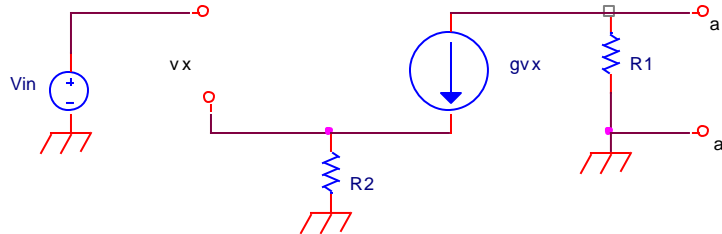
**Problema 2.** Calcular el voltaje que cae entre a y a' si  $V_1 = 12\text{ V}$ ,  $V_2 = 5\text{ V}$  y las resistencias valen  $10\text{ k}\Omega$ . Calculad la corriente que circula entre a y a' si se hace un cortocircuito entre ambos puntos.



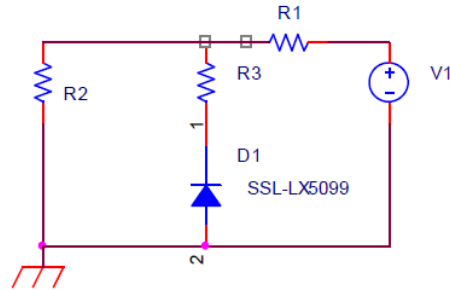
**Problema 3.** Hallar aplicando el principio de superposición el voltaje que cae entre a y a'.



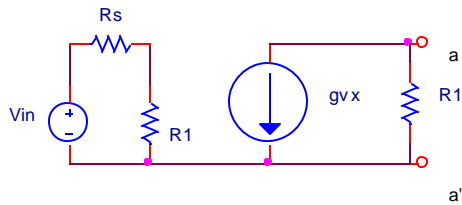
**Problema 4.** Hallar el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'



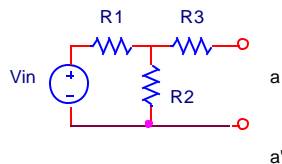
**Problema 5.** Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo  $R_1 = 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 0.9\text{ k}\Omega$ ,  $V_1 = 10\text{ V}$ .



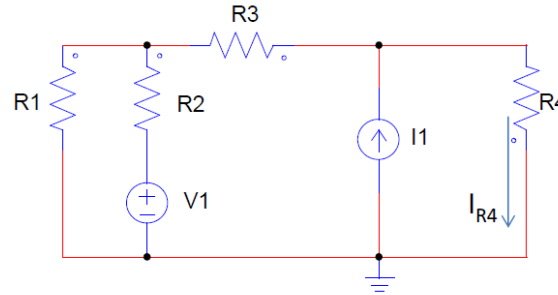
**Problema 6.** Calcular el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'.  $V_x$  es el voltaje que cae en  $R_1$  (izquierda)



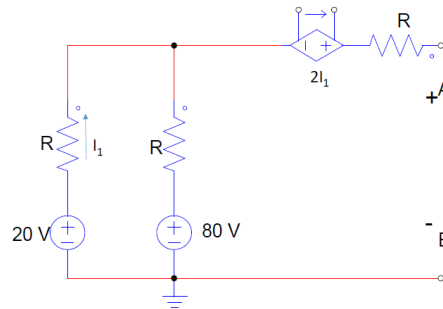
**Problema 7** Calcular el circuito equivalente de Thévenin y de Norton entre a y a'.



**Problema 8.** Calcula la corriente que circula por la resistencia R4 aplicando el principio de superposición. Datos:  $R_1=27\Omega$ ,  $R_2=47\Omega$ ,  $R_3=4\Omega$ ,  $R_4=23\Omega$ ,  $V_1=200V$ ,  $I_1=20A$ .

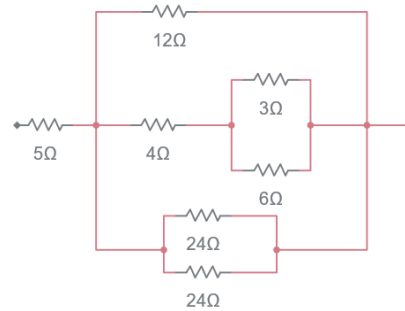


**Problema 9.** Calcula el circuito equivalente de Thevenin entre los puntos A y B.  $R = 1\Omega$ .

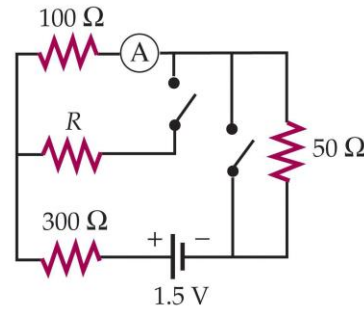


**Problema 10** Se tienen tres lámparas marcadas como A, B y C. Se observa que si se aplican 220 V a cada una de ellas, su consumo es de 55, 100 y 160 W, respectivamente. Si ahora se conectan las tres lámparas en serie y se aplican 380 V al conjunto, determina la potencia que consume cada una de las lámparas.

**Problema 11.** Si se sabe que por la resistencia de  $5\ \Omega$  circula una corriente de  $12\ \text{A}$ , ¿Qué corriente pasa por la resistencia de  $6\ \Omega$  del circuito de la figura?

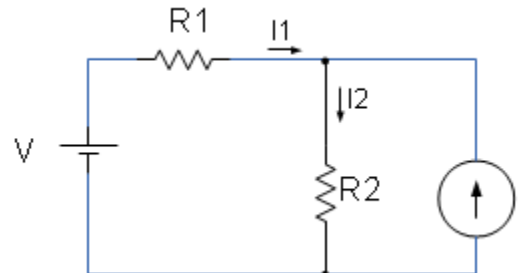


**Problema 12.** En el circuito indicado en la figura, calcula el valor de la resistencia  $R$  para que la lectura del amperímetro sea la misma cuando ambos interruptores están abiertos y cuando ambos están cerrados.



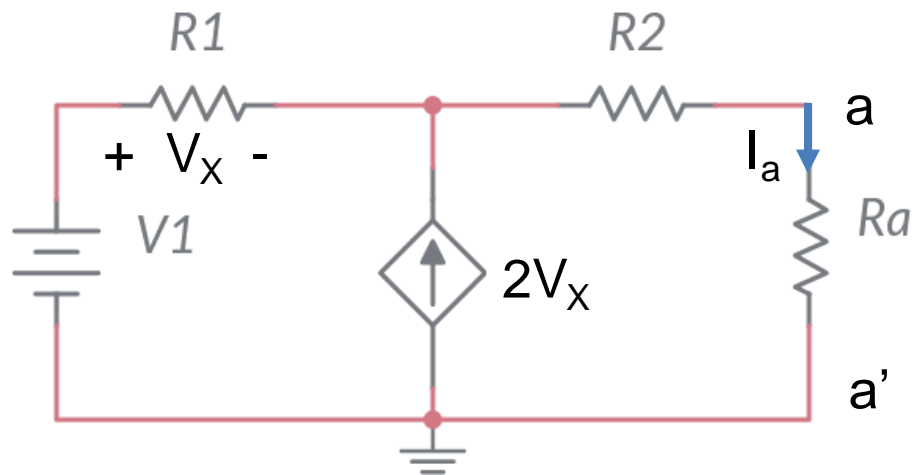
**Problema 13:** Calcular las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$ . Y las caídas de tensión en las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ .  $R_1 = 3\ \Omega$ ,  $R_2 = 6\ \Omega$ ,  $V = 12\ \text{V}$ ,  $I = 0,5\ \text{A}$ . Se recomienda resolverlo 4 veces usando los métodos explicados:

1. El teorema de superposición
2. Las leyes de Kirchhoff
3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

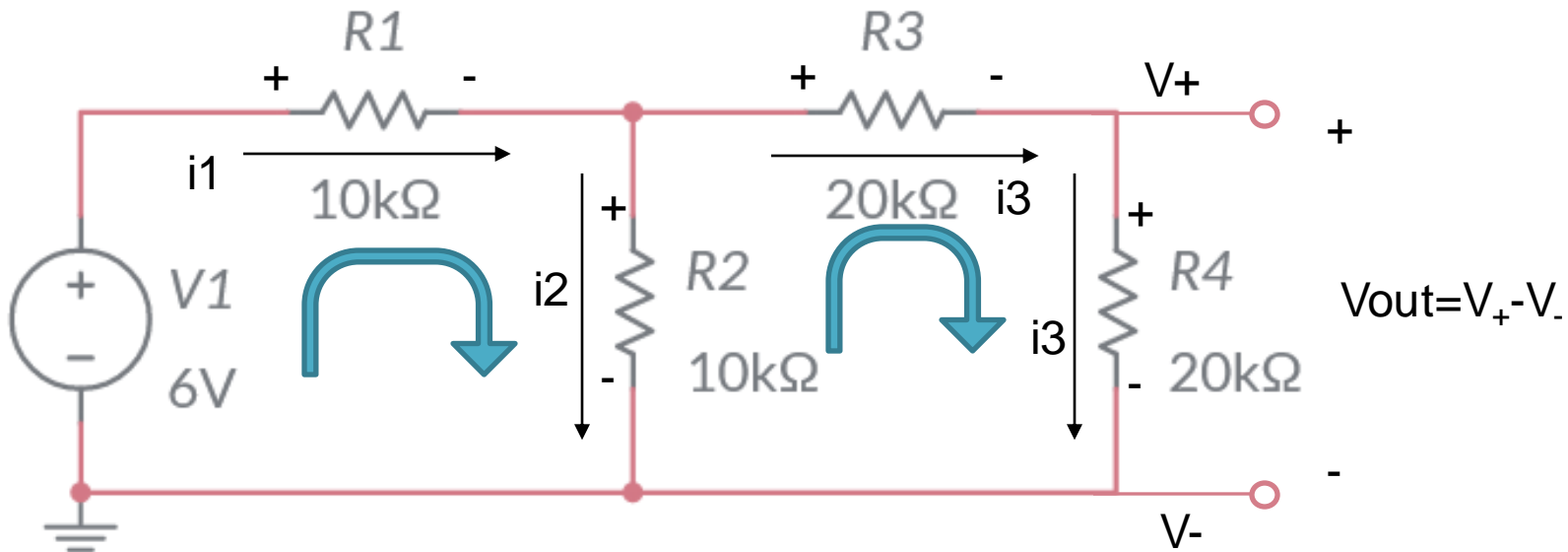




**Problema 14.** Calcula la tensión que cae entre  $a$  y  $a'$ . Calcula la corriente que circula por la resistencia  $R_a$ . Siendo  $V_1 = 10V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ , y  $R_a = 3\Omega$ .



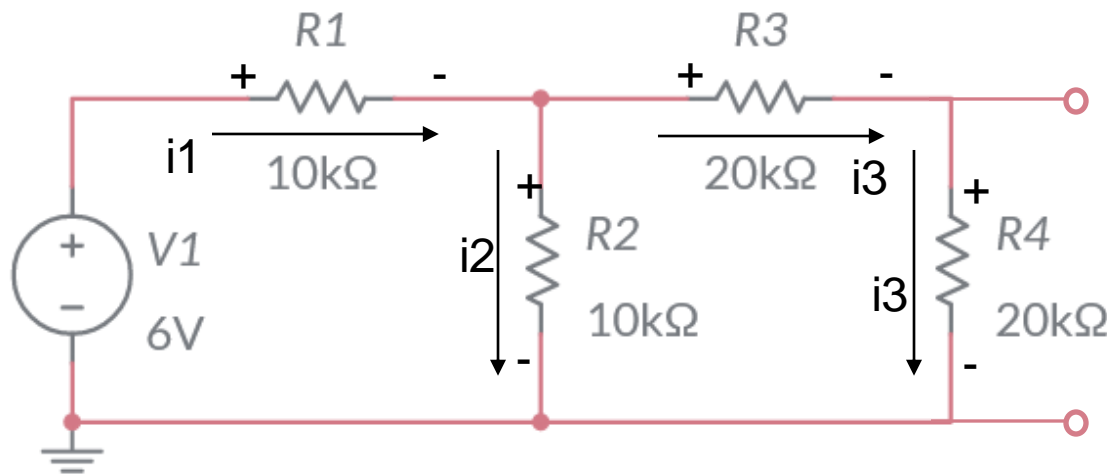
**Problema 1.** Calcular el voltaje de salida,  $V_{out}$  si el de entrada,  $V_{in}$  es 6 V y el valor de las resistencias es  $R_1 = R_2 = 10\text{ k}\Omega$  y  $R_3 = R_4 = 20\text{ k}\Omega$ .




Nodo:  $i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow i_3 = i_1 - i_2$

Mallas:

$$\begin{aligned}
 V_{in} &= V_{R1} + V_{R2} = R_1 i_1 + R_2 i_2 \\
 V_{R2} - V_{R3} - V_{R4} &= 0 = R_2 i_2 - R_3 i_3 - R_4 i_3 = 0 \\
 \rightarrow R_2 i_2 - R_3 (i_1 - i_2) - R_4 (i_1 - i_2) &= 0
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 V_{in} &= R_1 i_1 + R_2 i_2 \\
 R_2 i_2 - R_3(i_1 - i_2) - R_4(i_1 - i_2) &= 0
 \end{aligned}$$



$$6 = 10i_1 + 10i_2$$

$$10i_2 - 20(i_1 - i_2) - 20(i_1 - i_2) = 0 \rightarrow -40i_1 + 50i_2 = 0$$

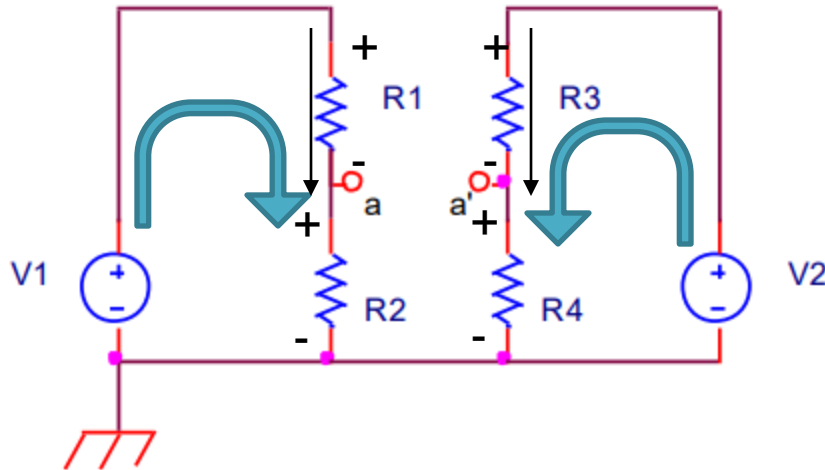
$$\left. \begin{aligned}
 6 &= 10i_1 + 10i_2 \\
 -40i_1 + 50i_2 &= 0 \rightarrow \\
 i_2 &= \frac{40i_1}{50} = \frac{4i_1}{5}
 \end{aligned} \right\} 6 = 10i_1 - 10 \frac{4i_1}{5} = 18i_1 \rightarrow i_1 = \frac{6}{18} = 0.333 \text{ mA}$$

$$i_2 = \frac{4i_1}{5} = 0.267 \text{ mA}$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 0.333 - 0.267 = 0.067 \text{ mA}$$

$$V_{out} = i_3 * R_4 = 0.067 \times 20 = 1.33 \text{ V}$$

**Problema 2.** Calcular el voltaje que cae entre a y a' si  $V1 = 12\text{ V}$ ,  $V2 = 5\text{ V}$  y las resistencias valen  $10\text{ k}\Omega$ .  
 Calculad la corriente que circula entre a y a' si se hace un cortocircuito entre ambos puntos



$$V_{aa'} = V_a - V_{a'}$$

$$\begin{aligned}
 V1 &= V_{R1} + V_{R2} & V1 &= i_1 R_1 + i_1 R_2 \\
 V2 &= V_{R3} + V_{R4} & V2 &= i_2 R_3 + i_2 R_4
 \end{aligned}$$

$$i_1 = \frac{V1}{R_1 + R_2} = \frac{12}{20} = 0.6\text{ mA}$$

$$i_2 = \frac{V2}{R_3 + R_4} = \frac{5}{20} = 0.25\text{ mA}$$

$$V_a = i_1 R_2 = 0.6 * 10 = 6\text{ V}$$

$$V_a - V_{a'} = 6 - 2.5 = 3.5\text{ V}$$

$$V_{a'} = i_2 R_4 = 0.25 * 10 = 2.5\text{ V}$$

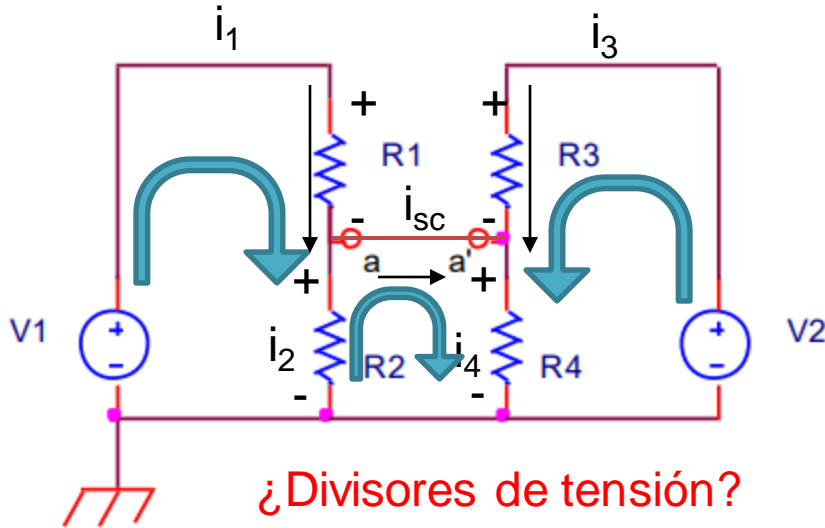
$$V_{a'} = i_2 R_4 = 0.25 * 10 = 2.5\text{ V}$$

Divisor de tensión

$$V_a = V1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 * 0.5$$

$$V_{a'} = V2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 5 * 0.5 = 2.5\text{ V}$$

Calculad la corriente que circula entre a y a' si se hace un cortocircuito entre ambos puntos



$$V1 = V_{R1} + V_{R2}$$

$$V1 = i_1 R_1 + i_2 R_2$$

$$V2 = V_{R3} + V_{R4}$$

$$V2 = i_3 R_3 + i_4 R_4$$

$$i_1 = i_2 + i_{sc}$$

$$V1 = (i_2 + i_{sc}) R_1 + i_2 R_2$$

$$i_3 + i_{sc} = i_4$$

$$V2 = (i_4 - i_{sc}) R_3 + i_4 R_4$$

$$V_{R2} = V_{R4} \rightarrow i_2 R_2 = i_4 R_4 \rightarrow i_4 = \frac{i_2 R_2}{R_4}$$

$$V1 = (i_2 + i_{sc}) R_1 + i_2 R_2$$

$$V2 = \left( \frac{i_2 R_2}{R_4} - i_{sc} \right) R_3 + \frac{i_2 R_2}{R_4} R_4$$

$$12 = (i_2 + i_{sc}) 10 + i_2 10 = 20i_2 + 10i_{sc}$$

$$5 = \left( \frac{i_2 10}{10} - i_{sc} \right) 10 + \frac{i_2 10}{10} 10 = 20i_2 - 10i_{sc}$$

$$12 = 20i_2 + 10i_{sc}$$

$$12 + 5 = 20i_2 + 20i_2 + 10i_{sc} - 10i_{sc} \quad i_2 = \frac{17}{40} = 0.425 \text{ mA}$$

$$5 = 20i_2 - 10i_{sc}$$

$$i_4 = i_2 = 0.425 \text{ mA}$$

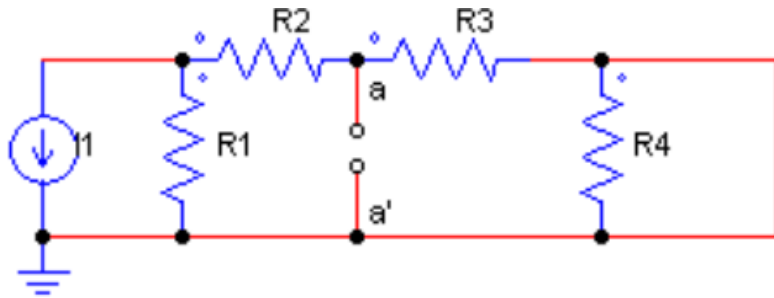
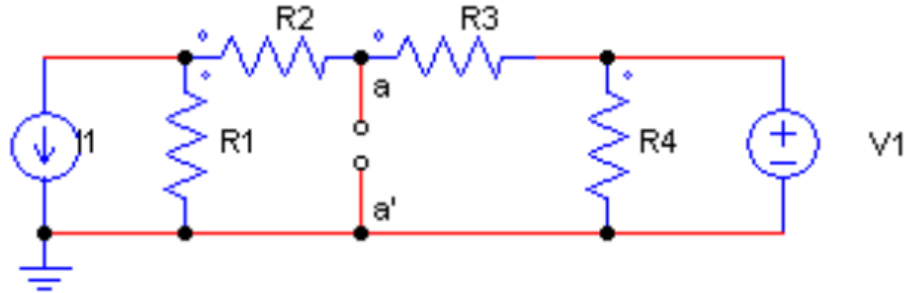
$$V1 = i_1 R_1 + i_2 R_2 \rightarrow i_1 = \frac{V1 - i_2 R_2}{R_1} = 0.775 \text{ mA}$$

$$i_{sc} = i_1 - i_2 = 0.35 \text{ mA}$$

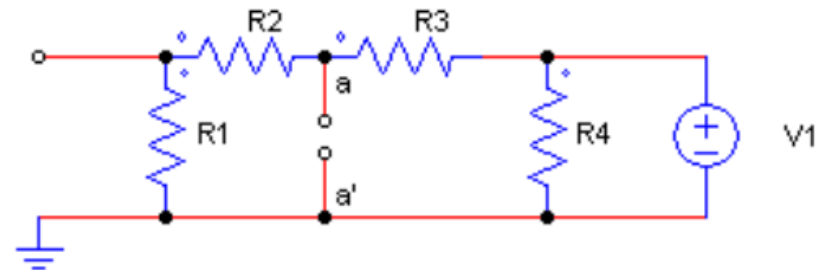
$$V2 = i_3 R_3 + i_4 R_4 \rightarrow i_3 = \frac{V2 - i_4 R_4}{R_3} = 0.075 \text{ mA}$$

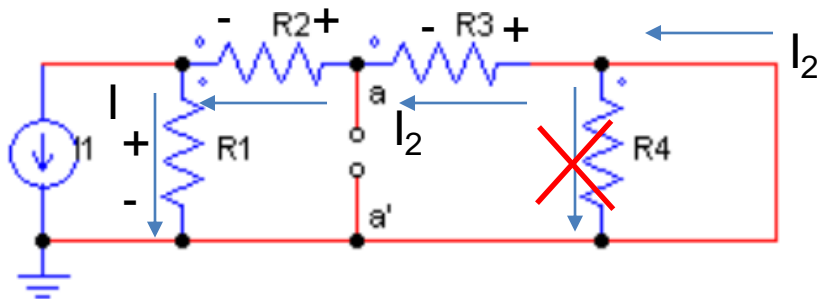
$$i_{sc} = i_4 - i_3 = 0.35 \text{ mA}$$

**Problema 3.** Hallar aplicando el ppio. de superposición el voltaje que cae entre a y a'



+

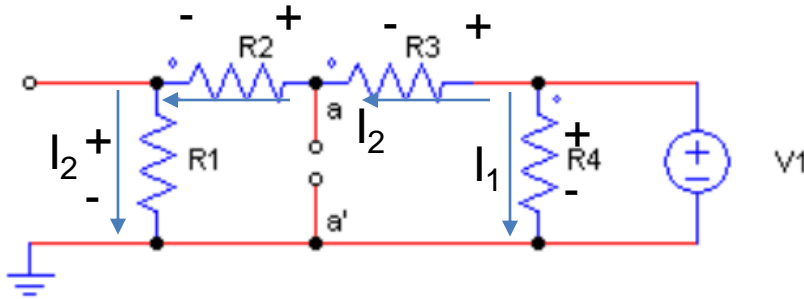




$$I_1 + I = I_2 \rightarrow I = I_2 - I_1$$

$$\begin{aligned}
 V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} &= 0 \\
 R_1(I_2 - I_1) + R_2I_2 + R_3I_2 &= 0 \rightarrow \\
 I_2 &= \frac{R_1I_1}{R_1 + R_2 + R_3}
 \end{aligned}$$

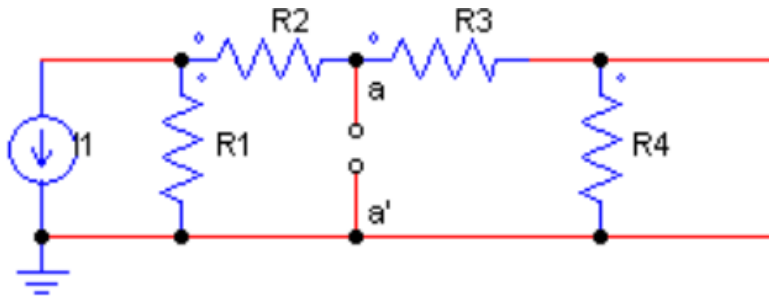
$$V_{aa'} = -R_3I_2 = \frac{-R_3R_1I_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$



$$\begin{aligned}
 V_1 = V_{R4} = I_1R_4 &\rightarrow I_1 = \frac{V_1}{R_4} \\
 V_1 = V_{R2} + V_{R3} + V_{R1} \\
 &= I_2(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow I_2 \\
 &= \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3}
 \end{aligned}$$

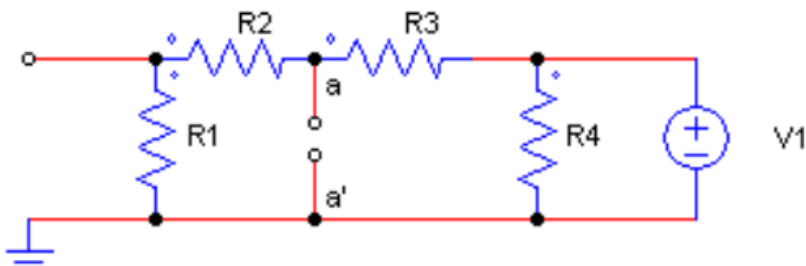
$$V_{aa'} = V_{R1} + V_{R2} = I_2(R_1 + R_2) = \frac{V_1(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_{aa'} = V_1 - V_{R3} = V_1 - I_2R_3 = V_1 - \frac{V_1R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{V_1(R_1 + R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} - \frac{V_1R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

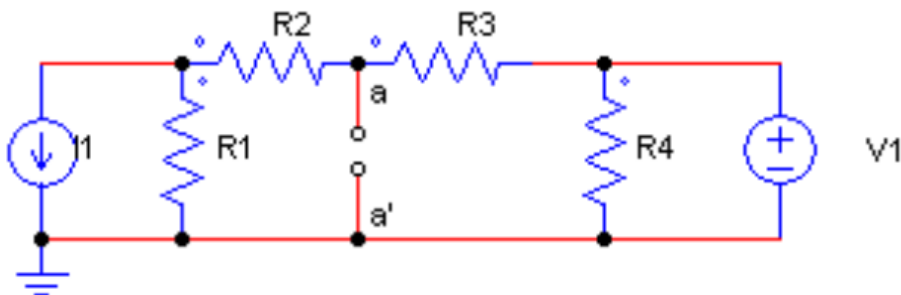


$$V_{aa'} = \frac{-R_3 R_1 I_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

+



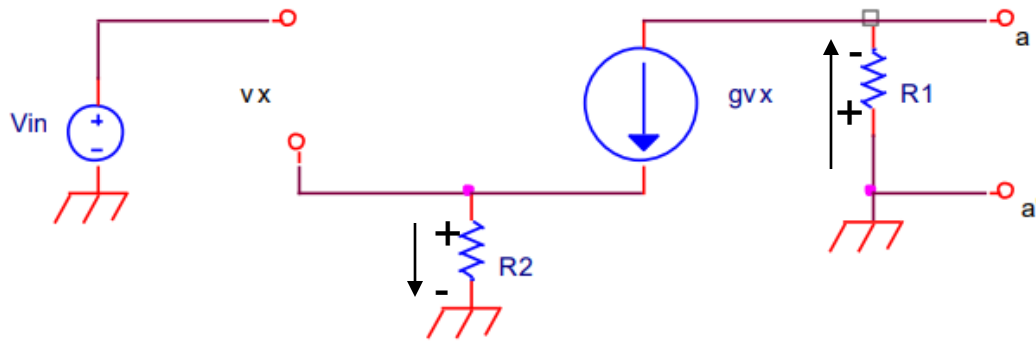
$$V_{aa'} = \frac{V_1 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$



$$V_{aa'} = \frac{-R_3 R_1 I_1 + V_1 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$



**Problema 4.** Hallar el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'



Thévenin:

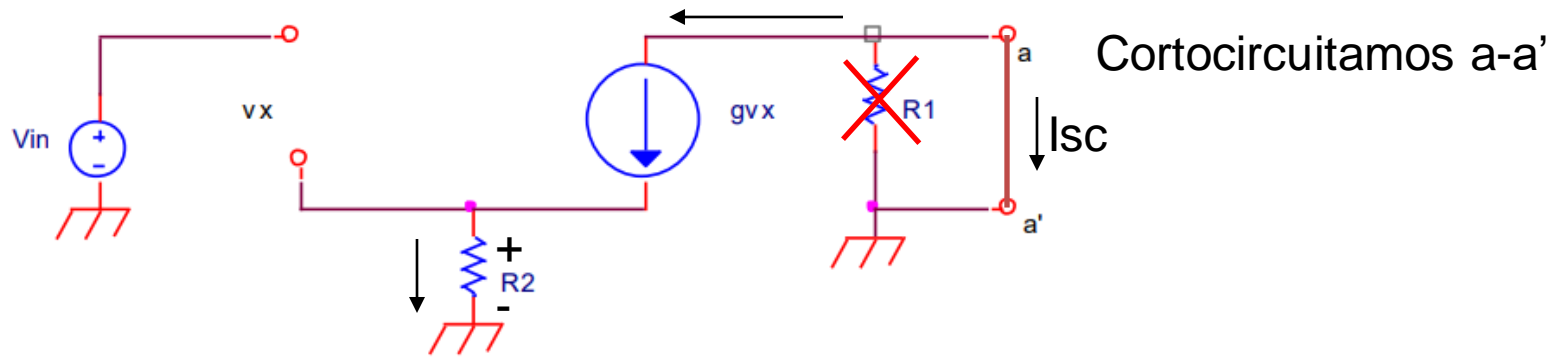
- $V_{th} = -V_{R1}$
- $R_{th}$

$$V_{R1} = I_1 R_1 = g V_x R_1$$

$$V_x = V_{in} - V_{R2} = V_{in} - I_1 R_2 = V_{in} - g V_x R_2 \rightarrow V_x (1 + g R_2) = V_{in} \rightarrow V_x = \frac{V_{in}}{1 + g R_2}$$

$$V_{R1} = g V_x R_1 = g \frac{V_{in} R_1}{1 + g R_2} \rightarrow V_{TH} = -g \frac{V_{in} R_1}{1 + g R_2}$$

Para  $R_{th}$  no podemos apagar las fuentes y calcular  $R_{eq}$  porque tenemos una fuente dependiente  $\rightarrow R_{th} = V_{oc} / I_{sc}$



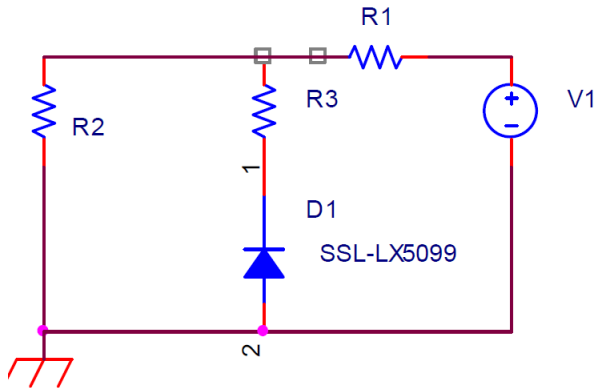
$$I_{sc} = -gV_x$$

$$V_x = V_{in} - V_{R2} = V_{in} - I_1 R_2 = V_{in} - gV_x R_2 \rightarrow V_x(1 + gR_2) = V_{in} \rightarrow V_x = \frac{V_{in}}{1 + gR_2}$$

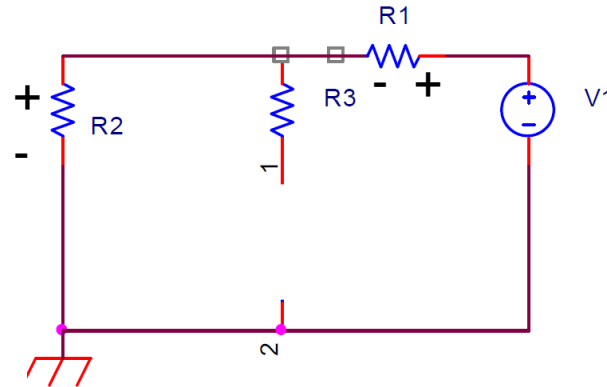
$$I_{sc} = -gV_x = -gV_x = -g \frac{V_{in}}{1 + gR_2}$$

$$\rightarrow R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{sc}} = \frac{-g \frac{V_{in} R_1}{1 + gR_2}}{-g \frac{V_{in}}{1 + gR_2}} = R_1$$

**Problema 5.** Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo  $R_1 = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 0.9 \text{ k}\Omega$ ,  $V_1 = 10 \text{ V}$ .



Como queremos obtener el equivalente en bornes del diodo, quitamos el diodo y calculamos Thévenin entre el punto 1 y 2:



Obtenemos  $V_{OC} = V_{12}$ . Como por  $R_3$  no circula corriente,  $V_{R_3} = 0$  y por lo tanto  $V_{12} = V_{R_2}$ . Para obtener esta tensión empleamos la fórmula del divisor de tensión:

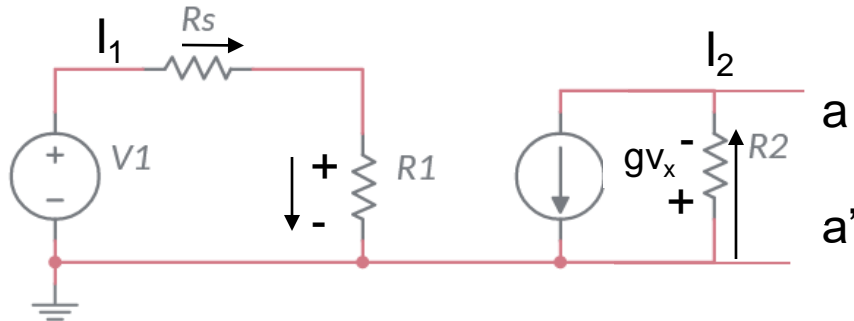
$$V_{R_2} = \frac{V_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 * \frac{4}{10} = 4V$$

Para calcular  $R_{th}$  podemos anular la fuente y calcular la resistencia equivalente del circuito. Al anular  $V_1$ ,  $R_2$  y  $R_1$  están en paralelo, y el resultado en serie con  $R_3$ :

$$R_1 \parallel R_2 = \frac{6 * 4}{6 + 4} = 2.4 \text{ k}\Omega$$

$$R_{TH} = R_1 \parallel R_2 + R_3 = 2.4 + 0.9 = 3.3 \text{ k}\Omega$$

**Problema 6.** Calcular el circuito equivalente de Thévenin entre a y a'.  $V_x$  es el voltaje que cae en  $R_1$  (izquierda)



Thévenin:

- $V_{th} = -V_{R2}$
- $R_{th}$

(porque hemos definido la corriente hacia arriba)

$$V_{R2} = I_2 R_2 = g V_x R_2 \quad (\text{aquí } V_{R2} \text{ está definido como } V_{a'} - V_a)$$

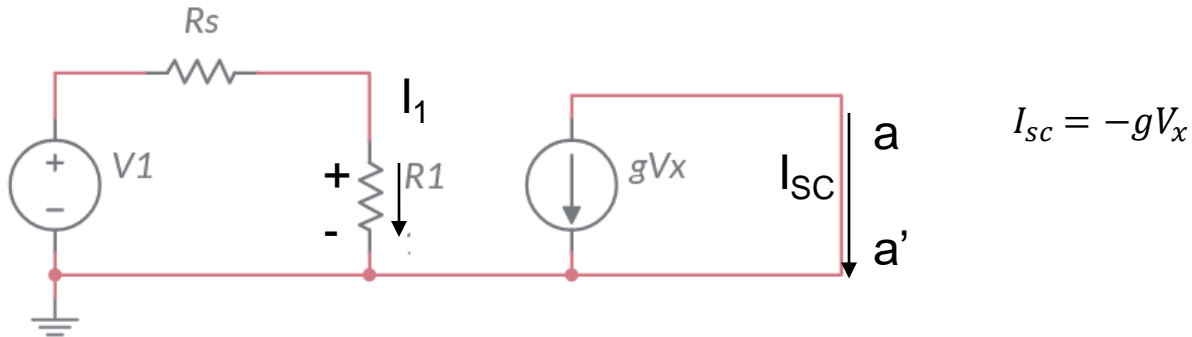
$$V_{in} = V_{RS} + V_{R1} = I_1 (R_s + R_1) \rightarrow I_1 = \frac{V_{in}}{R_s + R_1}$$

$$V_x = V_{R1} = I_1 R_1 = \frac{V_{in} R_1}{R_s + R_1} \quad (\text{Divisor de tensión}) \rightarrow V_{R2} = g V_x R_2 = \frac{g R_2 V_{in} R_1}{R_s + R_1}$$

$$\rightarrow V_{TH} = -V_{R2} = -\frac{g V_{in} R_2 R_1}{R_s + R_1}$$

Para  $R_{th}$  no podemos apagar las fuentes y calcular  $R_{eq}$  porque tenemos una fuente dependiente  $\rightarrow R_{th} = V_{oc} / I_{sc}$

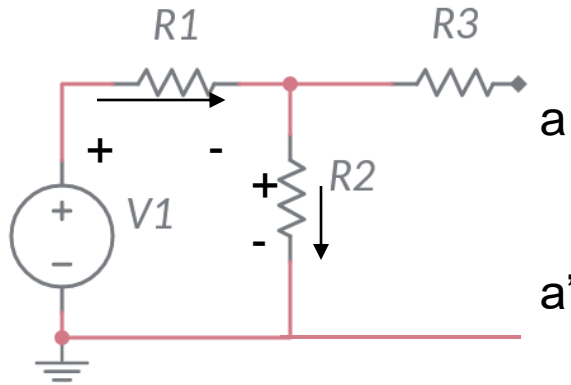
Cortocircuitamos a-a'



$$V_x = \frac{V_{in}R_1}{R_s + R_1} \quad (\text{Divisor de tensión}) \quad \rightarrow I_{sc} = -gV_x = \frac{gV_{in}R_1}{R_s + R_1}$$

$$\rightarrow R_{TH} = \frac{V_{th}}{I_{sc}} = -\frac{\frac{gV_{in}R_2R_1}{R_s + R_1}}{\frac{gV_{in}R_1}{R_s + R_1}} = R_2 \quad \rightarrow R_{TH} = R_2$$

**Problema 7.** Calcular el circuito equivalente de Thévenin y de Norton entre a y a'



Thévenin:

- $V_{th}$
- $R_{th}$

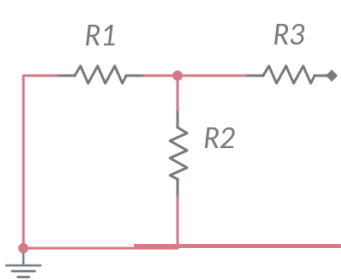
$$V_{TH} = V_{R2}$$

(Por R3 no circula corriente al estar en abierto)

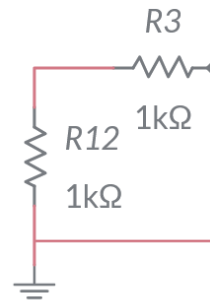
$$V_{in} = V_{R1} + V_{R2} = I(R_1 + R_2) \rightarrow I = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2}$$

$$V_{R2} = IR_2 = \frac{V_{in}R_2}{R_1 + R_2} = V_{TH} \quad (\text{Divisor de tensión})$$

Para calcular  $R_{TH}$  anulamos la fuente y calculamos  $R_{eq}$ :

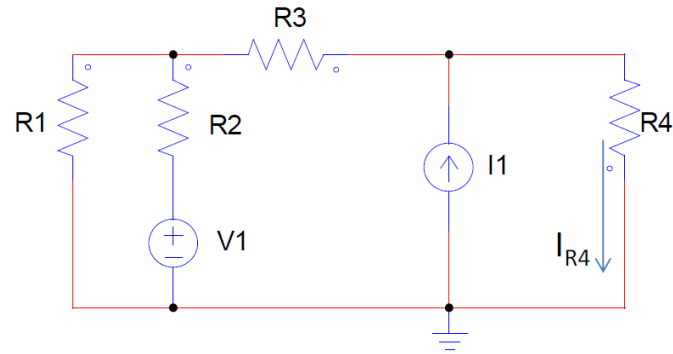


$$R_{12} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

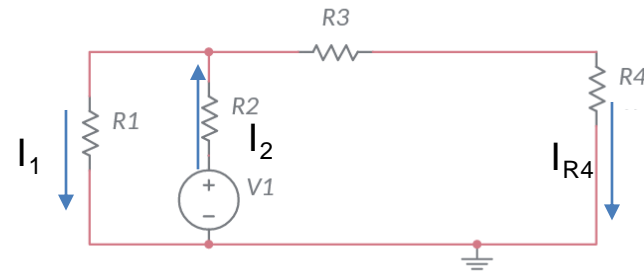


$$R_{eq} = R_{12} + R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$

**Problema 8.** Calcula la corriente que circula por la resistencia R4 aplicando el principio de superposición. Datos:  $R_1=27\Omega$ ,  $R_2=47\Omega$ ,  $R_3=4\Omega$ ,  $R_4=23\Omega$ ,  $V_1=200V$ ,  $I_1=20A$ .



Dividimos el problema en dos sub-circuitos más sencillos, anulando  $V_1$  e  $I_1$  respectivamente. Anulando la fuente de corriente:



*Ec. de Nodo:*  $I_2 = I_1 + I_{R4} \rightarrow I_1 = I_2 - I_{R4}$

*Ec. de Mallas:*

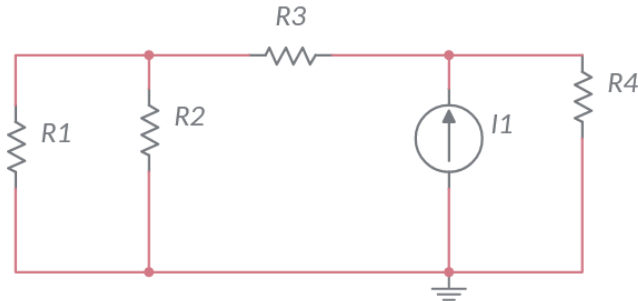
$$V_1 = V_{R2} + V_{R3} + V_{R4} = I_2 R_2 + I_{R4} R_3 + I_{R4} R_4 \rightarrow 200 = 47I_2 + 4I_{R4} + 23I_{R4}$$

$$V_1 = V_{R2} + V_{R1} = I_2 R_2 + I_1 R_1 = I_2 R_2 + (I_2 - I_{R4}) R_1 \rightarrow 200 = 47I_2 + 27(I_2 - I_{R4})$$

$$\left. \begin{aligned} 200 &= 47I_2 + 27I_{R4} \\ 200 &= 74I_2 - 27I_{R4} \end{aligned} \right\} 400 = 121I_2 \rightarrow I_2 = \frac{400}{121} = 3.306 \text{ mA}$$

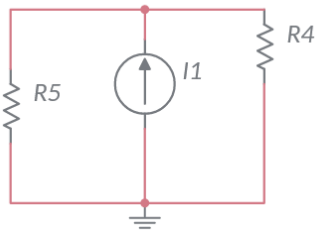
$$200 = 47I_2 + 27I_{R4} \rightarrow I_{R4} = \frac{200 - 47 * 3.306}{27} = 1.653 \text{ mA}$$

Anulando la fuente de tensión:



Agrupamos en  $R_5 = (R_1 \parallel R_2) + R_3$ , de forma que tenemos un divisor de corriente:

$$R_5 = (R_1 \parallel R_2) + R_3 = \frac{27 * 47}{27 + 47} + 4 = 17.15 + 4 = 21.15 k\Omega$$



Aplicando la ecuación del divisor de corriente:

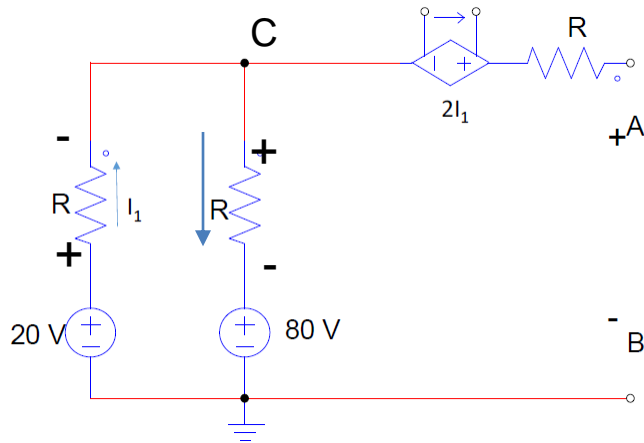
$$I_{R4} = \frac{I_1 R_5}{R_5 + R_4} = \frac{20 * 21.15}{21.15 + 23} = 9.581 \text{ mA}$$

La corriente por R4 será la suma de las dos corrientes obtenidas:

$$I_{R4} = 1.653 \text{ mA} + 9.75 \text{ mA} = 11.23 \text{ mA}$$



**Problema 9.** Calcula el circuito equivalente de Thevenin entre los puntos A y B.  $R = 1\Omega$



Para obtener el equivalente de Thévenin tenemos que obtener  $V_{oc}$ , y  $R_{th}$ . Al haber una fuente dependiente, no podemos calcular  $R_{th}$  directamente, por lo que necesitamos  $I_{sc}$ .

