



Universidad
Rey Juan Carlos

Grado en Ingeniería Ambiental

PROBLEMAS

Física I

Profesor:

Alexandre Rodríguez Nieto

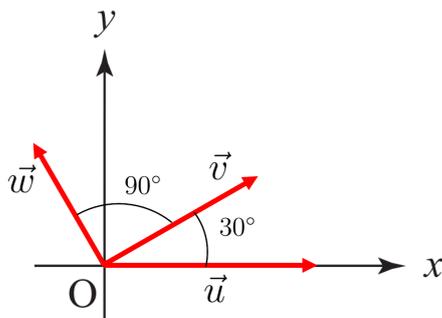
2024

Índice general

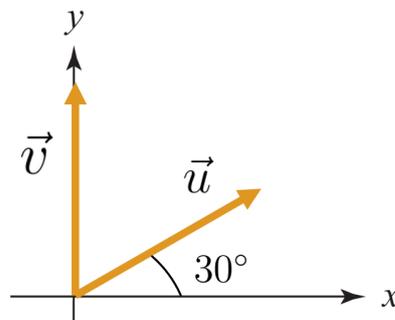
1.	Cálculo vectorial	1
2.	Cinemática	3
3.	Dinámica	9
4.	Trabajo y energía	17
5.	Oscilaciones y ondas	25
6.	Estática de fluidos	31
7.	Dinámica de fluidos	39

1. CÁLCULO VECTORIAL

1. El módulo de los vectores de la figura es $u = 6$, $v = 5$ y $w = 4$. Calcule a) las componentes de cada vector, b) el módulo del vector suma y c) el ángulo que forma el vector suma con el eje $+x$.



(a) Problema 1



(b) Problema 2

- Los vectores \vec{v} y \vec{u} de la figura tienen módulo 3. Obtenga de forma gráfica y analítica a) $\vec{u} + \vec{v}$, b) $\vec{u} - \vec{v}$ y c) $\vec{v} - \vec{u}$. En cada caso calcule el ángulo que forma el vector resultante con el eje $+x$.
- Se tienen tres vectores \vec{a} , \vec{b} y \vec{c} concurrentes en el plano XY . Sus módulos son $a = 6$, $b = 3$ y $c = 4$ y los vectores forman respectivamente ángulos de 45° , 30° y -60° con el eje $+x$. Calcule a) el módulo del vector suma y b) el ángulo que éste forma con el eje $+x$.
- Dados los puntos $P = (-1, 0, 2)$ y $Q = (2, -3, -5)$, hallar a) el vector $\vec{r} = \vec{QP}$ y b) el vector unitario paralelo a \vec{r} , \hat{u}_r .
- Un vector \vec{v} va del punto $A = (-1, 0)$ al punto $B = (2, -3)$. Si al multiplicar \vec{v} por 8 el vector resultante va del punto $P = (5, 6)$ al punto Q , ¿cuáles son las coordenadas de Q ?
- Dados los vectores $\vec{a} = (-1, 1, 4)$, $\vec{b} = (-3, 1, -7)$ y $\vec{c} = (4, 7, 6)$, hallar
 - $\vec{a} \cdot \vec{b}$
 - $\vec{a} \times \vec{b}$
 - $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$
 - El ángulo entre \vec{a} y \vec{b}
- Encuentre un vector de módulo 8 y paralelo al vector $\vec{a} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$.
- Hallar un vector unitario en el plano XY y perpendicular al vector $\vec{v} = \hat{i} - 3\hat{j}$.
- Calcule el ángulo que forman dos diagonales de un cubo.
- Sean \vec{a} y \vec{b} dos vectores en el plano. Demuestre que si $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ entonces los vectores \vec{a} y \vec{b} son perpendiculares.
- Sean $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ y $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ vectores en el plano. Demuestre que si \vec{s} y \vec{d} son perpendiculares, entonces $a = b$.
- Sean \vec{a} y \vec{b} vectores en el espacio. Demuestre que si $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \times \vec{b}|$ entonces \vec{a} y \vec{b} forman un ángulo de 45° .

SOLUCIONES

1. a) $\vec{u} = (6, 0)$, $\vec{v} = \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right)$, $\vec{w} = (-2, 2\sqrt{3})$ b) $\vec{r} = (8.330, 5.964)$, $r = 10.245$ c) 35.6°
2. a) $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}\right)$, $\theta = 60^\circ$ b) $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, $\theta = -30^\circ$ c) $\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$, $\theta = 150^\circ$
3. a) 9.13 b) 14.48°
4. a) $\vec{r} = (-3, 3, 7)$ b) $\frac{1}{\sqrt{67}}(-3, 3, 7)$
5. $Q = (29, -18)$
6. a) -24 b) $(-11, -19, 2)$ c) -165 d) 137.43°
7. $(6.4, -4.8)$
8. $\left(\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$
9. 109.47° o 70.53°
10. Ver solución desarrollada
11. Ver solución desarrollada
12. Ver solución desarrollada

2. CINEMÁTICA

Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

MRUA

1. La publicidad de un coche dice que es capaz de pasar de 0 a 100 km/h en 6 s. Si la aceleración es uniforme y el coche parte del reposo, ¿cuánto tardará en recorrer 1 kilómetro?
2. Un coche se mueve con una velocidad de 30 m/s cuando entra en un túnel de un único sentido y observa que una moto se mueve lentamente con una velocidad constante de 5 m/s. Cuando el coche comienza a frenar con una aceleración constante de 2 m/s^2 la moto se encuentra a una distancia de 155 m. Determine si el coche arrollará a la moto. En caso afirmativo, determine el tiempo en el que se produce la colisión y la distancia recorrida por el coche antes de la misma. En caso negativo, determine la distancia mínima entre el coche y la moto.
3. En el instante $t = 0$ un coche A pasa con una velocidad constante v_A por un semáforo que se encuentra en el inicio de una gran recta. En el mismo instante, un coche B, situado también en el semáforo, comienza a acelerar uniformemente desde el reposo. Suponiendo que el coche A nunca acelera, calcule la posición relativa del coche A con respecto al coche B en el instante en que ambos tienen la misma velocidad.
4. Un coche se mueve con velocidad constante v_0 cuando el conductor detecta un obstáculo en la carretera. Su tiempo de reacción es t_r y la aceleración que el coche es capaz de generar al frenar es a . Demuestre que la distancia recorrida hasta que el vehículo se detiene por completo es