Al haber un circuito abierto entre A-B, no circula corriente por R. Sin embargo, la fuente de tensión dependiente sí que estará funcionando, a pesar de que no circule ninguna corriente por ella. Por lo tanto el voltaje  $V_{OC}=V_{AB}$  será el voltaje en el punto C, más el voltaje que aporta la fuente dependiente:

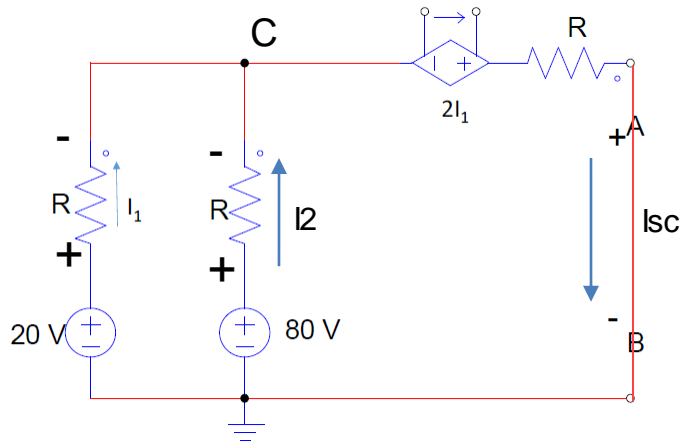
$$V_{OC} = V_{AB} = V_C + 2I_1 \quad (V_B=0, \text{ tierra})$$

$$\text{La ecuación de malla nos da: } V_1 - V_R - V_R - V_2 = 0 \rightarrow 20 - I_1R - I_1R - 80 = 0 \rightarrow I_1 = -\frac{60}{2} = -30 \text{ A}$$

$$V_C = 20 - I_1R = 20 - (-30) = 50V \quad (\text{Podemos obtener } V_C \text{ por lo dos caminos})$$

$$V_C = 80 + I_1R = 80 + (-30) = 50V$$

$$V_{OC} = V_{AB} = V_C + 2I_1 = 50 + 2x(-30) = 50 - 60 = -10V$$



Para calcular  $I_{sc}$ , cortocircuitamos AB y obtenemos la corriente que circula de A a B.

$$\text{Nodo C: } I_1 + I_2 = I_{sc} \rightarrow I_2 = I_{sc} - I_1$$

$$\begin{aligned} \text{Malla1: } V_1 - V_{R1} + V_{R2} - V_2 &= 0 \rightarrow \\ 20 - I_1 R + I_2 R - 80 &= 0 \rightarrow -I_1 + I_2 - 60 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Malla2: } V_1 - V_{R1} + 2I_1 - V_{R3} &= 0 \rightarrow \\ 20 - I_1 R + 2I_1 - I_{sc} R &= 0 \rightarrow 20 - I_1 + 2I_1 - I_{sc} = 0 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Malla1: } -I_1 + I_2 - 60 &= 0 \rightarrow -60 - I_1 + (I_{sc} - I_1) = 0 \rightarrow 60 = I_{sc} - 2I_1 \\ \text{Malla2: } 20 - I_1 + 2I_1 - I_{sc} &= 0 \rightarrow 20 = I_{sc} - I_1 \end{aligned} \right\} 60 - 20 = -2I_1 + I_1 \rightarrow I_1 = -40 \text{ A}$$

$$20 = I_{sc} - I_1 \rightarrow I_{sc} = 20 + I_1 = 20 - 40 = -20 \text{ A}$$

$$R_{Th} = \frac{V_{OC}}{I_{sc}} = \frac{-10}{-20} = 0.5 \Omega$$

**Problema 10.** Se tienen tres lámparas marcadas como A, B y C. Se observa que si se aplican 220 V a cada una de ellas, su consumo es de 55, 100 y 160 W, respectivamente. Si ahora se conectan las tres lámparas en serie y se aplican 380 V al conjunto, determina la potencia que consume cada una de las lámparas.

A partir del primer dato podemos calcular la resistencia de cada lámpara, aplicando la ecuación:

$$P = IV = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P} : \quad R_A = \frac{220^2}{55} = 880 \, \Omega \quad R_B = \frac{220^2}{100} = 484 \, \Omega$$
$$R_C = \frac{220^2}{160} = 302.5 \, \Omega$$

Al conectarlas en serie, ahora la tensión se repartirá entre todas las lámparas, mientras que la corriente será la misma:

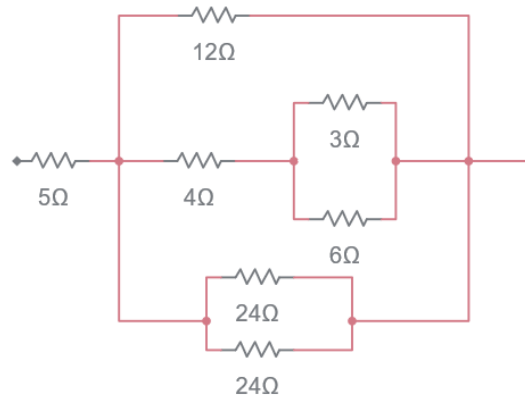
$$V = I(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow 380 = I(880 + 484 + 302.5) \rightarrow I = \frac{380}{1666.5} = 0.228 \, A$$

La potencia ahora en cada lámpara la podemos obtener a partir de la corriente:

$$P = IV = I^2R \rightarrow \quad P_A = 0.228^2 \times 880 = 45.75 \, W \quad P_B = 0.228^2 \times 484 = 25.16 \, W$$

$$P_C = 0.228^2 \times 302.5 = 15.73 \, W$$

**Problema 11.** Si se sabe que por la resistencia de  $5\ \Omega$  circula una corriente de  $12\ \text{A}$ , ¿Qué corriente pasa por la resistencia de  $6\ \Omega$  del circuito de la figura?

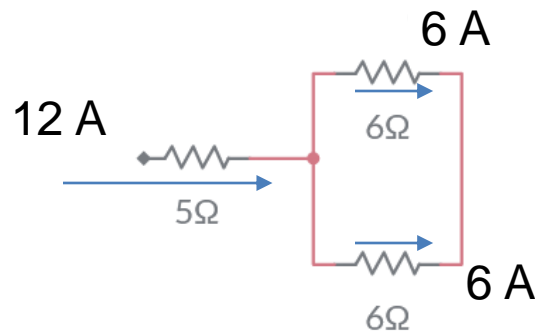


Para calcular la corriente por la resistencia podemos ir agrupando resistencias y después aplicar el divisor de corriente:

$$(24\ \Omega \parallel 24\ \Omega) = 12\ \Omega \rightarrow (12\ \Omega \parallel 12\ \Omega) = 6\ \Omega$$

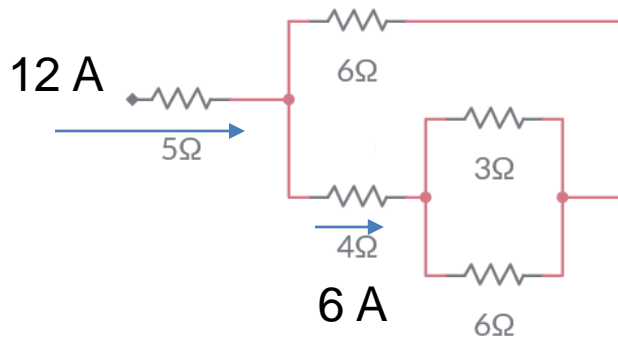
$$(3\ \Omega \parallel 6\ \Omega) = 2\ \Omega \rightarrow (4\ \Omega + 2\ \Omega) = 6\ \Omega$$

Finalmente tenemos dos resistencias de  $6\ \Omega$  en paralelo. Por lo tanto, por ambas ramas circulará la misma corriente, que será la mitad de los  $12\ \text{A}$  (divisor de corriente con dos resistencias iguales):



## Problema 11.

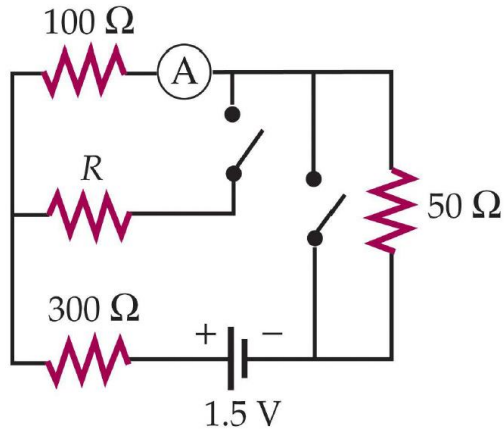
Deshaciendo la agrupación de las resistencias de 4 Ω, 3 Ω y 6 Ω:



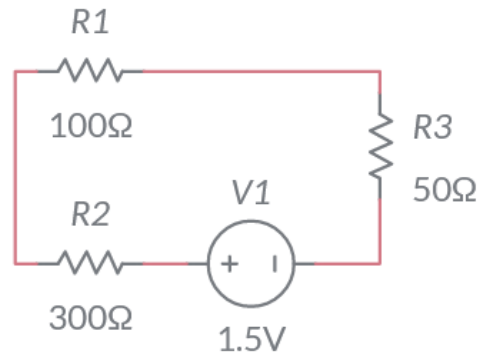
Volvemos a aplicar el divisor de corriente entre las resistencias de 3 Ω y 6 Ω:

$$I_6 = I \frac{3}{3 + 6} = 6 \times \frac{1}{3} = 2 \text{ A}$$

**Problema 12.** En el circuito indicado en la figura, calcula el valor de la resistencia  $R$  para que la lectura del amperímetro sea la misma cuando ambos interruptores están abiertos y cuando ambos están cerrados.

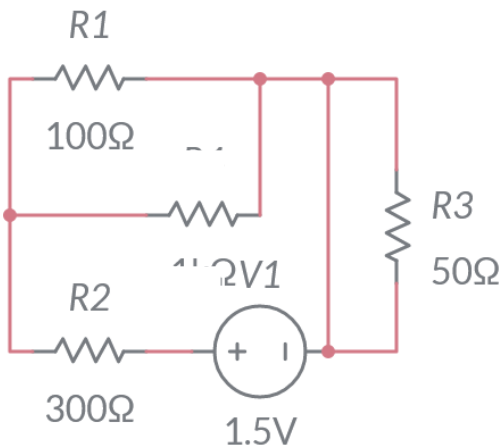


Cuando los interruptores están abiertos podemos calcular la corriente que pasará por el amperímetro:

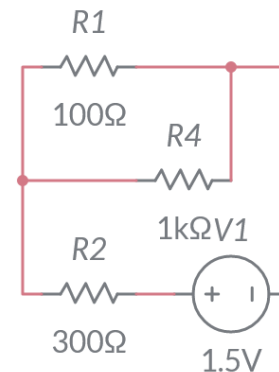


$$\begin{aligned}
 V_1 &= I(R_1 + R_2 + R_3) \rightarrow \\
 1.5 &= I(100 + 300 + 50) \rightarrow \\
 I &= \frac{1.5}{450} = \frac{1}{300} = 0.0333 \text{ A} = 3.33 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

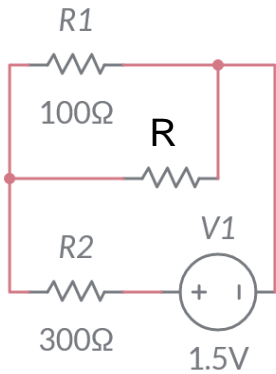
Cuando los interruptores están cerrados el circuito cambia y queda de la siguiente forma:



Al tener un cable en paralelo con una resistencia, la corriente circulará por el cable y no habrá corriente por la resistencia de  $50 \Omega$ :



## Problema 12.



R1 y R están en paralelo:

$$R_{eq} = \frac{100R}{100 + R}$$

Ahora tenemos una sola malla:

$$\begin{aligned}
 V_1 = V_{R2} + V_{Req} &= I \left( 300 + \frac{100R}{100 + R} \right) \rightarrow I_{tot} = \frac{1.5}{300 + \frac{100R}{100 + R}} \\
 &= \frac{1.5}{\frac{30000 + 300R + 100R}{100 + R}} = \frac{1.5(100 + R)}{30000 + 400R}
 \end{aligned}$$

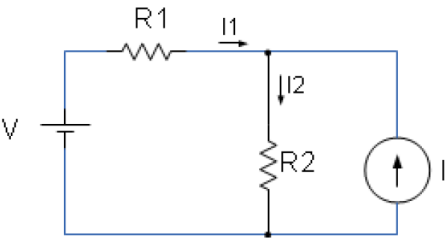
Para obtener la corriente que pasa por R1 podemos usar el divisor de corriente entre R1 y R:

$$I_R = I_{tot} \frac{R}{100 + R} = \frac{1.5(100 + R)}{30000 + 400R} \frac{R}{100 + R} = \frac{1.5R}{30000 + 400R}$$

Esta corriente tiene que ser la misma que hemos obtenido en el primer apartado:

$$I_R = \frac{1.5R}{30000 + 400R} = 0.0333 \text{ mA} \rightarrow 1.5R = 100 + 1.33R \rightarrow R = \frac{100}{0.167} = \mathbf{600 \Omega}$$

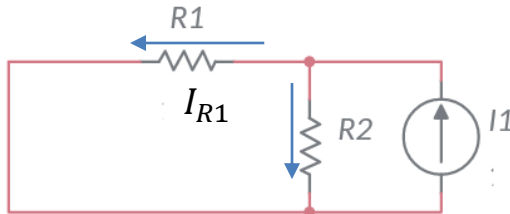
**Problema 13.** Calcular las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$ . Y las caídas de tensión en las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ .  
 $R_1 = 3 \Omega$ ,  $R_2 = 6 \Omega$ ,  $V = 12V$ ,  $I = 0,5A$ .



Se recomienda resolverlo 4 veces usando los métodos explicados:

1. El teorema de superposición
2. Las leyes de Kirchoff
3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

1. Para aplicar el teorema de superposición, anulamos primero la fuente de tensión:

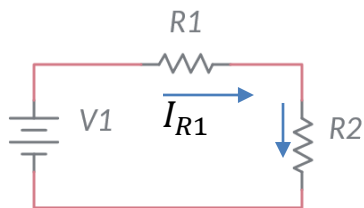


Nos queda un divisor de corriente, teniendo en cuenta que la corriente  $I_1$  está definida en sentido contrario al del divisor:

$$I_1 = -I_{R1} = -I_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -0.5 \times \frac{6}{3 + 6} = -\frac{1}{3} A$$

$$I_{R2} = I_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0.5 \times \frac{3}{3 + 6} = \frac{1}{6} A$$

Anulamos ahora la fuente de corriente:



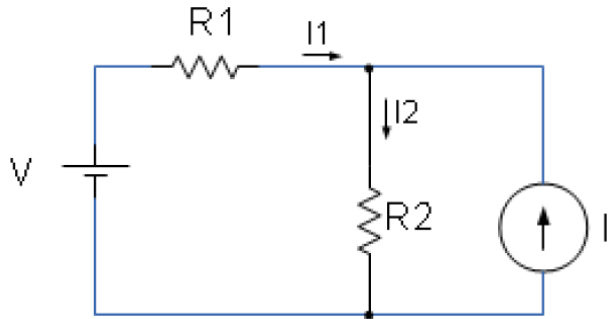
$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_1}{R_1 + R_2} = \frac{12}{3 + 6} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} A$$

La corriente total por cada resistencia será la suma de las dos contribuciones:

$$I_{R1} = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = 1; \quad I_{R2} = \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = \frac{1}{6} + \frac{8}{6} = \frac{9}{6} = 1.5 A$$



## Problema 13.



### 2. Las leyes de Kirchhoff

Tenemos una ecuación de nodo y una ecuación de malla:

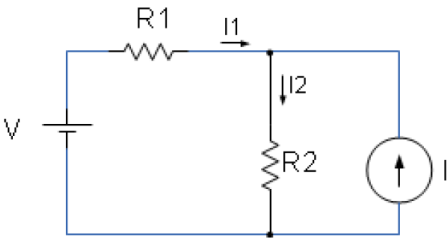
$$I + I_1 = I_2$$

$$V_1 = V_{R1} + V_{R2} = I_1 R_1 + I_2 R_2 \rightarrow V_1 = I_1 R_1 + R_2 (I + I_1)$$

$$12 = 3I_1 + 6I_1 + 6 \times 0.5 \rightarrow I_1 = \frac{9}{9} = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = I_1 + I = 1 + 0.5 = 1.5 \text{ A}$$

### Problema 13.

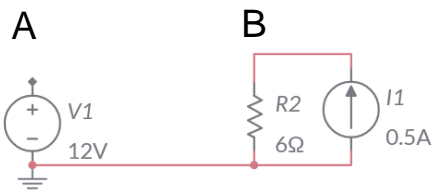


3. Usando el teorema de Thevenin

4. Usando el teorema de Norton

En este caso tenemos que obtener los equivalentes de Thévenin y Norton desde el punto de vista de R1 y desde R2.

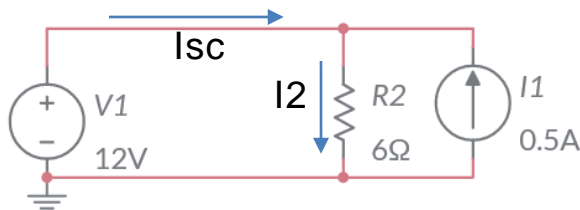
Desde R1:



$$V_{OC} = V_{AB}; V_A = 12 \text{ V}$$

$$V_B = V_{R2} = 0.5 * 6 = 3 \text{ V} \rightarrow V_{OC} = 12 - 3 = 9 \text{ V}$$

Para obtener  $I_{sc}$ , cortocircuitamos entre AB y calculamos la corriente que va de A  $\rightarrow$  B:



$$I_{sc} + I_1 = I_2 \rightarrow I_{sc} = I_2 - I_1$$

$$V_1 = V_{R2} = I_2 R_2 \rightarrow I_2 = \frac{12}{6} = 2 \text{ A} \rightarrow I_{sc} = 2 - 0.5 = 1.5 \text{ A}$$

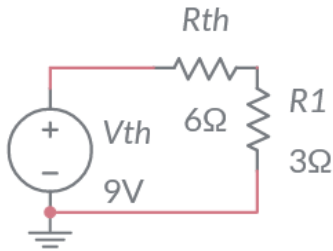
$$R_{th} = \frac{V_{OC}}{I_{sc}} = \frac{9}{1.5} = 6 \Omega$$

### Problema 13.

Por lo tanto, los circuitos de Thévenin in Norton, vistos desde R1, son:

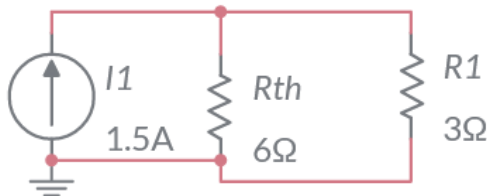


Para obtener  $I_{R1}$  con Thévenin:



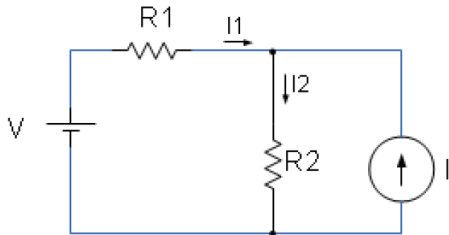
$$V_{th} = I_{R1}(R_{th} + R_1) \rightarrow 9 = I_{R1}(6 + 3) \rightarrow I_{R1} = 1A$$

Para obtener  $I_{R1}$  con Norton:



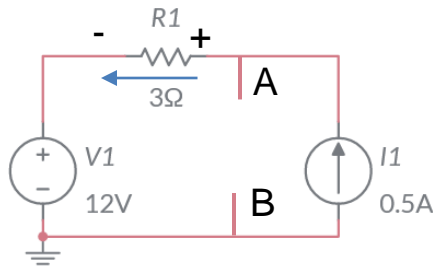
$$I_{R1} = I_N \frac{R_{th}}{R_{th} + R_1} = 1.5 \times \frac{6}{9} = 1A$$

### Problema 13.



3. Usando el teorema de Thevenin
4. Usando el teorema de Norton

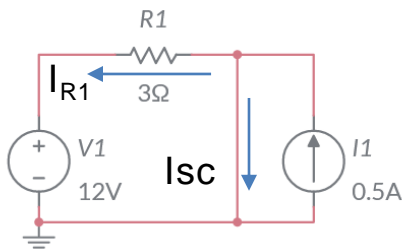
Repetimos el proceso obteniendo los equivalentes desde R2:



La fuente de corriente nos indica la dirección de la corriente que pasa por R1 y su valor (0.5 A). Por lo tanto, la ecuación de malla para obtener  $V_{oc}$  será:

$$V_{OC} = V_{AB} = V_A = 12 + V_{R1} = 12 + 3 \times 0.5 = 13.5 \text{ V}$$

Para obtener  $I_{sc}$ , cortocircuitamos entre AB y calculamos la corriente que va de A  $\rightarrow$  B. El cable de A-B, **no** está en paralelo con R1, pues tenemos la fuente V1. Lo que sí podemos ver es que el voltaje en A, será 0 V, pues el cable cortocircuita el punto A con tierra. Es lo mismo que escribir la ecuación de malla:



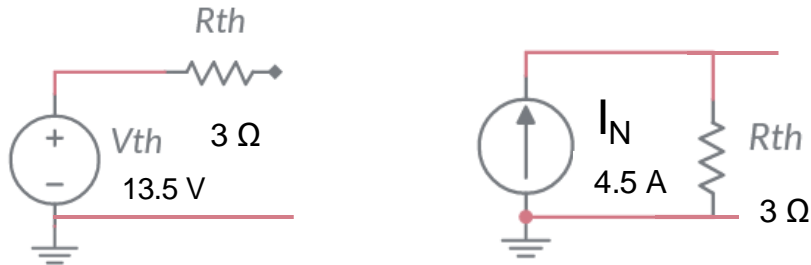
$$V_1 + V_{R1} = 0 \rightarrow V_1 = -I_{R1} R_1 \rightarrow I_{R1} = \frac{-12}{3} = -4 \text{ A}$$

$$\text{Nodo: } I_1 = I_{sc} + I_{R1} \rightarrow I_{sc} = I_1 - I_{R1} = 0.5 - (-4) = 4.5 \text{ A}$$

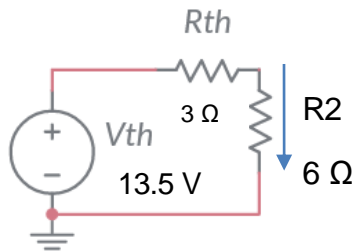
$$R_{th} = \frac{V_{OC}}{I_{sc}} = \frac{13.5}{4.5} = 3 \Omega$$

### Problema 13.

Por lo tanto, los circuitos de Thévenin in Norton, vistos desde R2, son:

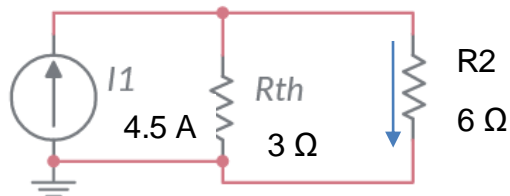


Para obtener  $I_{R2}$  con Thévenin:



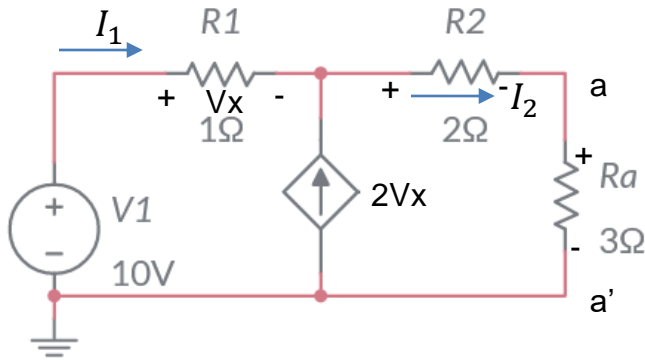
$$V_{th} = I_{R2}(R_{th} + R_2) \rightarrow 13.5 = I_{R2}(3 + 6) \rightarrow I_{R2} = \frac{13.5}{9} = 1.5 \text{ A}$$

Para obtener  $I_{R2}$  con Norton:



$$I_{R2} = I_x \frac{R_{th}}{R_{th} + R_2} = 4.5 \times \frac{3}{9} = 1.5 \text{ A}$$

**Problema 14.** Calcula la tensión que cae entre a y a'. Calcula la corriente que circula por la Ra. Siendo  $V = 10V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ , y  $R_a = 3\Omega$ .



Tenemos un circuito con una fuente de corriente dependiente del voltaje que cae en R1. Planteamos las ecuaciones de Kirchoff:

$$I_1 + 2V_x = I_2; \quad V_x = V_{R_1} = I_1 R_1$$

$$V_1 = V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_a} = I_1 R_1 + I_2 (R_2 + R_a)$$

$$V_1 = I_1 R_1 + (I_1 + 2V_x)(R_2 + R_a) = I_1 R_1 + (I_1 + 2I_1 R_1)(R_2 + R_a) \rightarrow$$

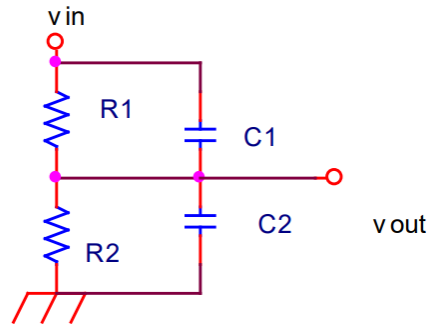
$$10 = 1I_1 + (I_1 + 2I_1 \cdot 1)(2 + 3) \rightarrow 10 = 16I_1 \rightarrow I_1 = \frac{10}{16} = 0.625 \text{ A}$$

$$I_1 + 2V_x = I_2 = 0.625 + 2 \times 0.625 \times 1 = \mathbf{1.875 \text{ A}}$$

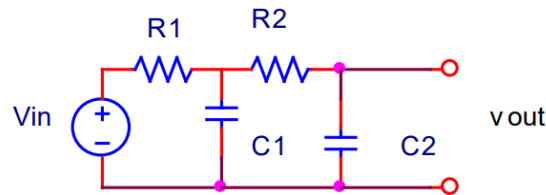
$$V_{aa'} = V_{R_a} = I_2 R_a = 1.875 \times 3 = \mathbf{5.625 \text{ V}}$$

## Tema 1. Problemas AC

**Problema 1.** En el circuito inferior V1 es una fuente de voltaje sinusoidal. Hallar la condición que han de cumplir R1, R2, C1, C2 para que la función de transferencia del circuito no dependa de la frecuencia de trabajo.



**Problema 2.** Hallar la función de transferencia del circuito de la figura, siendo  $v_{in}$  una fuente de tensión sinusoidal de frecuencia  $\omega$ .



**Problema 3.** Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en serie. Particularizar para una frecuencia de red de 50 Hz y valores  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$  y  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ .



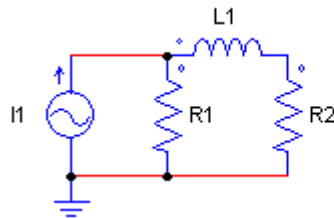
**Problema 4.** Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en paralelo para una frecuencia de red de 50 Hz y valores  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ .

**Problema 5.** Hallar la frecuencia de resonancia de un circuito RLC con valores  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ .

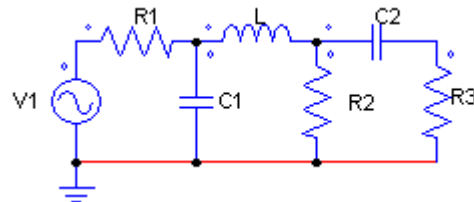
**Problema 6.** Hallad la corriente en un circuito RLC en serie si el voltaje de entrada es  $V = 10 \cos 8t$ .  $R = 4 \text{ }\Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$  y  $C = 0,025 \text{ F}$ .

**Problema 7.** Hallad el voltaje que cae en el condensador del ejercicio anterior.

**Problema 8.** Hallad el voltaje que cae en  $R_2$  de la figura inferior si  $R_1 = 1 \text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ }\Omega$ ,  $L = 0,5 \text{ H}$  y  $I_1 = 10 \cos 8t$ .



**Problema 9.** Hallad  $i(t)$  (corriente que genera  $V_1$ ) en el circuito inferior, sabiendo que  $R_1 = 0,5 \text{ }\Omega$ ,  $C_1 = 1 \text{ F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ,  $C_2 = 0,5 \text{ F}$ ,  $R_2 = 3 \text{ }\Omega$ ,  $R_3 = 2 \text{ }\Omega$  y  $V = 12 \cos(t+1)$ .

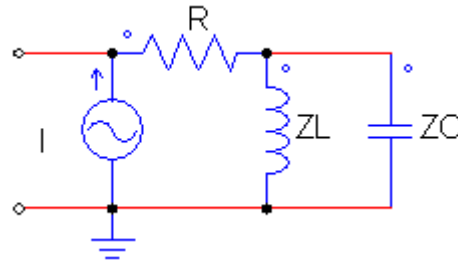


**Problema 10.** Hallad la función de transferencia de un circuito RC, tomando la salida en bornes del condensador. Indicad cuál es el límite de dicha función a frecuencia muy baja y a frecuencia muy alta.

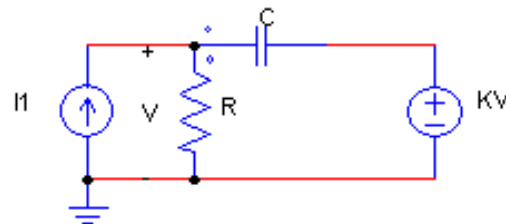
**Problema 11.** Tenemos una fuente  $V = 1$  conectada en serie con dos elementos  $Z_1 = -2j$  y  $Z_2 = 1 + 2j$ . Hallad el voltaje que cae en  $Z_2$ .

**Problema 12.** En el mismo circuito del problema 18 hallad  $Z_2$  para que  $V_2 = 7 - 3j$ , sabiendo que  $V_1 = 3 + j$  y que  $Z_1 = -2j$ .

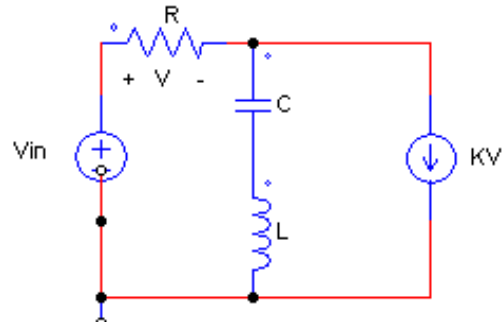
**Problema 13.** Hallad el circuito equivalente de Thévenin del circuito inferior.  $R = 3 \Omega$ ,  $Z_L = 2j$ ,  $Z_C = -4j$ ,  $I = 2 \angle 10^\circ$ .



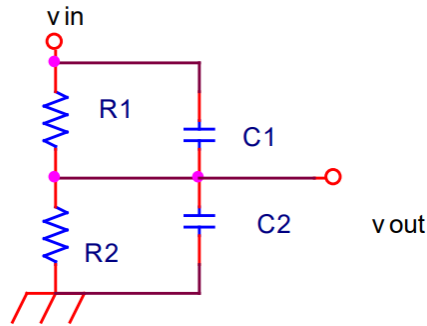
**Problema 14.** Hallar en el circuito inferior la corriente que circula por la resistencia.  $R = 4 \Omega$ ,  $C = 0,125 \text{ F}$ ,  $I(t) = 3 \cos 4t$ ,  $K = 0,5$



**Problema 15.** Hallar la corriente que genera la fuente de tensión en el circuito inferior.  $R=1 \Omega$ ,  $C=1\text{F}$ ,  $L=1\text{H}$ ,  $K=1,5$ ,  $V_{in} = 4\cos 3t$



**Problema 1.** En el circuito inferior V1 es una fuente de voltaje sinusoidal. Hallar la condición que han de cumplir R1, R2, C1, C2 para que la función de transferencia del circuito no dependa de la frecuencia de trabajo.



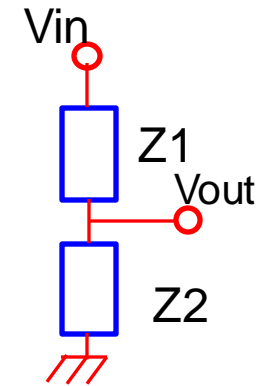
$$R1 \parallel C1 \text{ y } R2 \parallel C2.$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow Z_R \parallel Z_C = \frac{R}{(1 + j\omega RC)}$$

$$Z1 = R_1 / (1 + j\omega R_1 C_1)$$

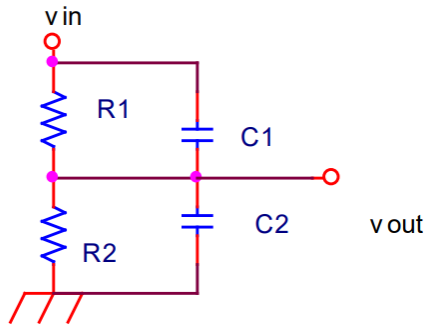
$$Z2 = R_2 / (1 + j\omega R_2 C_2)$$

$$V_{in} = Z_1 i + Z_2 i \rightarrow i = \frac{V_{in}}{Z_1 + Z_2}$$



$$V_{out} = Z_2 i = Z_2 \frac{V_{in}}{Z_1 + Z_2} = V_{in} \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}$$

$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}}$$



$$H = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

Para que no dependa de  $\omega$ , el cociente  $\frac{1+j\omega R_2 C_2}{1+j\omega R_1 C_1}$  debe ser constante (K):

$$k = \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1} \rightarrow k + j\omega k R_1 C_1 = 1 + j\omega R_2 C_2$$

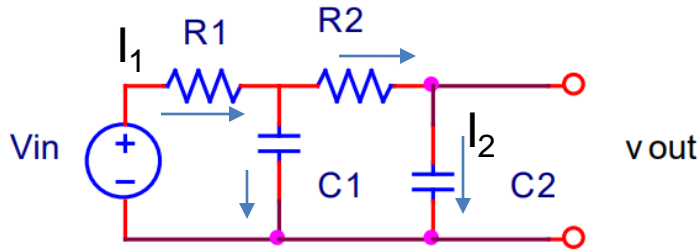
Al ser una ecuación compleja:

$$k = 1$$

$$\omega k R_1 C_1 = \omega R_2 C_2 \rightarrow R_1 C_1 = R_2 C_2$$

Por lo tanto, siempre que los componentes cumplan esta condición, la función  $H$  no dependerá de la frecuencia de la fuente de tensión

**Problema 2.** Hallar la función de transferencia del circuito de la figura, siendo  $v_{in}$  una fuente de tensión sinusoidal de frecuencia  $\omega$ .



$$V_{out} = V_{C2} = i_2 \times Z_{C2}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\text{Malla 1: } V_{in} = R_1 i_1 + Z_{C1}(i_1 - i_2) \rightarrow V_{in} = R_1 i_1 + (i_1 - i_2)/(j\omega C_1)$$

$$\text{Malla 2: } V_{C1} = Z_{C1}(i_1 - i_2) = R_2 i_2 + Z_{C2} i_2 \rightarrow (i_1 - i_2)/(j\omega C_1) = R_2 i_2 + i_2/(j\omega C_2) \rightarrow$$

$$i_1 = i_2 \left( R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} \right) j\omega C_1$$

$$V_{in} = R_1 i_1 + (i_1 - i_2)/(j\omega C_1) = R_1 i_2 \left( R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} \right) j\omega C_1 + i_2 \left( R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} \right) - \frac{i_2}{j\omega C_1} \rightarrow$$

$$i_2 = V_{in} \left( jR_1 R_2 \omega C_1 + \frac{R_1 C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} - \frac{1}{j\omega C_1} \right)^{-1}$$

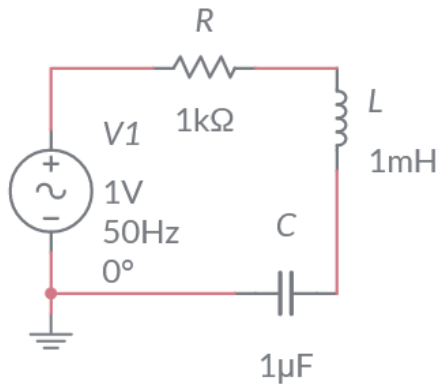
$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i_2 Z_{C2}}{V_{in}} = \frac{Z_{C2}}{\left( jR_1 R_2 \omega C_1 + \frac{R_1 C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)}$$

$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i_2 Z_{C2}}{V_{in}} = \frac{Z_{C2}}{\left( jR_1 R_2 \omega C_1 + \frac{R_1 C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)}$$

$$H = \frac{1/j\omega C_2}{\left( jR_1 R_2 \omega C_1 + \frac{R_1 C_1}{C_2} + R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)} = \frac{1}{(-R_1 R_2 \omega^2 C_1 C_2 + j\omega R_1 C_1 + j\omega C_2 R_1 + j\omega C_2 R_2 + 1)}$$

$$H = \frac{1}{(1 - R_1 R_2 \omega^2 C_1 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2))}$$

**Problema 3.** Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en serie. Particularizar para una frecuencia de red de 50 Hz y valores  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$  y  $C = 1 \mu\text{F}$ .

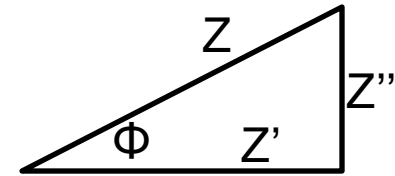


$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

El Factor de potencia es el coseno de la fase de  $Z \rightarrow$

$$Z = Z' + jZ''$$

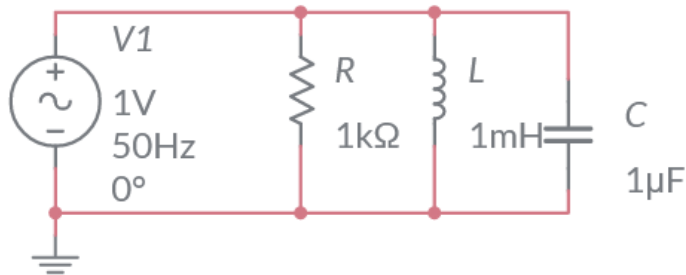
$$\tan\phi = \frac{Z''}{Z'}; \quad \cos\phi = \frac{Z'}{Z}; \quad \text{sen}\phi = \frac{Z''}{Z}$$



$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \longrightarrow \quad \cos\phi = \frac{1000}{\sqrt{1000^2 + \left(2\pi 50 \times 0,001 - \frac{1}{2\pi 50 \times 10^{-6}}\right)^2}} = 0,3$$



**Problema 4.** Hallar el factor de potencia en un circuito RLC en paralelo para una frecuencia de red de 50 Hz y valores  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ .



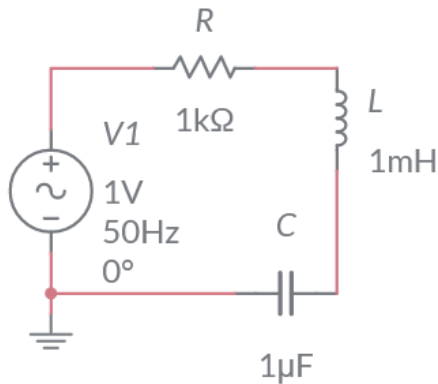
Trabajaremos con la admitancia:  $Y=1/Z$   
 $\text{ang}(Y)=-\text{ang}(Z)$   
 $\cos \varphi = \cos(-\varphi) \rightarrow \text{fp}=\cos(\varphi)$  no cambia

$$Y_R = \frac{1}{R}; Y_C = j\omega C; Y_L = \frac{1}{j\omega L}$$

Las admitancias se agrupan al contrario que las impedancias  $\rightarrow$  en paralelo se suman:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad \longrightarrow \quad \cos \phi = \frac{\frac{1}{R}}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega CR - \frac{R}{\omega L}\right)^2}}$$

**Problema 5.** Hallar la frecuencia de resonancia de un circuito RLC con valores  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ .



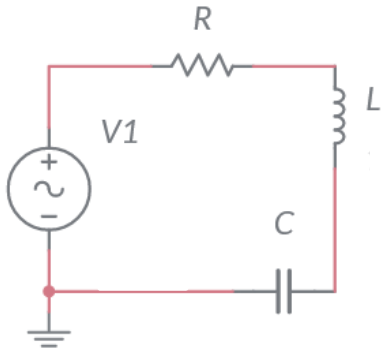
$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Frecuencia de resonancia: aquella a la cual  $Z''=0$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \times 10^{-6}}} = 3.1622 \times 10^4 \text{ rd/s}$$

$$\omega = 2\pi f = 3.16 \times 10^4 \rightarrow f = \frac{3.16 \times 10^4}{2\pi} = 5.03 \times 10^3 \text{ Hz} = 5.03 \text{ kHz}$$

**Problema 6.** Hallad la corriente en un circuito RLC en serie si el voltaje de entrada es  $V = 10 \cos 8t$ .  $R = 4 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$  y  $C = 0,025 \text{ F}$ .



$$V = 10 \angle 0^\circ \qquad Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$V = 10 \cos 8t \rightarrow \omega = 8 \text{ rd/s}; V_P = 10 \text{ V}; \Phi_v = 0^\circ$$

$$Z = 4 + j\left(8 \times 1 - \frac{1}{8 \times 0.025}\right) = 4 + j3 = \sqrt{16 + 9} \angle \text{atan}\left(\frac{3}{4}\right)$$

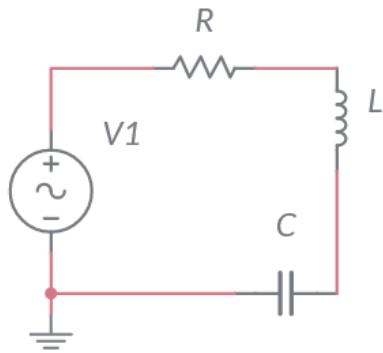
$$Z = 5 \angle 36.87^\circ \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5 \angle 36.87^\circ \Omega} = 2 \angle -36.87^\circ \rightarrow$$

$$I = 2 \cos(-36.87^\circ) + j2 \text{sen}(-36.87^\circ) \rightarrow I = 1.6 - 1.2j \text{ A}$$

*En forma sinusoidal:  $I = 2 \cos(8t - 36.9^\circ) \text{ A}$*

**Problema 7.** Hallad el voltaje que cae en el condensador del ejercicio anterior.



$$V = 10 \angle 0^\circ$$

El voltaje en el condensador se haya multiplicando la corriente por la impedancia del condensador:

$$I = 2 \angle -36.87^\circ \rightarrow I = 1.6 - 1.2j \text{ A}$$

*En forma sinusoidal:*  $I = 2 \cos(8t - 36.9^\circ) \text{ A}$

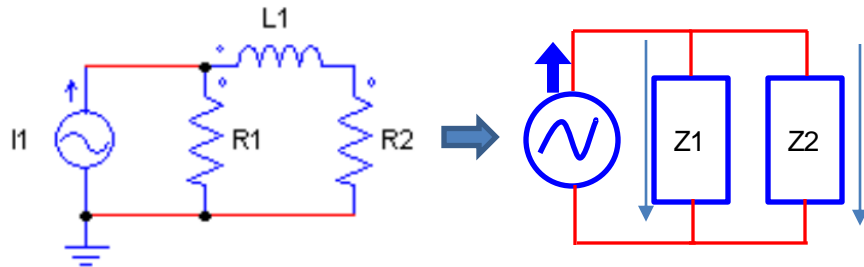
$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j8 \times 0.025} = -5j \Omega$$

$$V_c = I_c Z_c = (2 \angle -36.87^\circ) \times (5 \angle -90^\circ) = 10 \angle -126.87^\circ \text{ V} \rightarrow$$

$$V_c = 10 \cos(-126.87^\circ) + j10 \text{sen}(-126.87^\circ) = -6 - 8j$$

$$V_c = 10 \cos(8t - 126.87^\circ)$$

**Problema 8.** Hallad el voltaje que cae en R2 de la figura inferior si  $R_1 = 1\ \Omega$ ,  $R_2 = 2\ \Omega$ ,  $L = 0,5\ \text{H}$  y  $I_1 = 10 \cos 8t$ .



$$I = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Podemos utilizar el divisor de corriente:

$$I_2 = I \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_1 = R_1 = 1\ \Omega = 1 \angle 0^\circ \quad Z_2 = R_2 + j\omega L = 2 + j \times 8 \times 0.5 = 2 + 4j\ \Omega = \sqrt{20} \angle 63.43^\circ$$

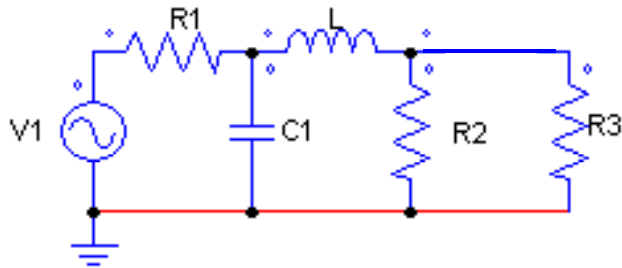
$$I_2 = 10 \angle 0^\circ \cdot \frac{1 \angle 0^\circ}{1 + 2 + 4j} = \frac{10 \angle 0^\circ}{3 + 4j} = \frac{10 \angle 0^\circ}{\sqrt{25} \angle 53.13^\circ} = 2 \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

$$V_{R_2} = I_2 Z_{R_2} = 2 \angle -53.13^\circ \times 2 \angle 0^\circ = 4 \angle -53.13^\circ \text{ V}$$

$$V_{R_2} = 2.4 - 3.2j$$

$$V_c = 4 \cos(8t - 53.13^\circ) \text{ V}$$

**Problema 9.** Hallad  $i(t)$  (corriente que genera  $V1$ ) en el circuito inferior, sabiendo que  $R1=0,5 \Omega$ ,  $C1 =1 \text{ F}$ ,  $L =1 \text{ H}$ ,  $C2=0,5\text{F}$ ,  $R2 =3\Omega$ ,  $R3 =2\Omega$  y  $V=12\cos(t+14)$



Asociamos las impedancias de derecha  $\rightarrow$  izquierda

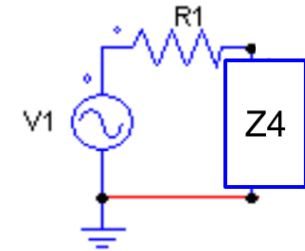
$$Z_1 = Z_{R3} + Z_{C2}$$

$$Z_2 = Z_1 \parallel Z_{R2}$$

$$Z_3 = Z_2 + Z_L$$

$$Z_4 = Z_3 \parallel Z_{C1}$$

$$Z_{total} = Z_4 + Z_{R1}$$



$$Z_1 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_2} = 2 + \frac{1}{j0,5} = 2 - 2j$$

$$Z_2 = \frac{R_2 Z_1}{R_2 + Z_1} = \frac{3(2 - 2j)}{3 + 2 - 2j} = \frac{6 - 6j}{5 - 2j} = \frac{(6 - 6j)(5 + 2j)}{(5 - 2j)(5 + 2j)} = \frac{30 + 12j - 30j + 12}{25 + 4} = \frac{42 - 18j}{29} = 1,45 - 0,621j$$

$$Z_3 = Z_2 + j\omega L = 1,45 - 0,621j + j = 1,45 + 0,379j$$

$$Z_4 = \frac{\frac{1}{j\omega C_1} Z_3}{\frac{1}{j\omega C_1} + Z_3} = \frac{\frac{1,45 + 0,379j}{j}}{\frac{1}{j} + 1,45 + 0,379j} = \frac{0,379 - 1,45j}{1,45 - 0,621j} = \frac{1,499 \angle -75,35^\circ}{1,577 \angle -23,18^\circ} = 0,95 \angle -52,17^\circ = 0,583 - 0,75j$$

$$Z_{total} = Z_4 + 0,5 = 1,083 - 0,75j = 1,32 \angle -34,70^\circ$$

$$I = \frac{V}{Z_{total}} = \frac{12 \angle 14^\circ}{1,083 - 0,75j} = 9,11 \angle 48,7^\circ \rightarrow i(t) = 9,11 \cos(t + 48,7^\circ)$$

**Problema 10.** Hallad la función de transferencia de un circuito RC, tomando la salida en bornes del condensador. Decir cuál es el límite de dicha función a frecuencia muy baja y a frecuencia muy alta.

Primero calculamos la corriente que circula por el circuito y después calculamos el voltaje en bornes del condensador:

$$I = \frac{V_{in}}{R + Z_C}$$

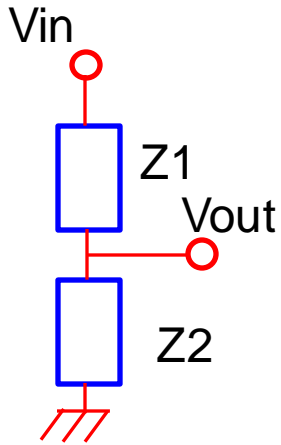
$$V_{out} = IZ_C = \frac{V_{in}Z_C}{R + Z_C} \rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega C}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Calculamos ahora los límites de esa función a baja y a alta frecuencia:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{1 + j\omega RC} = 1 = 1 \angle 0^\circ$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{-j}{\omega RC} = 0 \angle -90^\circ$$

**Problema 11.** Tenemos una fuente  $V = 1 \text{ V}$  conectada en serie con dos elementos  $Z_1 = -2j$  y  $Z_2 = 1 + 2j$ . Hallad el voltaje que cae en  $Z_2$ .