$$x_t = v_0 t_r + \frac{v_0^2}{2a}, \quad a > 0$$

CAÍDA LIBRE

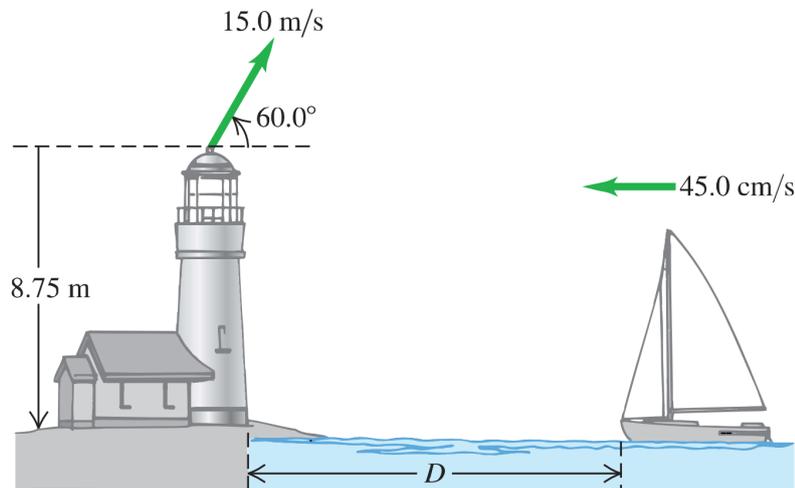
5. Una persona saca la mano por la ventana de un edificio y lanza verticalmente hacia arriba una pelota con velocidad inicial de 20 m/s. Si la ventana se encuentra a 50 m del suelo, calcule: a) el tiempo en que la pelota alcanza la máxima altura; b) la máxima altura alcanzada; c) el tiempo en que regresa a la posición inicial; d) su velocidad en dicho instante; e) la velocidad cuando llega al suelo.
6. Desde una altura de 25 m se lanza verticalmente hacia arriba una bola con una velocidad de 55 m/s. Calcule a) el tiempo que está en el aire y b) la velocidad con la que llega al suelo.
7. Una grúa eleva un objeto pesado a velocidad constante de 10 m/s. Cuando el objeto se encuentra a 5 m sobre el suelo, se rompe el cable quedando aquél en libertad. Calcule: a) ¿hasta qué altura seguirá subiendo el objeto?; b) ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo desde que se rompió el cable?
8. Se deja caer una bola de acero desde el balcón de un edificio y tarda 0.10 s en recorrer el último metro. a) ¿Con qué velocidad llega al suelo? b) ¿Desde qué altura se dejó caer?
9. Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba desde el suelo con velocidad inicial v_0 , alcanzando una altura máxima h . Si repetimos el lanzamiento con otro objeto cuya velocidad inicial es $2v_0$, ¿qué altura máxima alcanzará?

10. En $t = 0$, se deja caer una piedra desde la cima de un acantilado. 1.6 s más tarde, se lanza verticalmente hacia abajo una segunda piedra con velocidad inicial 32 m/s. Ambas piedras llegan al suelo a la vez. Calcule a) el tiempo de caída de la primera piedra y b) la altura del acantilado.
11. Un helicóptero se encuentra en ascenso, de tal manera que su altura viene dada por $y = 3t^3$, donde y se mide en metros y t en segundos. Tras 2 s el helicóptero deja caer un paquete. ¿Cuánto tiempo después llega el paquete al suelo?
12. Un cohete de 500 toneladas despegue verticalmente desde el suelo con una aceleración constante de 2.5 m/s^2 . Cuando ha alcanzado una altura de 500 m el motor falla y el cohete pasa a moverse en caída libre. Calcule la máxima altura que alcanza el cohete con respecto al suelo.