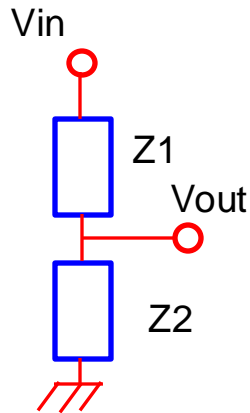
$$I = \frac{V}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{-2j + 1 + 2j} = 1$$

$$V_{Z_2} = IZ_2 = 1(1 + 2j) = 1 + 2j = \sqrt{5} \angle_{63}$$

Por divisor de tensión:  $V_{Z_2} = \frac{V \times Z_2}{Z_1 + Z_2} = 1 \times \frac{1 + 2j}{1 + 2j - 2j} = 1 + 2j$



**Problema 12.** En el mismo circuito del problema 11 hallad  $Z_2$  para que  $V_2 = 7 - 3j$ , sabiendo que  $V_1 = 3 + j$  y que  $Z_1 = -2j$ .



Al estar en serie, sabiendo  $V_1$  y  $Z_1 \rightarrow I$

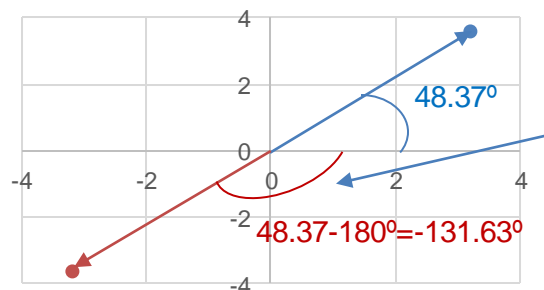
$$I = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{3 + j}{-2j} = 1,5j - 0,5$$

$$Z_2 = \frac{V_2}{I} = \frac{7 - 3j}{-0,5 + 1,5j} = \frac{(7 - 3j)(-0,5 - 1,5j)}{(-0,5 + 1,5j)(-0,5 - 1,5j)} = \frac{-3,5 + 1,5j - 10,5j - 4,5}{0,5^2 + 1,5^2} = \frac{-8 - 9j}{2,5} = -3,2 - 3,6j$$

Para pasar a forma fasorial:

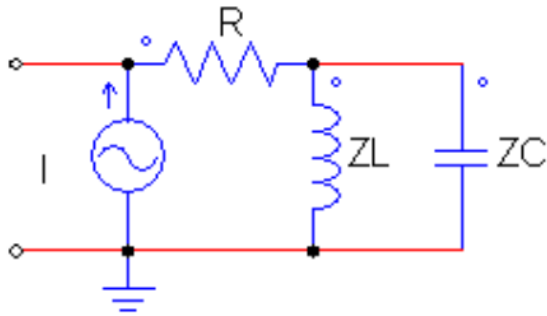
$$Z_2 = -3,2 - 3,6j = \sqrt{3,2^2 + 3,6^2} \angle \text{atan}\left(\frac{-3,6}{-3,2}\right) = 4,82 \angle -131,63^\circ$$

**Cuidado al calcular el ángulo.** Si hacemos  $\text{atan}(3,6/3,2) \rightarrow$  el resultado es  $48,37^\circ$ . Sin embargo ese sería el ángulo si la parte real y la parte imaginaria fueran positivas:

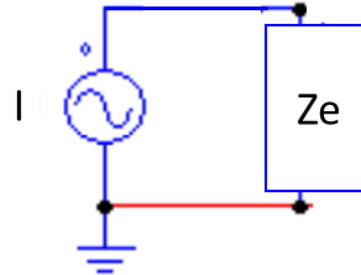


Para obtener este ángulo, restamos  $180^\circ$  al ángulo calculado:  $48,37 - 180 = -131,63^\circ$  (sería lo mismo con  $48,37 + 180 = 228,36^\circ$ )

**Problema 13.** Hallad el circuito equivalente de Thévenin del circuito inferior.  $R = 3 \Omega$ ,  $Z_L = 2j$ ,  $Z_C = -4j$ ,  $I = 2 \angle 10^\circ \text{ A}$ .



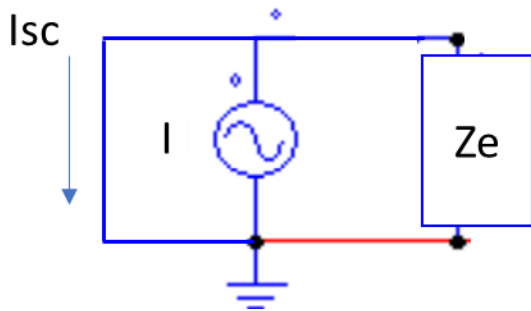
Simplificamos:  $Z_1 = Z_L \parallel Z_C$  y  $Z_e = Z_1 + Z_R$



$$Z_e = R + \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = 3 + \frac{2j(-4j)}{2j - 4j} = 3 + \frac{8}{-2j} = 3 + 4j = 5 \angle 53^\circ$$

$$V_{TH} = I Z_e = 2 \angle 10^\circ \times 5 \angle 10^\circ = 10 \angle 63^\circ \text{ V}$$

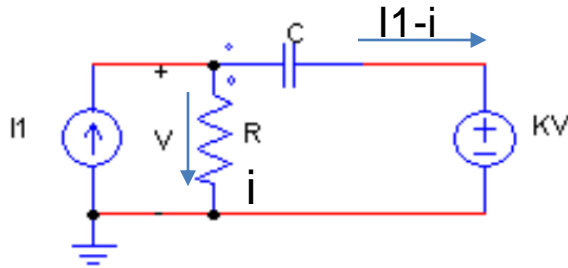
Si cortocircuitamos para obtener  $I_{sc}$ :



$$I_{SC} = I$$

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{SC}} = \frac{I Z_e}{I} = Z_e = 5 \angle 53^\circ \Omega$$

**Problema 14.** Hallad en el circuito inferior la corriente que circula por la resistencia.  $R = 4 \Omega$ ,  $C = 0,125 \text{ F}$ ,  $I(t) = 3\cos 4t$ ,  $K = 0,5$ .



Fuente dependiente:  $KV$ , donde  $V = V_R$ .

$$V = Ri$$

$$\text{Ec. Malla } V_R = V_C + KV$$

$$Ri = (I_1 - i)Z_c + KV = I_1Z_c - iZ_c + KRi$$

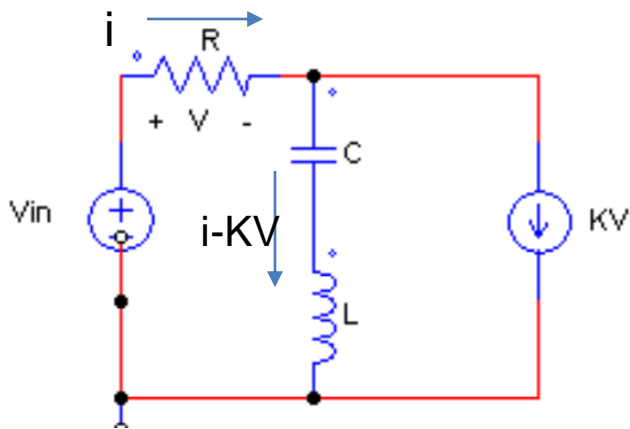
$$\Rightarrow i = \frac{I_1Z_c}{R - KR + Z_c}$$

$$I = 3\angle 0^\circ$$

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j4 \times 0,125} = -2j$$

$$\Rightarrow i = 3 \Big|_0 \frac{-2j}{4 - 2 - 2j} = 3 \Big|_0 \frac{-2j}{2 - 2j} = 3 \Big|_0 \frac{-j}{1 - j} = 3 \Big|_0 \frac{1 \Big|_{-90}}{\sqrt{2} \Big|_{-45}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Big|_{-45} = 2,43 \cos(4t - 45)$$

**Problema 15.** Hallar la corriente que genera la fuente de tensión en el circuito inferior.  $R=1 \Omega$ ,  $C=1F$ ,  $L=1 H$ ,  $K=1,5$ ,  $V_{in} = 4\cos 3t$



La fuente depende de  $V_R$ :  $V_R = IR = I$

Malla:  $V_{in} - V_R - V_C - V_L = 0$

$$V_{in} - RI - (I - 1,5V)Z_c - (I - 1,5V)Z_L = 0$$

$$V_{in} - I - (I - 1,5I)(Z_c + Z_L) = 0$$

$$Z_C + Z_L = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = \frac{1}{j3 \times 1} + j3 \times 1 = -\frac{j}{3} + \frac{9j}{3} = \frac{8j}{3}$$

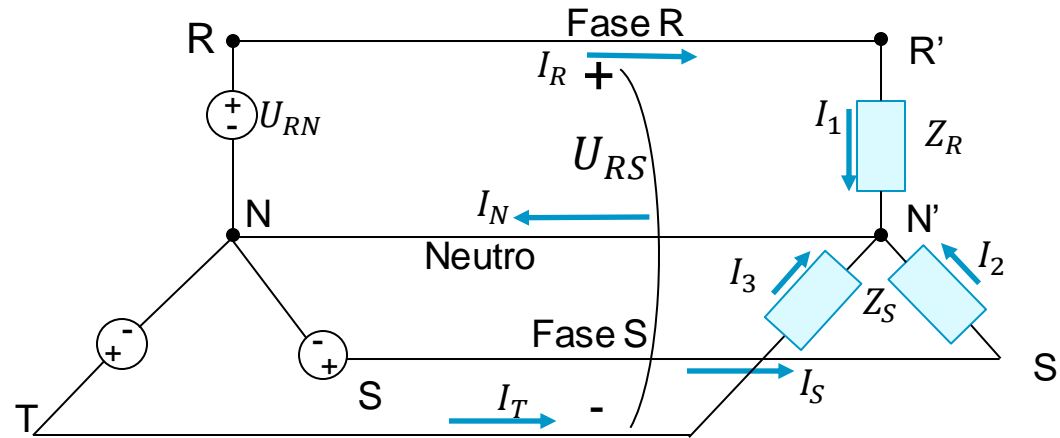
$$V_{in} - I + 0,5I(j\frac{8}{3}) = 0$$

$$V_{in} + I(-1 + \frac{4}{3}j) = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{V_{in}}{1 - \frac{4}{3}j} = \frac{4|_0}{1,7|_{-53}} = 2,35|_{53}$$

## Tema 2. Sistemas Trifásicos

**Problema 1.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia en la carga  $Z=8+6j \Omega$  y un módulo de la tensión de línea  $U_L=380V$ . Calcula las corrientes de fase y las corrientes de línea.



$$Z=8+6j=\sqrt{64+36}\angle\text{atan}\left(\frac{6}{8}\right)=10\angle36.87^\circ$$

$$U_L=380V=\sqrt{3}U_F \rightarrow U_F=\frac{380}{\sqrt{3}}=219.4V$$

Tensiones de fase:

$$U_{RN}=U_F\angle0=219.4\angle0^\circ V;$$

$$U_{SN}=U_F\angle-120^\circ;$$

$$U_{TN}=U_F\angle120^\circ;$$

Corrientes: Sistema Y-Y  $\rightarrow I_F=I_L$

$$I_1=I_R=\frac{U_{RN}}{Z_R}=\frac{219.4\angle0}{10\angle36.87^\circ}=21.9\angle-36.87^\circ A$$

$$I_2=I_S=\frac{U_{SN}}{Z_S}=\frac{219.4\angle-120}{10\angle36.87^\circ}=21.9\angle-156.87^\circ A$$

$$I_3=I_T=\frac{U_{TN}}{Z_T}=21.9\angle83.13^\circ A$$

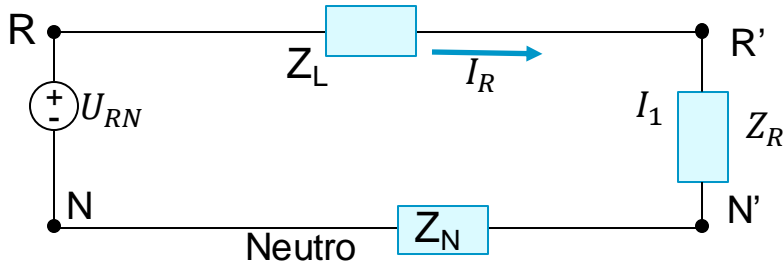
Tensiones de línea:

$$U_{RS}=U_{RN}\sqrt{3}e^{j30^\circ}=380\angle30^\circ V$$

$$U_{ST}=U_{SN}\sqrt{3}e^{j30^\circ}=380\angle-90^\circ V$$

$$U_{TR}=U_{TN}\sqrt{3}e^{j30^\circ}=380\angle150^\circ V$$

**Problema 2.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea  $Z_L = 1\Omega$ , impedancia en la carga  $Z = 3 + 3j\Omega$ , impedancia en el hilo neutro  $Z_N = 3\Omega$  y un módulo de la tensión de fase  $U_F = 100V$ . Calcula las corrientes de línea.



$$Z_L = 1 \rightarrow U_{RN} \neq U_{R'N'}$$

Tensiones de fase:

$$U_F = 100V \rightarrow U_{RN} = 100 \angle 0^\circ V$$

$$U_{SN} = 100 \angle -120^\circ;$$

$$U_{TN} = 100 \angle 120^\circ;$$

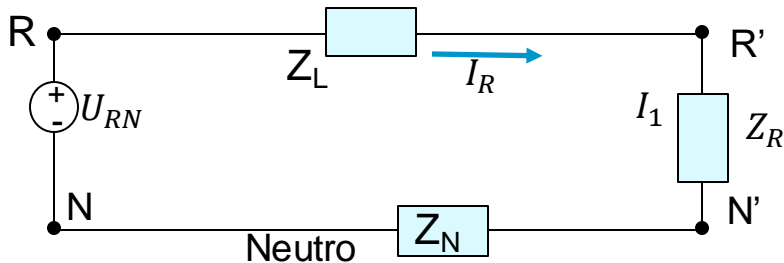
$$U_{RN} - U_{Z_L} - U_{R'N'} - U_{Z_N} = 0 \rightarrow U_{RN} = I_R Z_L + I_1 Z_R + I_N Z_N = I_R (Z_L + Z_R) \rightarrow I_R = \frac{U_{RN}}{Z_L + Z_R}$$

$$I_R = \frac{100 \angle 0^\circ}{1 + 3 + 3j} = \frac{100 \angle 0^\circ}{\sqrt{4^2 + 3^2} \angle \text{atan}\left(\frac{3}{4}\right)} = 20 \angle -36.9^\circ A = I_1 \quad Y-Y \rightarrow I_F = I_L$$

$$I_2 = I_S = 20 \angle -156.87^\circ A$$

$$I_3 = I_T = 20 \angle 83.13^\circ A$$

**Problema 3.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea  $Z_L=1+2j\Omega$ , impedancia en la carga  $Z=38/\sqrt{3}\angle 45^\circ \Omega$ , impedancia en el hilo neutro  $Z_N=1+2j \Omega$  y la tensión en la carga  $U_{R'N'}=380/\sqrt{3}\angle 0^\circ V$ . Calcula las corrientes de línea, tensiones de fase y tensiones de línea.



$$Z_L=1+2j \rightarrow U_{RN} \neq U_{R'N'}$$

Tensiones en las cargas:

$$U_{R'N'} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ V;$$

$$U_{S'N'} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle -120^\circ;$$

$$U_{T'N'} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 120^\circ;$$

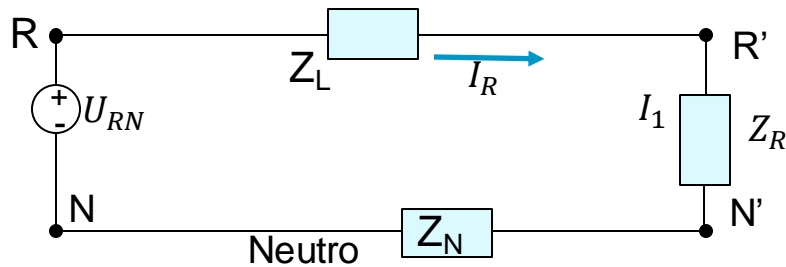
$$U_{R'N'} = I_R Z_R \rightarrow I_R = \frac{U_{R'N'}}{Z_R} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{\frac{38}{\sqrt{3}} \angle 45^\circ} = 10 \angle -45^\circ = I_1$$

$$I_S = I_2 = 10 \angle -165^\circ$$

$$I_3 = I_T = 10 \angle 75^\circ A$$



### Problema 3.



$$I_R = 10 \angle -45^\circ = I_1$$

$$Z_L = 1 + 2j$$

$$Z = 38 / \sqrt{3} \angle 45^\circ = 15.51 + 15.51j$$

Tensiones de línea:

$$U_{RS} = U_{RN} \sqrt{3} e^{j30^\circ} = 416.9 \angle 31.68^\circ \text{ V}$$

$$U_{ST} = U_{RS} \sqrt{3} e^{j30^\circ} = 416.9 \angle -88.32^\circ \text{ V}$$

$$U_{TR} = U_{TN} \sqrt{3} e^{j30^\circ} = 416.9 \angle 151.68^\circ \text{ V}$$

$$U_{RN} \neq U_{R'N'}$$

Tensiones de fase:

$$U_{RN} = U_{ZL} + U_{R'N'} + U_{ZN} \rightarrow$$

$$U_{RN} = I_R (Z_L + Z_R)$$

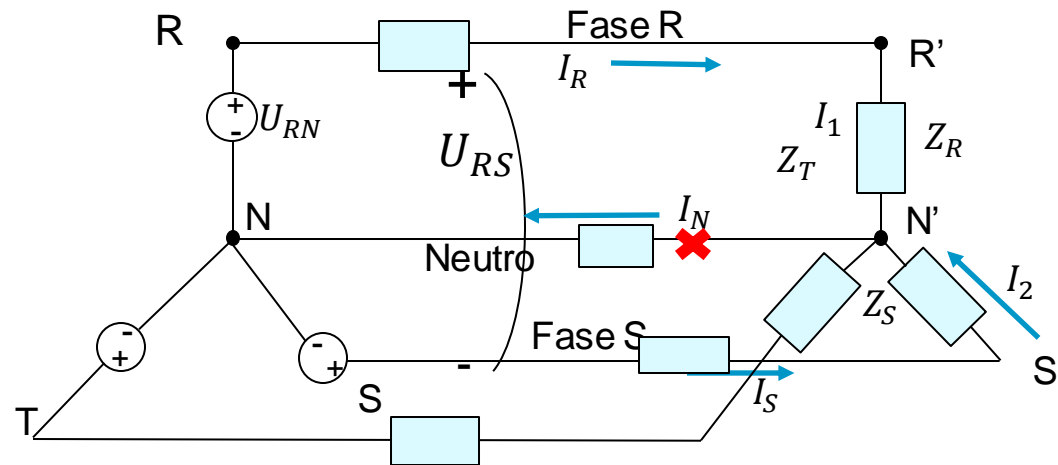
$$= 10 \angle -45^\circ (16.5 + 17.5j)$$

$$= 10 \angle -45^\circ (24.07 \angle 46.68^\circ) = 240.7 \angle 1.68^\circ \text{ V}$$

$$U_{SN} = 240.7 \angle -118.32^\circ \text{ V}$$

$$U_{TN} = 240.7 \angle 121.68^\circ \text{ V}$$

**Problema 4.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea  $Z_L=1+j \Omega$ , impedancia en la carga  $Z=10+10j \Omega$ , impedancia en el hilo neutro  $Z_N=1+j \Omega$  y el módulo de la tensión de línea  $U_L=380V$ . Calcula las corrientes de línea y las tensiones en la carga.,



$$Z=10+10j=\sqrt{200}\angle \text{atan}(10/10) = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

$$Z_L=1+1j=\sqrt{2}\angle 45^\circ = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

$$U_L=380V \rightarrow U_{RN} = 380/\sqrt{3}\angle 0^\circ V$$

$$U_{RS} = 380\angle 30^\circ$$

Corrientes: Sistema Y-Y  $\rightarrow I_F=I_L$

Corrientes de fase:

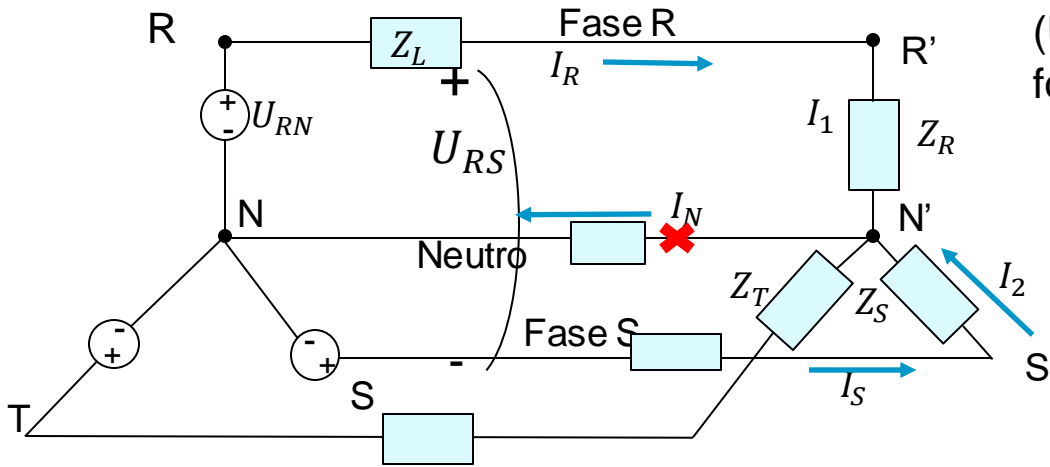
$$I_1 = \frac{U_{RN}}{Z_L + Z_R} = \frac{380/\sqrt{3}\angle 0}{(10 + 10j) + (1 + 1j)} = \frac{380/\sqrt{3}\angle 0}{11 + 11j} = \frac{380/\sqrt{3}\angle 0}{11\sqrt{2}\angle 45^\circ} = \frac{380}{11\sqrt{6}} \angle -45^\circ$$

$$= 14.10 \angle -45^\circ A = I_R$$

$$I_2 = \frac{U_{SN}}{Z_L + Z_S} = 14.10 \angle -165^\circ A = I_S$$

$$I_3 = 14.10 \angle 75^\circ A = I_T$$

### Problema 4. Tensiones en la carga.



Para calcular las tensiones en la carga, ( $U_{R'N'}$ ,  $U_{S'N'}$ ,  $U_{T'N'}$ ) podemos hacerlo de dos formas:

$$U_{R'N'} = I_1 \times Z_R$$

$$U_{RN} = U_{Z_L} + U_{R'N'} \rightarrow U_{R'N'} = U_{RN} - U_{Z_L}$$

$$U_{R'N'} = I_1 \times Z_R = (14.10 \angle -45^\circ) \times (10\sqrt{2} \angle 45^\circ) = 199.4 \angle 0^\circ \text{ V}$$

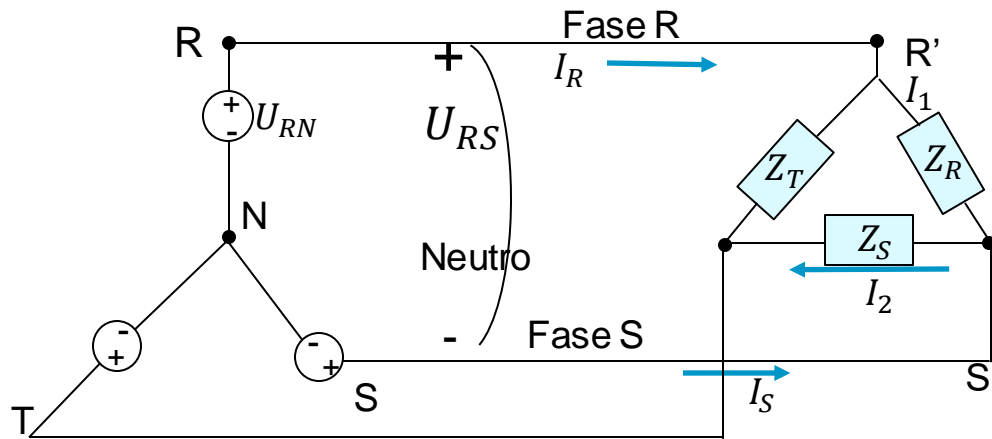
$$\begin{aligned}
 U_{R'N'} &= U_{RN} - U_{Z_L} = U_{RN} - I_R \times Z_L = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ - (14.10 \angle -45^\circ) \times (1\sqrt{2} \angle 45^\circ) \\
 &= \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ - (19.94 \angle 0^\circ) = \frac{380}{\sqrt{3}} - 19.94 = 199.4 \text{ V} = 199.4 \angle 0^\circ \text{ V}
 \end{aligned}$$

Tienen fase  $0^\circ$ , por lo tanto son reales puros

$$U_{S'N'} = 199.4 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$U_{T'N'} = 199.4 \angle 120^\circ \text{ V}$$

**Problema 5.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- $\Delta$  tiene una impedancia en la carga  $Z=6+8j \Omega$  y el módulo de la tensión de línea  $U_L=380V$ . Calcula las corrientes de línea y las corrientes de fase en la carga.



$$Z=6+8j=\sqrt{64+36}\angle \operatorname{atan}\left(\frac{6}{8}\right)=10\angle 53.13^\circ$$

$$U_L=380V \Rightarrow U_{RN} = 380/\sqrt{3}\angle 0^\circ V$$

$$U_{RS} = 380\angle 30^\circ$$

Tensiones de línea:

$$U_{ST} = 380\angle -90^\circ V;$$

$$U_{TR} = 380\angle 150^\circ V;$$

$$I_R = \sqrt{3}I_1 e^{-j30^\circ}$$

Corrientes: Sistema Y- $\Delta \rightarrow I_S = \sqrt{3}I_2 e^{-j30^\circ}$

$$I_T = \sqrt{3}I_3 e^{-j30^\circ}$$

Corrientes de fase:

$$I_1 = \frac{U_{R'S'}}{Z_R} = \frac{380\angle 30^\circ}{10\angle 53.13^\circ} = 38\angle -23.13^\circ A$$

$$I_2 = \frac{U_{S'T'}}{Z_S} = 38\angle -143.13^\circ A$$

$$I_3 = \frac{U_{T'R'}}{Z_T} = 38\angle 96.87^\circ A$$

Corrientes de línea:

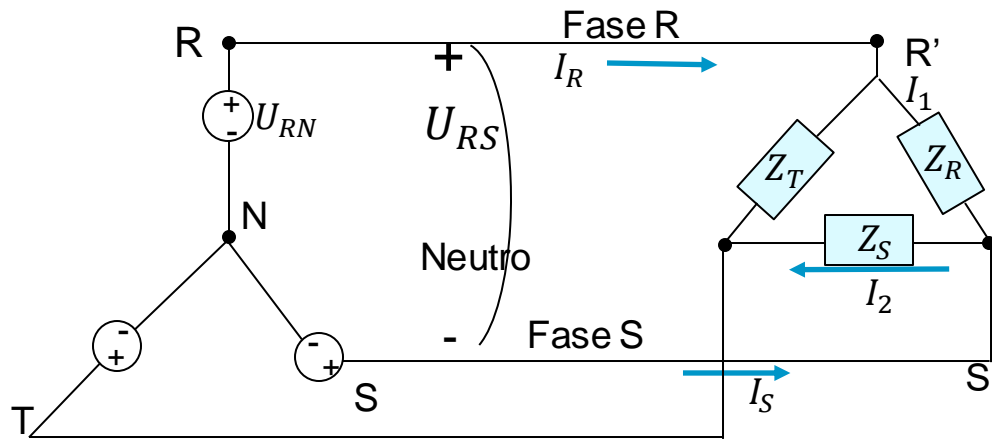
$$I_R = I_1 \sqrt{3} e^{-j30^\circ} = 38\sqrt{3}\angle -23.13 - 30^\circ A$$

$$= 65.82\angle -53.13^\circ A$$

$$I_S = 65.82\angle -173.13^\circ A$$

$$I_T = 65.82\angle 66.87^\circ A$$

**Problema 6.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- $\Delta$  tiene una impedancia en la carga  $Z=5\angle 45^\circ \Omega$  y el valor eficaz de la tensión de línea  $U_{Leff}=120V$ . Calcula las corrientes de línea y las corrientes de fase en la carga.



$$U_{Leff} = 120 \text{ V}$$

Tensiones de línea (eficaces):

$$U_{RS} = 120\angle 30^\circ \text{ V};$$

$$U_{ST} = 120\angle -90^\circ \text{ V};$$

$$U_{TR} = 120\angle 150^\circ \text{ V};$$

$$I_R = \sqrt{3}I_1e^{-j30}$$

Corrientes: Sistema Y- $\Delta \rightarrow I_S = \sqrt{3}I_2e^{-j30}$

$$I_T = \sqrt{3}I_3e^{-j30}$$

Corrientes de fase eficaces:

$$I_1 = \frac{U_{R'S'}}{Z_R} = \frac{120\angle 30}{5\angle 45^\circ} = 24\angle -15^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{S'T'}}{Z_S} = 24\angle -135^\circ \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{T'R'}}{Z_T} = 24\angle 105^\circ \text{ A}$$

Corrientes de línea eficaces:

$$I_R = I_1\sqrt{3}e^{-j30^\circ} = 24\sqrt{3}\angle -15 - 30^\circ \text{ A} = 41.5\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_S = 41.5\angle -165^\circ \text{ A}$$

$$I_T = 41.5\angle 75^\circ \text{ A}$$

Corrientes de línea (amplitud):

$$I_1\sqrt{2} = 24\sqrt{2}\angle -15^\circ \text{ A} = 33.94\angle -15^\circ \text{ A}$$

**Problema 7.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- $\Delta$  tiene una impedancia en la carga  $Z=30\angle 30^\circ \Omega$  y el módulo de la tensión de fase  $U_F=300V$ . Obtener: a) El equivalente en estrella de la carga b) El circuito monofásico equivalente c) Las tensiones de línea d) Las corrientes de línea.

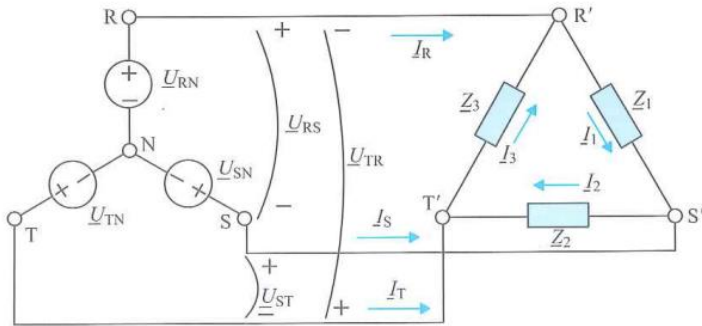
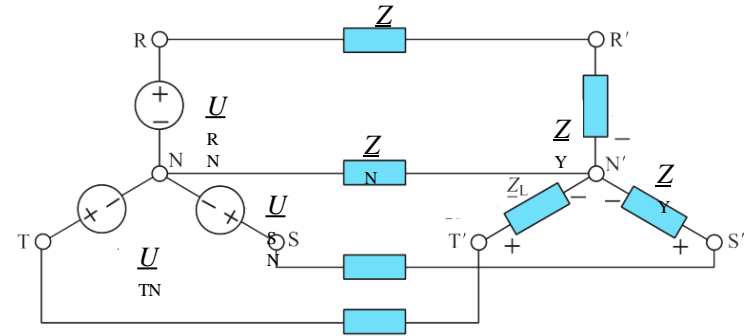
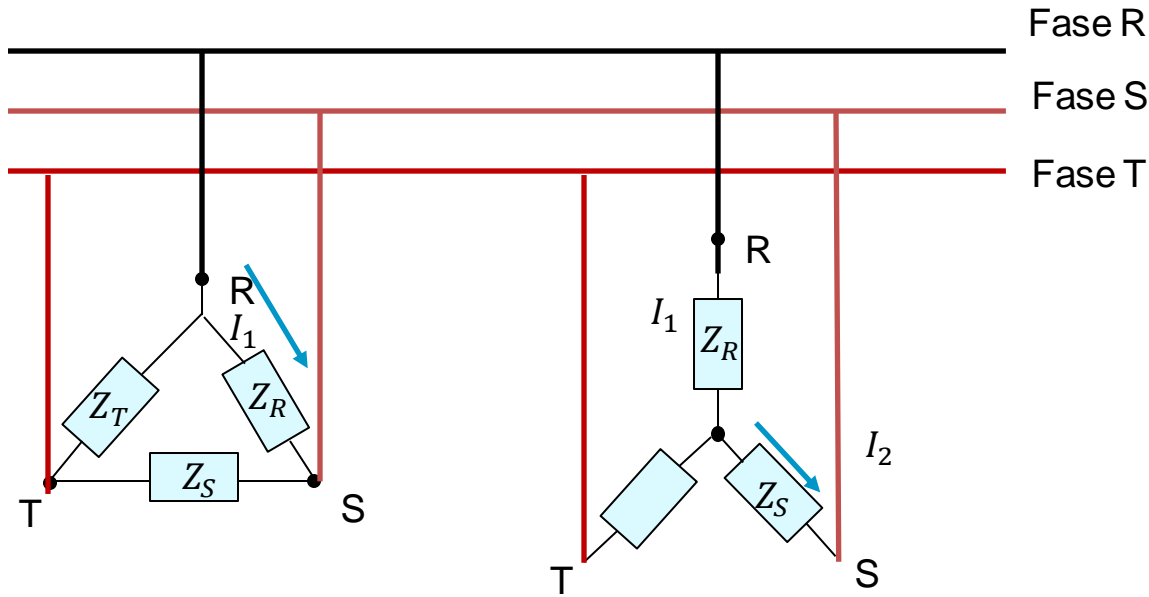


Figura 3.18 Carga equilibrada conectada en triángulo





$$Z_{RS\_Δ} = Z_R \parallel (Z_T + Z_S) = \frac{Z_R \times (Z_T + Z_S)}{Z_R + Z_T + Z_S} = \frac{2Z_{\Delta}^2}{3Z_{\Delta}} = \frac{2}{3}Z_{\Delta}$$

$$Z_{RS\_Y} = Z_R + Z_S = 2Z_Y$$

$$\frac{2}{3}Z_{\Delta} = 2Z_Y \rightarrow Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

**Problema 7.**

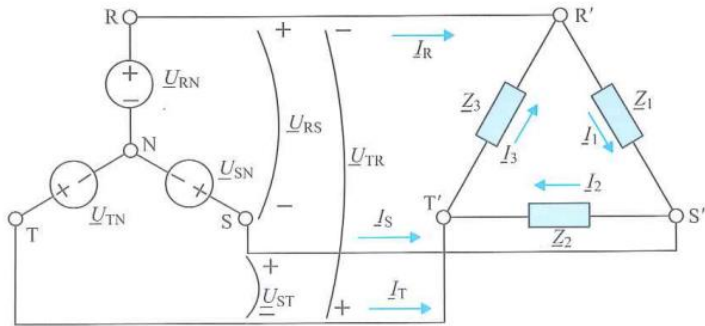
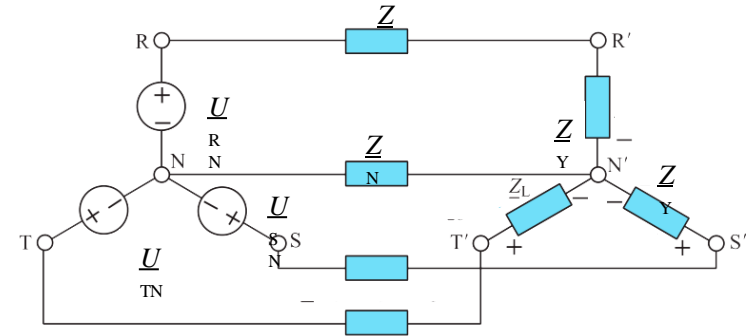


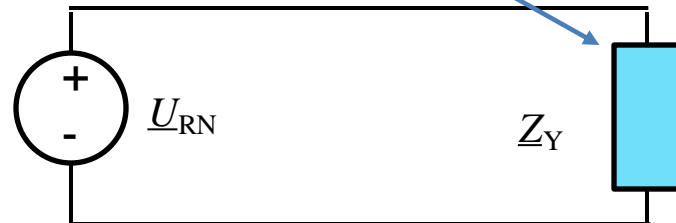
Figura 3.18 Carga equilibrada conectada en triángulo



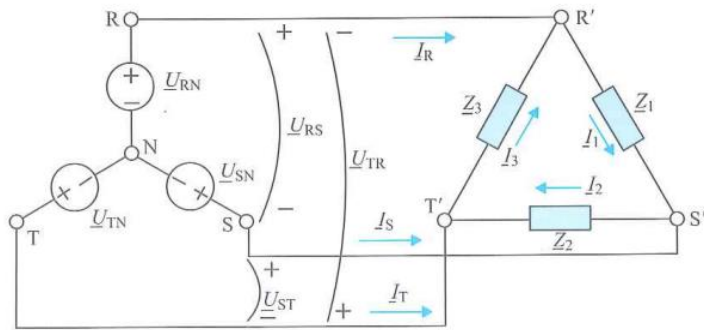
$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} \quad Z_{\Delta} = 30 \angle 30^{\circ} \rightarrow Z_Y = 10 \angle 30^{\circ}$$

UF=300V

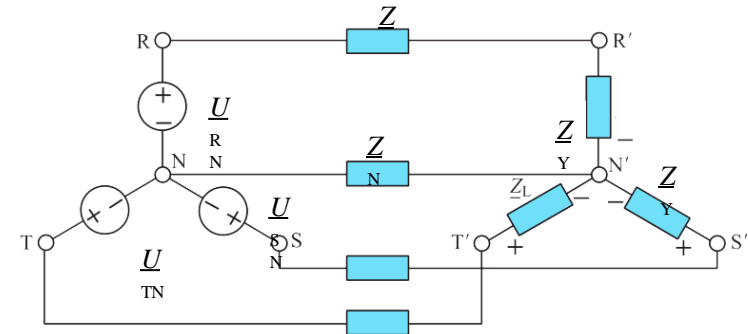
b) Monofásico equivalente:







$$Z_{\Delta} = 30 \angle 30^{\circ}$$



$$Z_Y = 10 \angle 30^{\circ}$$

c) Tensiones de línea ( $U_F=300$  V).

Las tensiones de líneas de ambos circuitos son las mismas:  $U_L = \sqrt{3}U_F = 519.61$  V

Tomando  $U_{RN}$  como referencia:  $U_{RN}=300 \angle 0^{\circ} \rightarrow U_{RS}=519.61 \angle 30^{\circ}$ ;  $U_{ST}=519.61 \angle -90^{\circ}$ ;  $U_{TR}=519.61 \angle 150^{\circ}$

d) Las corrientes de línea son iguales en ambos circuitos:

$$\text{En estrella } I_L = I_F \rightarrow I_R = I_1 = \frac{U_{RN}}{Z_Y} = \frac{300 \angle 0^{\circ}}{10 \angle 30^{\circ}} = 30 \angle -30^{\circ} \text{ A}$$

$$\text{En triángulo } I_1 = \frac{U_{RS}}{Z_{\Delta}} = \frac{300\sqrt{3} \angle 30^{\circ}}{30 \angle 30^{\circ}} =$$

$$10\sqrt{3} \angle 0^{\circ} \text{ A} \rightarrow I_R = I_1 \sqrt{3} e^{-j30} = 10\sqrt{3} \angle 0^{\circ} \sqrt{3} \angle -30 = 30 \angle -30^{\circ} \text{ A}$$

$$I_S = 30 \angle -150^{\circ} \text{ A}; I_T = 30 \angle 90^{\circ} \text{ A}$$

**Problema 8.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene el módulo de la tensión de línea  $U_L=200$  V (eficaz), una potencia activa total  $P=900$  W y un FP  $\cos\varphi=0.9$ . Obtener la corriente de línea y la impedancia en la fase. La impedancia en la línea se supone cero.

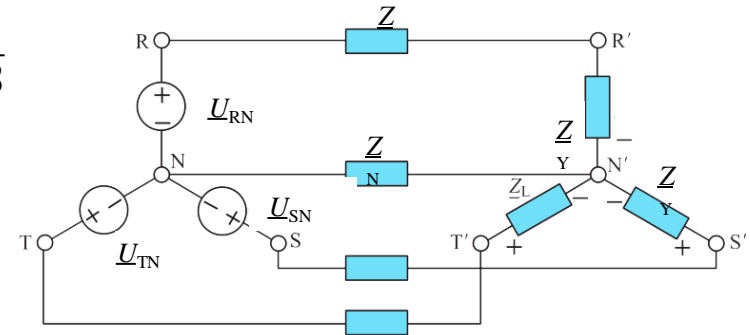
$$P = 3U_F I_F \cos \varphi [W] \quad U_L = 200 \rightarrow U_F = 200/\sqrt{3}$$

$$900 = 3 \frac{200}{\sqrt{3}} I_F 0.9 \rightarrow I_F = \frac{900}{\sqrt{3} \times 200 \times 0.9} = 2.89 \text{ A}$$

A partir de ec. de línea:

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi \rightarrow 900 = \sqrt{3} \times 200 \times I_L 0.9 \rightarrow I_L = \frac{900}{\sqrt{3} \times 200 \times 0.9}$$

$$\left. \begin{aligned}
 Y - Y \rightarrow U_F &= I_F |Z| \rightarrow |Z| = \frac{U_F}{I_F} = \frac{200/\sqrt{3}}{2.89} = 40 \Omega \\
 \cos \varphi &= 0.9 \rightarrow \varphi = \arccos(0.9) = 25.8^\circ
 \end{aligned} \right\} Z = 40 \angle 25.8^\circ \Omega$$



**Problema 9.** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene el módulo de la tensión de línea  $U_L=220$  V y una impedancia en la carga  $Z=3+4j \Omega$ . Calcular las potencias aparente  $S$ , activa  $P$  y reactiva  $Q$  total en las cargas y el factor de potencia.

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi$$

$$U_L = 220 \rightarrow U_F = 220/\sqrt{3}$$

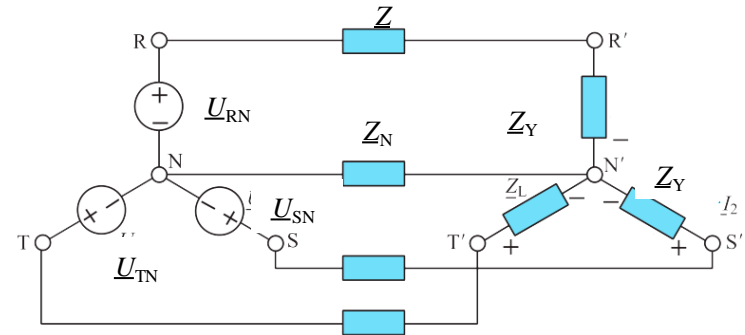
$$I_R = I_1 = \frac{U_{RN}}{Z} = \frac{220/\sqrt{3} \angle 0}{5 \angle 53.13} = \frac{44}{\sqrt{3}} \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} \times 220 \times \frac{44}{\sqrt{3}} \cos \varphi = 9680 \times \frac{3}{\sqrt{9+16}} = 5808 \text{ W}$$

$$Z = 3 + 4j \Omega \rightarrow \cos \varphi = \frac{Z'}{|Z|}$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = 5808 \times \frac{\sqrt{9+16}}{3} = 9680 \text{ [VA]}$$

$$Q = S \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = 7744 \text{ [VAr]}$$



**Problema 10.** Un sistema trifásico equilibrado de 20 kV de línea conectado en estrella alimenta una instalación que dispone de una carga conectada en estrella de 100 kVA de potencia aparente con factor de potencia 0,95 capacitivo. Calcular el valor de la carga, el módulo de la corriente de línea y de fase y la potencia activa y reactiva total en la carga.

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi$$

$$U_L = 20 \text{ kV}$$

$$S = 100 \text{ kVA} = \sqrt{3}U_L I_L \rightarrow I_L = \frac{100}{20\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\text{kVA}}{\text{kV}} = \text{A} \right]$$

$$U_F = I_F Z \rightarrow Z = \frac{U_F}{I_F} = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 5} = 4 \left[ \frac{\text{kV}}{\text{A}} = \text{k}\Omega \right]$$

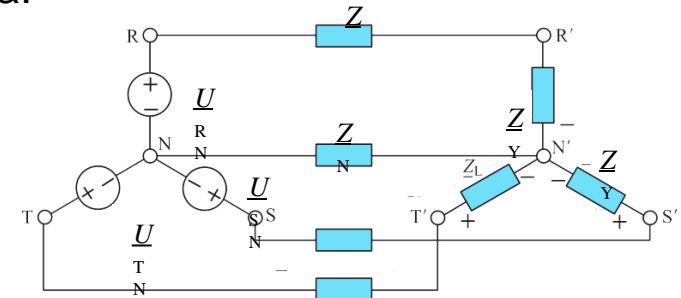
$$Z = 4 \angle -18.19^\circ \text{ k}\Omega$$

$$fp = 0.95 = \cos \varphi \rightarrow \varphi = \arccos(0.95) = 18.19^\circ; \text{capacitivo} \rightarrow \varphi = -18.19^\circ$$

$$P = S \cos \varphi = 100 \times 0.95 = 95 \text{ kW}$$

$$Q = S \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 95^2} = 31.22 \rightarrow Q = -31.22 \text{ kVAr}$$

capacitivo



**Problema 11.** Un sistema trifásico equilibrado de 20 kV de línea conectado en estrella alimenta una instalación que dispone de una carga conectada en triángulo de 100 kVA de potencia aparente con factor de potencia 0,95 capacitivo. Calcular el valor de la carga, el módulo de la corriente de línea y de fase y la potencia activa y reactiva total en la carga.

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi$$

$$U_L = 20 \text{ kV}$$

$$S = 100 \text{ kVA} = \sqrt{3}U_L I_L \rightarrow I_L = \frac{100}{20\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\text{kVA}}{\text{kV}} = \text{A} \right]$$

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{5/\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1.67 \text{ A}$$

$$U_{RS} = I_F Z \rightarrow |Z| = \frac{U_L}{I_F} = \frac{20}{5/3} = 12 \left[ \frac{\text{kV}}{\text{A}} = \text{k}\Omega \right]$$

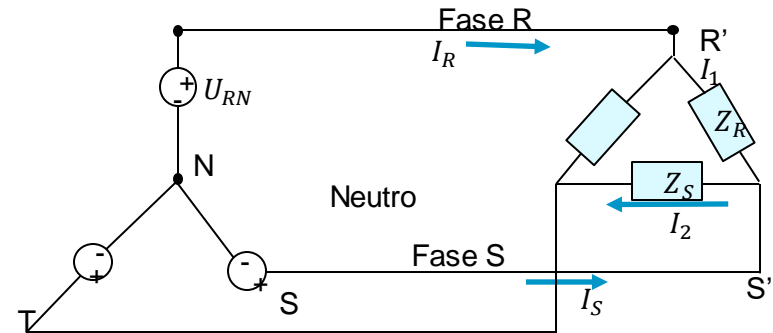
$$Z = 12 \angle -18.19^\circ \text{ k}\Omega$$

$$fp = 0.95 = \cos \varphi \rightarrow \varphi = \arccos(0.95) = 18.19^\circ; \text{capacitivo} \rightarrow \varphi = -18.19^\circ$$

$$P = S \cos \varphi = 100 \times 0.95 = 95 \text{ kW}$$

capacitivo

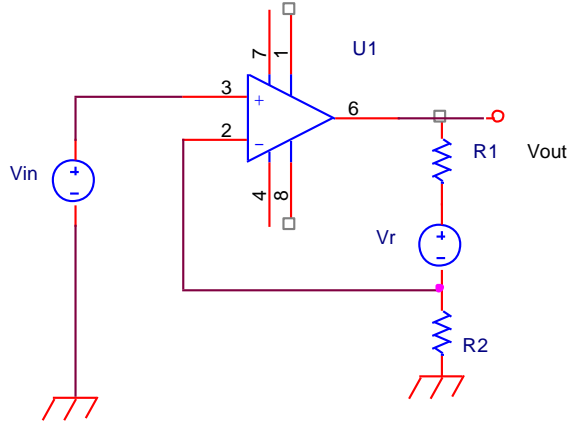
$$Q = S \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 95^2} = 31.22 \rightarrow Q = -31.22 \text{ kVAr}$$



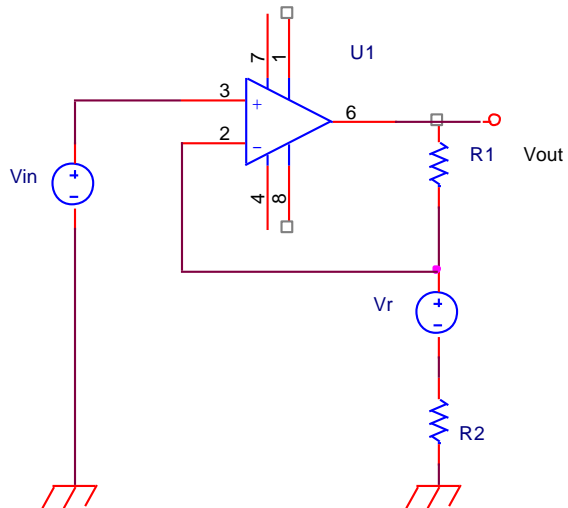
# Bloque II. Electrónica Analógica

## Tema 4. Amplificador Operacional (A. O.)

**Problema 1.** Hallar la función de transferencia del circuito ( $V_{out}$  vs.  $V_{in}$ ).

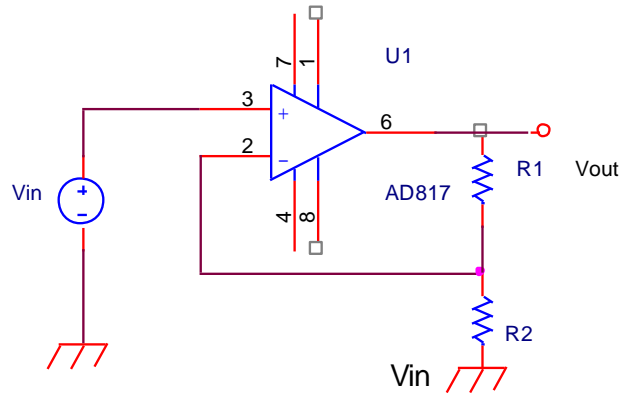


**Problema 2.** Hallar la función de transferencia del circuito ( $v_{out}$  vs.  $v_{in}$ ).

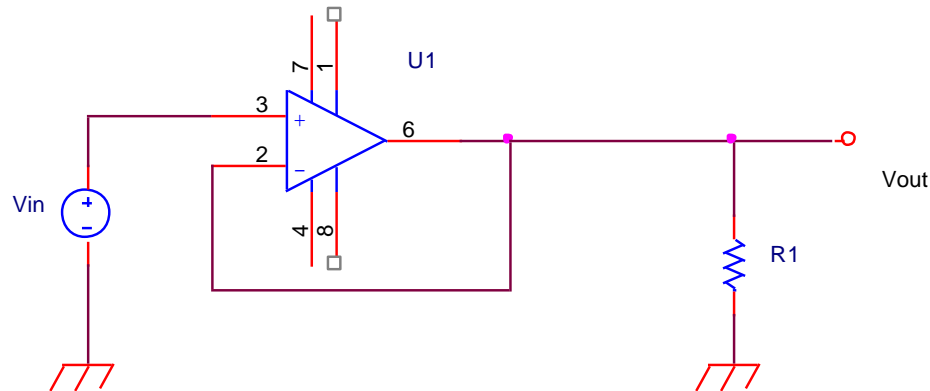




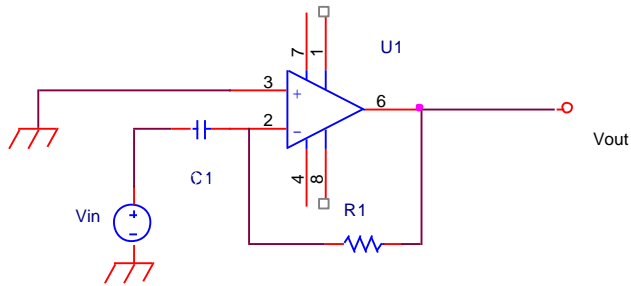
**Problema 3.** Hallar la función de transferencia del circuito ( $v_{out}$  vs.  $v_{in}$ ).



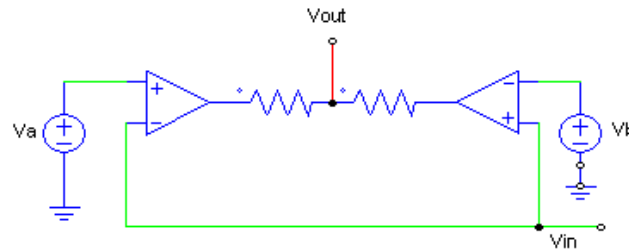
**Problema 4** Suponiendo que el AO de la figura tiene una ganancia en lazo abierto  $A=2 \cdot 10^5$  hallar  $v_{out}$  sabiendo que  $v_{in} = 3V$ . Hallar la corriente que pasa por  $R_1$  si ésta vale  $10\text{ k}\Omega$ .



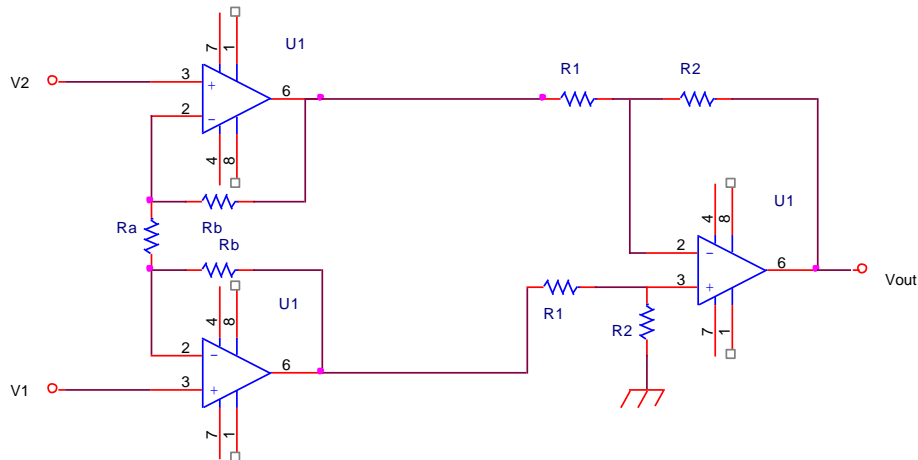
**Problema 5.** Hallar la función de transferencia del circuito de la figura ( $v_{out}$  vs.  $v_{in}$ ).



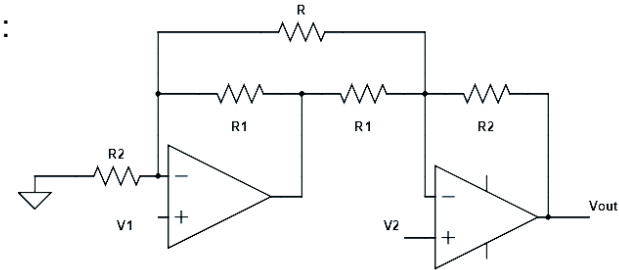
**Problema 6.** El circuito de la figura es un detector de rango de voltaje. Hallar la función de transferencia del mismo si los voltajes de saturación son +15 V y -15 V.  $V_a = -4$  V y  $V_b = 8$  V.



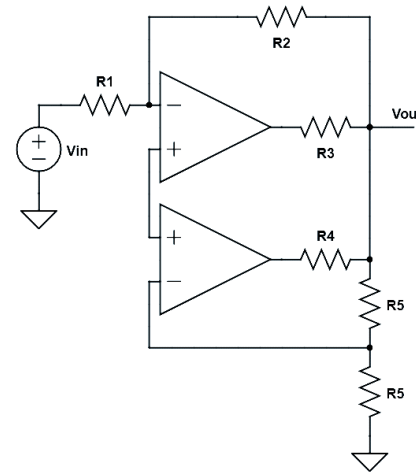
**Problema 7.** El circuito de la figura es un amplificador de instrumentación. Hallar su función de transferencia.



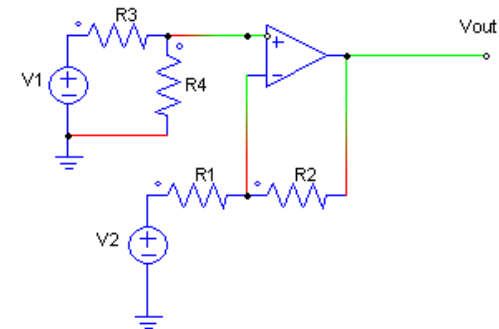
**Problema 8.** Hallar la función de transferencia del siguiente circuito:



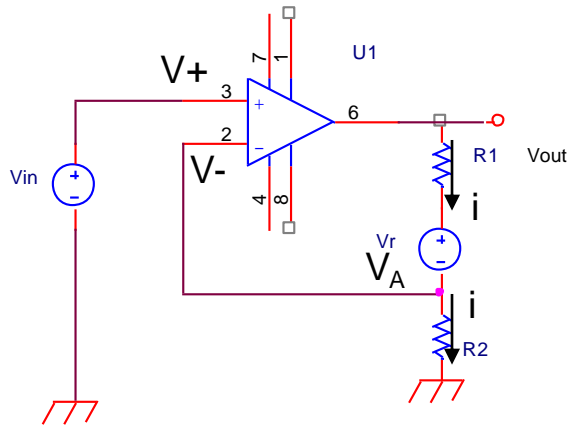
**Problema 9.** Hallar la función de transferencia del del siguiente circuito:



**Problema 10.** Hallar  $V_{out}$  en función de  $V_1$ ,  $V_2$ , y las resistencias del circuito.



**Problema 1.** Hallar la función de transferencia del circuito ( $V_{out}$  vs.  $V_{in}$ ).



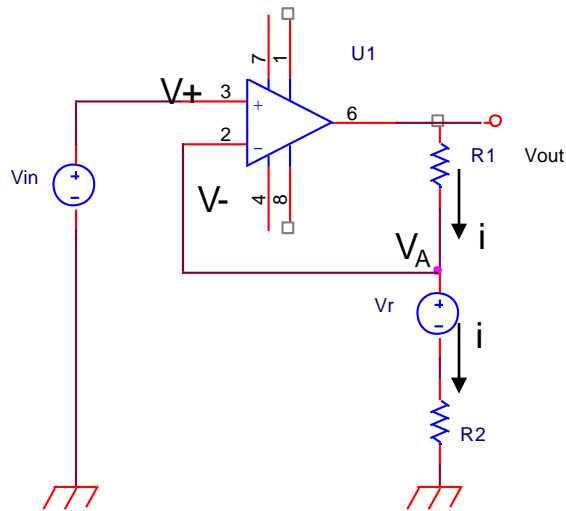
Teniendo en cuenta que no hay corrientes de entrada al AO y que el voltaje en las dos entradas es igual, aplicamos las leyes de Kirchhoff en la malla de entrada y en la de salida (llamamos  $i$  a la corriente que pasa por las resistencias).

$$V_+ = V_{in} \rightarrow V_- = V_{in} \rightarrow V_A = V_{in}$$

$$V_{in} = iR_2 \rightarrow i = \frac{V_{in}}{R_2}$$

$$V_{out} = V_{R2} + V_r + V_{R1} = iR_2 + V_r + iR_1 \rightarrow V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r$$

**Problema 2.** Hallar la función de transferencia del circuito ( $v_{out}$  vs.  $v_{in}$ ).



El voltaje en las dos entradas ( $V_+$ ,  $V_-$ ) es el mismo  
 La corriente de entrada es nula

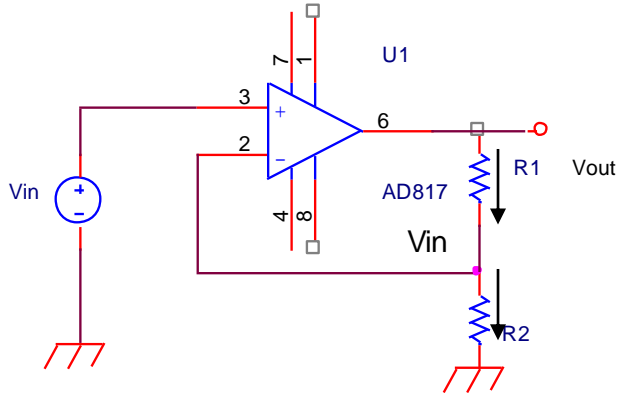
$$V_+ = V_{in} \rightarrow V_- = V_{in} \rightarrow V_A = V_{in}$$

$$V_{in} = V_r + iR_2 \rightarrow i = \frac{V_{in} - V_r}{R_2}$$

$$V_{out} = V_{R_2} + V_r + V_{R_1} = iR_2 + V_r + iR_1 \rightarrow V_{out} = \frac{V_{in} - V_r}{R_2} R_2 + V_r + \frac{V_{in} - V_r}{R_2} R_1$$

$$V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r \left( 1 - \frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{in} + V_r \left( \frac{R_1}{R_2} \right)$$

**Problema 3.** Hallar la función de transferencia del circuito ( $v_{out}$  vs.  $v_{in}$ ).

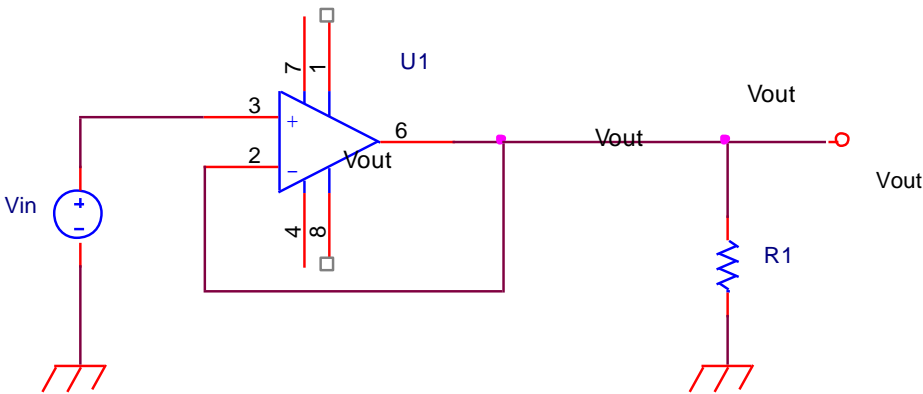


Llamando  $i$  a la corriente que circula por las resistencias:

$$v_+ = v_- \Rightarrow V_{in} = iR_2 \Rightarrow i = \frac{V_{in}}{R_2}$$

$$V_{out} = iR_1 + iR_2 \Rightarrow V_{out} = \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} V_{in}$$

**Problema 4** Suponiendo que el AO de la figura tiene una ganancia en lazo abierto  $A=2 \cdot 10^5$  hallar  $v_{out}$  sabiendo que  $v_{in} = 3V$ . Hallar la corriente que pasa por  $R_1$  si ésta vale  $10\text{ k}\Omega$ .



$$V_{out} = A(v_+ - v_-) = A(V_{in} - V_{out}) \Rightarrow V_{out}(1 + A) = AV_{in}$$

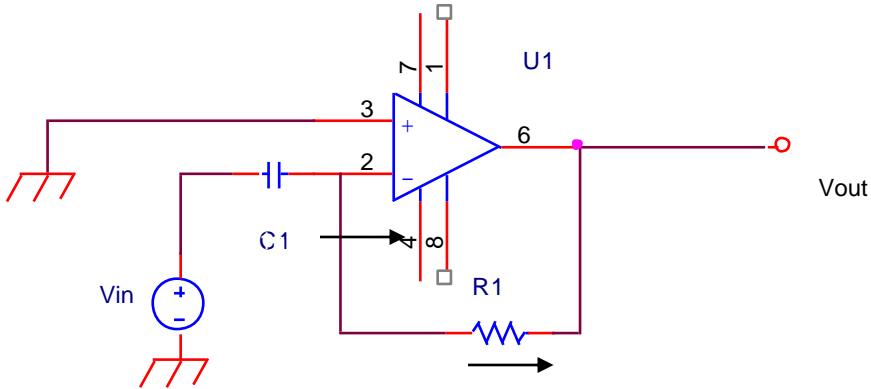
$$\Rightarrow V_{out} = \frac{A}{1 + A} V_{in}$$

$$V_{out} = \frac{2 \times 10^5}{1 + 2 \times 10^5} V_{in} \approx V_{in} = 3V$$

$$I = \frac{V_{out}}{R_1} = \frac{3V}{10\text{ k}\Omega} = 0.3\text{ mA}$$

0.999995

**Problema 5.** Hallar la función de transferencia del circuito de la figura ( $v_{out}$  vs.  $v_{in}$ ).



$$v_+ = v_- = 0$$

$$i_c = i_{R1} \rightarrow \frac{V_{in} - 0}{Z_c} = \frac{0 - V_{out}}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R}{Z_c} = -\frac{R}{\frac{1}{j\omega C}} = -j\omega RC$$

Otra forma más genérica de resolverlo

$$V_{out} = 0 - V_R = -iR = -RC \frac{dv_c}{dt}$$

$\uparrow$   
 $i_c = C \frac{dv_c}{dt}$

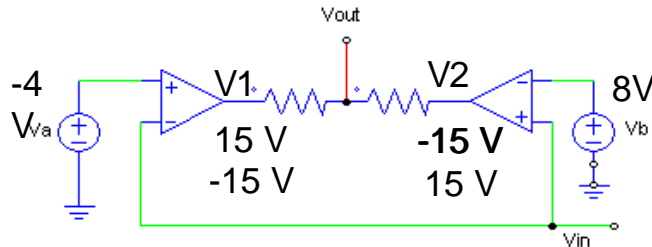
Circuito integrador

$$\begin{array}{l}
 v_c = V_{in} \\
 \downarrow \\
 \text{si } V_{in} = V_o e^{j\omega t} \rightarrow \frac{dv_c}{dt} = j\omega V_o e^{j\omega t} = j\omega V_{in}
 \end{array}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{RCj\omega V_{in}}{V_{in}} = -j\omega RC$$



**Problema 6.** El circuito de la figura es un detector de rango de voltaje. Hallar la función de transferencia del mismo si los voltajes de saturación son +15 V y -15 V.  $V_a = -4$  V y  $V_b = 8$  V.



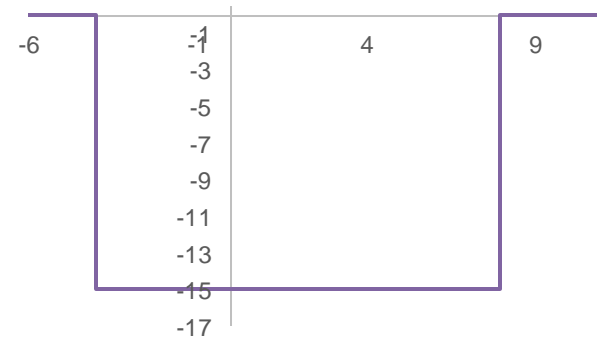
En este problema no hay realimentación negativa, por tanto los AO estarán saturados a  $\pm 15$  V:

$$\begin{aligned}
 \text{Si } V_+ > V_- &\rightarrow V_o = +V_{cc} (15V) \\
 \text{Si } V_+ < V_- &\rightarrow V_o = -V_{cc} (-15V)
 \end{aligned}$$

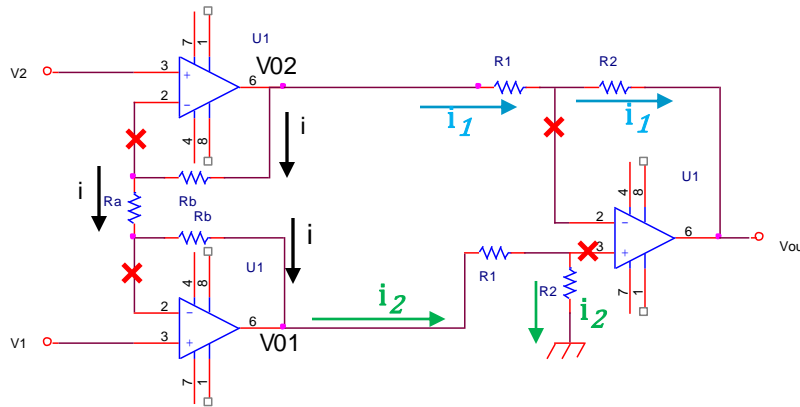
Estudiamos los diferentes casos:

- Si  $V_{in} < -4$  V  $\rightarrow V_1 = 15$  V y  $V_2 = -15$  V  $\rightarrow V_{out} = 0$  V
- Si  $8 > V_{in} > -4$  V  $\rightarrow V_1 = -15$  V y  $V_2 = -15$  V  $\rightarrow V_{out} = -15$  V
- Si  $V_{in} > 8$  V  $\rightarrow V_1 = -15$  V y  $V_2 = 15$  V  $\rightarrow V_{out} = 0$  V

La salida es diferente de cero cuando el valor del voltaje de entrada está entre -4 V y 8 V (las fuentes de referencia). El circuito es capaz de detectar este rango de voltaje.



**Problema 7.** El circuito de la figura es un amplificador de instrumentación. Hallar su función de transferencia.



$i$  circula por  $R_b$ , por  $R_a$  y por  $R_b$ .  
 $i_1$  circula desde la salida del 2º operacional, a la salida del 3er operacional.  
 $i_2$  circula desde la salida del AO1 hasta tierra.  
 Llamaremos  $v_{01}$  y  $v_{02}$  a las salidas de los AO1 y AO2.  
 Aplicando las leyes de Kirchoff a la parte izquierda del circuito (formada por los AO1 y AO2) tenemos que:

$$i = \frac{v_{-2} - v_{-1}}{R_a} = \frac{v_2 - v_1}{R_a} \quad \text{Aplicando cortocircuito virtual (} v_+ = v_- \text{)}$$

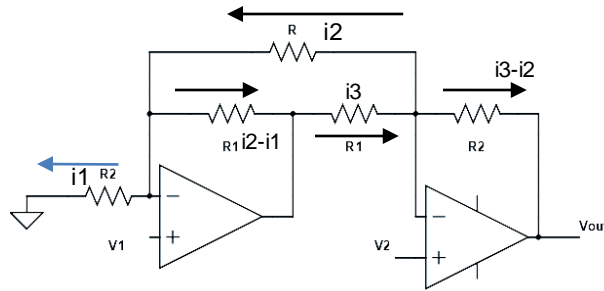
Como en los operacionales no entra corriente  $\rightarrow i = \frac{V_{02} - V_{01}}{R_b + R_a + R_b} = \frac{V_{02} - V_{01}}{2R_b + R_a} \rightarrow \frac{V_{02} - V_{01}}{2R_b + R_a} = \frac{v_2 - v_1}{R_a} \rightarrow V_{02} - V_{01} = \frac{v_2 - v_1}{R_a} (2R_b + R_a)$

Si aplicamos las leyes de Kirchoff a la parte derecha, y teniendo en cuenta que  $v_+ = v_-$  :

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{V_{02} - V_{out}}{R_1 + R_2} \\ i_2 &= \frac{V_{01} - 0}{R_1 + R_2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} V_{02} - i_1 R_1 &= V_{01} - i_2 R_1 \rightarrow V_{02} - \frac{V_{02} - V_{out}}{R_1 + R_2} R_1 = V_{01} - \frac{V_{01}}{R_1 + R_2} R_1 \rightarrow (V_{02} - V_{01}) \left( 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = -V_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \rightarrow \\ \rightarrow V_{out} &= \frac{R_2}{R_1} (V_{01} - V_{02}) \end{aligned} \quad \text{Expresando } V_{out} \text{ en función de } v_1 \text{ y de } v_2, \text{ tenemos que:}$$

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1} (V_{01} - V_{02}) = \frac{R_2}{R_1} \frac{(R_a + 2R_b)}{R_a} (v_1 - v_2)$$

**Problema 8.** Hallar la función de transferencia del circuito inferior.



Llamaremos  $i_1$  a la corriente que va desde v. del AO1 a tierra,  $i_2$  a la corriente que circula por R, de derecha a izquierda, e  $i_3$  a la corriente que circula entre la salida del AO1 y v. del AO2, atravesando  $R_1$ .

Planteamos las siguientes ecuaciones:

$$i_1 = \frac{V_1}{R_2}$$

$$i_2 = \frac{V_2 - V_1}{R}$$

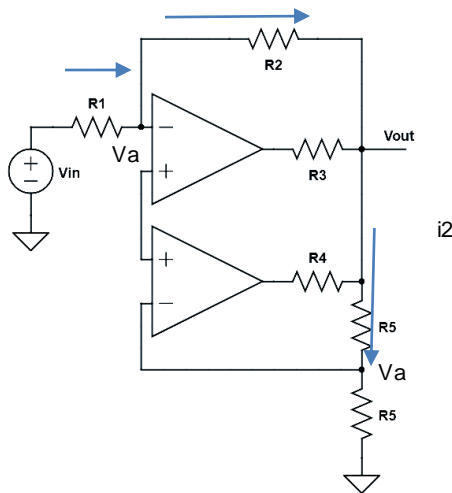
$$V_1 - V_2 = (i_2 - i_1)R_1 + i_3R_1 \rightarrow i_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_1} - (i_2 - i_1)$$

$$v_{out} = V_2 - (i_3 - i_2)R_2 = V_2 - \left[ \frac{V_1 - V_2}{R_1} - (i_2 - i_1) - i_2 \right] R_2 = V_2 - \left[ \frac{V_1 - V_2}{R_1} - 2i_2 + i_1 \right] R_2$$

$$v_{out} = V_2 - \left[ \frac{V_1 - V_2}{R_1} - 2 \frac{V_2 - V_1}{R} + \frac{V_1}{R_2} \right] R_2 = V_2 - V_1 + (V_2 - V_1) \left( \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R} \right)$$

$$v_{out} = (V_2 - V_1) \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R} \right)$$

### Problema 9. Hallar la función de transferencia del circuito inferior.



Empezamos buscando una relación entre el voltaje de salida y el de entrada. El voltaje de salida también se puede expresar de la siguiente forma, en función de  $i_2$ :

$$V_{in} - V_{out} = i_1(R_1 + R_2) \rightarrow i_1 = \frac{V_{in} - V_{out}}{R_1 + R_2}$$

$$V_{out} = 2i_2R_5 \rightarrow i_2 = \frac{V_{out}}{2R_5}$$

Vamos a utilizar un voltaje intermedio,  $V_a$ , por simplicidad. Este voltaje no es necesario pero nos ayuda a ver más clara la relación entre las corriente  $i_1$  e  $i_2$ .

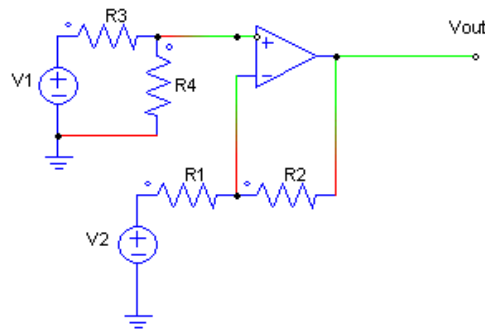
$$V_a = i_2R_5 \quad \left. \vphantom{V_a = i_2R_5} \right\} V_a = V_a$$

$$V_{in} - V_a = i_1R_1 \rightarrow V_a = V_{in} - i_1R_1$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{out}R_5}{2R_5} &= V_{in} - \frac{V_{in} - V_{out}}{R_1 + R_2}R_1 \rightarrow V_{out} \left( \frac{1}{2} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \\ &= V_{in} \left( 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \end{aligned}$$

$$V_{out} \left( \frac{R_1 + R_2 - 2R_1}{2(R_1 + R_2)} \right) = V_{in} \left( \frac{R_1 + R_2 - R_1}{R_1 + R_2} \right) \rightarrow V_{out} = 2V_{in} \left( \frac{R_2}{R_2 - R_1} \right)$$

**Problema 10.** Hallar  $V_{out}$  en función de  $V_1$ ,  $V_2$ , y las resistencias del circuito.



Llamando  $i$  a la corriente que circula por  $R_3$  y  $R_4$  e  $i'$  a la que circula por  $R_1$  y  $R_2$ , aplicando las leyes de Kirchoff tenemos que:

$$V_1 = R_3 i + R_4 i \rightarrow i = \frac{V_1}{R_3 + R_4}$$

$$v_+ = R_4 i = R_4 \frac{V_1}{R_3 + R_4}$$

$$V_2 = R_1 i_2 + R_2 i_2 + v_{out} \rightarrow i_2 = \frac{V_2 - v_{out}}{R_1 + R_2}$$

$$v_- = V_2 - R_1 i_2 = V_2 - R_1 \frac{V_2 - v_{out}}{R_1 + R_2} = \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 v_{out}}{R_1 + R_2}$$

Igualando  $v_+$  con  $v_-$  tenemos que:

$$v_+ = v_- \rightarrow \frac{R_4 V_1}{R_3 + R_4} = \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 v_{out}}{R_1 + R_2} \rightarrow \frac{v_{out} R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_4 V_1}{R_3 + R_4} - \frac{V_2 R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow v_{out} = V_1 \frac{R_4 (R_1 + R_2)}{(R_3 + R_4) R_1} - V_2 \frac{R_2}{R_1}$$

En el caso particular de que  $R_3=R_1$  y  $R_4=R_2$ , tenemos que:

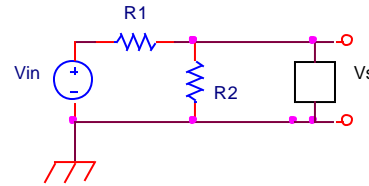
$$\Rightarrow v_{out} = \frac{R_2}{R_1} (V_1 - V_2)$$

## Tema 5. El Diodo

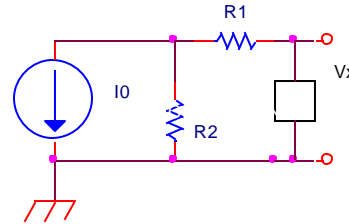
**Problema 1.** En la figura inferior hay un elemento no lineal cuya característica corriente-voltaje viene dado por la expresión:

$$\begin{aligned}
 i_s &= A(v_s - v_t)^2 & \text{si } v_s > v_t \\
 i_s &= 0 & \text{si } v_s < v_t
 \end{aligned}$$

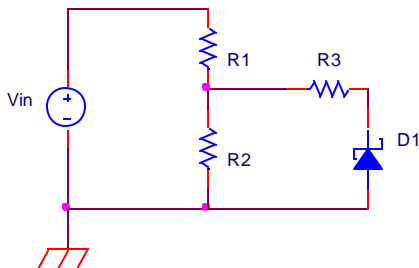
Calcular el voltaje que cae en dicho dispositivo si  $A=1$ ,  $v_t=0$ ,  $V_{in}=12\text{ V}$  y  $R_1=1\text{ k}\Omega$  y  $R_2=1\text{ k}\Omega$ .



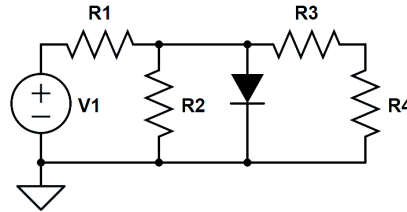
**Problema 2** Encontrar la recta de carga presentada al elemento desconocido por el circuito resistivo de la figura.  $I=5\text{ mA}$ ,  $R_1=R_2=10\text{ k}\Omega$ .



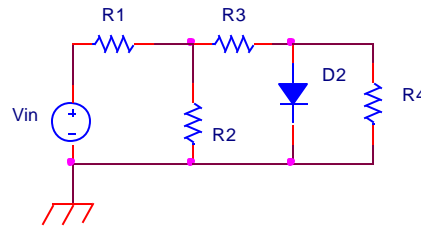
**Problema 3** Si el diodo Zéner de la figura tiene un voltaje de activación de  $0,7\text{ V}$  y un voltaje de ruptura de  $3\text{ V}$  hallar su punto de trabajo ( $v_{in}=12\text{ V}$ ,  $R_1=1\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=1\text{ k}\Omega$  y  $R_3=0,5\text{ k}\Omega$ )



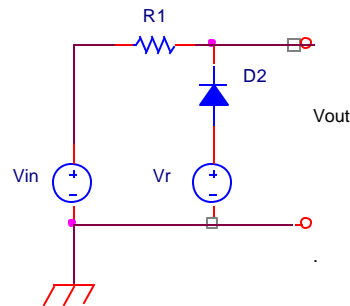
**Problema 4** Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. ( $V_{in} = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 10\text{ kW}$ ,  $R_2 = 5\text{ kW}$ ,  $R_3 = 100\text{ kW}$  y  $R_4 = 50\text{ kW}$ )



**Problema 5.** Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. ( $v_{in} = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 10\text{ kW}$ ,  $R_2 = 5\text{ kW}$ ,  $R_3 = 100\text{ kW}$ , y  $R_4 = 50\text{ kW}$ )

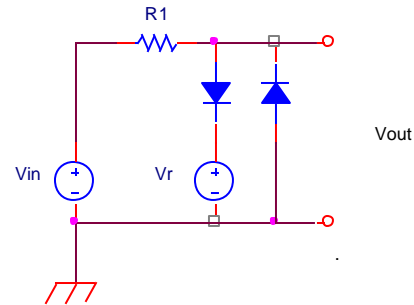


**Problema 6.** Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar  $v_{out}$  vs  $v_{in}$  ( $R_1 = 10\text{ kW}$  y  $V_r = 3\text{ V}$ , el voltaje de activación del diodo es  $0,7\text{ V}$ ).

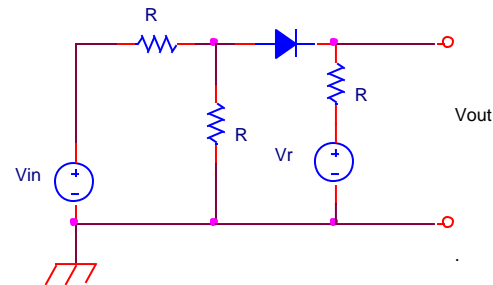




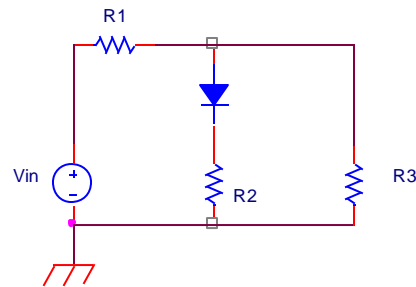
**Problema 7** Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar  $v_{out}$  vs  $v_{in}$  ( $R_1 = 10 \text{ kW}$  y  $V_r = 5\text{V}$ , el voltaje de activación de los diodos es  $0,7 \text{ V}$ ).



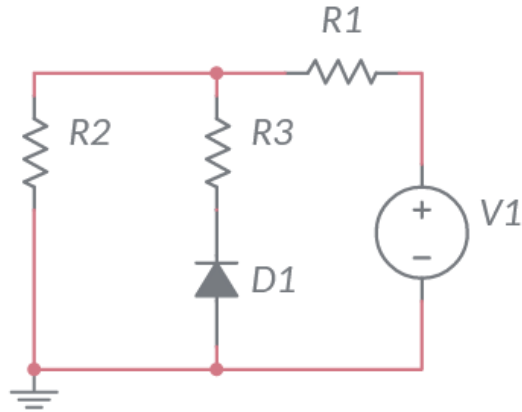
**Problema 8** Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar  $v_{out}$  vs  $v_{in}$ . El voltaje de activación es  $0,7 \text{ V}$  y la fuente de referencia es  $3 \text{ V}$ .



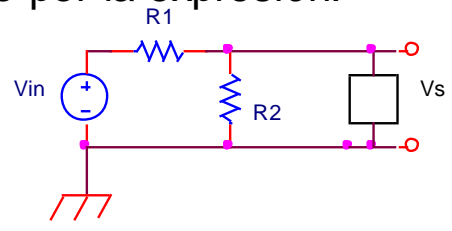
**Problema 9** Hallar el punto de operación del diodo de la figura. ( $v_{in} = 3 \text{ V}$ ,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$  y  $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$ )



**Problema 10.** Hallar el circuito equivalente de Thévenin en bornes del diodo, siendo  $R_1 = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 0.9 \text{ k}\Omega$ ,  $V_1 = 10 \text{ V}$ .



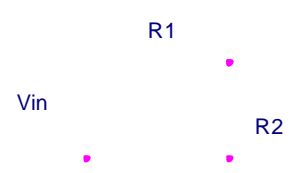
**Problema 1.** En la figura inferior hay un elemento no lineal cuya característica corriente-voltaje viene dado por la expresión:



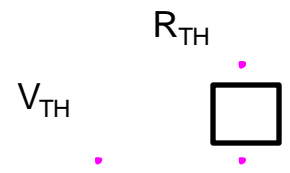
$$\begin{aligned}
 I_s &= A(v_s - v_t)^2 \text{ si } v_s > v_t \\
 I_s &= 0 \text{ si } v_s < v_t
 \end{aligned}$$

Calcular el voltaje que cae en dicho dispositivo si  $A=1$ ,  $v_t=0$ ,  $V_{in}=12\text{ V}$  y  $R_1=1\text{ k}\Omega$  y  $R_2=1\text{ k}\Omega$

Empezamos calculando el equivalente de Thévenin entre los bornes del elemento no lineal:



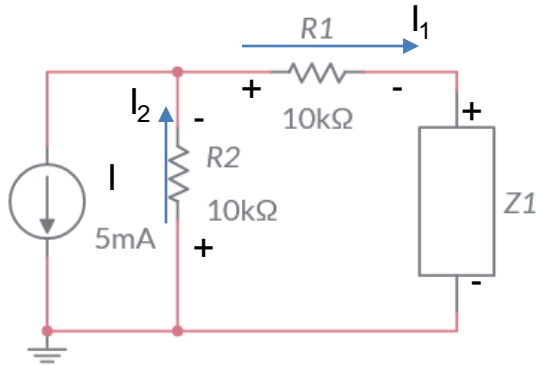
$$\begin{aligned}
 V_{Th} &= \frac{V_{in} R_2}{R_1 + R_2} = 6V \\
 R_{Th} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0,5k\Omega
 \end{aligned}$$



Aplicando Kirchhoff nos queda:

$$\begin{aligned}
 V_{Th} &= R_{Th} i_s + v_s \\
 V_{Th} &= R_{Th} A(v_s - v_t)^2 + v_s \rightarrow v_s = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 0.5 \times (-6)}}{2 \times 0.5} = -1 \pm 3.6 = 2.6 \rightarrow I_s = A(v_s - v_t)^2 = (2.6)^2 = 6.76\text{ A}
 \end{aligned}$$

**Problema 2.** Encontrar la recta de carga presentada al elemento desconocido por el circuito resistivo de la figura.  $I = 5 \text{ mA}$ ,  $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ .

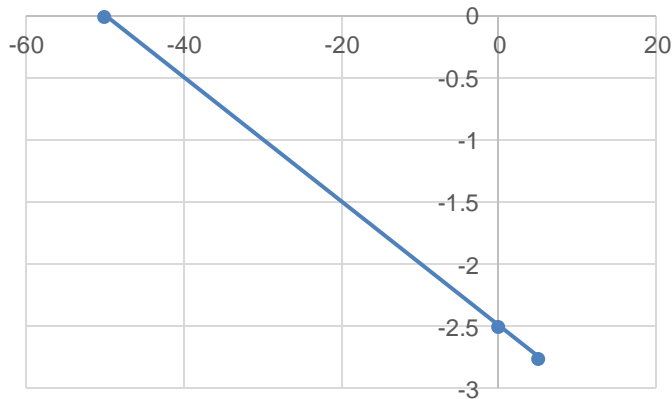


$$I + I_1 = I_2$$

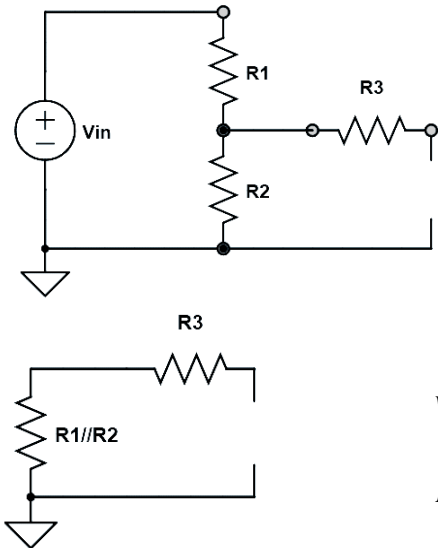
$$V_{R2} + V_{R1} + V_x = 0 \rightarrow R_2(I + I_1) + R_1 I_1 + V_x = 0$$

$$10(5 + I_1) + 10I_1 + V_x = 0 \rightarrow I_1 = \frac{-V_x - 50}{20} = -\frac{V_x}{20} - 2.5$$

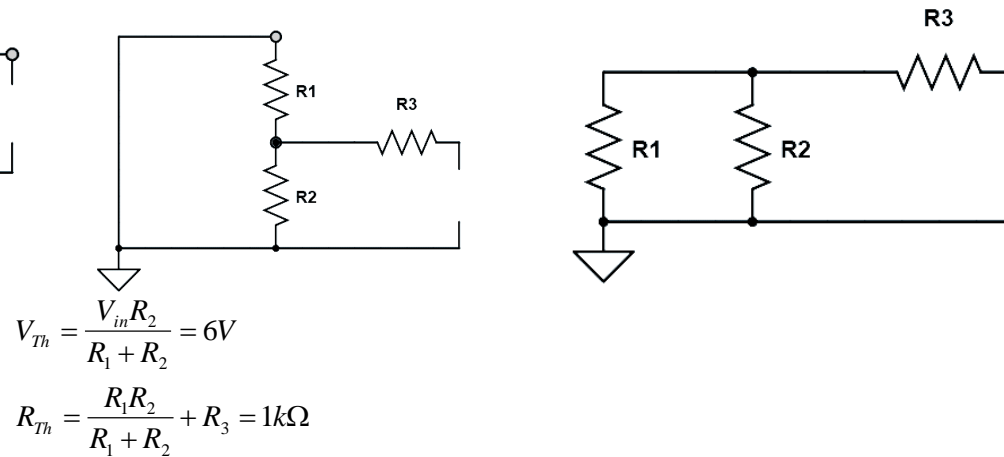
La recta de carga tiene pendiente  $-1/20 = -0,05$  y ordenada en el origen  $-2,5$



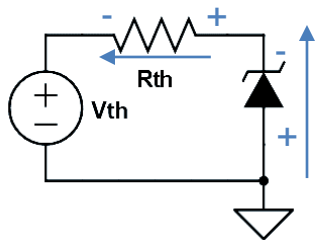
**Problema 3** Si el diodo Zéner de la figura tiene un voltaje de activación de **0,7 V** y un voltaje de ruptura de **3 V** hallar su punto de trabajo ( $v_{in} = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1\text{ k}\Omega$  y  $R_3 = 0.5\text{ k}\Omega$ )



Empezamos haciendo un equivalente de Thévenin de toda la parte lineal del circuito ( $V_{in}$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ ).



Con el circuito equivalente de Thévenin, planeamos la ecuación de de Kirchoff para obtener la recta de carga: (llamamos  $v_d$  al voltaje que cae en el diodo e  $i_d$  a la corriente que lo atraviesa)



$$V_{Th} + V_{R_{TH}} + V_d = 0$$

$$6 + i_d R_{Th} + V_d = 0$$

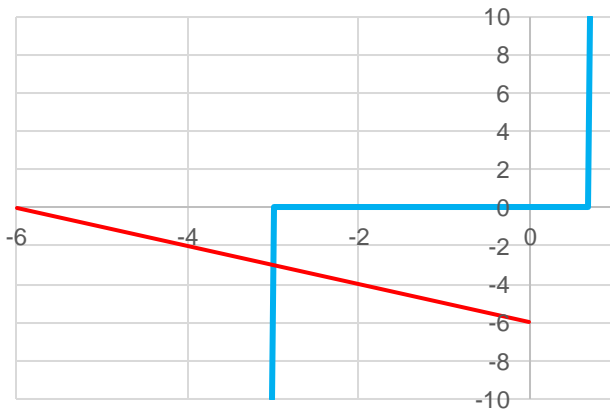
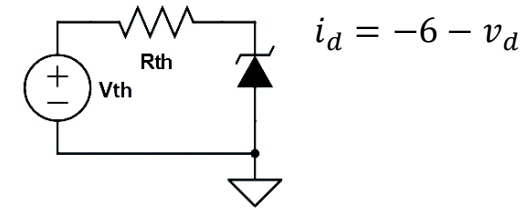
$$i_d = -6 - v_d$$

Resolvemos mediante el método gráfico. Representaremos en una misma gráfica la característica i-v del diodo Zener (usando el modelo sencillo) y la recta de carga (en rojo).

La recta de carga es una recta de pendiente -1 y ordenada en el origen -6.

Puntos de corte con los ejes:  $v_d=0 \rightarrow i_d=-6 \text{ mA}$

$i_d=0 \rightarrow v_d=-6 \text{ V}$



En el gráfico se observan las dos características y el punto de corte que está en Q:  $v_d = -3 \text{ V}$ ,  $i_d = -3 \text{ mA}$

Resolución numérica. Si el diodo Zener conduce en directa,  $V_d = 0.7 \text{ V}$ , si conduce en inversa  $V_d = -3 \text{ V}$ .

Suponemos inversa:

$$i_d = -6 - v_d = -6 - (-3) = -3 \text{ mA}$$

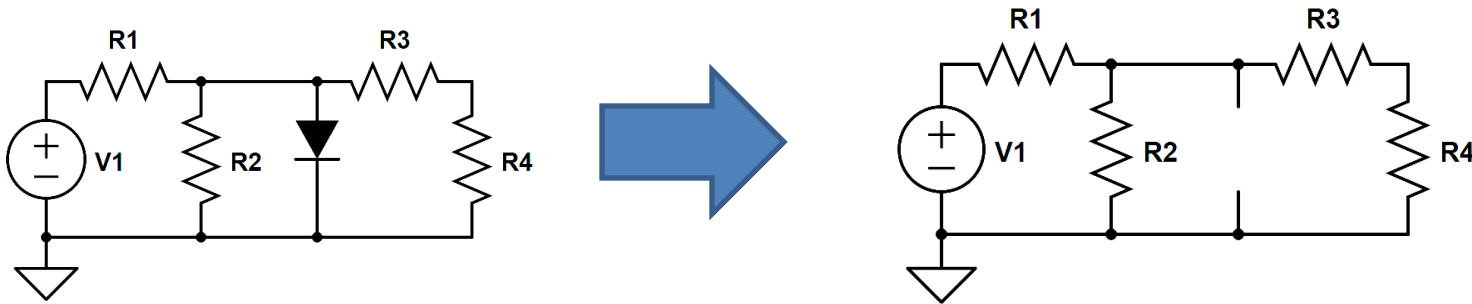
Como la corriente obtenida  $i_d < 0$ , la suposición era correcta.  $Q_d = (-3 \text{ V}, -3 \text{ mA})$ .

Si hubiéramos supuesto directa:

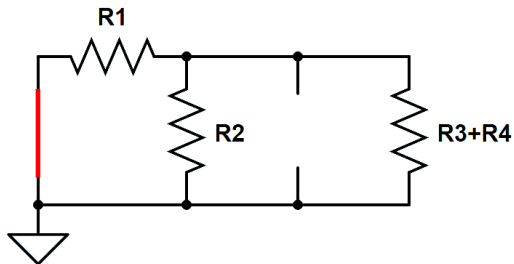
$$i_d = -6 - v_d = -6 - (0.7) = -6.7 \text{ mA} < 0 \rightarrow \text{incorrecto}$$

¿Si  $V_{in} = 4 \text{ V}$ ?