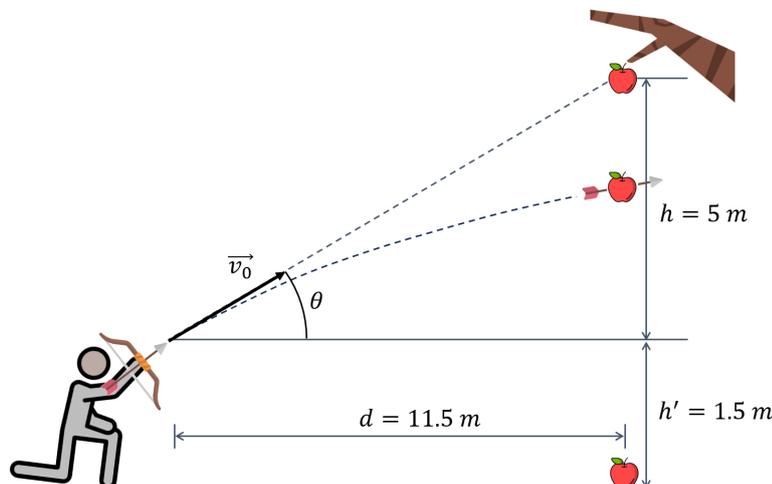
TIRO PARABÓLICO

13. Para generar una avalancha, se lanza una bomba de artillería hacia la ladera de una montaña. El lanzamiento se produce con una velocidad inicial de 300 m/s, siendo el ángulo de lanzamiento de 55° con respecto a la horizontal. Si la bomba explota sobre la ladera tras 42 s de vuelo, ¿cuáles son las coordenadas en las que se produce la explosión?
14. Desde la azotea de un edificio se lanza una pelota con un ángulo de 20° por debajo de la horizontal ($v_{y0} < 0$) y con velocidad inicial $v_0 = 8 \text{ m/s}$. Tras 3 s la pelota llega al suelo. a) ¿A qué distancia horizontal del edificio llega la pelota al suelo? b) ¿Cuál es la altura del edificio?
15. Si se lanza una piedra con velocidad v_0 y con un ángulo θ , cae a una distancia de 50 m. Si la misma piedra se lanza con el mismo ángulo pero con una velocidad $2v_0$ ¿a qué distancia caerá?
16. Un bombero, situado a una distancia d de un edificio en llamas, lanza un chorro de agua con una manguera. Si el ángulo inicial del chorro es θ y la velocidad inicial es v_0 . ¿A qué altura h el agua alcanzará el edificio?
17. Un cuerpo lanzado horizontalmente con velocidad v_0 desde una altura h cae a una distancia d de la vertical de lanzamiento. Comprobar que para que $d = h$, el cuerpo ha de ser lanzado con $v_0 = \sqrt{gh/2}$ y su velocidad en el instante de llegar al suelo es $v_f = \sqrt{5gh/2}$.
18. Desde un balcón de altura h un niño lanza una pelota en dirección horizontal con una velocidad v_0 . En el mismo instante, otro niño que está en la calle lanza verticalmente hacia arriba otra pelota con una velocidad $2v_0$, desde un punto que dista d del edificio. ¿Cuánto tiene que valer d para que choquen las pelotas?
19. Un avión baja en picado formando un ángulo de 45° con la horizontal. Cuando está a una altura de 400 m sobre el suelo y tiene una velocidad de 700 km/h suelta una bomba. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar la bomba al suelo; b) la velocidad con que llega; c) la distancia horizontal recorrida por la bomba desde que fue soltada.
20. Un arquero lanza una flecha con velocidad inicial $v_0 = 45 \text{ m/s}$ y con un ángulo $\theta = 50^\circ$. Un asistente, situado a una distancia horizontal de 150 m lanza una manzana al aire con la velocidad mínima necesaria para que sea ensartada por la flecha. a) ¿Cuál es la velocidad inicial de la manzana? b) ¿Cuánto tiempo después del lanzamiento de la flecha debe lanzarse la manzana?
21. Un proyectil es lanzado de tal manera que su alcance máximo es igual a tres veces su altura máxima. ¿Con qué ángulo se ha lanzado?
22. En un tiro parabólico, ¿con qué ángulo se debe lanzar una partícula para que el alcance sea máximo?

23. Un astronauta se encuentra en un extraño planeta y comprueba que la máxima distancia horizontal que puede saltar es de 15 m cuando su velocidad inicial es de 3 m/s. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en el planeta?
24. Una estrategia en una pelea de bolas de nieve es lanzar una bola con un ángulo grande con respecto al suelo. Mientras el oponente está mirando la bola, se lanza una segunda bola con un ángulo pequeño, de tal manera que ambas llegan a la vez. Asuma que se lanzan dos bolas con una velocidad inicial de 25 m/s. La primera bola se lanza con un ángulo de 70° con respecto a la horizontal. Considerando que la altura desde la que se lanza la bola es la misma que la altura a la que se golpea al oponente. a) ¿Con qué ángulo se debe lanzar la segunda bola para que ambas lleguen al mismo punto? b) ¿Cuánto tiempo después debe lanzarse la segunda bola para que lleguen a la vez?
25. Para poder atracar en el puerto, la tripulación de un velero necesita que le lancen un equipo de amarre desde tierra. El barco se mueve con velocidad constante $v = 45 \text{ cm/s}$ y el equipo se lanza desde lo alto de un faro (ver figura). Si se quiere que el equipo aterrice en la parte delantera del barco, ¿cuál debe ser la distancia D entre el barco y el puerto en el momento del lanzamiento?