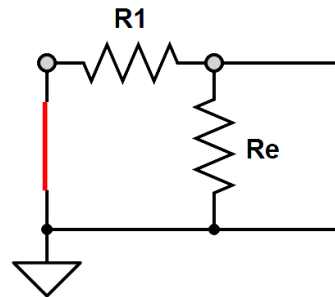
**Problema 4** Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. ( $V_{in} = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 5\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 100\text{ k}\Omega$  y  $R_4 = 50\text{ k}\Omega$ )

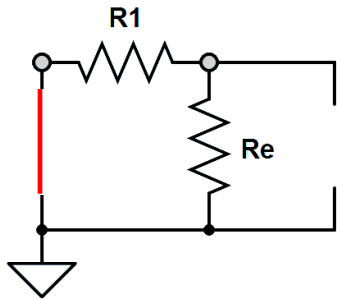


Calculamos  $R_{th}$ : anulamos  $V_1$



$R_3$  y  $R_4$  están en serie y a su vez en paralelo con  $R_2$ .  
 Llamaremos  $R_e$  a esta resistencia equivalente ( $R_2 // (R_3 + R_4)$ ).



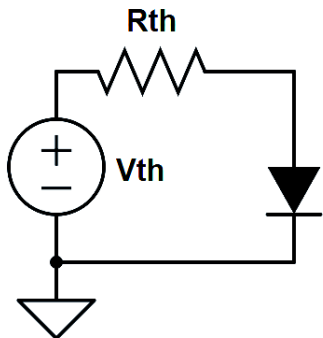


Aquí la resistencia total será el paralelo de R1 con Re.

$$R_e = R_2 // (R_3 + R_4) = 5 // 150 = \frac{5 * 150}{5 + 150} = 4.84 \text{ k}\Omega$$

$$R_{th} = R_1 // R_e = \frac{10 * 4.84}{10 + 4.84} = 3.27 \text{ k}\Omega$$

$$V_{th} = \frac{V_{in} R_e}{R_1 + R_e} = 12 \frac{4.84}{14.84} = 3.91 \text{ V}$$



¿Conducirá el diodo?  $V_{th} > 0.7\text{V} \rightarrow$  Suponemos que sí:

$$V_{th} - V_{Rth} - V_d = 0 = 3.91 - i * 3.27 - V_d = 0$$

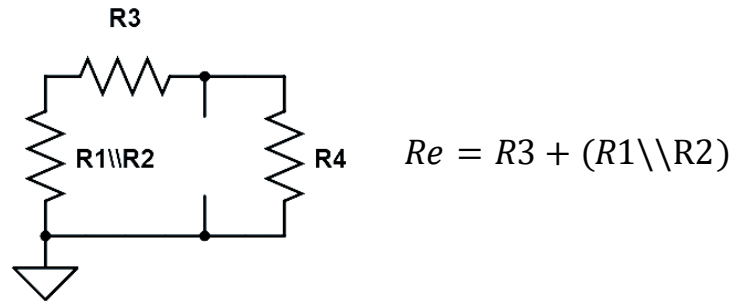
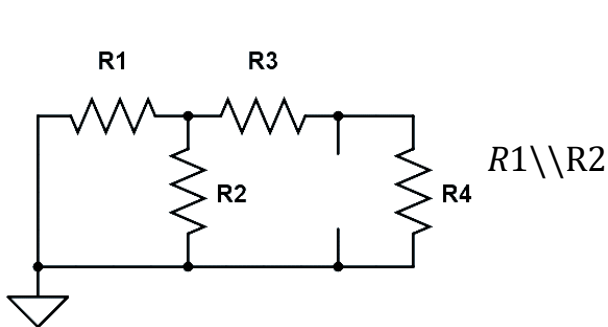
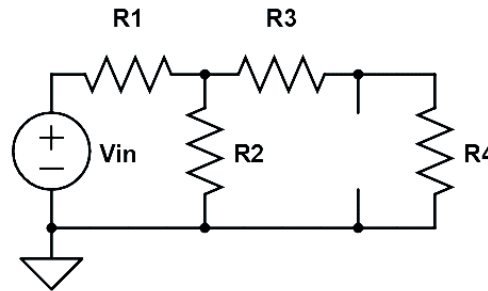
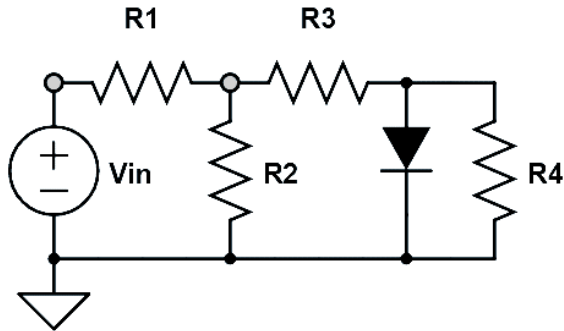
$$3.91 - i * 3.27 - 0.7 = 0 \rightarrow i = \frac{3.91 - 0.7}{3.27} = 0.982 \text{ mA}$$

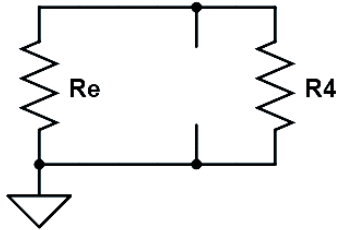
$i > 0 \rightarrow$  Estábamos en lo correcto.

Punto de operación del diodo es  $Q = (V_d = 0.7 \text{ V}, i_d = 0.982 \text{ mA})$ .



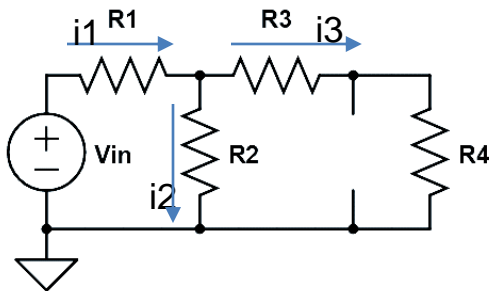
**Problema 5.** Encontrar el punto de operación del diodo de la figura. ( $v_{in} = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 5\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 100\text{ k}\Omega$ , y  $R_4 = 50\text{ k}\Omega$ )





$$R_{th} = R_e \parallel R_4$$

$$R_{th} = R_4 \parallel [R_3 + (R_1 \parallel R_2)] = 50 \parallel \left[ 100 + \frac{10 \cdot 5}{10 + 5} \right] = \frac{50 \cdot 103.33}{50 + 103.33} = 33.7 \text{ k}\Omega$$



$$V_{in} = R_1 i_1 + R_2 i_2 = R_1 i_1 + R_2 (i_1 - i_3)$$

$$R_2 i_2 = R_3 i_3 + R_4 i_3 = R_2 (i_1 - i_3) = (R_3 + R_4) i_3$$

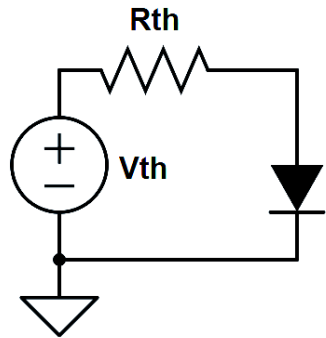
$$V_{th} = R_4 i_3$$

$$12 = 10 i_1 + 5 (i_1 - i_3) = 15 i_1 - 5 i_3$$

$$5 (i_1 - i_3) = 150 i_3 \rightarrow i_1 = 155 / 5 i_3 = 31 i_3$$

$$12 = 15 \cdot 31 i_3 - 5 i_3 \rightarrow i_3 = \frac{12}{460} = 0.0261 \text{ mA}$$

$$V_{th} = R_4 i_3 = 50 \cdot 0.0261 = 1.3 \text{ V}$$



¿Conducirá el diodo?  $V_{th} > 0.7V \rightarrow$  Suponemos que sí:

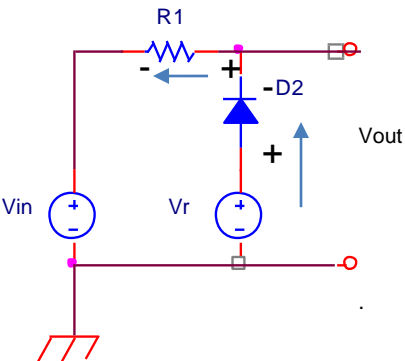
$$V_{th} - V_{Rth} - V_d = 0 = 1.3 - i * 33.69 - V_d = 0$$

$$1.3 - i * 33.69 - 0.7 = 0 \rightarrow i = \frac{1.3 - 0.7}{33.69} = 0.0178 \text{ mA}$$

$i > 0 \rightarrow$  Estábamos en lo correcto.

Punto de operación del diodo es  $Q=(V_d=0.7 \text{ V}, i_d= 0.0178 \text{ mA})$ .

**Problema 6.** Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar  $v_{out}$  vs  $v_{in}$  ( $R_1 = 10\text{ k}\Omega$  y  $V_r = 3\text{V}$ , el voltaje de activación del diodo es  $0,7\text{ V}$ ).



Una sola malla  $\rightarrow$  no hacemos Thévenin.  
Comprobamos los distintos casos en función de  $V_{in}$ .

a) Diodo está en zona de conducción  $\rightarrow$  la corriente atraviesa  $R_1$  de derecha a izquierda.

$$V_{in} + R_1 i + v_d - V_r = 0$$

Si el diodo está en ON, el voltaje en él es  $0,7\text{ V}$  aproximadamente:

$$V_{out} = V_r - V_d = 3 - 0.7 = 2.3\text{ V}$$

Condición para diodo en On  $\rightarrow i > 0$

$$i = \frac{V_r - v_d - V_{in}}{R_1} = \frac{3 - 0.7 - V_{in}}{10} = \frac{2.3 - V_{in}}{10}$$

$$i \geq 0 \Rightarrow 2.3 - V_{in} \geq 0 \Rightarrow 2.3 \geq V_{in}$$

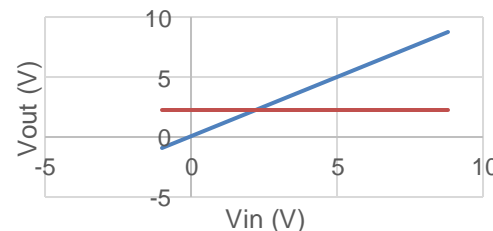
b) Si  $V_{in} > 2.3$  el diodo estará en OFF.

Cuando el diodo no conduce no hay corriente por el circuito, no hay caída de tensión en la resistencia y el voltaje en un borne ( $V_{out}$ ) es igual al voltaje en el otro borne ( $V_{in}$ ).

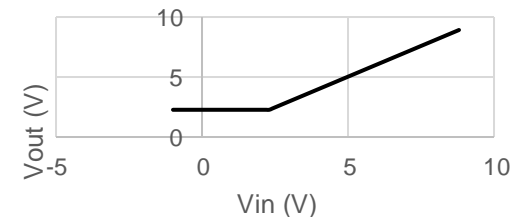
En resumen:

$$V_{out} = V_{in} \text{ si } V_{in} \geq 2.3\text{V}$$

$$V_{out} = 2.3\text{V} \text{ si } V_{in} \leq 2.3\text{V}$$

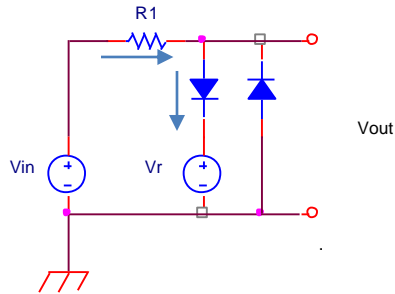


— Vout1 — Vout2

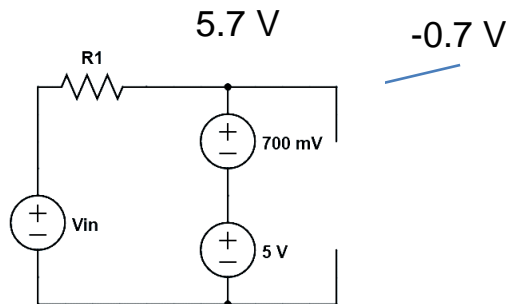


— Vout

**Problema 7** Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar  $v_{out}$  vs  $v_{in}$  ( $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  y  $V_r = 5\text{V}$ , el voltaje de activación de los diodos es  $0,7 \text{ V}$ ).



$V_{out}$



$5.7 \text{ V}$

$-0.7 \text{ V}$

¿Cuándo están en ON y en OFF?

En este caso, si conduce uno de ellos el otro no puede conducir.

Se darán 3 casos:

- D1 en ON y D2 en OFF.
- D2 en ON y D1 en OFF.
- D1 OFF D2 en OFF

- Si la corriente  $i$  que atraviesa  $R_1$  circula de izda. a dcha.

El diodo que conduce es D1, mientras D2 estará en OFF. Aplicando Kirchhoff en la malla:

$$V_{in} = R_1 i + v_d + V_r$$

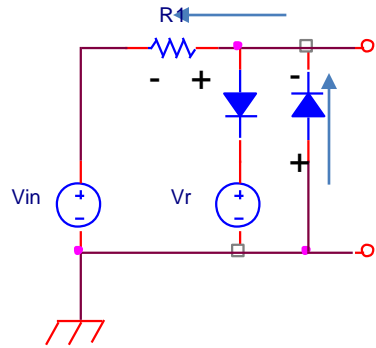
$$V_{in} = 10i + 0,7 + 5$$

$$\Rightarrow i = \frac{V_{in} - 5,7}{10}$$

Imponiendo esta condición nos queda que  $V_{in} > 5,7 \text{ V}$ .

En este caso el voltaje de salida viene dado por:

$$V_{out} = V_d + V_r = 0,7 + 5 = 5,7\text{V}$$



Vout

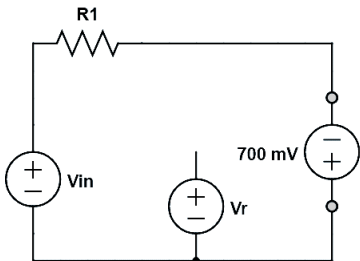
b) Corriente  $i$  de dcha a izda, el diodo 1 está en OFF y el diodo 2 está en ON. La ecuación de la malla en este caso nos queda:

$$V_{in} + R_1 i + v_d = 0$$

$$i = \frac{-V_{in} - 0.7}{10}$$

Corriente es positiva  $\rightarrow V_{in} < -0,7 \text{ V}$ .  
 En este caso el voltaje de salida viene dado por:

$$V_{out} = -V_d = -0,7 \text{ V}$$



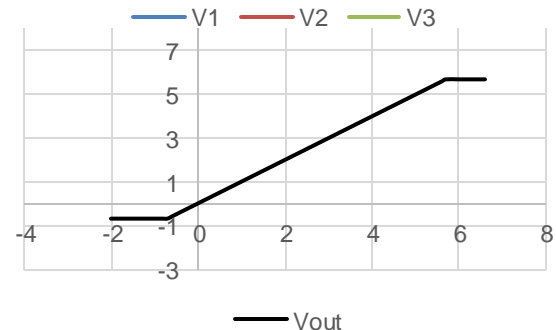
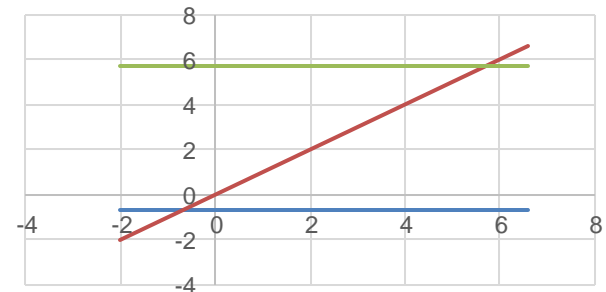
c) Para valores de  $V_{in}$  entre  $-0,7 \text{ V}$  y  $5,7 \text{ V}$  tendremos a los dos diodos en OFF, la corriente que circula por  $R_1$  será nula y por tanto  $V_{out} = V_{in}$ .

En resumen, el voltaje de salida es:

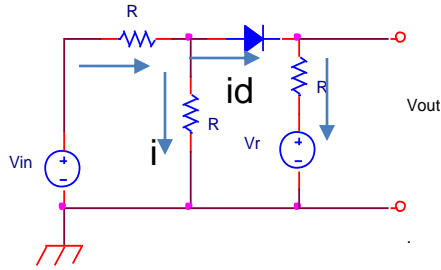
$$V_{out} = -0,7 \text{ V si } V_{in} \leq -0,7 \text{ V}$$

$$V_{out} = V_{in} \text{ si } -0,7 \text{ V} \leq V_{in} \leq 5,7 \text{ V}$$

$$V_{out} = 5,7 \text{ V si } V_{in} \geq 5,7 \text{ V}$$



**Problema 8** Hallar la función de transferencia del circuito y dibujar  $v_{out}$  vs  $v_{in}$ . El voltaje de activación es 0,7 V y la fuente de referencia es 3 V.



Condición que ha de cumplir  $V_{in}$  para que el diodo conduzca:

Diodo está en ON  $\rightarrow$  la corriente que genera la fuente circula por R de izda a derecha.

Aplicando las leyes de las mallas tenemos que:

$$V_{in} = R(i + i_d) + Ri$$

$$Ri = v_d + Ri_d + V_r$$

Metiendo los datos del problema tenemos que:

$$V_{in} = 2Ri + Ri_d \Rightarrow V_{in} = 2R\left(\frac{3,7}{R} + i_d\right) + Ri_d = 7,4 + 3Ri_d \Rightarrow i_d = \frac{V_{in} - 7,4}{3R}$$

$$Ri = 0,7 + Ri_d + 3 = 3,7 + Ri_d \Rightarrow i = \frac{3,7}{R} + i_d$$

Para que  $i_d > 0 \rightarrow V_{in} > 7,4$  V. Ambas corrientes quedan positivas.

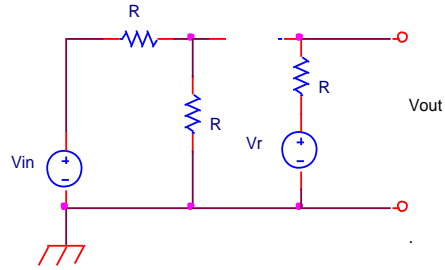
En este caso  $V_{out}$  viene dado por:

$$V_{out} = Ri_d + V_r = R\left(\frac{V_{in} - 7,4}{3R}\right) + 3 = \frac{V_{in}}{3} - \frac{7,4}{3} + 3$$

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{3} + 0,53$$

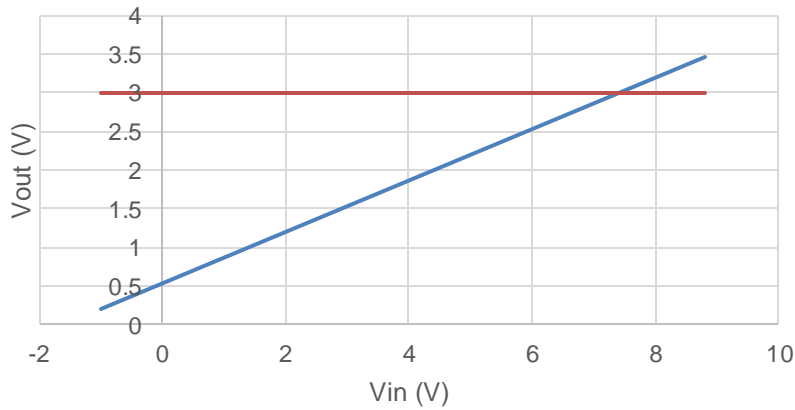
Si  $V_{in}$  no supera el valor 7,4 V el diodo estará en OFF y por tanto  $V_{out}=R_i+V_r=V_r=3$  V.

En resumen tenemos:

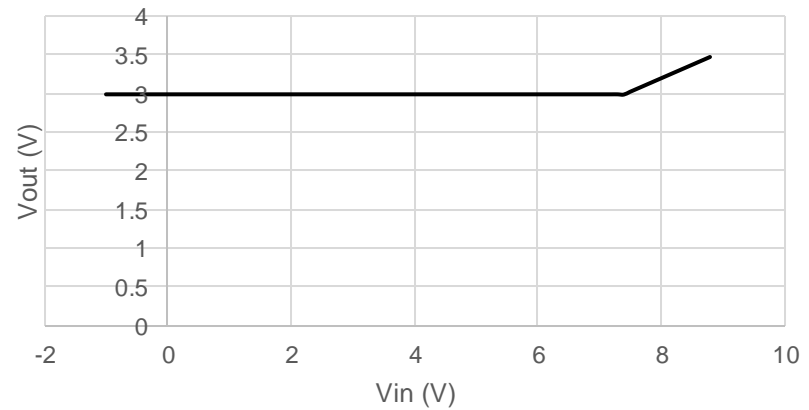


$$V_{out} = \frac{V_{in}}{3} + 0,53 \quad \text{si} \quad V_{in} > 7,4V$$

$$V_{out} = 3 \quad \text{si} \quad V_{in} < 7,4V$$



—  $V_{out} = V_{in}/3 + 0.53$     —  $V_{out} = 3$

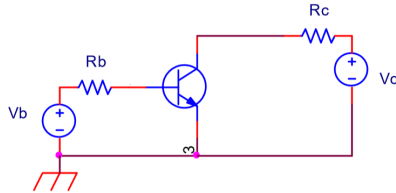


—  $V_{out}$



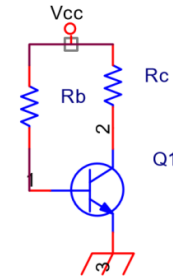
## Tema 6. Transistores BJT

**Problema 1.** Hallar el punto de operación del transistor de la figura ( $V_f = 0,7V$  y  $\beta = 100$ ).  $R_b = 100\text{ k}\Omega$ ,  $R_c = 1\text{ k}\Omega$ ,  $V_b = 5V$ ,  $V_c = 10V$ .

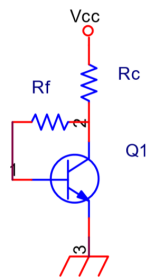


**Problema 2.** Hallar el punto de operación del transistor del problema 1 si  $V_b = 15V$ .

**Problema 3.** Calcular  $R_b$  y  $R_c$  para que el transistor de la figura opere en el punto Q definido por  $i_c = 1\text{ mA}$ ,  $i_b = 10\mu\text{ A}$  y  $V_{CE} = 7V$ . Sea  $V_{CC} = 10V$  y  $V_{BE} = 0,7V$ .

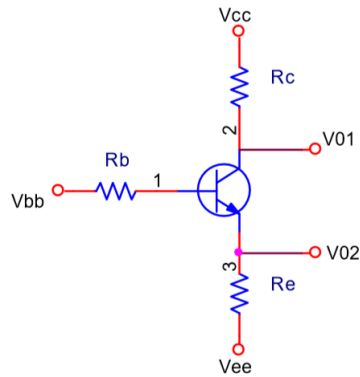


**Problema 4.** Calcular  $R_f$  y  $R_c$  para que el transistor de la figura opere en el punto Q definido por  $V_{CE} = 5V$  e  $i_c = 5\text{ mA}$ . Datos  $V_{CC} = 9V$  y  $\beta = 99$ .

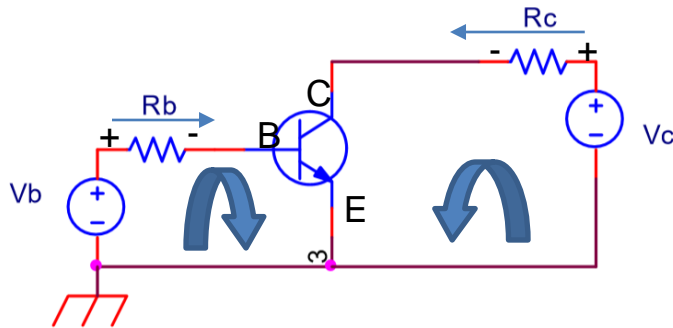


**Problema 5.** Calcular el punto de operación del transistor del problema anterior si  $\beta = 99$ ,  $V_{cc} = 10V$ ,  $R_c = 2,7k\Omega$   $R_f = 180k\Omega$ .

**Problema 6.** Calcular  $V_{01}$  y  $V_{02}$  si  $\beta = 100$ ,  $V_{bb} = 0 V$ ,  $V_{cc} = 15 V$ ,  $V_{ee} = -15 V$ ,  $R_c = 0,5 k\Omega$ ,  $R_e = 1 k\Omega$ ,  $R_b = 44 k\Omega$ .



**Problema 1.** Hallar el punto de operación del transistor de la figura ( $V_f = 0,7V$  y  $\beta = 100$ ).  
 $R_b = 100\text{ k}\Omega$ ,  $R_c = 1\text{ k}\Omega$ ,  $V_b = 5V$ ,  $V_c = 10V$



$$V_b = V_{RB} + V_{BE} = i_b * R_b + V_{BE} \quad V_b > V_f = 0.7\text{ V.}$$

$$V_c = V_{RC} + V_{CE} = i_c * R_c + V_{CE} \quad \text{Suponemos región activa.}$$

$$V_b = i_b * R_b - 0.7 \rightarrow i_b = \frac{5 - 0.7}{100} = 0.043\text{ mA} = 43\text{ }\mu\text{A}$$

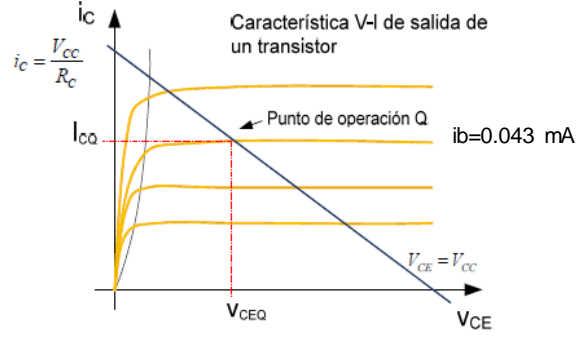
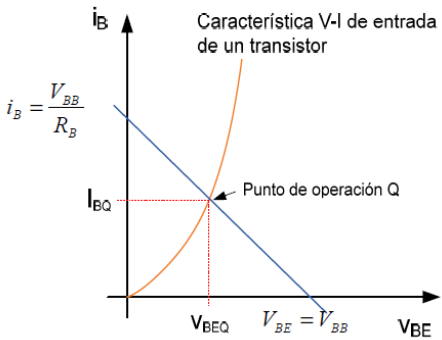
$$i_c = i_b \beta = 0.043 * 100 = 4.3\text{ mA}$$

$$V_c = i_c * R_c + V_{CE} \rightarrow V_{CE} = V_c - i_c * R_c = 10 - 4.3 * 1 = 5.7\text{ V}$$

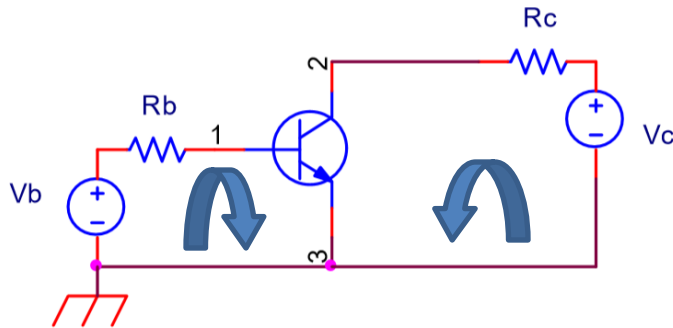
$V_{CE} > V_{SAT} (=0-0.2\text{ V}) \rightarrow$  El transistor está en la zona de funcionamiento activa.  
 El punto de funcionamiento es:

$$(V_{BE}, i_b) = (0.7\text{ V}, 0.043\text{ mA})$$

$$(V_{CE}, i_c) = (5.7\text{ V}, 4.3\text{ mA})$$



**Problema 2.** Hallar el punto de operación del transistor del problema 1 si  $V_b = 15V$ .



$$V_b = V_{RB} + V_{BE} = i_b * R_b + V_{BE}$$

$$V_b > V_f = 0.7 V.$$

Suponemos región activa.

$$V_c = V_{RC} + V_{CE} = i_c * R_c + V_{CE}$$

$$V_b = i_b * R_b + 0.7 \rightarrow i_b = \frac{15 - 0.7}{100} = 0.143 \text{ mA} = 143 \mu\text{A}$$

$$i_c = i_b \beta = 0.143 * 100 = 14.3 \text{ mA}$$

$$V_c = i_c * R_c + V_{CE} \rightarrow V_{CE} = V_c - i_c * R_c = 10 - 14.3 * 1 = -4.3 V$$

$V_{CE} < V_{SAT} (=0-0.2 V) \rightarrow$  El transistor está en la zona de saturación.

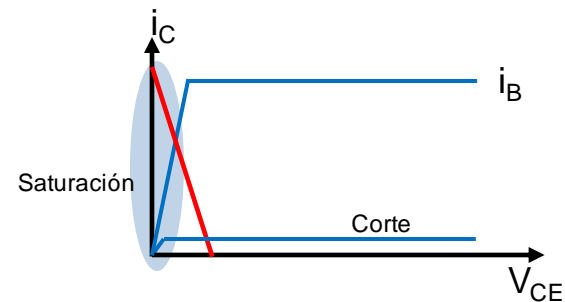
Replanteamos el problema  $V_{CE} = V_{SAT} = 0.2V$ .

$$V_c = i_c * R_c + V_{CE} \rightarrow i_c = \frac{V_c - V_{CE}}{R_c} = \frac{10 - 0.2}{1} = 9.8 \text{ mA}$$

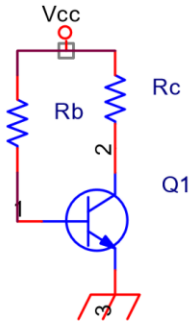
Punto de Operación

$$(V_{BE}, i_b) = (0.7 V, 0.143 \text{ mA})$$

$$(V_{CE} = V_{sat}, i_{c_{sat}}) = (0.2 V, 9.8 \text{ mA})$$



**Problema 3.** Calcular  $R_b$  y  $R_c$  para que el transistor de la figura opere en el pto. Q definido por  $i_c = 1\text{mA}$ ,  $i_b = 10\mu\text{A}$  y  $V_{CE} = 7\text{V}$ . Sea  $V_{CC} = 10\text{V}$  y  $V_{BE} = 0,7\text{V}$

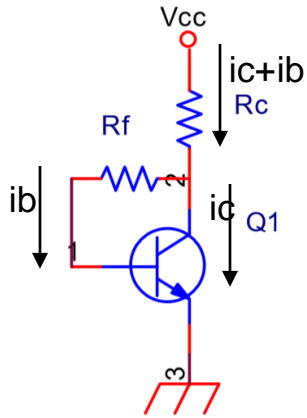


$V_{CC} > V_f = 0.7\text{V}$  y  $V_{CE} > V_{SAT} \rightarrow$  Estará en activa

$$V_{CC} = V_{RB} + V_{BE} = i_b * R_b + V_{BE} \rightarrow R_b = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{i_b} = \frac{10 - 0.7}{0.01} = \frac{9.3}{0.01} = 930\text{ k}\Omega$$

$$V_{CC} = V_{RC} + V_{CE} = i_c * R_c + V_{CE} \rightarrow R_c = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{i_c} = \frac{10 - 7}{1} = 3\text{ k}\Omega$$

**Problema 4.** Calcular  $R_f$  y  $R_c$  para que el transistor de la figura opere en el pto. Q definido por  $V_{CE} = 5V$  e  $i_c = 5mA$ . Datos  $V_{CC} = 9V$  y  $\beta=99$ .



$V_{CC} > V_f = 0.7V$  y  $V_{CE} > V_{SAT} \rightarrow$  Estará en activa

$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{Rf} + V_{BE} = (ic + ib) * Rc + ib * Rf + V_{BE}$$

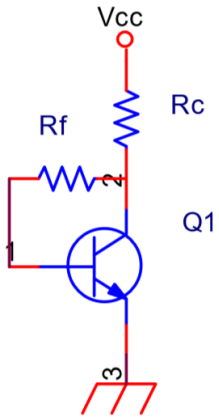
$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{CE} = (ic + ib) * Rc + V_{CE} \xrightarrow{ic = \beta ib} V_{CC} = (ic + ic/99)Rc + V_{CE} \rightarrow Rc = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{ic(100/99)}$$

$$\rightarrow Rc = \frac{9 - 5}{1.01ic} = \frac{4}{5.05} = 0.792 \text{ k}\Omega = 792 \Omega$$

$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{Rf} + V_{BE} = (ic + ib) * Rc + ib * Rf + V_{BE} \xrightarrow{ic = \beta ib} V_{CC} = \left( ic + \frac{ic}{99} \right) Rc + ic/99 * Rf + V_{BE}$$

$$9 = \frac{100}{99} icRc + \frac{icRf}{99} + 0.7 \rightarrow Rf = \frac{9 - 0.7 - 1.01 * 5 * 0.792}{\frac{5}{99}} = \frac{4.30}{0.5050} = 85.15 \text{ k}\Omega$$

**Problema 5.** Calcular el pto. de operación del transistor del problema anterior si  $\beta = 99$ ,  $V_{CC} = 10V$ ,  $R_C = 2,7k\Omega$   $R_f = 180k\Omega$ .



$V_{CC} > V_f = 0.7 V$  y Suponemos que estará en activa

$$V_{CC} = V_{R_C} + V_{R_f} + V_{BE} = (i_C + i_B) * R_C + i_B * R_f + V_{BE} \xrightarrow{i_C = \beta i_B} 10 = (99i_B + i_B)R_C + i_B R_f + V_{BE} \rightarrow$$

$$\rightarrow 10 - 0.7 = (100R_C + R_f)i_B \rightarrow i_B = \frac{10 - 0.7}{270 + 180} = 0.02067 \text{ mA} = 20.67 \mu A$$

$$V_{CC} = V_{R_C} + V_{CE} = (i_C + i_B) * R_C + V_{CE} \xrightarrow{i_C = \beta i_B} V_{CC} = (99i_B + i_B)R_C + V_{CE} \rightarrow V_{CE} = V_{CC} - 100i_B R_C$$

$$\rightarrow V_{CE} = 10 - 100 * 0.02067 * 2.7 = 4.42 V$$

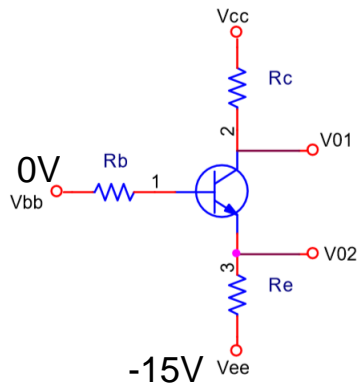
$V_{CE} > V_{SAT} (=0-0.2 V) \rightarrow$  El transistor está en la zona de funcionamiento activa.  
 Punto de Operación

$$(V_{BE}, i_B) = (0.7 V, 20.67 \mu A)$$

$$(V_{CE}, i_C) = (4.42 V, 2.046 \text{ mA})$$



**Problema 6.** Calcular  $V_{01}$  y  $V_{02}$  si  $\beta = 100$ ,  $V_{bb} = 0$  V,  $V_{cc} = 15$  V,  $V_{ee} = -15$  V,  $R_c = 0,5$  k $\Omega$ ,  $R_e = 1$  k $\Omega$ ,  $R_b = 44$  k $\Omega$ .



$V_{ee} = -15V \rightarrow V_{bb} - V_{ee} > 0.7$  V  $\rightarrow$  Suponemos que está en activa

$$V_{bb} - V_{RB} - V_{BE} - V_{Re} = V_{ee} \rightarrow V_{bb} - ib * R_b - V_{BE} - ie * R_e - V_{ee} = 0$$

$$ie = ib + ic = ib + \beta ib = (\beta + 1)ib$$

$$0 - ib * 44 - 0.7 - ie * 1 - V_{ee} = 0 \xrightarrow{ie = (\beta + 1)ib} - ib * 44 - 0.7 - (\beta + 1)ib * 1 - (-15) = 0$$

$$ib = \frac{15 - 0.7}{44 + 101} = 0.0986 \text{ mA} = 98.6 \mu\text{A}$$

$$ic = 100ib = 9.86 \text{ mA}$$

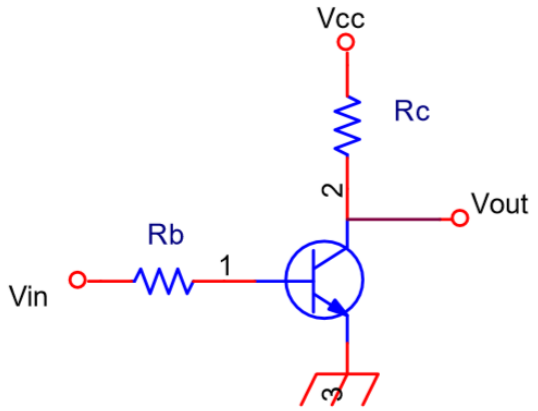
$$ie = 101ib = 9.96 \text{ mA}$$

$$V_{CC} = V_{Rc} + V_{CE} + V_{Re} + V_{ee} \rightarrow V_{CE} = 15 - ic * 0.5 - ie * 1 - (-15) = 15.14 \text{ V} > V_{sat} \rightarrow \text{Activa}$$

$$V_{02} = V_{ee} + V_{Re} = -15 + ie * R_e = -15 + 9.96 * 1 = -5.04 \text{ V}$$

$$V_{01} = V_{cc} - V_{Rc} = 15 - ic * R_c = 15 - 9.86 * 0.5 = 10.07 \text{ V}$$

**Problema 8.** Calcular la característica de transferencia del circuito de la figura. Datos  $V_{cc} = 10V$ ,  $V_f = 0,6 V$  y  $\beta = 100$ ,  $R_c = 1 k\Omega$  y  $R_b = 20 k\Omega$ .



Si  $V_{in} > V_t \rightarrow$  Activa:  $V_{in} - i_b * R_b - V_{be} = 0 \rightarrow i_b = \frac{V_{in} - V_{be}}{R_b} = \frac{V_{in}}{20} - 0.03$   
 $V_{be} = 0.6 \rightarrow$

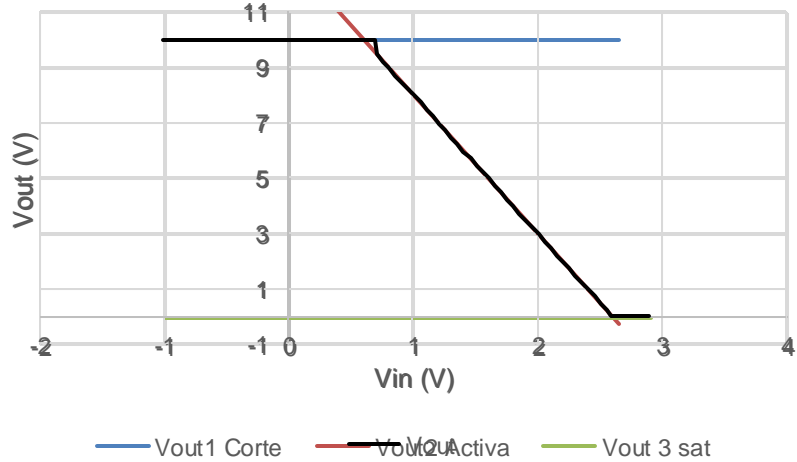
$V_{out} = V_{CE} = V_{cc} - i_c * R_c = 10 - 100 * 1 \left( \frac{V_{in}}{20} - 0.03 \right) = 10 + 3 - 5V_{in}$

$V_{out} = V_{CE} = 13 - 5V_{in}$

Suponemos  $V_{ce} = 0V \rightarrow$  Región activa si  $V_{ce} > 0$

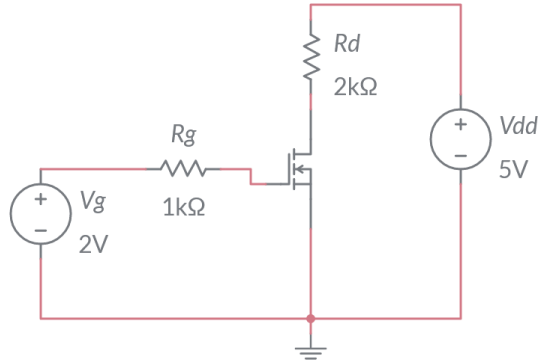
$V_{CE} = 13 - 5V_{in} > 0 \rightarrow V_{in} < \frac{13}{5} = 2.6V$   
 $V_{out} \text{ vs } V_{in}$

- Si  $0.6V < V_{in} < 2.6V \rightarrow V_{out} = 13 - 5V_{in}$  (región activa)
- Si  $V_{in} > 2.6V \rightarrow V_{out} = V_{ce} = 0V$  (región saturación)
- Si  $V_{in} < 0.6V \rightarrow V_{out} = V_{cc} = 10V$  (región de corte)

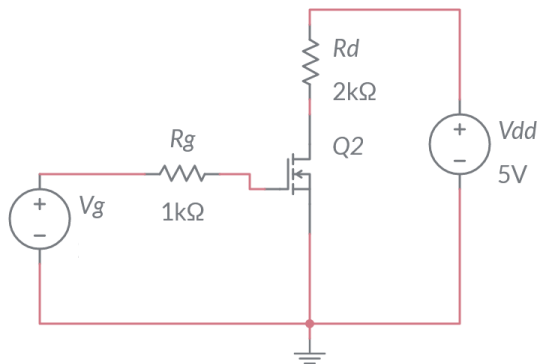


## Tema 6 (cont). Transistores FET

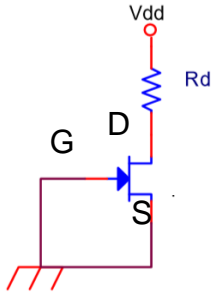
**Ejemplo 1.** Hallar el punto de operación del transistor FET de la figura.  $V_{dd}=5\text{ V}$ ,  $V_G=2\text{ V}$ ,  $k = 1\text{ mA/V}^2$ ,  $V_{TR} = 1\text{ V}$ ,  $R_d = 2\text{ k}\Omega$ .



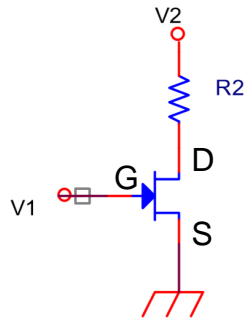
**Ejemplo 2.** Hallar el punto de operación del transistor FET de la figura si el voltaje de la fuente  $V_g$  aumenta hasta  $3\text{ V}$ .  $V_{dd}=5\text{ V}$ ,  $k = 1\text{ mA/V}^2$ ,  $V_{TR} = 1\text{ V}$ ,  $R_d = 2\text{ k}\Omega$ .



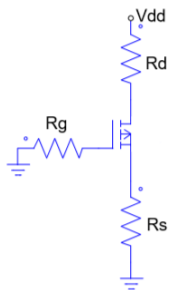
**Problema 7.** Hallar para que valor de  $V_{dd}$  tiene lugar la transición de zona de saturación a lineal o triodo.  $K = 0,5\text{mA/V}^2$ ,  $V_{TR} = -3\text{V}$ ,  $R_d = 5\text{k}\Omega$ .



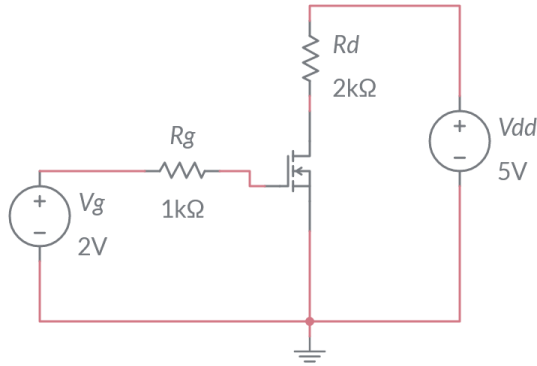
**Problema 9.** Determinad en el circuito de la figura el  $V_{in}$  necesario para que  $V_{ds} = 6,2\text{ V}$ .  $k = 2\text{ mA/V}^2$ ,  $V_{tr} = -1,5\text{ V}$ ,  $R_2 = 4,7\text{ k}\Omega$  y  $V_2 = 10\text{ V}$ .



**Problema 10.** Hallar  $R_d$  y  $R_s$  en el circuito de la figura sabiendo que  $V_{dd} = 30\text{ V}$ ,  $V_{ds} = 17.5\text{ V}$ ,  $I_d = 2.5\text{ mA}$ ,  $V_{gs} = -1\text{V}$ .



**Ejemplo 1.** Hallar el punto de operación del transistor FET de la figura.  $V_{dd}=5\text{ V}$ ,  $V_G=2\text{ V}$ ,  $k = 1\text{ mA/V}^2$ ,  $V_{TR} = 1\text{ V}$ ,  $R_d = 2\text{ k}\Omega$ .



$$V_{GS} = V_G > V_{TR} \rightarrow \begin{cases} \text{Lineal, si } V_{DS} < V_{GS} - V_{TR} \\ \text{Saturación si } V_{DS} > V_{GS} - V_{TR} \end{cases}$$

Suponemos saturación:

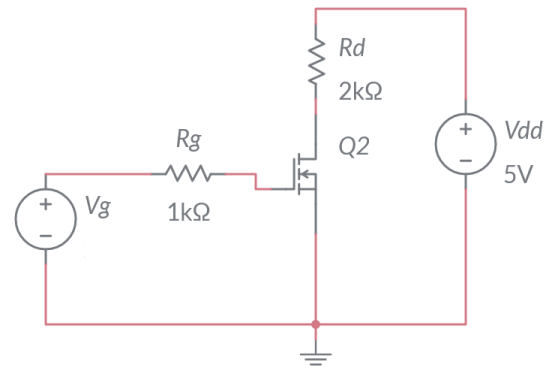
$$i_d = k(V_{GS} - V_{TR})^2 = 1(2 - 1)^2 = 1\text{ mA}$$

$$V_{dd} = i_d * R_d + V_{DS} \rightarrow V_{DS} = V_{dd} - i_d * R_d = 5 - 1 * 2 = 3\text{ V}$$

Comprobamos saturación:

$$V_{sat} = V_{GS} - V_{TR} = 2 - 1 = 1\text{ V} \rightarrow V_{DS} > V_{sat} \quad \text{La suposición era correcta}$$

**Ejemplo 2.** Hallar el punto de operación del transistor FET de la figura si el voltaje de la fuente  $V_g$  aumenta hasta 3 V.  $V_{dd}=5$  V,  $k = 1$  mA/V<sup>2</sup>,  $V_{TR} = 1$  V,  $R_d = 2$  k $\Omega$ .



$$V_{GS} = V_G > V_{TR} \rightarrow \begin{cases} \text{Lineal, si } V_{DS} < V_{GS} - V_{TR} \\ \text{Saturación si } V_{DS} > V_{GS} - V_{TR} \end{cases}$$

Suponemos saturación:

$$i_d = k(V_{GS} - V_{TR})^2 = 1(3 - 1)^2 = 4 \text{ mA}$$

$$V_{dd} = i_d * R_d + V_{DS} \rightarrow V_{DS} = V_{dd} - i_d * R_d = 5 - 4 * 2 = -3 \text{ V}$$

Comprobamos saturación:

$$V_{sat} = V_{GS} - V_{TR} = 3 - 1 = 2 \text{ V} \rightarrow V_{DS} < V_{sat}$$

La suposición era incorrecta

Suponemos región lineal. Corriente:

$$i_d = k[2(V_{GS} - V_{TR})V_{ds} - V_{ds}^2] = 1[2 * 2 * V_{DS} - V_{DS}^2] = -V_{DS}^2 + 4V_{DS}$$

Ecuación de malla:

$$V_{dd} - i_d * R_d - V_{DS} = 0 \rightarrow 5 - (-V_{DS}^2 + 4V_{DS}) * 2 - V_{DS} = 2V_{DS}^2 - 8V_{DS} - V_{DS} + 5 = 0$$

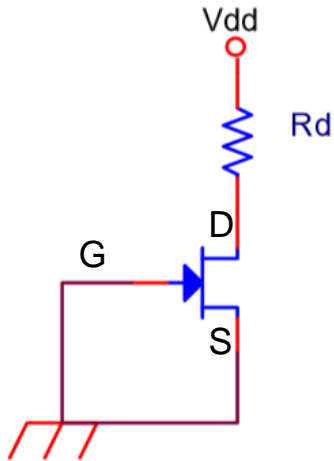
$$V_{DS} = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(2)(5)}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4} = \frac{9 \pm 6.4}{4}$$

$V_{DS} = 3.85 \text{ V} > V_{sat}$

$V_{DS} = 0.65 \text{ V} < V_{sat}$

$$i_d = -V_{DS}^2 + 4V_{DS} = 2.18 \text{ mA}$$

**Problema 7.** Hallar para que valor de  $V_{dd}$  tiene lugar la transición de zona de saturación a lineal o triodo.  $K = 0,5\text{mA/V}^2$ ,  $V_{TR} = -3\text{V}$ ,  $R_d = 5\text{k}\Omega$ .



$$\text{Transición: } V_{DS} = V_{sat} = V_{GS} - V_{TR} \begin{cases} V_{DS} < V_{GS} - V_{TR} \rightarrow \text{Lineal} \\ V_{DS} > V_{GS} - V_{TR} \rightarrow \text{Saturación} \end{cases}$$

$$V_{GS} = 0 \rightarrow V_{sat} = 0 - V_{TR} = -(-3) = 3\text{V}$$

$$V_{dd} = id * Rd + V_{DS} \xrightarrow{V_{ds}=V_{sat}} V_{dd} = id * Rd + 3$$

Corriente en Saturación

$$id = k(V_{GS} - V_{TR})^2 = 0.5(0 + 3)^2 = 0.5 * 9 = 4.5 \text{ mA}$$

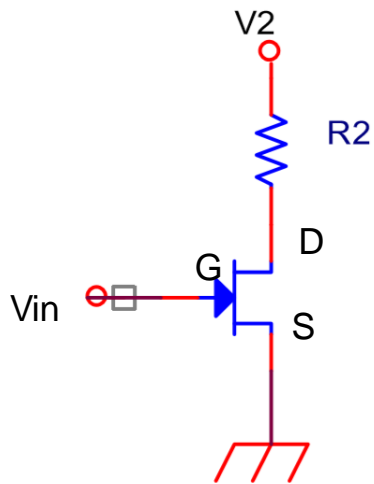
$$V_{dd} = id * Rd + 3 = 4.5 * 5 + 3 = 25.5 \text{ V}$$

Corriente en región lineal

$$id = k[2(V_{GS} - V_{TR})V_{ds} - V_{ds}^2] = 0.5[2 * 3 * 3 - 9] = 4.5 \text{ mA}$$



**Problema 9.** Determinad en el circuito de la figura el  $V_{in}$  necesario para que  $V_{ds} = 6,2 \text{ V}$ .  $k = 2 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_{tr} = -1,5 \text{ V}$ ,  $R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$  y  $V_2 = 10 \text{ V}$ .



$$V_{ds} = 6.2 \text{ V} \rightarrow V_2 - i * R_2 - 6.2 = 0 \rightarrow i = \frac{10 - 6.2}{R_2} = \frac{3.8}{4.7} = 0.808 \text{ mA}$$

$$V_{GS} = V_{in} \rightarrow V_{sat} = V_{gs} - V_{th} = V_{in} + 1.5$$

$$\text{Suponemos saturación: } i_d = k(V_{gs} - V_{tr})^2 = 2(V_{in} + 1.5)^2 = 0.808 \text{ mA} \rightarrow$$

$$V_{in} + 1.5 = \pm\sqrt{0.404} \rightarrow V_{in} = \pm 0.636 - 1.5$$

$$V_{in} = 0.636 - 1.5 = -0.864 \text{ V}$$

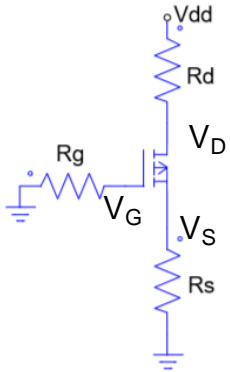
$$V_{in} = -0.636 - 1.5 = -2.136 \text{ V}$$

$V_{in} = V_{gs} > V_{tr} = -1.5 \rightarrow \text{Activa}$

$V_{in} = V_{gs} < V_{tr} = -1.5 \rightarrow \text{Corte}$

$$\text{¿ Saturación? : } V_{ds} = 6.2 \text{ V} > V_{sat} = V_{gs} - V_{tr} = -0.864 + 1.5 = 0.636 \text{ V}$$

**Problema 10.** Hallar  $R_d$  y  $R_s$  en el circuito de la figura sabiendo que  $V_{dd} = 30\text{ V}$ ,  $V_{ds} = 17.5\text{ V}$ ,  $I_d = 2.5\text{ mA}$ ,  $V_{gs} = -1\text{ V}$ . (suponer que  $I_g=0$ ).