26. **(Problema desafío)** Un arquero lanza una flecha apuntando directamente a una manzana que cuelga de una rama (ver figura). En el mismo instante, la manzana se desprende de la rama y cae verticalmente desde el reposo. Determine el valor (o valores) que debe tener v_0 para que la flecha choque con la manzana.



27. **(Problema desafío)** Se lanza un proyectil con un ángulo θ con respecto a la horizontal. Cuando se encuentra a $\frac{1}{2}$ de su altura máxima, la velocidad del proyectil es $\frac{3}{4}$ de su velocidad inicial. Calcule el ángulo con el que fue lanzado.

MOVIMIENTO CIRCULAR

28. Una partícula sigue una trayectoria circular de 2 m de radio con una aceleración tangencial constante de 0.5 m/s^2 . En un punto dado de su trayectoria, tiene una velocidad de 3 m/s. Determinar la velocidad angular y el módulo de la aceleración de la partícula en este punto.
29. Aproximando la órbita de la Tierra alrededor del Sol como una circunferencia de radio $R = 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$, determine la aceleración normal que experimenta la Tierra.
30. Determine la aceleración normal que experimenta una persona situada a) en el ecuador y b) en el polo norte, sabiendo que el radio ecuatorial es $R_e = 6378 \text{ km}$ y el radio polar $R_p = 6356 \text{ km}$.
31. Un taladro acelera desde el reposo con aceleración angular constante. Tras 3.2 segundos se mueve a un ratio de $2.51 \times 10^4 \text{ rev/min}$. a) Calcule la aceleración angular del taladro. b) Determine el ángulo que ha barrido durante ese tiempo.
32. En un laboratorio médico una centrifugadora rota con una velocidad angular constante de 3600 rev/min. Una vez se apaga la máquina, ésta rota 50 vueltas antes de pararse. ¿Cuál es la aceleración angular constante con la que frena la centrifugadora?
33. Una rueda rota con velocidad angular constante ω_0 cuando adquiere una cierta aceleración angular uniforme. Si necesita 3 s para rotar 37 revoluciones y su velocidad angular al final de los 3 s es de 98 rad/s. ¿Cuál es su aceleración angular?
34. Una plataforma circular de 2 m de radio, inicialmente en reposo, comienza a girar con una aceleración angular de 1.5 rad/s^2 , manteniendo constante esa aceleración durante 4 segundos. A partir de ese instante la velocidad angular adquirida permanece constante durante medio minuto. A continuación frena y se detiene en 3 segundos. Calcular: a) las vueltas dadas por la plataforma; b) el espacio recorrido por un punto de su periferia; c) los valores de la velocidad lineal, la aceleración tangencial y la aceleración normal de un punto de la periferia en los siguientes instantes, $t_1 = 2 \text{ s}$, $t_2 = 20 \text{ s}$ y $t_3 = 35 \text{ s}$, contados desde que se inició el movimiento.