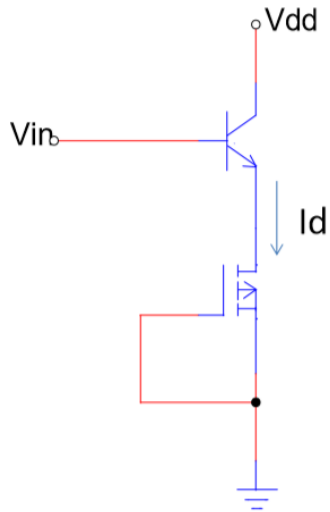


$$V_{dd} = V_{Rd} + V_{DS} + V_{Rs} = i_d * R_d + V_{DS} + i_d * R_s$$

$$0 - V_{RG} - V_{GS} - V_{RS} = 0 \rightarrow -V_{GS} = i_d * R_s \rightarrow R_s = -\frac{V_{GS}}{i_d} = \frac{1}{2.5} = 0.4\text{ k}\Omega$$

$$V_{dd} - i_d * R_d - V_{DS} - V_{Rds} = 0 = 30 - 2.5R_d - 17.5 - 1 \rightarrow R_d = \frac{30 - 17.5 - 1}{2.5} = 4.6\text{ k}\Omega$$

**Problema 11.** Hallar la corriente  $I_d$  en el circuito de la figura sabiendo que  $V_{dd} = 12\text{ V}$ ,  $V_{in} = 5\text{ V}$ ,  $V_{be} = 0.6\text{ V}$ ,  $V_{TR} = -6\text{ V}$  y  $K = 0.1\text{ mA/V}^2$  (suponer que  $I_g = 0$ ).



Suponemos BJT en activa y MOSFET en Saturación

$$V_{in} - V_{be} - V_{ds} = 0 \rightarrow V_{DS} = 5 - 0.6 = 4.4\text{ V}$$

$$V_{dd} - V_{CE} - V_{DS} = 0 \rightarrow V_{CE} = 12 - 4.4 = 7.6\text{ V} > V_{sat} \text{ (BJT)} \rightarrow \text{Activa}$$

Corriente en Saturación

$$i_d = k(V_{GS} - V_{TR})^2 = 0.1[0 - (-6)]^2 = 3.6\text{ mA}$$

Comprobamos Saturación MOSFET:

$$V_{DS} = 4.4\text{ V} >? V_{sat} = V_{GS} - V_{TR} = 0 + 6 = 6 \rightarrow 4.4 < 6$$

Corriente en Lineal/ohmica

$$i_d = k[2(V_{GS} - V_{TR})V_{DS} - V_{DS}^2] = 0.1[2 * 6 * 4.4 - 4.4^2] = 0.1[52.8 - 19.36] = 3.34\text{ mA}$$

# Bloque III. Electrónica Digital

## Tema 7. Fundamentos de electrónica digital

**Problema 1.** Convertir los siguientes números binarios puros a sus equivalentes en base 10.

- a.100110:
- b.110011:
- c.010111:
- d.101110:
- e.110111:

Convertir los siguientes números decimales a sus equivalentes en binario.

- a.9:
- b.64:
- c.31:
- d.131:

**Problema 2.** Resolver los siguientes ejercicios:

- a.Representa  $(-499)_{10}$  en magnitud y signo con un ancho de palabra de 10 bits.
- b.Representa  $(-628)_{10}$  en complemento a 2 con 10 bits.
- c.Convierte a base 10 el número binario 1001000110, dado en magnitud y signo.
- d.Convierte a base 10 el número binario 1110011101, dado en complementa a 2.
- e.¿Cuál es el rango del sistema d enumeración de complemento a 2 con 10 bits?
- f.¿Cuál es el mínimo número de bits necesarios para poder representar cantidades en el rango  $\pm 10^5$  utilizando el sistema de complemento a 2?

**Problema 3.** Rellena la siguiente tabla, teniendo en cuenta que se utilizan palabras de 10 bits.

Nº en base diez	Magnitud y Signo	Complemento a 2
-530		
-103		
-52		

**Problema 4.** Utilizando los mapas de Karnaugh, simplificar las siguientes funciones de conmutación, obtenerlas en función de suma de productos o producto de sumas:

$$f_1(w,x,y,z) = \sum m(5,6,9,10)$$

$$f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7)$$

$$f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6)$$

$$f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15)$$

**Problema 5.**

Para cada una de las funciones dadas a continuación, dibujar un circuito con puertas AND, OR Y NOT que la sintetice:

$$a) F = \overline{x}yz + \overline{y}(xz + z)$$

$$b) G = (x + \overline{y} + \overline{z})(\overline{x} + yz)$$

$$c) H = (\overline{x}\overline{y} + xz)(\overline{x} + \overline{y}z)$$

**Problema 6.** En un proceso químico la temperatura de la mezcla se ha de mantener entre los valores  $-4^{\circ}\text{C}$  y  $4^{\circ}\text{C}$ , ambos incluidos. El sensor de temperatura en su salida ofrece la medida en cuatro bits codificados en complemento a 2. Se va a diseñar un circuito tal que si la temperatura de la mezcla está fuera de margen se activa una alarma luminosa, constituida por un LED, que se enciende cuando se le aplica un valor de tensión alta.

Se pide:

- Escribir la tabla de verdad del sistema.
- Expresar la variable de salida en forma de suma de productos.
- Simplificar la función por el método que se crea más conveniente.
- Implementar el circuito en puertas lógicas.

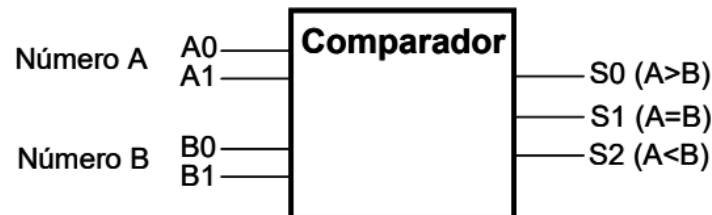
**Problema 7.** Un motor es controlado por tres pulsadores A, B y C. Diseñe su circuito de control mediante puertas lógicas que cumpla las siguientes condiciones de funcionamiento:

- Si se pulsaran los tres pulsadores el motor se activa
- Si se pulsaran dos pulsadores cualesquiera el motor se activa pero se enciende un LED como señal de emergencia
- Si sólo se pulsa un pulsador el motor no se activa pero se enciende el LED indicador de emergencia
- Si no se pulsa ningún pulsador, ni el motor ni el LED se activan.

Se pide:

- Escribir la tabla de verdad de la señal que controla el motor (M) y de la señal que controla el LED de emergencia (L).
- Expresar las funciones de salida del motor y del LED como suma de productos (Primera Forma Canónica).
- Obtener las expresiones reducidas de las funciones por el método de Karnaugh.
- Implementar los circuitos del motor y del LED utilizando puertas lógicas.

**Problema 8.** El circuito de la figura es un comparador binario de dos números (A y B) de dos bits. Las salidas (S0, S1 y S2) toman el valor lógico “1” cuando  $A > B$ ,  $A = B$  y  $A < B$  respectivamente.





**Problema 9.** Se quiere realizar un circuito para activar la alarma de incendios (**A**) para la evacuación de un edificio. Para ello se tiene un sensor de gases (**G**), un sensor de humos (**H**), y dos señales procedentes de un termómetro que indican si la temperatura es mayor de  $45^{\circ}\text{C}$  (**T45**) y si la temperatura es mayor de  $60^{\circ}\text{C}$  (**T60**).

Debido a que a veces los sensores detectan humos y gases que no siempre proceden de incendios (por ejemplo de los cigarrillos o las cocinas), para evitar falsas alarmas, la señal **A** se activará cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- Si la temperatura es mayor de  $60^{\circ}\text{C}$  siempre se activará la alarma.
- Si la temperatura está entre  $45^{\circ}\text{C}$  y  $60^{\circ}\text{C}$  se activará la alarma sólo si han detectado gases o humos (o ambos).
- Si la temperatura es menor de  $45^{\circ}\text{C}$  se activará la alarma sólo si se detectan gases y humos.

Resumiendo, las 4 señales binarias de entradas son:

- **G**: vale '1' si se detecta **GAS** resultante de la combustión.
- **H**: vale '1' si se detecta **HUMO**.
- **T45**: vale '1' si la temperatura es superior a  $45^{\circ}\text{C}$ .
- **T60**: vale '1' si la temperatura es superior a  $60^{\circ}\text{C}$ . La señal de salida **A** (alarma) se activará a nivel alto '1'.

Se pide:

- a) Realizar la tabla de verdad de la señal de alarma (**A**) a partir de las señales de entrada (**G**, **H**, **T45**, **T60**).
- b) Expresar la señal **A** como suma de productos (Primer Forma Canónica)
- c) Obtener la expresión reducida de la señal **A** en suma de productos por el método de Karnaugh.
- d) Implementa la señal **A** obtenida en el apartado anterior utilizando puertas lógicas.

**Problema 10.** Se necesita construir un sistema digital que acepte números del 1 al 10 codificados en binario puro y que genere una salida igual a 1 cuando la entrada sea múltiplo de 2 o igual a 9. Para ello:

- a) Obtén la tabla de verdad del sistema.
- b) Expresa la función de salida en Primera Forma Canónica.
- c) Simplifica al máximo la función utilizando el método de Karnaugh.
- d) Implementa la función de salida utilizando el mínimo número de puertas lógicas.

**Problema 1.** Convertir los siguientes números binarios puros a sus equivalentes en base 10.

- a)  $100110 = 0x2^0 + 1x2^1 + 1x2^2 + 0x2^3 + 0x2^4 + 1x2^5 = 0 + 2 + 4 + 0 + 0 + 32 = 38$
- b)  $110011 = 1x2^0 + 1x2^1 + 0x2^2 + 0x2^3 + 1x2^4 + 1x2^5 = 1 + 2 + 16 + 32 = 51$
- c)  $010111: 1x2^0 + 1x2^1 + 1x2^2 + 0x2^3 + 1x2^4 + 0x2^5 = 1 + 2 + 4 + 16 = 23$
- d)  $101110: 0x2^0 + 1x2^1 + 1x2^2 + 1x2^3 + 0x2^4 + 1x2^5 = 2 + 4 + 8 + 32 = 46$
- e)  $110111: 1x2^0 + 1x2^1 + 1x2^2 + 0x2^3 + 1x2^4 + 1x2^5 = 1 + 2 + 4 + 16 + 32 = 55$

Convertir los siguientes números decimales a sus equivalentes en binario.

- a)  $9 = 8 + 1 = 2^3 + 2^0 = 1x2^0 + 0x2^1 + 0x2^2 + 1x2^3 = 1001$
- b)  $64 = 2^6 = 1000000$
- c)  $31 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 1x2^0 + 1x2^1 + 1x2^2 + 1x2^3 + 1x2^4 = 11111$
- d)  $131 = 128 + 2 + 1 = 1x2^0 + 1x2^1 + 1x2^7 = 10000011$

$131:2 = 65 (1);$	$64:2 = 32 (0);$
$65:2 = 32 (1);$	$32:2 = 16 (0);$
$32:2 = 16 (0);$	$16:2 = 8 (0);$
$16:2 = 8 (0);$	$8:2 = 4 (0);$
$8:2 = 4 (0);$	$4:2 = 2 (0);$
$4:2 = 2 (0);$	$2:2 = 1 (0); \rightarrow 1000000$
$2:2 = 1 (0); \rightarrow 10000011$	

**Problema 2.** Resolver los siguientes ejercicios.

- a)  $(-499)_{10}$  en magnitud y signo con 10 bits  
1 (signo)  $256+128+64+32+16+2+1=1111110011$
- b)  $(-628)_{10}$  en Complemento a 2 con 10 bits.  
Rango representable en C2 es  $[-2^{n-1}:2^{n-1}-1]=[-2^9:2^9-1]=[-511:512] \rightarrow$  Fuera de Rango
- c) Convertir a base 10 el número binario 1001000110, dado en magnitud y signo  
 $-(0x2^0+1x2^1+1x2^2+0x2^3+0x2^4+0x2^5+1x2^6+0x2^7+0x2^8)=- (2+4+64)=-70$
- d) Convertir a base 10 el número binario 1110011101, dado en complemento a 2.  
 $1x2^0+0x2^1+2x1^2+1x2^3+1x2^4+0x2^5+0x2^6+1x2^7+1x2^8-1x2^9=1+4+8+16+128+256-512=-99$
- e) ¿Cuál es el rango del sistema de numeración de complemento a 2 con 10 bits?  
 $[-2^{n-1}:2^{n-1}-1]=[-2^9:2^9-1]=[-511:512]$
- f) ¿Cuál es el mínimo número de bits necesario para poder representar cantidades en el rango  $\pm 10^5$  utilizando el sistema de complemento a 2?  
 $100000 < 2^{(n-1)} \rightarrow n > \log_2(10^5) + 1 = 17.6 \rightarrow n \geq 18$

**Problema 3.** Rellenar la siguiente tabla, teniendo en cuenta que se utilizan palabras de 10 bits.

Nº en base diez	Magnitud y Signo	Complemento a 2
-530	fuera de rango [-511:511]	fuera de rango [-512:511]
-103	1001100111	1110011001
-52	1000110100	<b>1111001100</b>

$$103 = 64 + 39 = 64 + 32 + 7 = 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = 1100111 \rightarrow (n=10) 0001100111$$

$$52 : 2 = 26 (0); 26 : 2 = 13 (0); 13 : 2 = 6 (1); 6 : 2 = 3 (0); 3 : 2 = 1 (1); \rightarrow 110100 \rightarrow (n=10) \mathbf{0000110100}$$

**Problema 4.** Utilizando los mapas de Karnaugh, simplificar las siguientes funciones de conmutación, obtenerlas en función de suma de productos o producto de sumas:

a)  $f_1(w,x,y,z) = \sum m(5,6,9,10) \rightarrow$  No se puede simplificar

b)  $f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7) \rightarrow x + y$

c)  $f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6) \rightarrow x\bar{y} + y\bar{z}$

d)  $f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15) \rightarrow xy + yz + wx\bar{z}$

a)  $f_1(w,x,y,z)$

wx \ yz	00	01	11	10
00	0 <sup>0</sup>	0 <sup>1</sup>	0 <sup>3</sup>	0 <sup>2</sup>
01	0 <sup>4</sup>	1 <sup>5</sup>	0 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>
11	0 <sup>12</sup>	0 <sup>13</sup>	0 <sup>15</sup>	0 <sup>14</sup>
10	0 <sup>8</sup>	1 <sup>9</sup>	0 <sup>11</sup>	1 <sup>10</sup>

b)  $f_2(x,y,z) = \sum m(2,3,4,5,6,7) \rightarrow x + y$

x \ yz	00	01	11	10
0	0 <sup>0</sup>	0 <sup>1</sup>	1 <sup>3</sup>	1 <sup>2</sup>
1	1 <sup>4</sup>	1 <sup>5</sup>	1 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>

x	y	z
1	0	0
1	0	1
1	1	1
1	1	0
x		

x	y	z
0	1	1
0	1	0
1	1	1
1	1	0
y		

c)  $f_3(x,y,z) = \sum m(2,4,5,6) \rightarrow x\bar{y} + y\bar{z}$

x \ yz	00	01	11	10
0	0 <sup>0</sup>	0 <sup>1</sup>	0 <sup>3</sup>	1 <sup>2</sup>
1	1 <sup>4</sup>	1 <sup>5</sup>	0 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>

x	y	z
1	0	0
1	0	1
$x\bar{y}$		

x	y	z
0	1	0
1	1	0
$y\bar{z}$		

d)  $f_4(w,x,y,z) = \sum m(3,6,7,11,12,14,15) \rightarrow xy + yz + wx\bar{z}$

wx \ yz	00	01	11	10
00	0 <sup>0</sup>	0 <sup>1</sup>	1 <sup>3</sup>	0 <sup>2</sup>
01	0 <sup>4</sup>	0 <sup>5</sup>	1 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>
11	1 <sup>12</sup>	0 <sup>13</sup>	1 <sup>15</sup>	1 <sup>14</sup>
10	0 <sup>8</sup>	0 <sup>9</sup>	1 <sup>11</sup>	0 <sup>10</sup>

w	x	y
z		
1	1	0
0		
1	1	1
0		
$wx\bar{z}$		

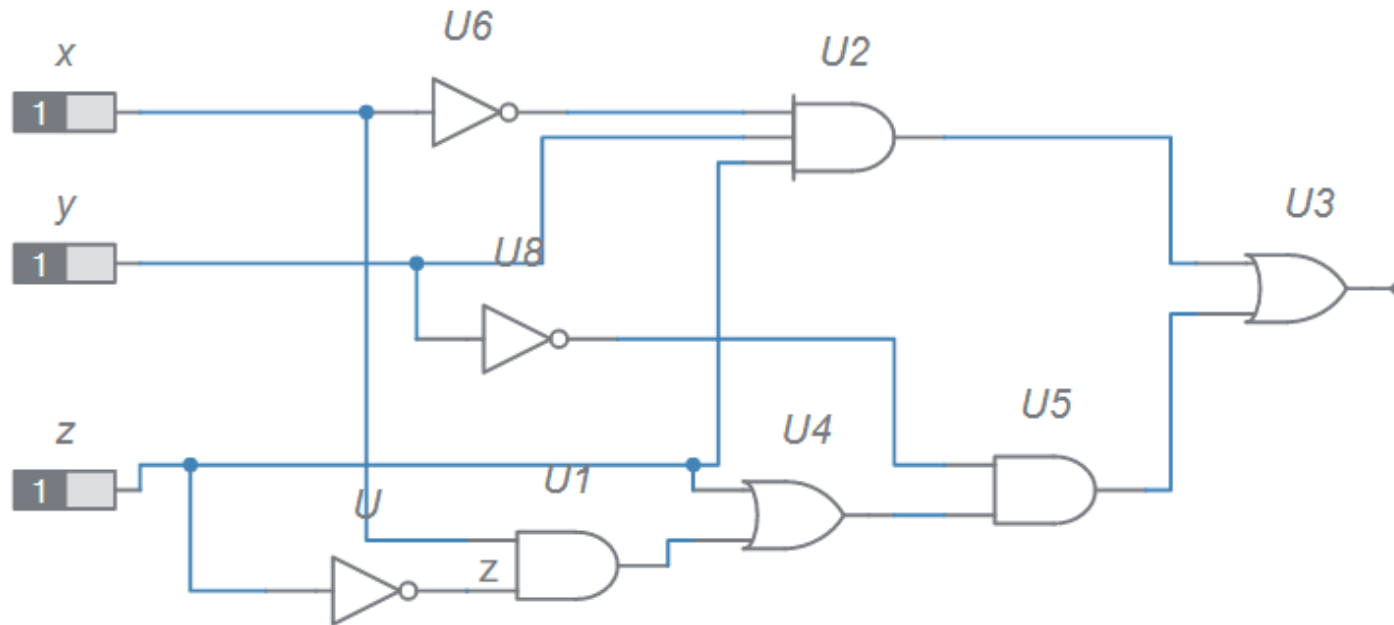
w	x	y
z		
0	0	1
1		
0	1	1
1		
1	1	1
1		
1	0	1
1		
$yz$		

w	x	y
z		
0	1	1
1		
0	1	1
0		
1	1	1
1		
1	1	1
0		
$xy$		

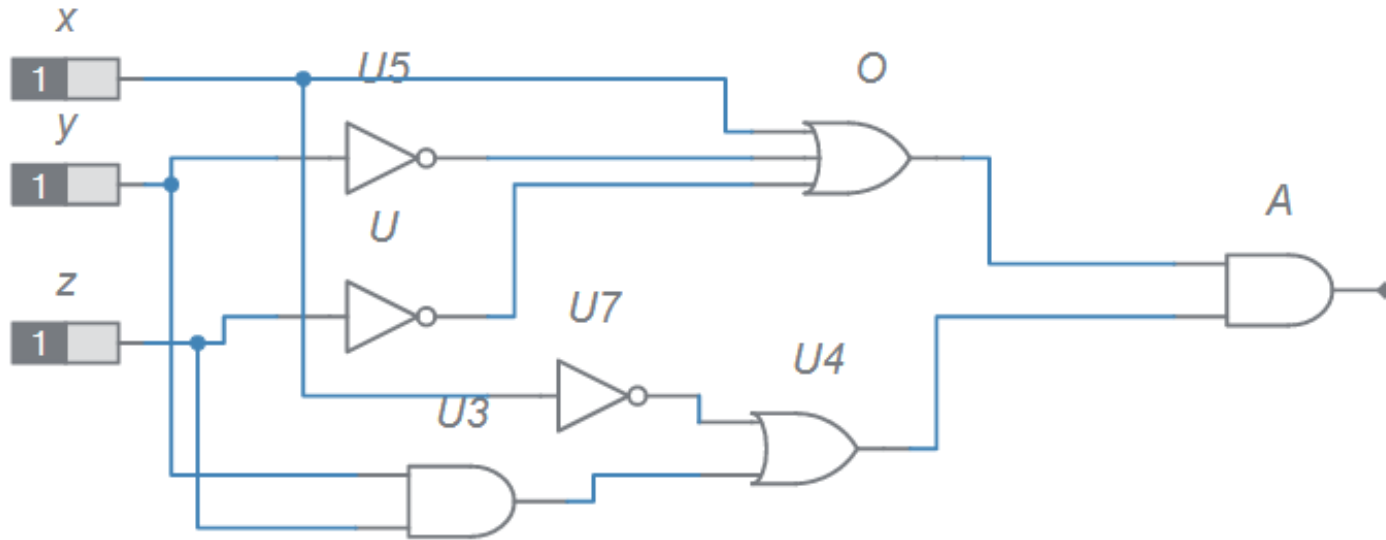


**Problema 5.** Para cada una de las funciones dadas a continuación, dibujar un circuito con puertas AND, OR Y NOT que la sintetice:

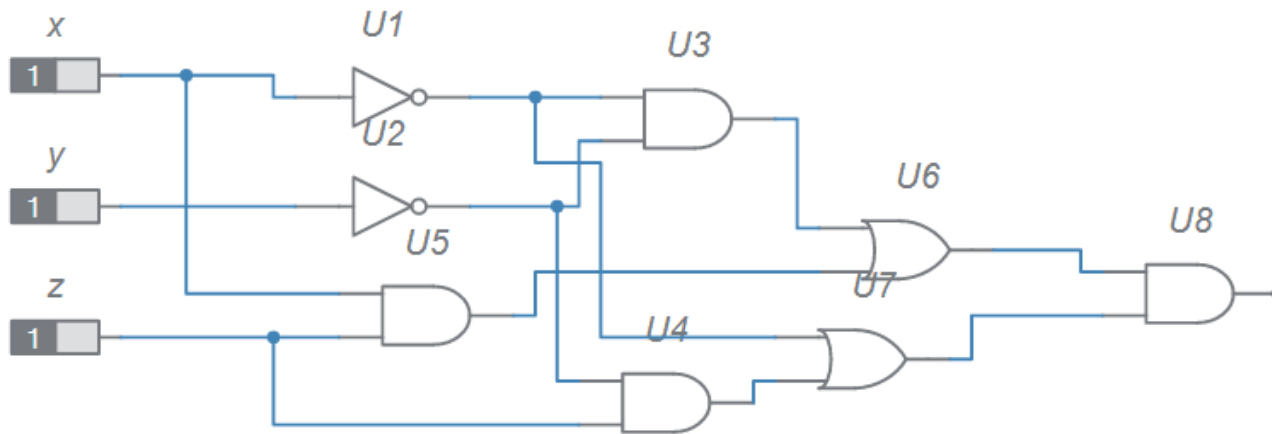
$$a) F = \bar{x}yz + \bar{y}(xz + z)$$



b)  $G = (x + \bar{y} + \bar{z})(\bar{x} + yz)$



c)  $H = (\bar{x}\bar{y} + xz)(\bar{x} + \bar{y}z)$



**Problema 6.** En un proceso químico la temperatura de la mezcla se ha de mantener entre los valores  $-4^{\circ}\text{C}$  y  $4^{\circ}\text{C}$ , ambos incluidos. El sensor de temperatura en su salida ofrece la medida en cuatro bits codificados en complemento a 2. Se va a diseñar un circuito tal que si la temperatura de la mezcla está fuera de margen se activa una alarma luminosa, constituida por un LED, que se enciende cuando se le aplica un valor de tensión alta.

Se pide:

- Escribir la tabla de verdad del sistema.
- Expresar la variable de salida en forma de suma de productos.
- Simplificar la función por el método que se crea más conveniente.
- Implementar el circuito en puertas lógicas.

$$0^{\circ} \rightarrow 0000$$

$$1^{\circ} \rightarrow 0001$$

...

$$7^{\circ} \rightarrow 0111$$

$$-1^{\circ} \rightarrow 1111$$

...

$$-7^{\circ} \rightarrow 1001$$

$$-8^{\circ} \rightarrow 1000$$

A	B	C	D	Temp <sup>a</sup>	Salida	
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	2	0	2
0	0	1	1	3	0	3
0	1	0	0	4	0	4
0	1	0	1	5	1	5
0	1	1	0	6	1	6
0	1	1	1	7	1	7
1	0	0	0	-8	1	8
1	0	0	1	-7	1	9
1	0	1	0	-6	1	10
1	0	1	1	-5	1	11
1	1	0	0	-4	0	12
1	1	0	1	-3	0	13
1	1	1	0	-2	0	14
1	1	1	1	-1	0	15

$$f(a,b,c,d) = \sum m(5,6,7,8,9,10,11)$$

$$f(a,b,c,d) = \sum m(5,6,7,8,9,10,11) \rightarrow f(a,b,c,d) = \bar{a}bd + \bar{a}bc + a\bar{b}$$

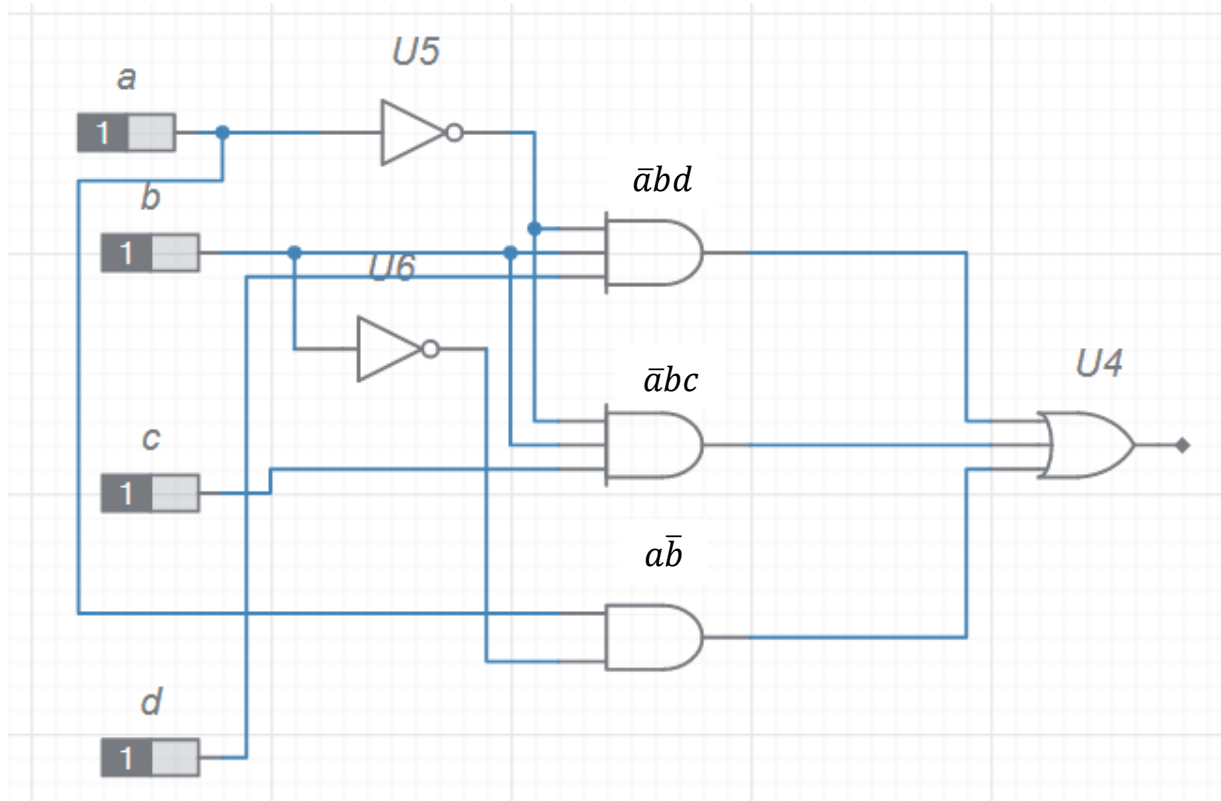
ab \ cd	00	01	11	10
00	0 <sup>0</sup>	0 <sup>1</sup>	0 <sup>3</sup>	0 <sup>2</sup>
01	0 <sup>4</sup>	1 <sup>5</sup>	1 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>
11	0 <sup>12</sup>	0 <sup>13</sup>	0 <sup>15</sup>	0 <sup>14</sup>
10	1 <sup>8</sup>	1 <sup>9</sup>	1 <sup>11</sup>	1 <sup>10</sup>

a	b	c	d
0	1	0	1
0	1	1	1
$\bar{a}bd$			

a	b	c	d
0	1	1	1
0	1	1	0
$\bar{a}bc$			

a	b	c	d
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	0	1	0
$a\bar{b}$			

$$\rightarrow f(a,b,c,d) = \bar{a}bd + \bar{a}bc + a\bar{b}$$



**Problema 7.** Un motor es controlado por tres pulsadores A, B y C. Diseñe su circuito de control mediante puertas lógicas que cumpla las siguientes condiciones de funcionamiento:

- Si se pulsan los tres pulsadores el motor se activa
- Si se pulsan dos pulsadores cualesquiera el motor se activa pero se enciende un LED como señal de emergencia
- Si sólo se pulsa un pulsador el motor no se activa pero se enciende el LED indicador de emergencia
- Si no se pulsa ningún pulsador, ni el motor ni el LED se activan.

Se pide:

- a) Escribir la tabla de verdad de la señal que controla el motor (M) y de la señal que controla el LED de emergencia (L).
- b) Expresar las funciones de salida del motor y del LED como suma de productos (Primera Forma Canónica).
- c) Obtener las expresiones reducidas de las funciones por el método de Karnaugh.
- d) Implementar los circuitos del motor y del LED utilizando puertas lógicas.



A	B	C	Motor (M)	LED (L)	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	2
0	1	1	1	1	3
1	0	0	0	1	4
1	0	1	1	1	5
1	1	0	1	1	6
1	1	1	1	0	7

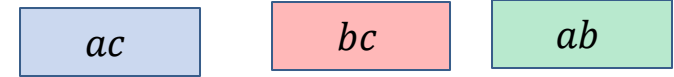
- 3 pulsadores → motor se activa
- 2 pulsadores → el motor se activa, LED activa
- 1 pulsador → el motor no se activa, pero se enciende el LED
- Ningún pulsador → ni el motor ni el LED se activan.

$$M(a,b,c,) = \sum m(3,5,6,7)$$

$$L(a,b,c,) = \sum m(1,2,3,4,5,6)$$

$$M(a,b,c) = \sum m(3,5,6,7)$$

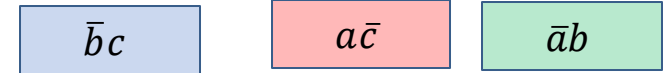
a \ bc	00	01	11	10
0	0 <sup>0</sup>	0 <sup>1</sup>	1 <sup>3</sup>	0 <sup>2</sup>
1	0 <sup>4</sup>	1 <sup>5</sup>	1 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>



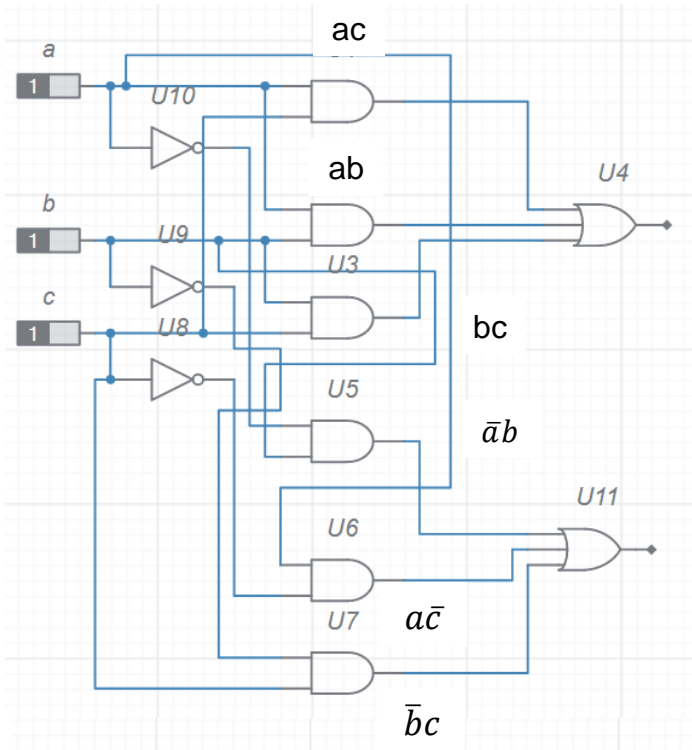
$$M(a,b,c) = ac + bc + ab$$

$$L(a,b,c) = \sum m(1,2,3,4,5,6)$$

a \ bc	00	01	11	10
0	0 <sup>0</sup>	1 <sup>1</sup>	1 <sup>3</sup>	1 <sup>2</sup>
1	1 <sup>4</sup>	1 <sup>5</sup>	0 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>



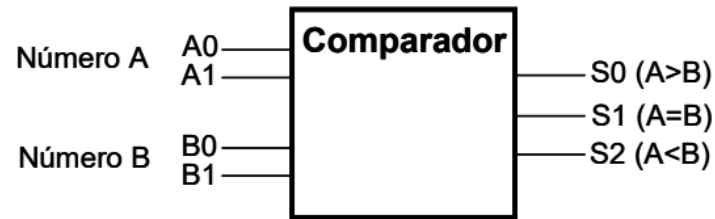
$$L(a,b,c) = \bar{b}c + a\bar{c} + \bar{a}b$$



$$M(a,b,c) = ac + bc + ab$$

$$L(a,b,c) = \bar{b}c + a\bar{c} + \bar{a}b$$

**Problema 8.** El circuito de la figura es un comparador binario de dos números (A y B) de dos bits. Las salidas (S0, S1 y S2) toman el valor lógico “1” cuando  $A > B$ ,  $A = B$  y  $A < B$ .



A0	A1	Número A
0	0	0
0	1	1
1	0	2
1	1	3

B0	B1	Número B
0	0	0
0	1	1
1	0	2
1	1	3

A0	A1	B0	B1	S0 (A>B)	S1(A=B)	S2(A<B)	
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	2
0	0	1	1	0	0	1	3
0	1	0	0	1	0	0	4
0	1	0	1	0	1	0	5
0	1	1	0	0	0	1	6
0	1	1	1	0	0	1	7
1	0	0	0	1	0	0	8
1	0	0	1	1	0	0	9
1	0	1	0	0	1	0	10
1	0	1	1	0	0	1	11
1	1	0	0	1	0	0	12
1	1	0	1	1	0	0	13
1	1	1	0	1	0	0	14
1	1	1	1	0	1	0	15

$$S0(a,b,c,d) = \sum m(4,8,9,12,13,14)$$

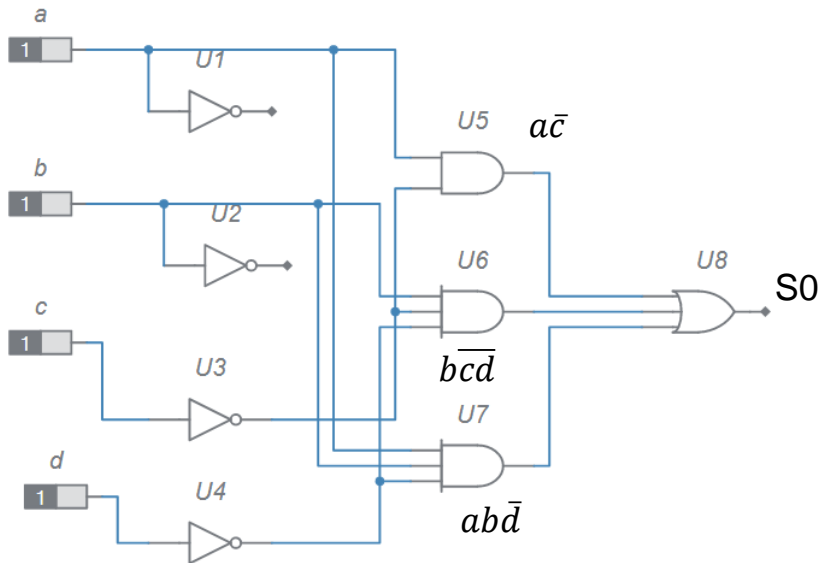
$$S1(a,b,c,d) = \sum m(0,5,10,15)$$

$$S2(a,b,c,d) = \sum m(1,2,3,6,7,11)$$

$$S0(a,b,c,d) = a\bar{c} + b\bar{c}d + ab\bar{d}$$

$$S1(a,b,c,d) = \overline{abcd} + \bar{a}b\bar{c}d + abcd + a\bar{b}c\bar{d} \quad \text{No se puede simplificar}$$

$$S2(a,b,c,d) = \bar{a}c + \bar{b}cd + \bar{a}bd$$



**Problema 9.** Se quiere realizar un circuito para activar la alarma de incendios (**A**) para la evacuación de un edificio. Para ello se tiene un sensor de gases (**G**), un sensor de humos (**H**), y dos señales procedentes de un termómetro que indican si la temperatura es mayor de  $45^{\circ}\text{C}$  (**T<sub>45</sub>**) y si la temperatura es mayor de  $60^{\circ}\text{C}$  (**T<sub>60</sub>**). Debido a que a veces los sensores detectan humos y gases que no siempre proceden de incendios (por ejemplo de los cigarrillos o las cocinas), para evitar falsas alarmas, la señal **A** se activará cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- Si la temperatura es mayor de  $60^{\circ}\text{C}$  siempre se activará la alarma.
- Si la temperatura está entre  $45^{\circ}\text{C}$  y  $60^{\circ}\text{C}$  se activará la alarma sólo si han detectado gases o humos (o ambos).
- Si la temperatura es menor de  $45^{\circ}\text{C}$  se activará la alarma sólo si se detectan gases y humos.

Resumiendo, las 4 señales binarias de entradas son:

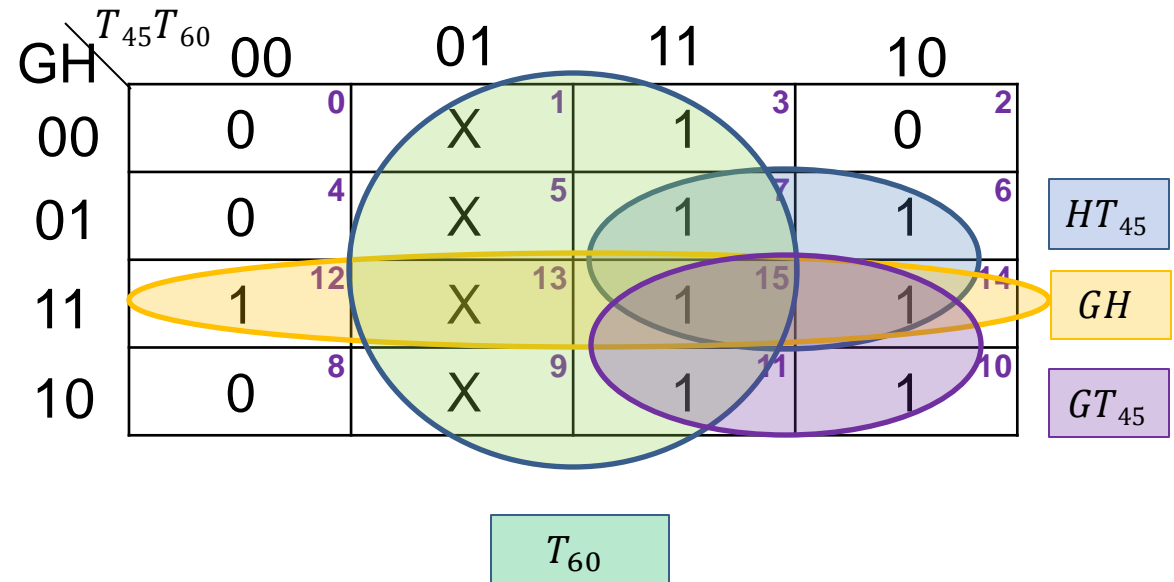
- **G**: vale '1' si se detecta **GAS** resultante de la combustión.
- **H**: vale '1' si se detecta **HUMO**.
- **T<sub>45</sub>**: vale '1' si la temperatura es superior a  $45^{\circ}\text{C}$ .
- **T<sub>60</sub>**: vale '1' si la temperatura es superior a  $60^{\circ}\text{C}$ . La señal de salida **A** (alarma) se activará a nivel alto '1'.

Se pide:

- a) Realizar la tabla de verdad de la señal de alarma (**A**) a partir de las señales de entrada (**G**, **H**, **T<sub>45</sub>**, **T<sub>60</sub>**).
- b) Expresar la señal **A** como suma de productos (Primer Forma Canónica)
- c) Obtener la expresión reducida de la señal **A** en suma de productos por el método de Karnaugh.
- d) Implementa la señal **A** obtenida en el apartado anterior utilizando puertas lógicas.

G	H	T <sub>45</sub>	T <sub>60</sub>	Salida(A)	
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	X	1
0	0	1	0	0	2
0	0	1	1	1	3
0	1	0	0	0	4
0	1	0	1	X	5
0	1	1	0	1	6
0	1	1	1	1	7
1	0	0	0	0	8
1	0	0	1	X	9
1	0	1	0	1	10
1	0	1	1	1	11
1	1	0	0	1	12
1	1	0	1	X	13
1	1	1	0	1	14
1	1	1	1	1	15

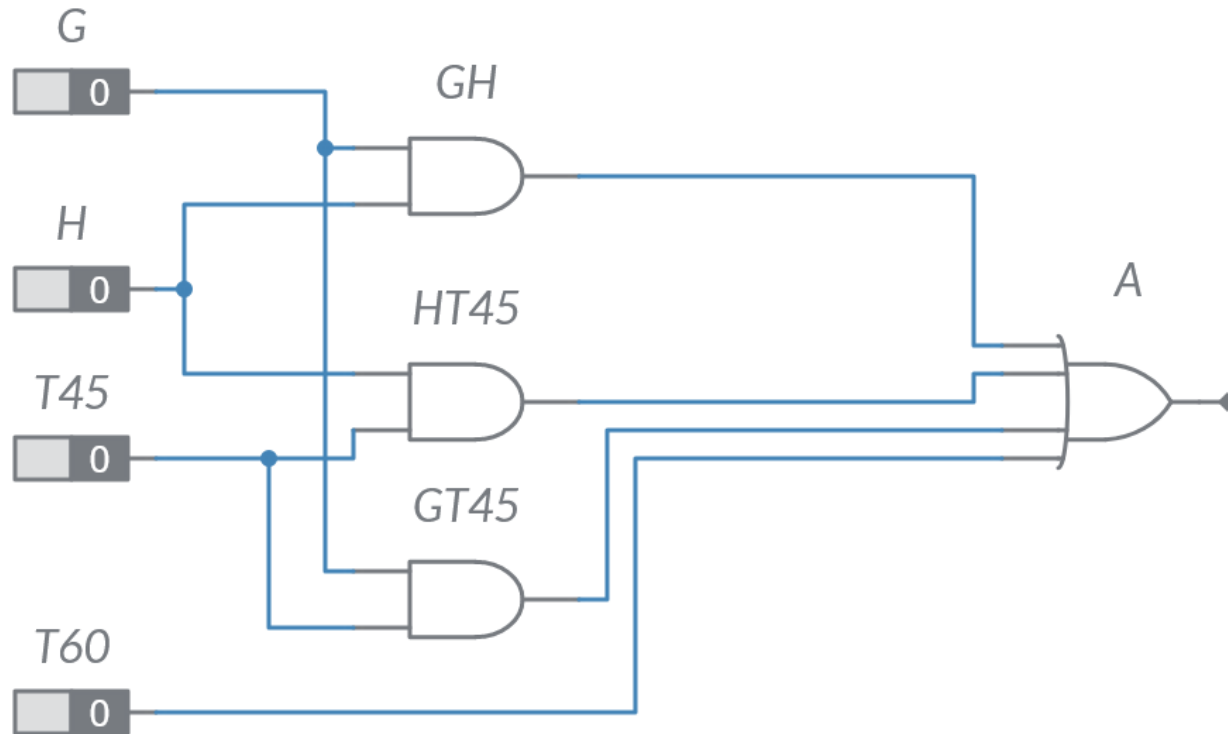
$$f(G, H, T_{45}, T_{60}) = \sum m(3,6,7,10,11,12,14,15) + \sum X(1,5,9,13)$$



No se puede dar que la temperatura sea <45° y >60° al mismo tiempo  
 → T<sub>45</sub>=0 y T<sub>60</sub>=1 → X

$$f(G, H, T_{45}, T_{60}) = T_{60} + GH + HT_{45} + GT_{45}$$





**Problema 10.** Se necesita construir un sistema digital que acepte números del 1 al 10 codificados en binario puro y que genere una salida igual a 1 cuando la entrada sea múltiplo de 2 o igual a 9. Para ello:

- Obtén la tabla de verdad del sistema.
- Expresa la función de salida en Primera Forma Canónica.
- Simplifica al máximo la función utilizando el método de Karnaugh.
- Implementa la función de salida utilizando el mínimo número de puertas lógicas.

Acepta números del 1 al 10 en binario puro → 4 bits.

Entrada: 0, 2, 4, 6, 8, 10 → Salida: 1

Entrada: 1, 3, 5, 7, 9 → Salida 0

Entrada: 11, 12, 13, 14, 15 → ¿Salida? Indefinido: X

A	B	C	D	Salida	
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	2
0	0	1	1	0	3
0	1	0	0	1	4
0	1	0	1	0	5
0	1	1	0	1	6
0	1	1	1	0	7
1	0	0	0	1	8
1	0	0	1	0	9
1	0	1	0	1	10
1	0	1	1	X	11
1	1	0	0	X	12
1	1	0	1	X	13
1	1	1	0	X	14
1	1	1	1	X	15

$$f(a,b,c,d) = \sum m(0,2,4,6,8,10) + \sum X(11,12,13,14,15)$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1 <sup>0</sup>	0 <sup>1</sup>	0 <sup>3</sup>	1 <sup>2</sup>
01	1 <sup>4</sup>	0 <sup>5</sup>	0 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>
11	X <sup>12</sup>	X <sup>13</sup>	X <sup>15</sup>	X <sup>14</sup>
10	1 <sup>8</sup>	0 <sup>9</sup>	X <sup>11</sup>	1 <sup>10</sup>

$\bar{d}$



A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

Añadiendo el 9:

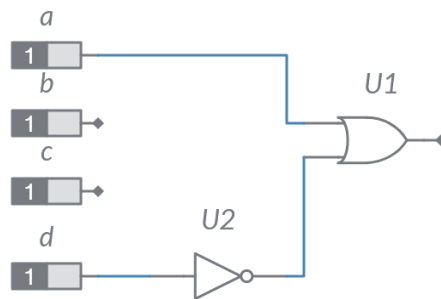
$$f(a,b,c,d) = \sum m(0,2,4,6,8,9,10) + \sum X(11,12,13,14,15)$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1 <sup>0</sup>	0 <sup>1</sup>	0 <sup>3</sup>	1 <sup>2</sup>
01	1 <sup>4</sup>	0 <sup>5</sup>	0 <sup>7</sup>	1 <sup>6</sup>
11	X <sup>12</sup>	X <sup>13</sup>	X <sup>15</sup>	X <sup>14</sup>
10	1 <sup>8</sup>	1 <sup>9</sup>	X <sup>11</sup>	1 <sup>10</sup>

$\bar{d}$

$a$

Con el 9:  $\bar{d} + a$



A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

©2023 Autor Gonzalo Del Pozo Melero

Algunos derechos reservados

Este documento se distribuye bajo la licencia

“Atribución-Compartir Igual 4.0 Internacional” de Creative Commons,  
disponible en <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>

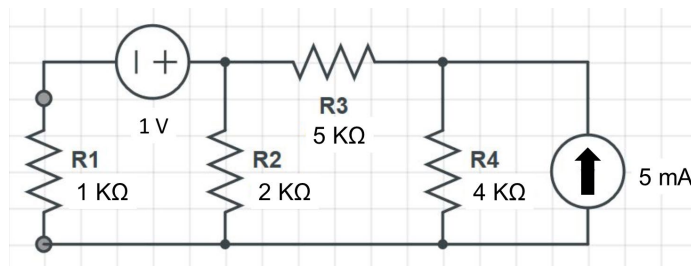
Para cualquier duda o sugerencia de mejora, puedes escribir a [gonzalo.delpozo@urjc.es](mailto:gonzalo.delpozo@urjc.es)

Agradecimientos a los profesores Beatriz Romero, Belén Arredondo,  
Diego Martín y Felipe Machado por su contribución a este documento

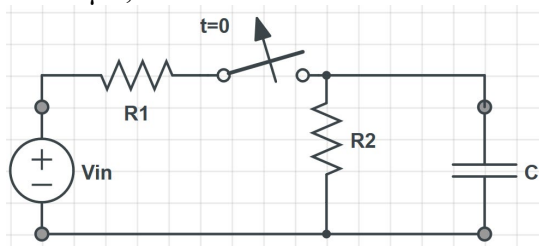
**Modelos de exámenes primera parte de la asignatura.**

**Examen 1, Abril 2018**

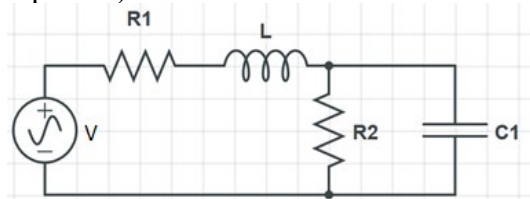
**Problema 1 (3 puntos).** Calcula la corriente que circula por la resistencia R2.



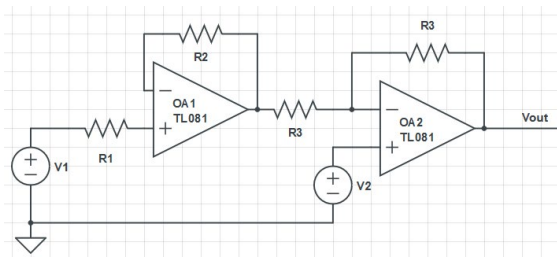
**Problema 2 (2 puntos).** Después de llevar mucho tiempo cerrado, el interruptor de la figura se abre en el instante  $t=0$ . Obtén el valor de la tensión del condensador para  $t>0$ .  $R_1=30\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=10\text{ k}\Omega$ ,  $C=16\text{ }\mu\text{F}$ ,  $V_{in}=20\text{ V}$ .



**Problema 3 (3 puntos).** Obtén la expresión de la corriente  $i(t)$  generada por la fuente V en el siguiente circuito, sabiendo que  $R_1=5\text{ }\Omega$ ,  $C_1=0.1\text{ F}$ ,  $L=1\text{ H}$ ,  $R_2=15\text{ }\Omega$  y  $V=20\cos(2t+20^\circ)$  (2.5 puntos). ¿Cuál es la fase de la tensión en la bobina con respecto a la fuente de tensión? (0.5 puntos).



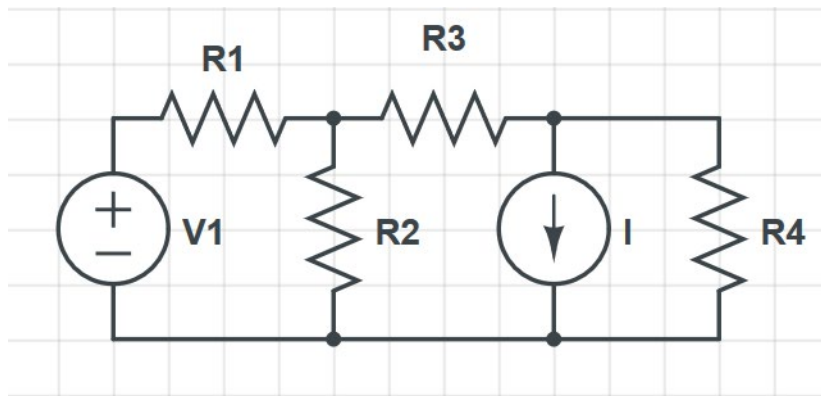
**Problema 4 (2 puntos).** Obtén la función de transferencia del siguiente circuito ( $V_{out}$  en función de  $V_1$  y  $V_2$ ).



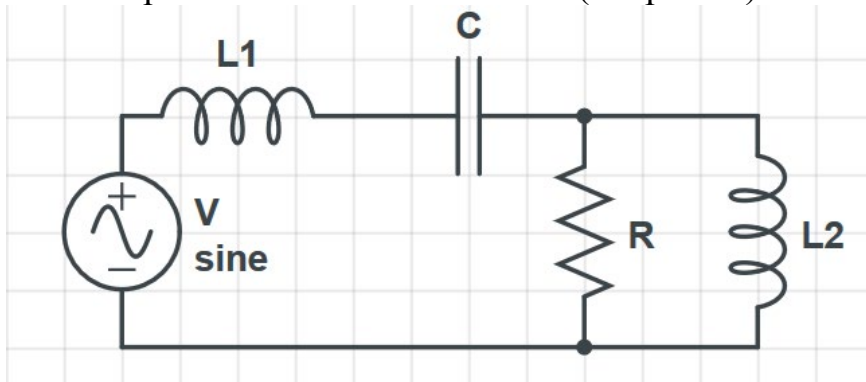
**Examen 2, Febrero 2019**

**Cuestión 1. (1 puntos)** Si queremos conectar el cargador de un móvil comprado en España, donde la red funciona a 220V, en un enchufe en Estados Unidos, donde la red funciona a 125V, ¿qué máquina necesitaremos para hacer la conversión? Explica brevemente el funcionamiento de esa máquina.

**Problema 1 (3 puntos).** Calcula la corriente que circula, la caída de tensión y la potencia disipada en la resistencia R2.  $R_1=3k\Omega$ ,  $R_2=1k\Omega$ ,  $R_3=500\Omega$ ,  $R_4=2k\Omega$ ,  $V_1=22V$ ,  $I=5mA$ .



**Problema 2 (3 puntos).** Obtén la expresión de la corriente  $i(t)$  generada por la fuente V en el siguiente circuito, sabiendo que  $R=5\Omega$ ,  $C=0.1F$ ,  $L_1=1H$ ,  $L_2=0.5H$  y  $V=10\cos(t)$  (2.5 puntos), ¿Cuál es la fase de la tensión en la bobina L2 con respecto a la fuente de tensión? (0.5 puntos).



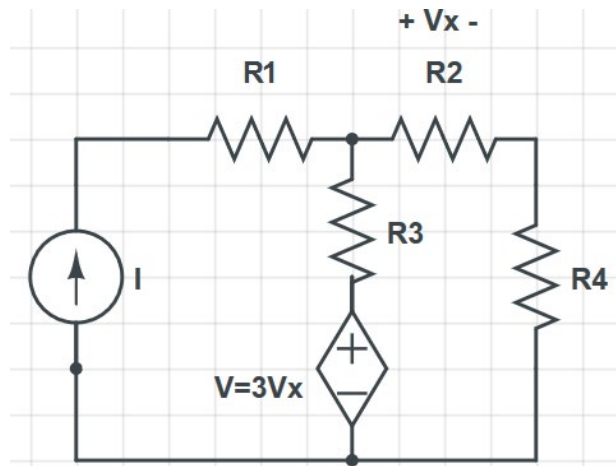
**Problema 3 (3 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea  $Z_L=2-j\Omega$ , impedancia en la carga  $Z=5+5j\Omega$  e impedancia en el hilo neutro  $Z_N=1-2j\Omega$ . El módulo de la tensión de línea es de 380V. Calcula las corrientes de línea y las tensiones en las cargas.

**Examen 3, Febrero 2019**

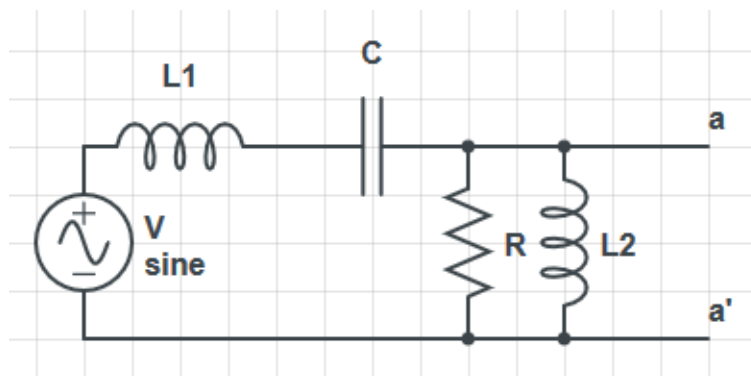
**Cuestión 1. (1 puntos)** Queremos aprovechar la energía generada por la caída de agua en una cascada como energía eléctrica ¿qué máquina necesitaremos para hacer la conversión? Explica brevemente el funcionamiento de esa máquina.

**Problema 1 (3 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea  $Z_L = 1-2j \Omega$ , impedancia en la carga  $Z = 6+6j \Omega$  e impedancia en el hilo neutro  $Z_N = 2-2j \Omega$ . El módulo de la tensión de fase en las cargas ( $U_F'$ ) es de 200V. Calcula las corrientes de línea y las tensiones al principio de la red de entrada.

**Problema 2 (3 puntos).** Calcula la corriente que circula, la caída de tensión y la potencia disipada en la resistencia R2.  $R_1=5k\Omega$ ,  $R_2=2k\Omega$ ,  $R_3=500\Omega$ ,  $R_4=5k\Omega$ ,  $I=5mA$ . El valor de la fuente de tensión dependiente es  $V=3V_x$ , siendo  $V_x$  el voltaje en R2.



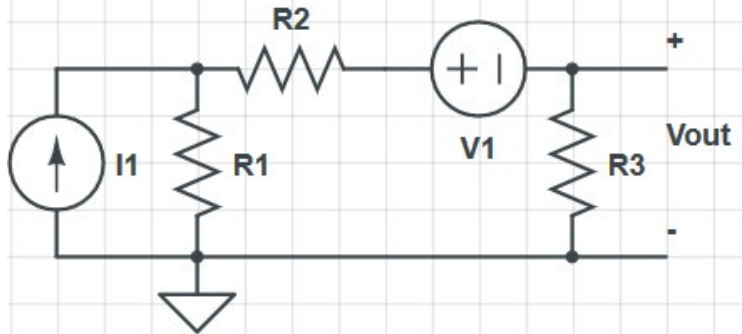
**Problema 3 (3 puntos).** Obtén el equivalente de Thévenin para el siguiente circuito, desde los terminales a-a'.  $R=10 \Omega$ ,  $C=0.01 F$ ,  $L_1=1 H$ ,  $L_2=0.5 H$  y  $V=20\cos(t)$ .



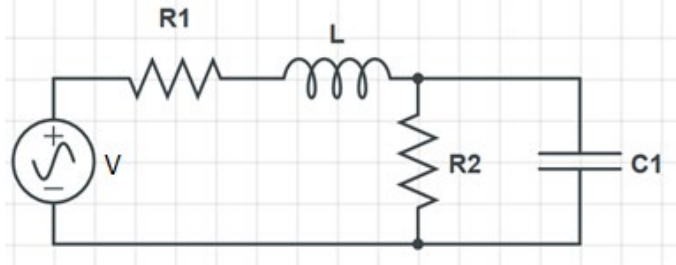


**Examen 4, Mayo 2019**

**Problema 1. (3 puntos)** Halla el circuito equivalente de Thévenin y Norton del circuito de la figura.  $I_1=1\text{mA}$ ,  $R_1=R_3=10\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=15\text{ k}\Omega$  y  $V_1=7\text{V}$ .



**Problema 2 (3 puntos).** Obtén la expresión de la corriente  $i(t)$  generada por la fuente  $V$  en el siguiente circuito, sabiendo que  $R_1=10\text{ k}\Omega$ ,  $C_1=0.5\text{ F}$ ,  $L=0.1\text{ H}$ ,  $R_2=5\text{ k}\Omega$  y  $V=10\cos(t)$ . ¿Cuál es la fase de la tensión en la bobina con respecto a la fuente de tensión?

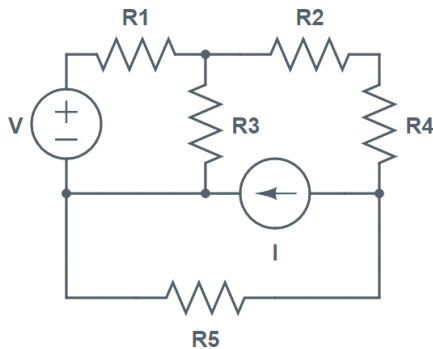


**Problema 3 (3 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea  $Z_L=5-5j\ \Omega$ , impedancia en la carga  $Z=2+4j\ \Omega$  e impedancia en el hilo neutro  $Z_N=-2j\ \Omega$ . El módulo de la tensión de fase de las fuentes ( $U_F$ ) es de  $320\text{V}$ . Calcula las corrientes de línea y las tensiones al principio de la red de entrada.

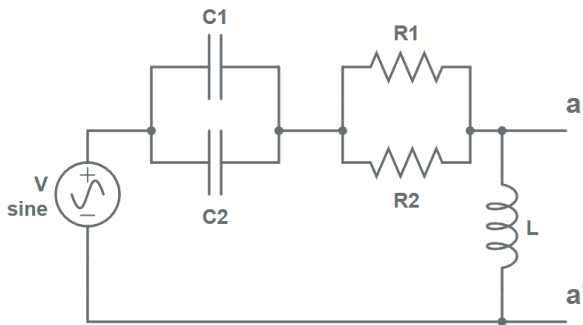
**Cuestión 1. (1 puntos)** Si queremos conectar el cargador de un móvil comprado en España, donde la red funciona a  $220\text{V}$ , en un enchufe en Estados Unidos, donde la red funciona a  $125\text{V}$ , ¿qué máquina necesitaremos para hacer la conversión? Explica brevemente el funcionamiento de esa máquina.

## Examen 5, Junio 2019

**Problema 1. (3 puntos)** Calcula la corriente que circula por cada una de las resistencias del siguiente circuito (2.5 pto) y el valor de la potencia disipada por cada una (0.5 pto).  $V=10V$ ,  $R_1=5k\Omega$ ,  $R_2=3k\Omega$ ,  $R_3=7k\Omega$ ,  $R_4=2k\Omega$ ,  $R_5=5k\Omega$ ,  $I=2mA$ .



**Problema 2 (3 puntos).** Obtén el equivalente de Thévenin y de Norton del siguiente circuito (2.5 pto). ¿Cuál es el valor del factor de potencia del circuito? (0.5 pto).  $V=10\text{sen}(2t+\pi/2)$ ,  $C_1=0.02F$ ,  $C_2=0.08F$ ,  $R_1=30\ \Omega$ ,  $R_2=100\ \Omega$ ,  $L=3\ H$ .



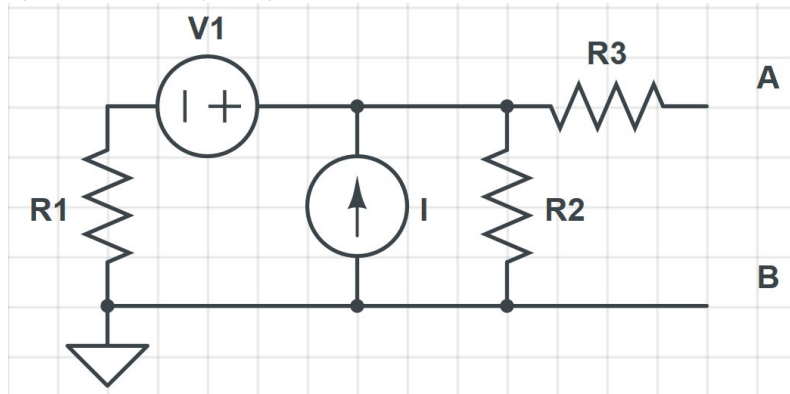
**Problema 3 (3 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia en la carga de  $Z=6+4j\ \Omega$  e impedancia en el hilo neutro  $Z_N=1-2j\ \Omega$ . Si el módulo de la tensión de línea es de 400V, calcula tomando  $U_{RN}$  como referencia:

- Tensiones de fase en el generador (1 pto).
- Corrientes de línea (0.75 pto).
- Corrientes de fase (0.75 pto).
- Potencia aparente trifásica total (0.5 pto).

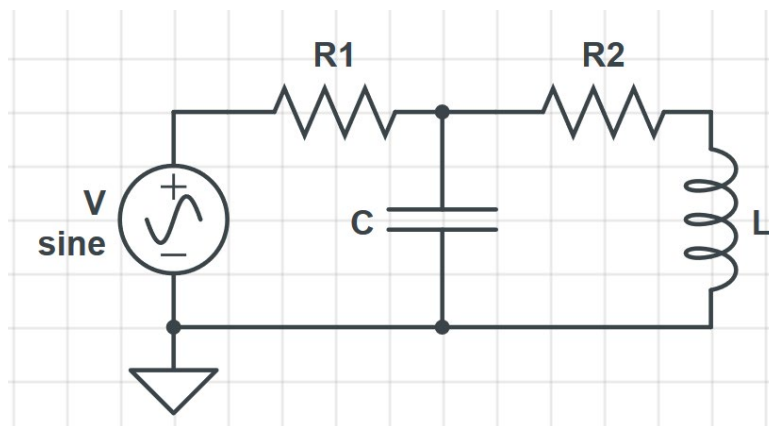
**Cuestión 1. (1 puntos)** Enumera los distintos tipos de máquinas eléctricas, mencionando cuál es su función y un ejemplo de cada tipo.

**Examen 6, Marzo 2020**

**Problema 1 (3 puntos).** Obtén los equivalentes de Thévenin (2 puntos) y Norton (1 punto) para el siguiente circuito, desde los terminales A-B.  $V_1 = 15\text{ V}$ ,  $R_1 = 3\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 4000\ \Omega$ ,  $I = 0,005\text{ A}$ .



**Problema 2 (3 puntos).** Obtén el valor de la corriente generada por la fuente de tensión como expresión en función del tiempo (2 puntos). Obtén la expresión del voltaje que cae en la bobina en función del tiempo (1 punto). La fuente de tensión tiene una amplitud de  $10\text{ V}$ , una frecuencia de funcionamiento de  $50\text{ Hz}$  y fase  $0^\circ$ .  $R_1 = 5\ \Omega$ ,  $R_2 = 10\ \Omega$ ,  $C = 1/\pi\text{ mF}$ ,  $L = 3/\pi\text{ H}$ .

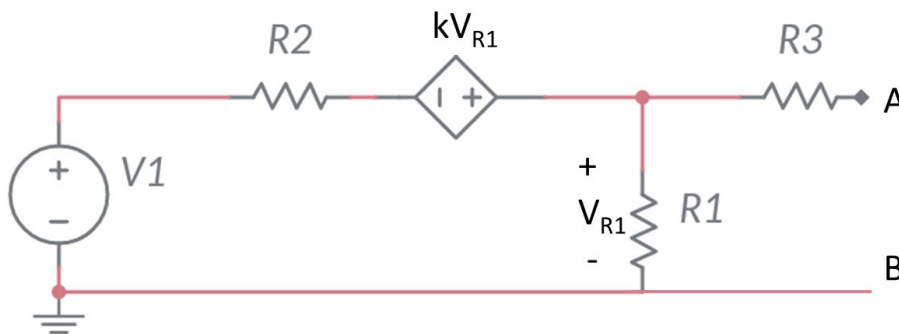


**Problema 3 (3 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una corriente de línea de módulo  $I_L = 10\text{ A}$ . El sistema consume una potencia de  $5\text{ kW}$  con un factor de potencia de  $0,85$  capacitivo. Calcula el valor de las tensiones de línea y de fase, tomando como referencia  $U_{RN}$  (2 puntos). Obtén el valor de la potencia reactiva y aparente (1 punto).

**Cuestión 1 (1 puntos).** Enuncia los distintos tipos de motores, explicando brevemente el funcionamiento de cada uno de ellos.

## Examen 7, Marzo 2021

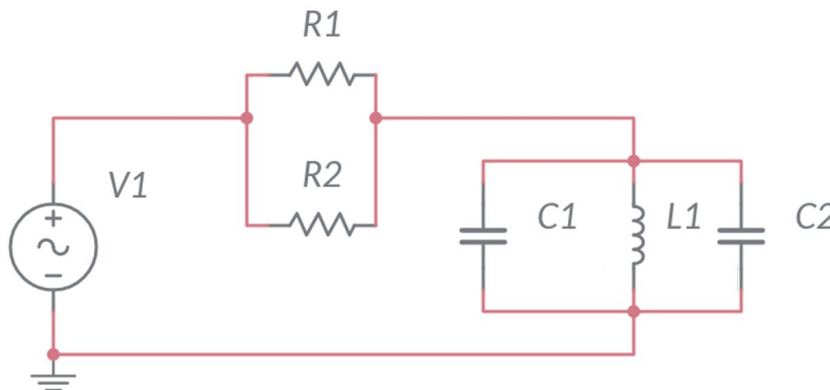
**Problema 1 (3 puntos).** Obtén el equivalente de Thévenin y Norton del siguiente circuito, entre los puntos A-B. Los parámetros del circuito son  $V_1=10\text{ V}$ ,  $R_1=1\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_3=7\text{ k}\Omega$  y  $k=0.5$ . Dibuja ambos circuitos equivalentes:



**Problema 2 (3.5 puntos).** Dado el siguiente circuito con una fuente de tensión alterna, calcula:

- La impedancia equivalente del circuito. (0.5 ptos)
- El factor de potencia. (0.5 ptos)
- La corriente que circula por la bobina. (1 pto)
- La tensión que cae en el condensador C1. (1 pto)
- Si existe, la frecuencia de resonancia del circuito. (0.5 ptos)

Siendo  $V_1=15\cos(100t+15^\circ)$ ;  $R_1=4\ \Omega$ ,  $R_2=2\ \Omega$ ,  $C_1=4\text{ mF}$ ,  $C_2=2\text{ mF}$  y  $L=3\text{ mH}$ .



**Problema 3 (3.5 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea  $Z_L=3+3j\ \Omega$ , una impedancia de carga  $Z_C=10+5j\ \Omega$ , impedancia del hilo neutro  $Z_N=1+j\ \Omega$  y un módulo de la tensión de línea,  $U_L=398.37\text{ V}$ . Tomando  $U_{RN}$  como el origen de fases, calcula:

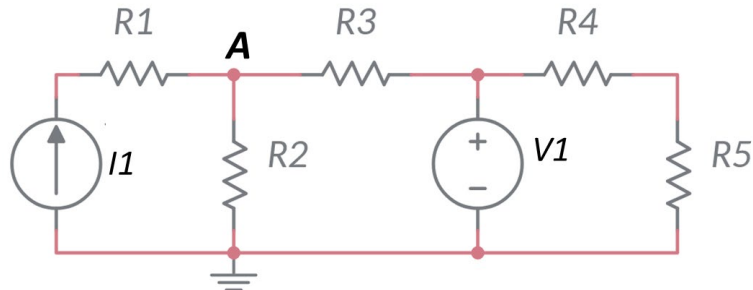
- Tensiones de fase y de línea en el generador:  $U_{RN}$ ,  $U_{SN}$ ,  $U_{TN}$  y  $U_{RS}$ ,  $U_{ST}$ ,  $U_{TR}$ . (1 pto)
- Intensidades de línea y de fase. (0.75 ptos)
- Tensiones de fase en la carga:  $U_{RN'}$ ,  $U_{SN'}$ ,  $U_{TN'}$ . (0.75 ptos)
- Factor de potencia de la impedancia de carga. (0.5 ptos)
- Potencia activa trifásica total. (0.5 ptos)

## Examen 7, Marzo 2021

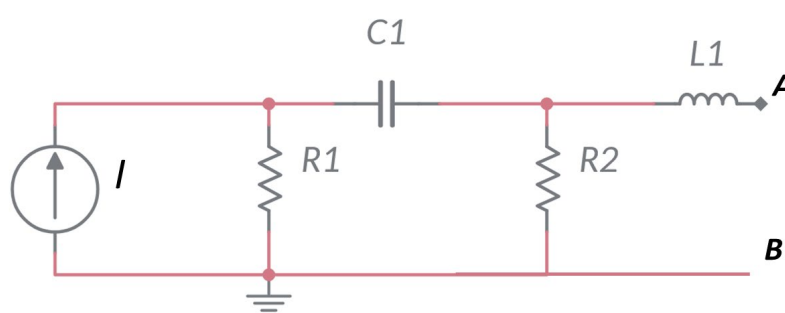
## Examen 8, Abril 2021

**Problema 1 (3 puntos).** Dado el siguiente circuito, cuyos parámetros son:  $V_1 = 15\text{ V}$ ,  $R_1 = 3\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 4000\ \Omega$ ,  $R_4 = 500\ \Omega$ ,  $R_5 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $I = 0,005\text{ A}$ .

- Calcula la corriente que circula por la resistencia  $R_5$  (0.75 puntos).
- Obtén la tensión en el punto A (1.25 puntos).
- ¿Qué potencia disipará la resistencia  $R_5$ ? (0.5 puntos)
- ¿Qué potencia estará entregando la fuente de tensión? (0.5 puntos).



**Problema 2 (3.5 puntos).** Obtén los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton del siguiente circuito, sabiendo que  $R_1 = 5\ \Omega$ ,  $R_2 = 3\ \Omega$ ,  $C_1 = 2\text{ mF}$ ,  $L_1 = 5\text{ mH}$  y la fuente de corriente sigue la expresión  $I = 10\cos(50t - 45^\circ)$ . Dibuja ambos circuitos.

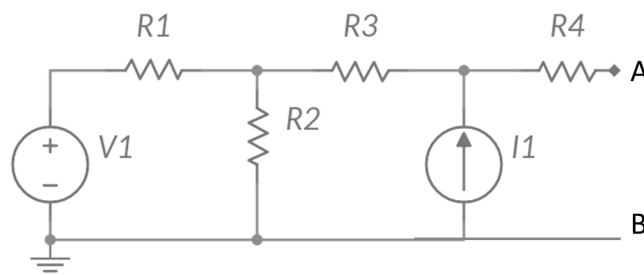


**Problema 3 (2.5 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea de  $Z_L = 0,5\ \Omega$ , y una impedancia de carga de  $Z_C = 10\ \Omega$ . Desconocemos las tensiones de fase o de línea, pero sabemos que cada línea tiene una caída de tensión de  $4\text{ V}$ . ¿Cuál será el módulo de las corrientes de línea y de fase? Tomando  $U_{RN}$  como referencia, indica cómo serán las tensiones y las corrientes de línea y de fase.

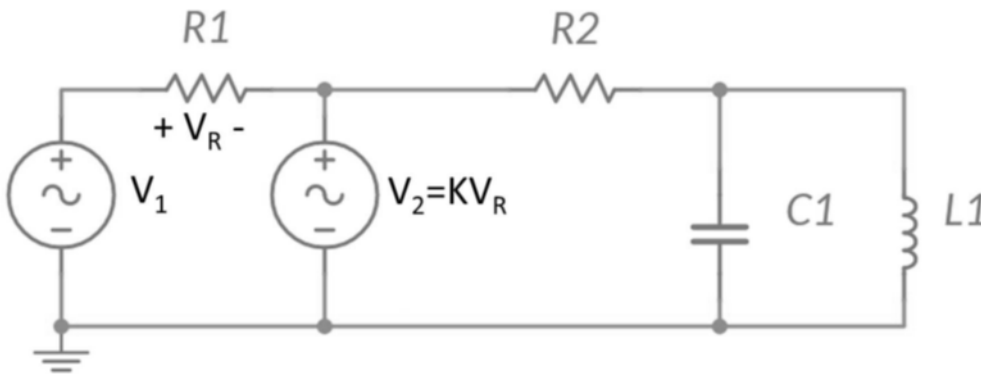
**Cuestión 1 (1 punto).** Describe qué máquinas eléctricas entran en juego en cada paso del proceso desde la generación de energía eléctrica en una central eólica, hasta el movimiento de un coche eléctrico movido por esa energía.

## Examen 9, Junio 2021

**Problema 1 (3.5 puntos).** Obtén el equivalente de Thévenin y Norton del siguiente circuito, entre los puntos A-B. Los parámetros del circuito son  $V_1=10\text{ V}$ ,  $I_1=5\text{ mA}$ ,  $R_1=2\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_3=1\text{ k}\Omega$  y  $R_4=6\text{ k}\Omega$ . Dibuja ambos circuitos equivalentes:



**Problema 2 (3.5 puntos).** Calcula las corrientes que circulan por el condensador y la bobina en el siguiente circuito, siendo  $V_1=5\cos(50t)\text{ V}$ ,  $R_1=4\ \Omega$ ,  $R_2=1.5\ \Omega$ ,  $C_1=0.1\text{ F}$ ,  $L_1=2\text{ mH}$  y  $K=2$ .



**Problema 3 (3 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- $\Delta$  tiene una impedancia de carga  $Z_C=4+3j\ \Omega$  y un módulo de la tensión de línea,  $U_L=250\text{ V}$ .

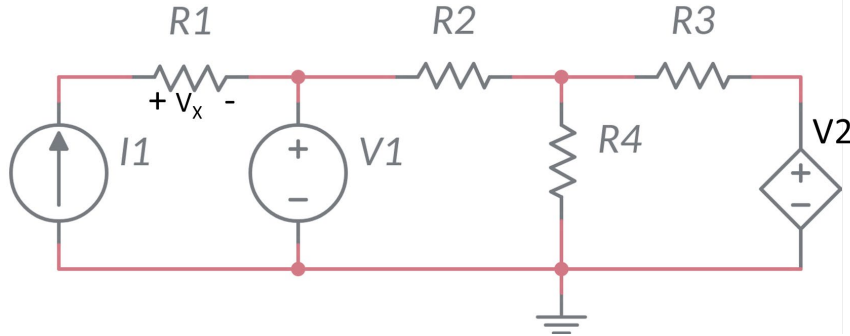
Tomando  $U_{RS}$  como el origen de fases, calcula:

- Tensiones de fase y de línea en el generador:  $U_{RN}$ ,  $U_{SN}$ ,  $U_{TN}$  y  $U_{RS}$ ,  $U_{ST}$ ,  $U_{TR}$ . (1 pto)
- Intensidades de línea y de fase. (1 ptos)
- Factor de potencia de la impedancia de carga. (0.25 ptos)
- Potencia activa, reactiva y total. (0.75 ptos)

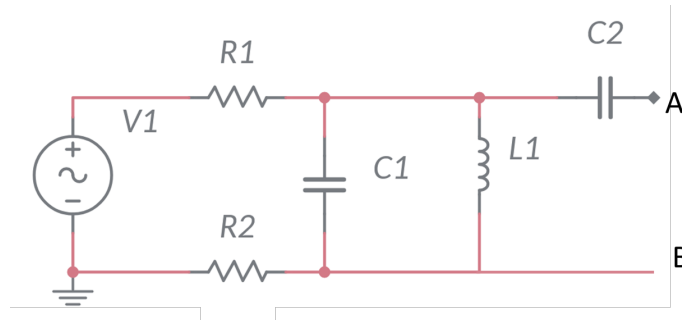
**Examen 10, Marzo 2022**

**Problema 1 (3 puntos).** Dado el siguiente circuito, cuyos parámetros son  $I_1=10 \text{ mA}$ ,  $R_1=1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2= 1,5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3= 5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4= 2,5 \text{ k}\Omega$ ,  $V_1=5 \text{ V}$  y  $V_2=KV_X$ , siendo  $V_X$  la caída de tensión en  $R_1$ , y  $k=0,5$ :

- Calcula la corriente que circula por la resistencia  $R_2$  (1,75 puntos).
- ¿Qué potencia estará disipando la resistencia  $R_2$ ? (0,5 puntos).
- ¿Qué potencia estará entregando la fuente de tensión  $V_1$ ? (0,75 puntos).



**Problema 2 (3 puntos).** Obtén los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton del siguiente circuito entre **A** y **B**, sabiendo que  $R_1=2 \Omega$ ,  $R_2= 4 \Omega$ ,  $C_1= 1 \text{ mF}$ ,  $C_2= 3 \text{ mF}$ ,  $L_1=5 \text{ mH}$  y la fuente de tensión sigue la expresión  $v(t) = 10\cos(100t - 45^\circ)$ . Dibuja ambos circuitos.



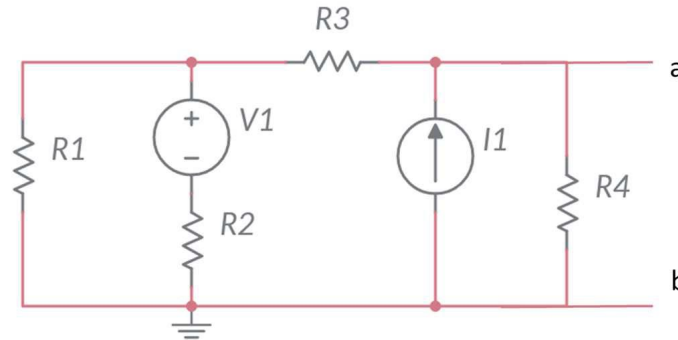
**Problema 3 (2.75 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea de  $Z_L=1+1j \Omega$  y una impedancia en el hilo neutro de  $Z_N=2+2j \Omega$ . Las cargas están formadas por una resistencia  $R=2 \Omega$  en serie con una bobina  $L=1/(200\pi) \text{ H}$ . Sabiendo que la tensión de línea tiene un valor eficaz de  $250 \text{ V}$ , con una frecuencia de  $50 \text{ Hz}$ , obtén el valor de las corrientes de línea y de fase, así como la tensión en las cargas ( $U_{R'N'}$ ) (2 puntos). Calcula la potencia activa, reactiva y aparente de las cargas (0,75 puntos).

**Cuestión 1 (1,25 puntos).** Estamos de viaje en un país asiático y necesitamos cargar el móvil. Según las especificaciones del dispositivo, el cargador admite un voltaje de  $220 \text{ V}$ , pero ese país emplea un voltaje de red de  $125 \text{ V}$ . ¿Qué máquina eléctrica tendré que utilizar para poder conectar mi dispositivo? Describe brevemente el funcionamiento de este tipo de máquina (0,5 puntos). Si esta máquina tiene un devanado primario de  $125$  vueltas, ¿cuántas vueltas tendrá el secundario? (0,5 puntos). ¿Tendrá alguna máquina eléctrica mi cargador en su interior? (0,25 puntos).

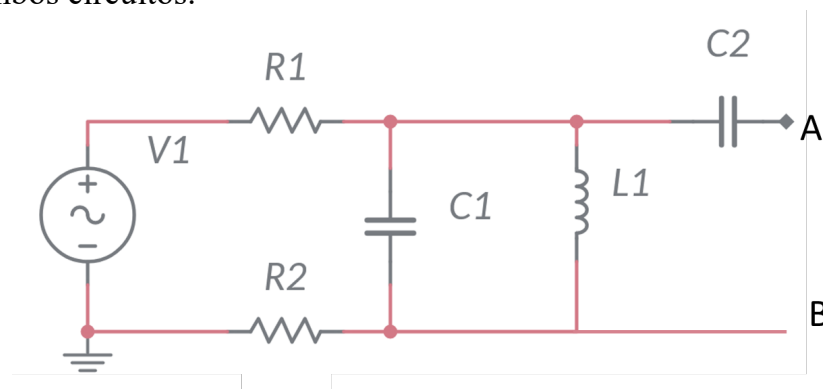
## Examen 11, Marzo 2022

**Problema 1 (3 puntos).** Dado el siguiente circuito, cuyos parámetros son  $I_1=10$  mA,  $R_1=1$  k $\Omega$ ,  $R_2=1,5$  k $\Omega$ ,  $R_3=5$  k $\Omega$ ,  $R_4=2,5$  k $\Omega$ ,  $V_1=5$  V:

- Calcula el voltaje de salida, definido como la tensión entre a-b (1,75 puntos).
- ¿Qué potencia estará disipando la resistencia  $R_4$ ? (0,5 puntos).
- ¿Qué potencia estará entregando la fuente de tensión  $V_1$ ? (0,75 puntos).



**Problema 2 (3 puntos).** Obtén los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton del siguiente circuito entre **A** y **B**, sabiendo que  $R_1=1$   $\Omega$ ,  $R_2=5$   $\Omega$ ,  $C_1=2$  mF,  $C_2=4$  mF,  $L_1=20$  mH y la fuente de tensión sigue la expresión  $v(t) = 5\cos(50t - 15^\circ)$ . Dibuja ambos circuitos.



**Problema 3 (2,75 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea de  $Z_L=1+j$   $\Omega$  y una impedancia en el hilo neutro de  $Z_N=2+2j$   $\Omega$ . Las cargas están formadas por una resistencia  $R=4$   $\Omega$  en serie con una bobina  $L=1/(100\pi)$  H. Sabiendo que la tensión de línea tiene un valor eficaz de 400 V, con una frecuencia de 50 Hz, obtén el valor de las corrientes de línea y de fase, así como la tensión en las cargas ( $U_{R'N'}$ ) (2 puntos). Calcula la potencia activa, reactiva y aparente de las cargas (0,75 puntos).

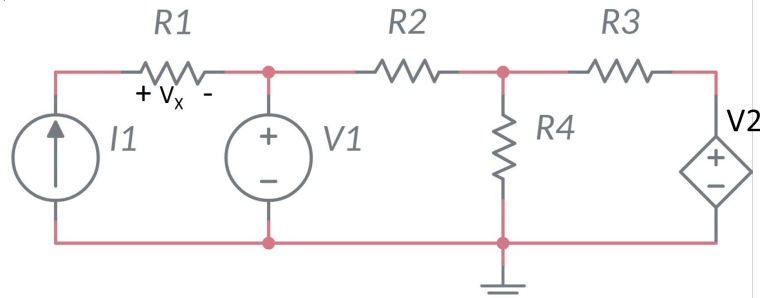
**Cuestión 1 (1,25 puntos).** Describe qué máquinas eléctricas entran en juego en cada paso del proceso desde la generación de energía eléctrica en una central eólica, hasta el movimiento de un coche eléctrico movido por esa energía.



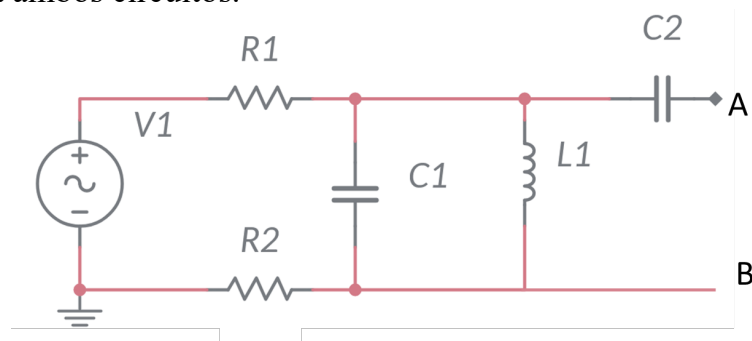
## Examen 12, Junio 2022

**Problema 1 (3 puntos).** Dado el siguiente circuito, cuyos parámetros son  $I_1=10$  mA,  $R_1=1$  k $\Omega$ ,  $R_2=1,5$  k $\Omega$ ,  $R_3=5$  k $\Omega$ ,  $R_4=2,5$  k $\Omega$ ,  $V_1=5$  V y  $V_2=KV_X$ , siendo  $V_X$  la caída de tensión en  $R_1$ , y  $k=0,5$ :

- Calcula la corriente que circula por la resistencia  $R_2$  (1,75 puntos).
- ¿Qué potencia estará disipando la resistencia  $R_2$ ? (0,5 puntos).
- ¿Qué potencia estará entregando la fuente de tensión  $V_1$ ? (0,75 puntos).



**Problema 2 (3 puntos).** Obtén los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton del siguiente circuito entre **A** y **B**, sabiendo que  $R_1=2$   $\Omega$ ,  $R_2=4$   $\Omega$ ,  $C_1=1$  mF,  $C_2=3$  mF,  $L_1=5$  mH y la fuente de tensión sigue la expresión  $v(t) = 10\cos(100t - 45^\circ)$ . Dibuja ambos circuitos.

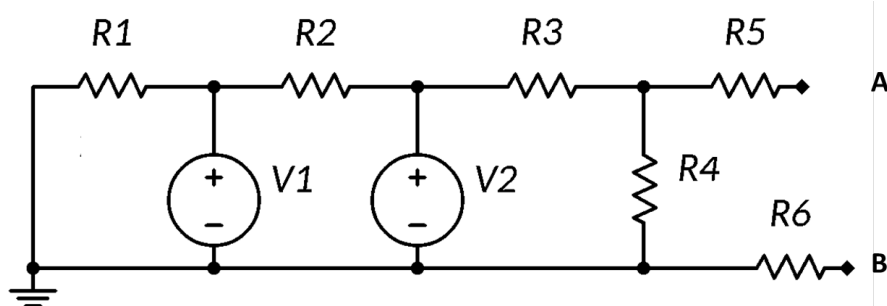


**Problema 3 (2,75 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea de  $Z_L=1+1j$   $\Omega$  y una impedancia en el hilo neutro de  $Z_N=2+2j$   $\Omega$ . Las cargas están formadas por una resistencia  $R=2$   $\Omega$  en serie con una bobina  $L=1/(200\pi)$  H. Sabiendo que la tensión de línea tiene un valor eficaz de 250 V, con una frecuencia de 50 Hz, obtén el valor de las corrientes de línea y de fase, así como la tensión en las cargas ( $U_{R'N'}$ ) (2 puntos). Calcula la potencia activa, reactiva y aparente de las cargas (0,75 puntos).

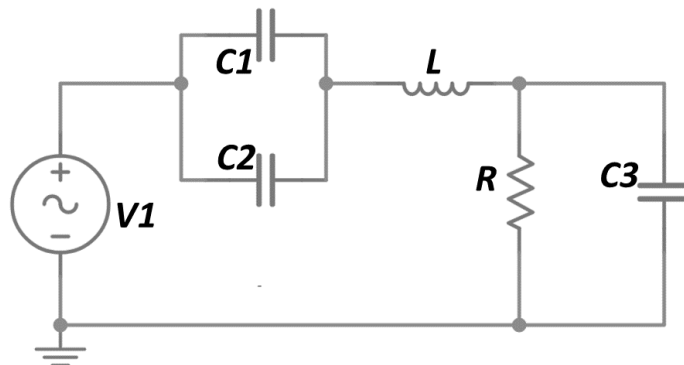
**Cuestión 1 (1,25 puntos).** Estamos de viaje en un país asiático y necesitamos cargar el móvil. Según las especificaciones del dispositivo, el cargador admite un voltaje de 220 V, pero ese país emplea un voltaje de red de 125 V. ¿Qué máquina eléctrica tendré que utilizar para poder conectar mi dispositivo? Describe brevemente el funcionamiento de este tipo de máquina (0,5 puntos). Si esta máquina tiene un devanado primario de 125 vueltas, ¿cuántas vueltas tendrá el secundario? (0,5 puntos). ¿Tendrá alguna máquina eléctrica mi cargador en su interior? (0,25 puntos).