SOLUCIONES

1. 20.78 s
2. La colisión se produce tras 11.38 s. La distancia recorrida por el coche es de 211.90 m
3. $x_A = 2x_B$
4. Ver solución desarrollada
5. a) 2 s b) 70 m c) 4 s d) -20 m/s e) -37.42 m/s
6. a) 11.44 s b) -59.4 m/s
7. a) 10 m b) 2.41 s
8. a) -10.5 m/s b) 5.51 m
9. $h_2 = 4h_1$
10. a) $t = 2.4$ s b) $h = 28.8$ m
11. 7.81 s
12. 625 m
13. $x = 7227.06$ m. $y = 1501.32$ m
14. a) 22.55 m b) 53.21 m
15. 200 m
16. $h = d \tan \theta_0 - \frac{gd^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta}$
17. Ver solución desarrollada
18. $d = h/2$
19. a) 2.65 s b) 214 m/s c) 364.35 m
20. a) 29.74 m/s b) 2.22 s
21. 53.13°
22. 45°
23. 0.6 m/s²
24. a) 20° b) 2.99 s
25. $D = 25.07$ m
26. $v_0 \in [11, \infty)$
27. 69.3°
28. $\omega = 1.5$ rad/s. $a = 4.53$ m/s²
29. 5.94×10^{-3} m/s²
30. a) 3.38×10^{-2} m/s² b) 0

31. a) 821.40 rad/s^2 b) 4205.57 rad

32. $-72\pi \text{ rad/s}^2$

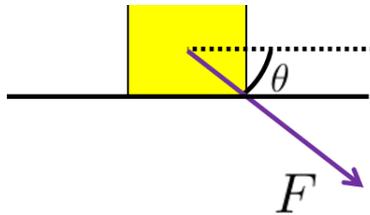
33. 13.67 rad/s^2

34. a) 31.99 vueltas b) 402 m c) $v(1) = 6 \text{ m/s}$, $a_n(1) = 18 \text{ m/s}^2$, $a_t(1) = 3 \text{ m/s}^2$, $v(20) = 12 \text{ m/s}$,
 $a_n(20) = 72 \text{ m/s}^2$, $a_t(20) = 0 \text{ m/s}^2$, $v(35) = 8 \text{ m/s}$, $a_n(1) = 32 \text{ m/s}^2$, $a_t(1) = -4 \text{ m/s}^2$

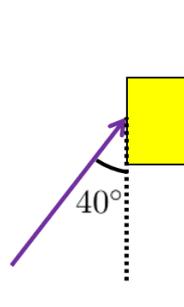
3. DINÁMICA

Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Se pretende arrastrar una caja de masa m tirando de ella con una cuerda inclinada un ángulo θ por encima de la horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre la caja y el suelo es μ . ¿Qué fuerza mínima habrá que aplicar para mover la caja?
2. Un bloque de masa m desliza sobre un plano horizontal al ser empujado por una fuerza F que forma un ángulo θ por debajo de la horizontal, tal y como indica la figura. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie es μ . Hallar el valor de F para que el bloque deslice con velocidad constante.

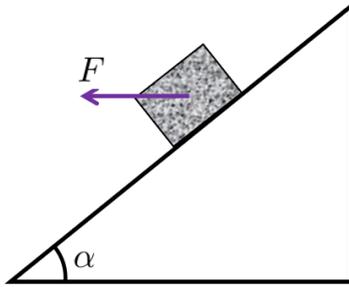


3. Un cuerpo de masa 1.5 kg está en reposo sobre un plano inclinado. Si el coeficiente de rozamiento estático vale 0.3 , calcule el ángulo mínimo que ha de tener el plano respecto de la horizontal para que el bloque se deslice por él.
4. El peso del bloque de la figura es 88.9 N . El coeficiente estático de rozamiento entre el bloque y la pared es 0.560 . a) ¿Cuál es la fuerza mínima necesaria para que el bloque no deslice hacia abajo por la pared? b) ¿Cuál es la fuerza mínima necesaria para que el bloque empiece a moverse por la pared hacia arriba?

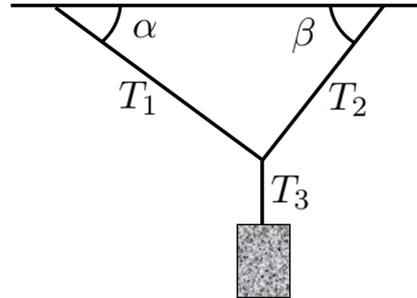


5. Dos niños son arrastrados en un trineo por la nieve. Del trineo tira una fuerza F que forma un ángulo de 40° por encima de la horizontal. La masa conjunta de los niños y el trineo es de 50 kg . Los coeficientes de fricción estática y dinámica son $\mu_e = 0.2$ y $\mu_d = 0.15$, respectivamente. Determinar la fuerza de fricción ejercida por el suelo y la aceleración del conjunto si la magnitud de la fuerza es: a) 100 N , b) 140 N .