### Examen 13, Julio 2022

**Problema 1 (3.5 puntos).** Obtén los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton del siguiente circuito entre A y B, sabiendo que  $R_1=10\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=15\text{ k}\Omega$ ,  $R_3=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_4=2,5\text{ k}\Omega$ ,  $R_5=R_6=500\text{ }\Omega$ ,  $V_1=11\text{ V}$  y  $V_2=10$  (3 puntos). Si colocamos una nueva resistencia entre A y B de valor  $1\text{ k}\Omega$ , ¿qué corriente circulará por ella? (0.5 puntos).



**Problema 2 (3.5 puntos).** Obtén la corriente generada por la fuente del siguiente circuito (2 puntos), así como la corriente que circula por la resistencia (R) (1 punto), sabiendo que  $R=2\text{ }\Omega$ ,  $C_1=C_2=0.5\text{ F}$ ,  $C_3=100\text{ mF}$ ,  $L=20\text{ mH}$  y la fuente de tensión sigue la expresión  $v(t) = 5\cos(10t - 45^\circ)(V)$ . Si esperamos un ciclo completo de la fuente, ¿cuál será la potencia consumida por la bobina en ese intervalo de tiempo? (0.5 puntos)

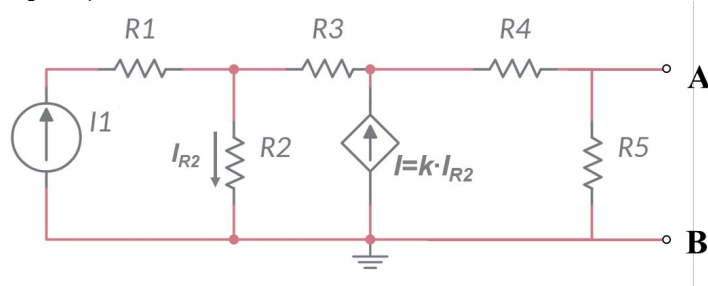


**Problema 3 (3 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea de  $Z_L=1-2j\text{ }\Omega$  y una impedancia en el hilo neutro de  $Z_N=2-2j\text{ }\Omega$ . Las cargas están formadas por una resistencia  $R=5\text{ }\Omega$  en serie con un condensador de  $C=5/\pi\text{ mF}$ . Sabiendo que la tensión de fase tiene un valor eficaz de  $125\text{ V}$ , con una frecuencia de  $50\text{ Hz}$ , obtén el valor de las corrientes de línea y de fase, así como las tensiones en las cargas (2 puntos). Calcula la potencia activa, reactiva y aparente de las cargas (1 punto).

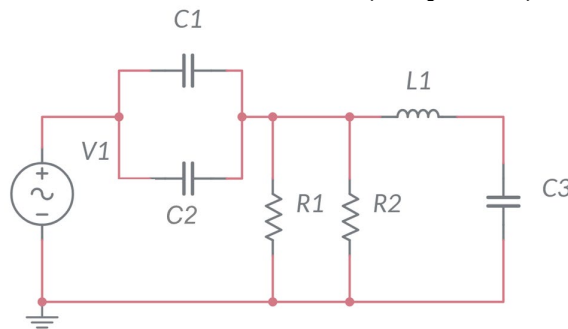
## Examen 14, Marzo 2023

**Problema 1 (3 puntos).** En el circuito de la figura, donde  $R_1=15\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=2\text{ k}\Omega$ ,  $R_3=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_4=10\text{ k}\Omega$ ,  $R_5=6\text{ k}\Omega$ ,  $I_1=10\text{ mA}$  y  $k=0.5\text{ A/A}$ :

- Calcula el circuito equivalente Thévenin entre los puntos A y B (2 pts).
- Dibuja el circuito equivalente (0.5 pts).
- Si conectamos una resistencia de  $1\text{ k}\Omega$ , ¿Qué potencia consumirá dicha resistencia? (0.5 pts)



**Problema 2 (3 puntos).** Dado el siguiente circuito en tensión alterna, obtén la expresión de la corriente generada por la fuente de tensión, dados los siguientes valores:  $V_1=5\cos(1000t-75^\circ)$ ,  $R_1=6\Omega$ ,  $R_2=2\Omega$ ,  $C_1=C_2=5\text{ mF}$ ,  $C_3=2\text{ mF}$ ,  $L=0.1\text{ mH}$  (1.75 puntos). ¿Cuál es el valor de la tensión eficaz en  $R_1$ ? (0.75 puntos). Si esperamos a que la fuente complete 500 ciclos completos (3.14 segundos), ¿cuánta energía habrá consumido el condensador  $C_3$ ? (0.5 puntos).

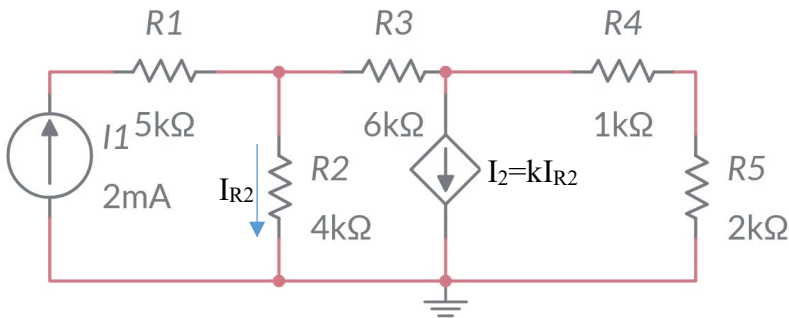


**Problema 3 (2.75 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y-Y tiene una impedancia de línea de  $Z_L=1-0.5j\Omega$ , una impedancia en el hilo neutro de  $Z_N=2+2j\Omega$ , y una impedancia carga  $Z_L=1+0.5j\Omega$ . Sabiendo que la tensión de línea tiene un valor eficaz de  $350\text{ V}$ , con una frecuencia de  $50\text{ Hz}$ , obtén el valor de las corrientes de línea y de fase, así como la tensión en las cargas ( $U_{R'N'}$ ) (2 puntos). Calcula la potencia activa, reactiva y aparente de las cargas (0.75 puntos).

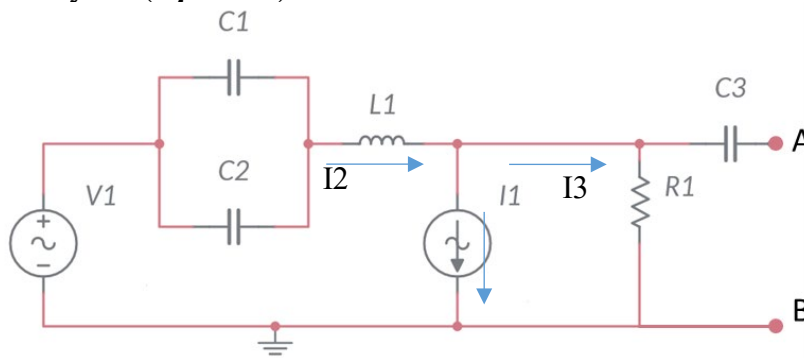
**Cuestión 1 (1.25 puntos).** Explica qué tipo de máquina eléctrica es una central hidroeléctrica. (0.5 puntos) ¿Cuáles son los principios físicos que la rigen? (0.5 puntos) Enumera otros ejemplos de máquinas eléctricas similares (0.25 puntos).

### Examen 15, Junio 2023

**Problema 1 (3,5 puntos).** Calcula la corriente que circula por la resistencia R3 del circuito de la figura, donde  $R_1=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=4\text{ k}\Omega$ ,  $R_3=6\text{ k}\Omega$ ,  $R_4=1\text{ k}\Omega$ ,  $R_5=2\text{ k}\Omega$ ,  $I_1=2\text{ mA}$  y  $k=0.5\text{ A/A}$  (2 puntos) ¿Qué potencia estará generando la fuente de corriente  $I_1$ ? (1,5 punto)



**Problema 2 (3,5 puntos).** Obtén los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton del siguiente circuito entre A y B, teniendo la fuente de tensión la expresión  $V_1 = 10\cos(10t)$ , la fuente de corriente  $I_1 = 4\cos(10t - 25^\circ)$ ,  $C_1 = 60\text{ mF}$ ,  $C_2 = 40\text{ mF}$ ,  $C_3 = 50\text{ mF}$ ,  $R_1 = 5\ \Omega$  y  $L_1 = 0.5\text{ H}$  (2,5 puntos). ¿Qué corriente circularía por una resistencia de  $10\ \Omega$  que conectáramos entre A y B? (1 punto).

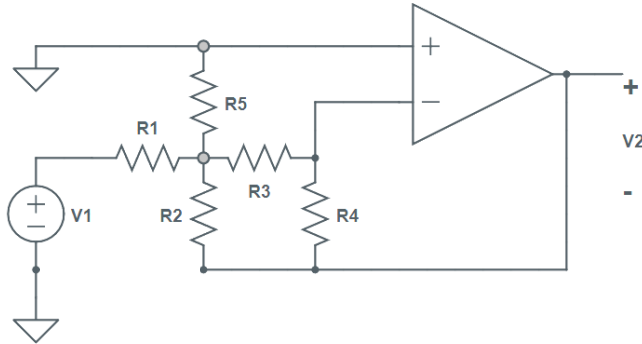


**Problema 3 (3 puntos).** Un sistema trifásico equilibrado conectado en Y- $\Delta$  tiene una impedancia de carga  $Z_L=10-5j\ \Omega$ . Sabiendo que la tensión de línea tiene un valor eficaz de  $350\text{ V}$ , con una frecuencia de  $50\text{ Hz}$ , obtén el valor de las tensiones y corrientes de línea y de fase (2 puntos). Calcula la potencia activa, reactiva y aparente de las cargas (1 punto).

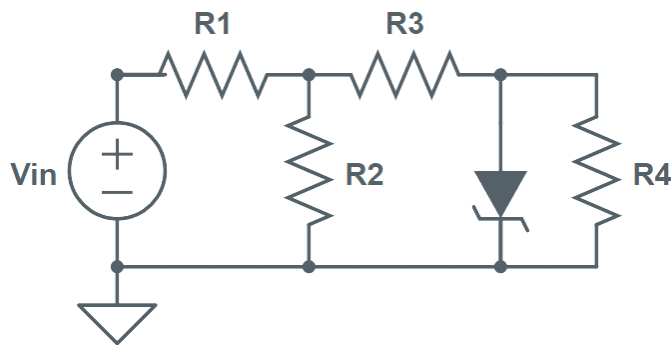
## Modelos de exámenes segunda parte de la asignatura.

### Examen 1, Junio 2019

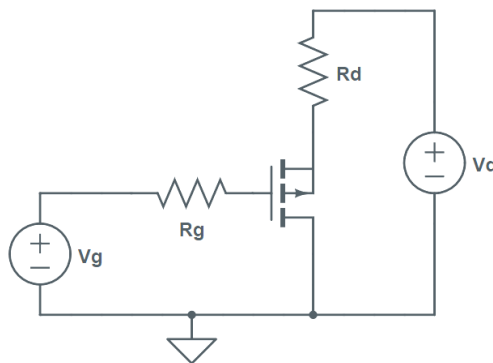
**Problema 1. (2.5 puntos)** Obtener el valor del voltaje de salida  $V_2$  (2.0 ptos) y la corriente generada por la fuente de tensión (0.5 ptos).  $V_1=25V$ ,  $R_1=7k\Omega$ ,  $R_2=5k\Omega$ ,  $R_3=3k\Omega$ ,  $R_4=10k\Omega$ ,  $R_5=3k\Omega$ .



**Problema 2 (2.5 puntos).** Calcula el punto de operación del diodo (2.0 ptos), así como la corriente que genera la fuente de tensión (0.5 ptos) para a)  $V_{in}=0.8V$  y b)  $V_{in}=-2.5V$ .  $R_1=1k\Omega$ ,  $R_2=500\Omega$ ,  $R_3=4k\Omega$ ,  $R_4=2k\Omega$ . ( $V_D=0.7V$  y  $V_Z=-3V$ ).



**Problema 3 (2.5 puntos).** Obtén el punto de trabajo del transistor MOSFET del siguiente circuito, donde las fuentes de tensión tienen un valor de  $V_g=0V$  y  $V_d=1V$  y las resistencias  $R_d=R_g=15 k\Omega$ . Voltaje umbral del transistor  $V_{tr}=-0.6V$ ,  $k=0.2 mA/V^2$ .



**Problema 4 (2.5 puntos).** Se desea realizar un sistema que controla el uso de un ordenador para que se apague automáticamente cuando lleva un tiempo sin ser utilizado, en función de la hora del día. Para ello contamos con una entrada (T1) que nos indica que el ordenador lleva más de 1 hora sin ser utilizado, otra entrada (T2) que se activa cuando lleva más de 2 horas sin uso y un reloj que nos avisa si es de noche (N=1) o si es de día (N=0). También contamos con un pulsador remoto (R) para apagar el equipo. El sistema debe apagar el ordenador (Salida=1) en los siguientes casos:

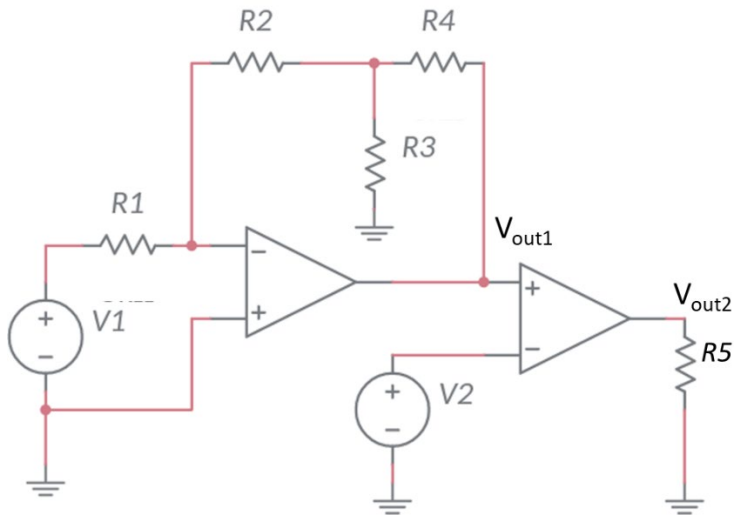
1. Si lleva más de una hora sin ser utilizado y es por la noche.
2. Si lleva más de dos horas sin uso, ya sea por el día o por la noche.
3. Cuando se pulse el botón de apagado remoto siempre que sea de noche.

Se pide:

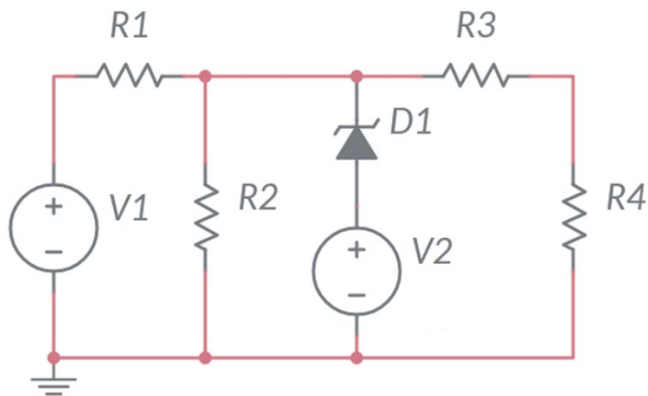
- a) Tabla de verdad (0.75 pto)
- b) Expresar las funciones de salida como suma de productos (Primera Forma Canónica) (0.5 ptos)
- c) Obtener las expresiones reducidas de las salidas por el método de Karnaugh. (0.75 ptos)
- d) Implementar las salidas utilizando puertas lógicas (0.5 ptos).

**Examen 2, Mayo 2021**

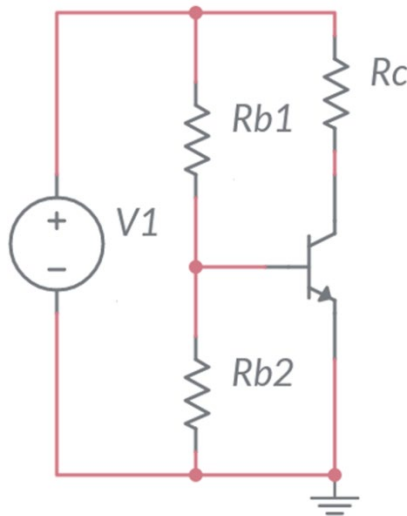
**Problema 1 (3 puntos).** Dado el siguiente circuito con amplificadores operacionales ideales, obtén el valor del voltaje de salida del primer operacional ( $V_{out1}$ ), sabiendo que  $R_1=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=10\text{ k}\Omega$ ,  $R_3=1\text{ k}\Omega$ ,  $R_4=3\text{ k}\Omega$ , y  $V_1=1\text{ V}$ . Calcula también el valor del voltaje de salida del segundo AO ( $V_{out2}$ ), sabiendo que  $V_2=-10\text{ V}$  y  $R_5=5\text{ k}\Omega$ . Los amplificadores están alimentados con  $\pm 15\text{ V}$ .



**Problema 2 (3.0 puntos).** Calcula la corriente que circula por el diodo zener del siguiente circuito, siendo  $R_1=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_3=4\text{ k}\Omega$ ,  $R_4=6\text{ k}\Omega$ ,  $V_1=2\text{ V}$  y  $V_2=4\text{ V}$ .



**Problema 3 (2.0 puntos).** Calcula el punto de operación del transistor BJT del siguiente circuito, teniendo en cuenta que los parámetros del circuito son  $R_{b1}=75\text{ k}\Omega$ ,  $R_{b2}=7\text{ k}\Omega$ ,  $R_C=1.5\text{ k}\Omega$ , y  $V_1=14\text{ V}$ , y del transistor  $V_{TR}=0.7\text{ V}$ ,  $V_{SAT}=0.2\text{ V}$  y  $\beta=100$ .



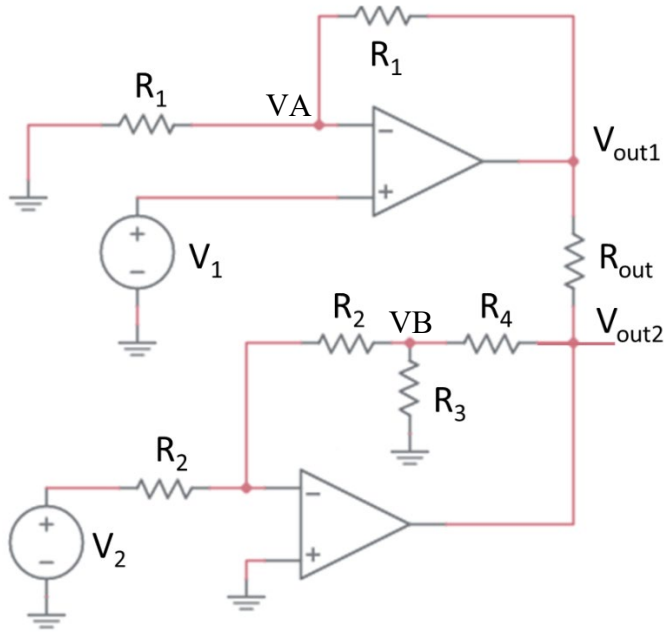
**Problema 4 (2.0 puntos).** Queremos hacer un circuito digital que nos indique si podemos ponernos la vacuna del COVID de una marca en particular. Según los estudios realizados por la empresa, tenemos 4 indicadores importantes: ser mayor de edad (A), haber pasado la enfermedad (B), haber cumplido 50 años (C) y ser ingeniero en Organización Industrial (D). Los grupos que pueden ponerse la vacuna son:

- Los mayores de edad que no han pasado la enfermedad.
  - Los mayores de edad que sí la han pasado, pero son menores de 50 años.
  - Los mayores de 50 años, únicamente si son ingenieros en Organización Industrial, independientemente de si la han pasado o no.
- a) Completa la tabla de verdad de este circuito.
  - b) Expresa las funciones de salida como suma de productos (Primera Forma Canónica).
  - c) Obtén las expresiones reducidas de las salidas por el método de Karnaugh.
  - d) Implementa las salidas utilizando puertas lógicas.

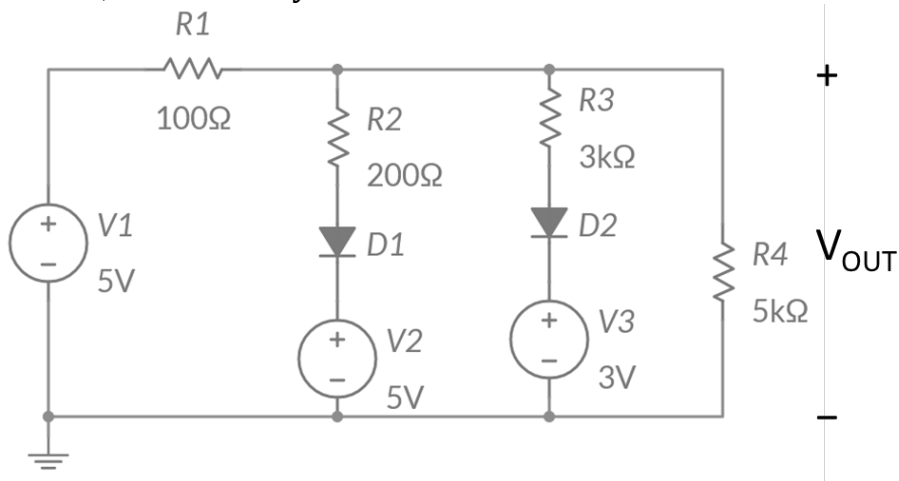


**Examen 3, Junio 2021**

**Problema 1 (3 puntos).** Obtén el valor de la tensión a la salida del primer ( $V_{out1}$ ), y segundo ( $V_{out2}$ ) operacional, y la corriente entre ellos, suponiendo que los dos son operacionales ideales, alimentados con  $+V_{CC}= +15V$  y  $-V_{CC}= -15V$ . Parámetros del circuito:  $V_1= V_2= 6V$ ,  $R_1= 3\text{ k}\Omega$ ,  $R_2= 2\text{ k}\Omega$ ,  $R_3= 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_4=1\text{ k}\Omega$ ,  $R_{out}=2\text{ k}\Omega$ .

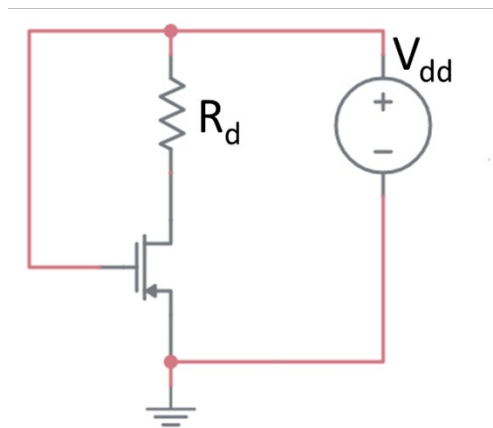


**Problema 2 (3 puntos).** Calcula el punto de operación de los dos diodos, así como el voltaje de salida del circuito ( $V_{OUT}$ ), siendo  $R_1=100\ \Omega$ ,  $R_2=200\ \Omega$ ,  $R_3=3\text{ k}\Omega$ ,  $R_4=5\text{ k}\Omega$ ,  $V_1=V_2=5\text{ V}$  y  $V_3=3\text{ V}$ .



**Problema 3 (2.0 puntos).** Calcula el punto de operación del siguiente transistor MOSFET, sabiendo que su voltaje de activación es  $V_{TR}=0\text{ V}$ ,  $k=0.1\text{ mA/cm}^2$ ,  $V_{dd}=1\text{ V}$  y  $R_d=4\text{ k}\Omega$  (1.5 puntos). ¿Cuál sería el valor de la fuente

$V_{dd}$  para que el transistor se encontrara en el límite de las zonas activa y saturación? (0.5 puntos)



**Problema 4** (2.0 puntos). Dada la siguiente función digital:

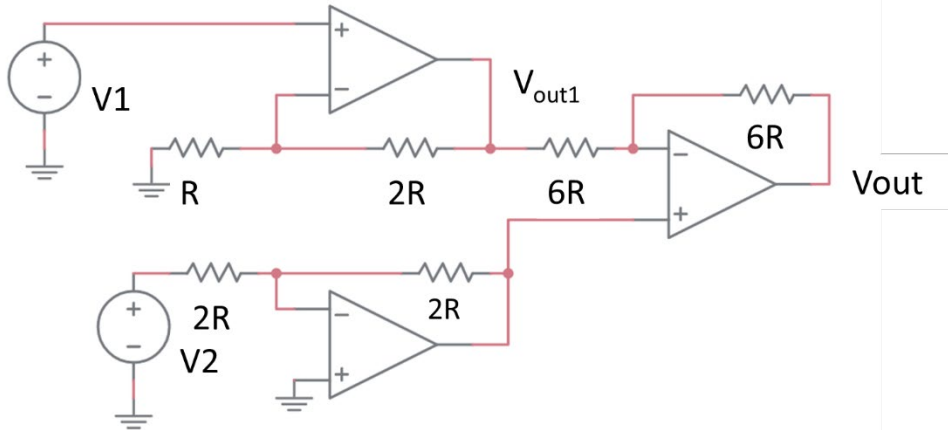
$$F(a, b, c, d) = a(c + \bar{b}) + \bar{b}\bar{d}(c + \bar{c})$$

- e) Obtén su tabla de verdad, y exprésala utilizando la 1ª Forma canónica (1 punto).
- f) Obtén la expresión reducida de la salida por el método de Karnaugh (0.5 puntos).
- g) Implementa la salidas utilizando puertas lógicas (0.5 puntos).

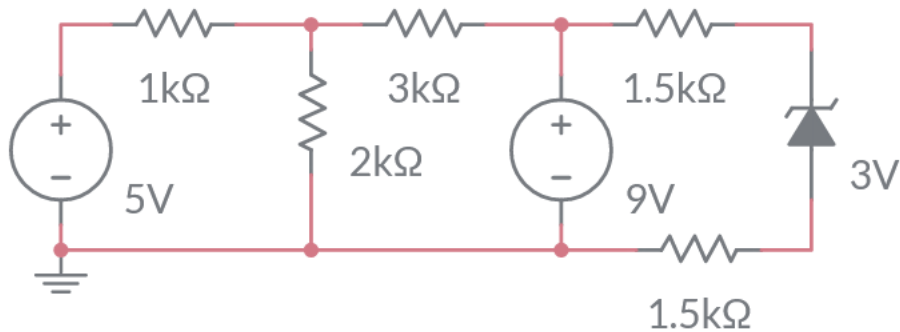
**Examen 4, Mayo 2022**

**Problema 1 (2,5 puntos).** Dado el siguiente circuito formado por operacionales ideales alimentados con  $\pm 15V$ , responde a las siguientes preguntas:

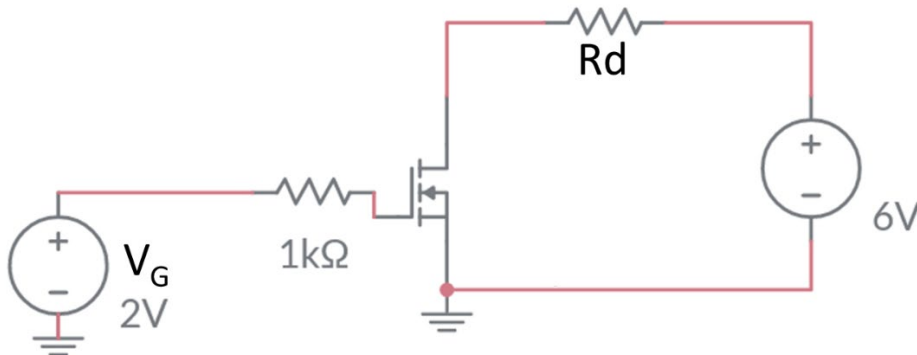
- ¿Cuál es la expresión para el voltaje de salida del primer operacional ( $V_{out1}$ )? (0,75 puntos).
- ¿Cuál es la expresión para el voltaje de salida del circuito ( $V_{out}$ )? (1,25 puntos).
- Calcula el valor de  $V_{out}$  para el caso  $V_1=1V$  y  $V_2=2V$ . (0,25 puntos).
- Calcula el valor de  $V_{out}$  para el caso  $V_1=4V$  y  $V_2=3V$ . (0,25 puntos).



**Problema 2 (2,5 puntos).** Calcula el punto de operación del diodo del siguiente circuito.



**Problema 3 (2,5 puntos).** Determina en el circuito de la figura el valor de la resistencia de drenador ( $R_d$ ), necesaria para que  $V_{ds} = 2\text{ V}$ , siendo el resto de parámetros  $k = 0,1\text{ mA/V}^2$ ,  $V_{TR} = -1\text{ V}$ ,  $V_1 = 6\text{ V}$  y  $V_G = 2\text{ V}$ . (La corriente en la zona lineal sigue la expresión:  $i_d = k[2(V_{GS} - V_{TR})V_{ds} - V_{ds}^2]$ )



**Problema 4 (2,5 puntos).** Se desea hacer un circuito que controle la carga automática de un coche eléctrico. Para ello tendremos 4 sensores (entradas) que nos indicarán si la batería está por **encima** del 80% de carga ( $A=1$  si es así), si está por **debajo** del 20% ( $B=1$ ), si estamos en **horario de bajo consumo** ( $C=1$ ) y un indicador de que la batería se encuentra **deteriorada** ( $D=1$ ). El circuito deberá comenzar la carga en las siguientes condiciones:

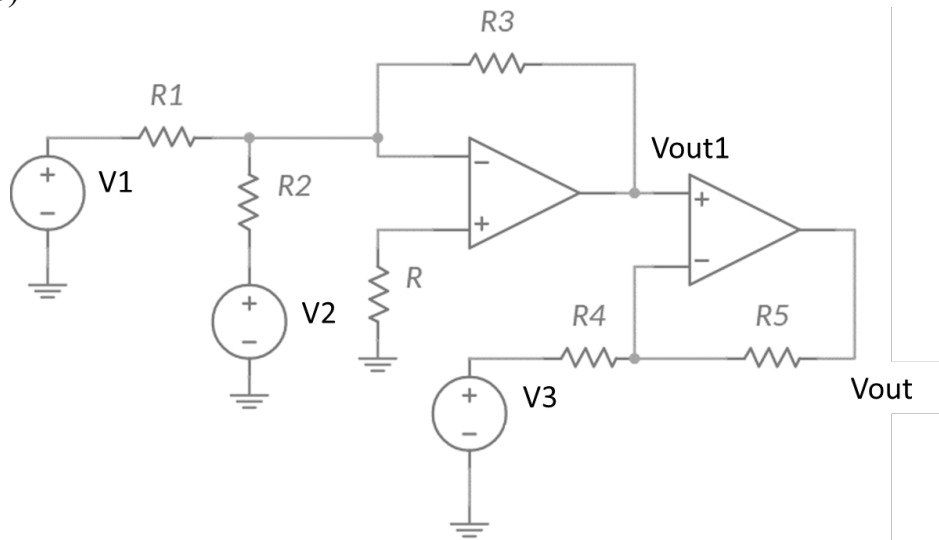
- Para optimizar la batería, normalmente se cargará cuando esta se encuentre por encima del 20% y por debajo del 80%.
- Con el fin de ahorrar costes, se realizará la carga en horario de bajo consumo, si la batería se encuentra en los niveles indicados en el punto anterior. Sin embargo, si la carga se encuentra por debajo del 20%, se deberá cargar, independientemente de la hora del día.
- Si la batería se encuentra en mal estado, obligatoriamente se deberá cargar cuando el nivel se encuentre por encima del 80%, independientemente de la hora del día.

- Completa la tabla de verdad de este circuito (**0,75 punto**).
- Expresa la función de salida empleando la 1ª Forma Canónica (**0,5 puntos**).
- Obtén la expresión reducida de la salida por el método de Karnaugh, para la 1ª FC (**0,75 puntos**).
- Implementa la salida utilizando puertas lógicas (**0,5 puntos**).

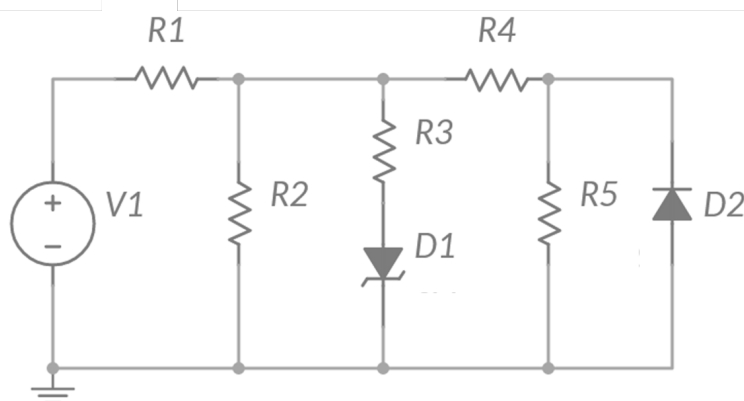
**Examen 5, Julio 2022**

**Problema 1 (2,5 puntos).** Dado el siguiente circuito formado por operacionales ideales alimentados con  $\pm 15V$ , con  $R_1=R_2=1k\Omega$ ,  $R_3=2k\Omega$ ,  $R_4=500\Omega$ ,  $R_5=1.5k\Omega$ , y  $R=10 k\Omega$ , responde a las siguientes preguntas:

- e. ¿Cuál es la expresión para el voltaje de salida del primer operacional ( $V_{out1}$ )? (0,75 puntos).
- f. ¿Cuál es la expresión para el voltaje de salida del circuito ( $V_{out}$ )? (1,25 puntos).
- g. Calcula el valor de  $V_{out}$  para el caso  $V_1=1V$ ,  $V_2= -2V$  y  $V_3=1V$ . (0,25 puntos).
- h. Calcula el valor de  $V_{out}$  para el caso  $V_1=1V$ ,  $V_2= -4V$  y  $V_3= -2V$ . (0,25 puntos).

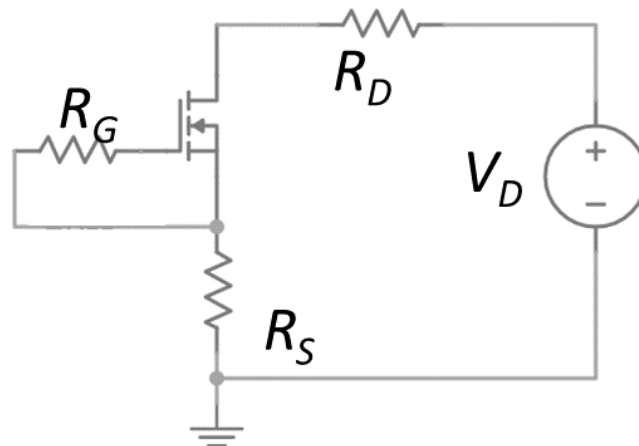


**Problema 2 (2,5 puntos).** Calcula el punto de operación de los diodos del siguiente circuito, sabiendo que  $V_1=5V$ ,  $R_1=R_2=2 k\Omega$ ,  $R_3=1.5k\Omega$ ,  $R_4= R_5=500\Omega$ , y el voltaje de ruptura del Zener es  $-3V$ .



**Problema 3 (2,5 puntos).** Determina el punto de trabajo del siguiente transistor, siendo los parámetros del circuito  $V_D=5V$ ,  $R_D=2k\Omega$ ,  $R_S=1k\Omega$ ,  $R_G=10k\Omega$ ,  $k=0.1$

$\text{mA/V}^2$  y  $V_{TR} = -1 \text{ V}$ . (La corriente en la zona lineal sigue la expresión:  $i_d = k[2(V_{GS} - V_{TR})V_{ds} - V_{ds}^2]$ ).



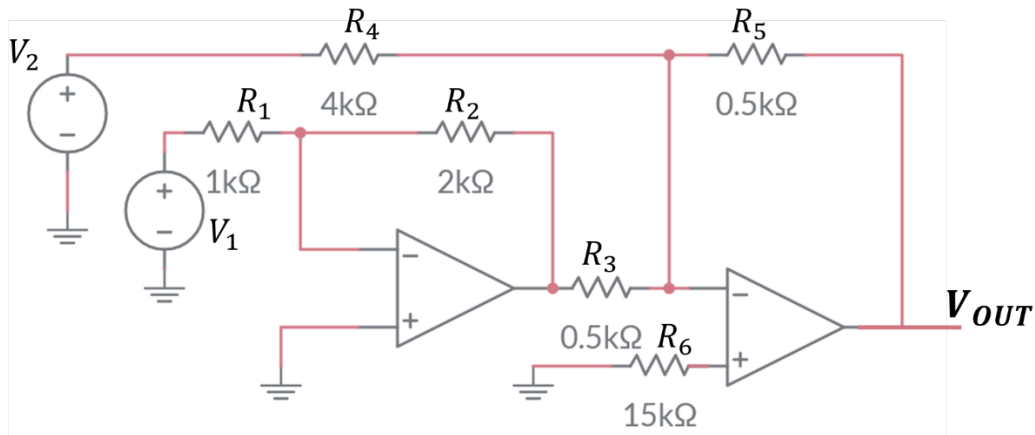
**Problema 4 (2,5 puntos).** Se desea hacer un circuito que compare dos números binarios codificados en complemento a 2, de dos bits cada uno. El circuito tendrá 3 salidas: la primera indicará que el primer número es mayor que el segundo ( $S=1$ ), la segunda indica el caso contrario y la tercera que ambos son iguales:

- Completa la tabla de verdad de este circuito (**0,75 punto**).
- Expresa las tres funciones de salida empleando la 1ª Forma Canónica (**0,5 puntos**).
- Obtén la expresión reducida de la primera y últimas salidas por el método de Karnaugh, para la 1ª FC (**0,75 puntos**).
- Implementa la primera y última salidas utilizando puertas lógicas (**0,5 puntos**).

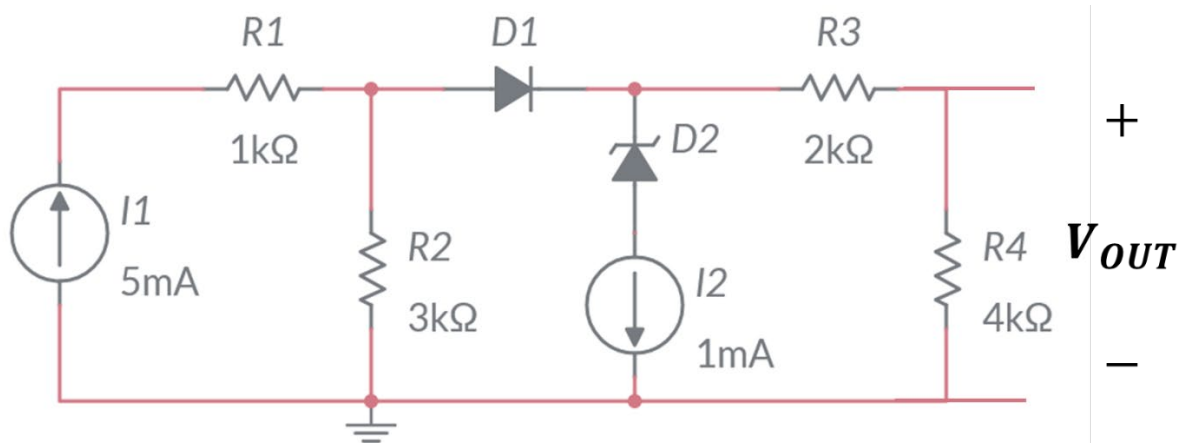
**Examen 6, Mayo 2023**

**Problema 1 (2.5 puntos).** Dado el siguiente circuito formado por operacionales alimentados con  $\pm 15V$ , responde a las siguientes cuestiones:

- i. ¿Cuál es la expresión para el voltaje de salida del segundo operacional ( $V_{OUT}$ ) en función de las fuentes  $V_1$  y  $V_2$ ? (1.5 puntos).
- j. Calcula el valor del voltaje de salida para  $V_1 = 1V, V_2 = 4V$  (0.5 punto).
- k. Calcula el valor del voltaje de salida para  $V_1 = 10V, V_2 = -10V$  (0.5 punto).

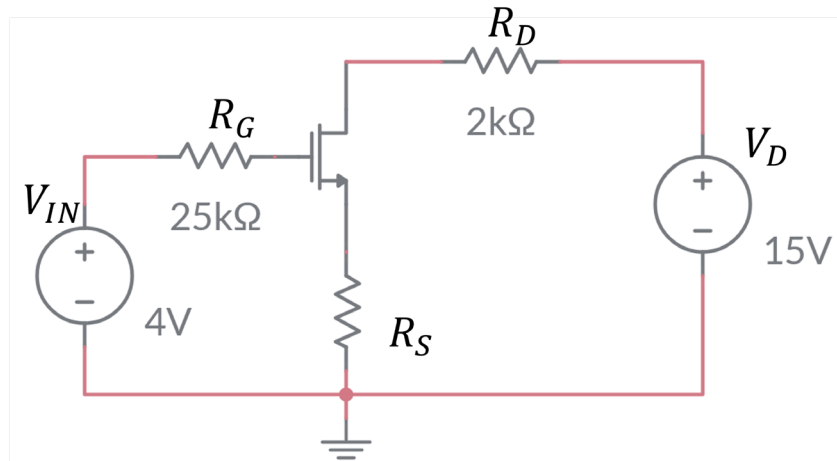


**Problema 2 (2.5 puntos).** Calcula el voltaje de salida del circuito de la figura, teniendo en cuenta que los dos diodos son de Si con  $V_{TR} = 0.7V$  y el voltaje de ruptura del Zener es  $V_Z = -3V$  (1.25 puntos). ¿Qué voltaje suministra la fuente de corriente  $I_2$ ? (1.25 puntos)



**Problema 3 (2.5 puntos).** Dado el siguiente circuito, obtén el valor que debe tener  $R_S$  para que el transistor se encuentre en el punto de trabajo  $V_{DS}=2\text{ V}$ ,  $I_D=5\text{ mA}$  (1.25 puntos). ¿Cuál debería ser el valor de  $R_D$  para que el MOSFET se encontrara en el límite entre las zonas de saturación y lineal (manteniendo  $I_D=5\text{ mA}$ )? (1.25 puntos).

El transistor es un MOSFET de depleción con  $V_{TR}=0\text{ V}$  y cuya corriente en la zona lineal sigue la expresión:  $i_d = k[2(V_{GS} - V_{TR})V_{ds} - V_{ds}^2]$ .



**Problema 4 (2.5 puntos).** Queremos diseñar un circuito digital que controle la salida de un sistema de energía renovables que consta de un panel solar y un molino eólico. La energía generada por esta instalación puede ir a una batería de almacenamiento (salida=1) o directamente a la red eléctrica (salida=0). Para realizar este control contamos con 4 sensores, los cuales nos indican si hay sol ( $A=1$ ), si hay viento ( $B=1$ ), si el estado de la batería está por debajo del 15% ( $C=1$ ) o si se encuentra por encima del 85% ( $D=1$ ).

- La batería deberá cargarse en los siguientes casos:
  - Si hay sol y/o viento, siempre que el estado de la batería se encuentre entre el 15% y el 85%.
  - Siempre que la batería se encuentre por debajo del 15%, para evitar que se termine de descargar.
- Si la batería está por encima del 85% nunca se seguirá cargando, para no dañarla.

A partir de estas condiciones, completa:

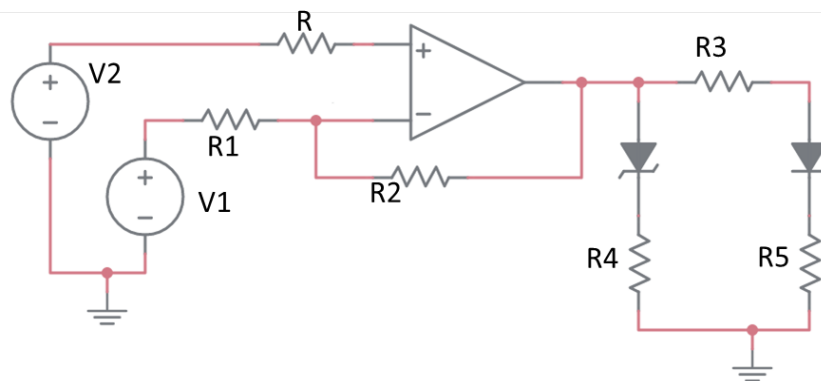
- a) La tabla de verdad del circuito. (0.5 puntos)
- b) La expresión de las salidas en la 1ª Forma Canónica. (0.5 punto)
- c) La simplificación por Karnaugh de la salida, empleando la 1ª forma canónica. (1.0 punto)
- d) El circuito con puertas lógicas de la salida. (0.5 punto)



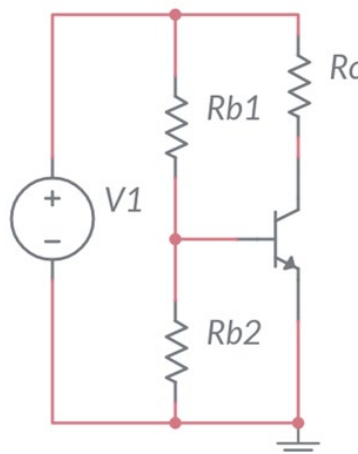
**Examen 7, Junio 2023**

**Problema 1 (3,5 puntos).** Dado el siguiente circuito formado por un operacional ideal alimentado con  $\pm 15V$ , y diodos de Si ( $V_{TR} = 0.7 V$  y  $V_Z = -3 V$ ), responde a las siguientes cuestiones si  $R=10 k\Omega$ ,  $R_1=1 k\Omega$ ,  $R_2=10 k\Omega$ ,  $R_3=5 k\Omega$ , y  $R_4=R_5=5 k\Omega$ .

- l. ¿Cuál es la expresión para el voltaje de salida del operacional en función de las fuentes  $V_1$  y  $V_2$ ? (1,5 puntos).
- m. Calcula el punto de operación de los diodos para  $V_1 = 4V, V_2 = 2V$  (1 punto).
- n. Calcula el punto de operación de los diodos para  $V_1 = -2V, V_2 = 0V$  (1 punto).



**Problema 2 (3,0 puntos).** Calcula el valor que deben tener las resistencias  $R_{b2}$  y  $R_C$  para que el transistor del circuito se encuentre en el límite entre las zonas de conducción activa y saturación, y la corriente de emisor sea  $I_E=5.05mA$ . (2,25 puntos). Los parámetros del circuito son  $V_1=10 V$ ,  $R_{b1}=5 k\Omega$ , y los del transistor  $V_{TR}=0.7 V$ ,  $V_{SAT}=0 V$  y una ganancia de corriente  $\beta=100$ . ¿En qué región estaríamos si aumentamos la fuente de tensión  $V_1$ ? (Justifica o demuestra tu respuesta) (0,75 puntos)



**Problema 3 (1,0 puntos).** Obtén la tabla de verdad de la función  $f(w, x, y, z)$ , dada por la siguiente expresión de conmutación:

$$f(w, x, y, z) = x\bar{y} + w\bar{y}z + (x + z)(\bar{y} + w)$$

**Problema 4 (2,5 puntos).** Dada la siguiente tabla de verdad para una función  $S(a, b, c, d)$ , completa:

- e) La expresión de la función en la 1ª y 2ª Formas Canónicas. (0,75 punto)
- f) La simplificación por Karnaugh de la salida, empleando la 1ª forma canónica. (1,25 punto)
- g) El circuito con puertas lógicas de la salida simplificada. (0,5 punto)

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>S</b>
0	0	0	0	<b>1</b>
0	0	0	1	<b>X</b>
0	0	1	0	<b>0</b>
0	0	1	1	<b>0</b>
0	1	0	0	<b>0</b>
0	1	0	1	<b>1</b>
0	1	1	0	<b>1</b>
0	1	1	1	<b>1</b>
1	0	0	0	<b>1</b>
1	0	0	1	<b>X</b>
1	0	1	0	<b>0</b>
1	0	1	1	<b>0</b>
1	1	0	0	<b>0</b>
1	1	0	1	<b>1</b>
1	1	1	0	<b>1</b>
1	1	1	1	<b>0</b>