6. Sobre el cuerpo de la figura de masa m actúa la fuerza F , dirigida horizontalmente hacia fuera del plano. Si el coeficiente de rozamiento es μ : a) ¿Cuánto ha de valer F para que el bloque baje con velocidad constante? b) ¿Cuál es el máximo valor que puede tener F para que el cuerpo baje deslizando por el plano inclinado? c) ¿Cuál es la aceleración del cuerpo en esta última situación?



(a) Problema 6

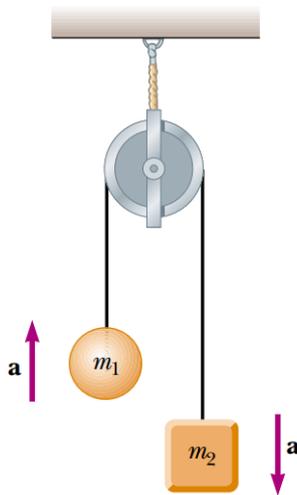


(b) Problema 7

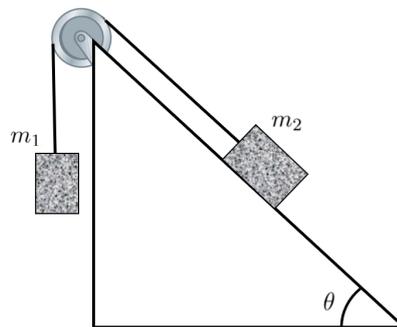
7. Una masa m cuelga de tres cables, tal y como se muestra en la figura. Dos de los cables forman ángulos α y β con la horizontal. Si el sistema está en equilibrio, demuestre que la tensión en el cable izquierdo es

$$T_1 = \frac{mg \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

8. Una máquina de Atwood consiste en dos masas distintas conectadas a través de una cuerda que pasa por una polea, tal y como se representa en la figura. Asumiendo $m_2 > m_1$, calcule la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.



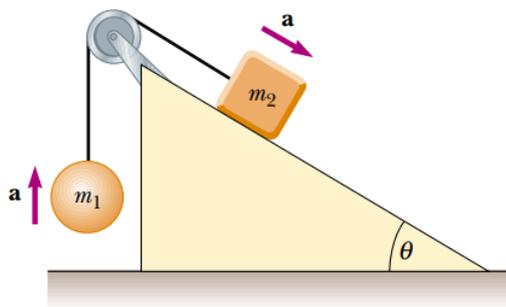
(a) Problema 8



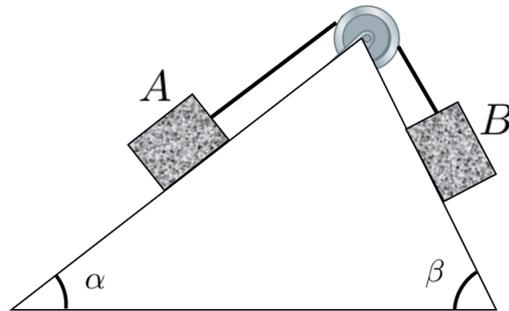
(b) Problema 9

9. Dos bloques de masas m_1 y m_2 están unidos por una cuerda como indica la figura. La inclinación del plano es conocida y no presenta rozamiento con ninguno de los cuerpos. Si el sistema está en equilibrio, ¿cuál es la relación entre m_1 y m_2 ? Si la cuerda se rompe ¿cuál será la aceleración de cada cuerpo?

10. Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 se encuentran unidos por una cuerda que pasa por una polea. El primer cuerpo asciende verticalmente mientras que el segundo desciende por un plano inclinado que no ofrece rozamiento (ver figura). Determine la aceleración de los objetos y la tensión de la cuerda.

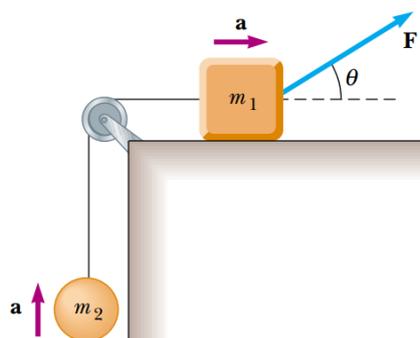


(a) Problema 10

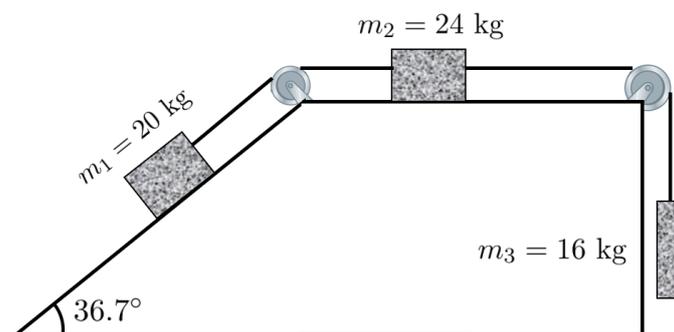


(b) Problema 11

11. Los bloques A y B de la figura tienen igual masa, $m = 1$ kg, y el mismo coeficiente de rozamiento dinámico μ . Cuando se conectan mediante una cuerda se observa que el bloque B baja a velocidad constante. Sabiendo que $\alpha = 23^\circ$ y $\beta = 40^\circ$, calcule la tensión de la cuerda y el coeficiente de rozamiento.
12. Dos bloques de masas $m_1 = 5$ kg y $m_2 = 4$ kg están unidos por una cuerda que pasa por una polea, de tal manera que pueden deslizar sobre sendos planos inclinados de $\alpha = 30^\circ$ y $\beta = 60^\circ$, respectivamente. Si el coeficiente de rozamiento en ambos planos vale 0.1, calcule la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.
13. Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 se encuentran unidos por una cuerda que pasa por una polea. Una fuerza F que forma un ángulo θ con la horizontal tira del primer cuerpo, que se encuentra situado en una superficie horizontal, de tal manera el segundo asciende verticalmente (ver figura). Si el coeficiente de rozamiento entre la superficie horizontal y el primer cuerpo es μ , determine la aceleración de los cuerpos.



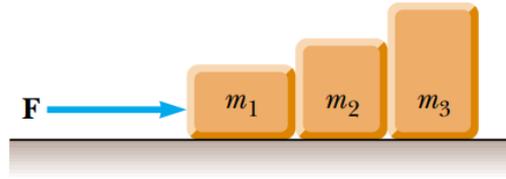
(a) Problema 13



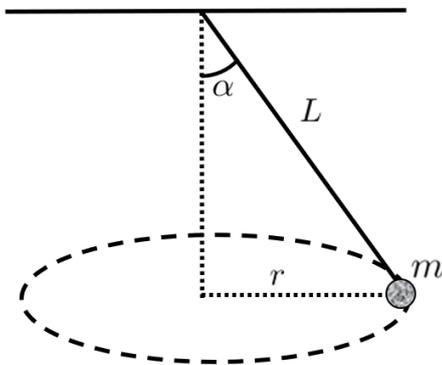
(b) Problema 14

14. Los cuerpos de la figura están unidos por cuerdas que pasan por poleas. El coeficiente de rozamiento de los cuerpos 1 y 2 vale 0.2. Inicialmente los cuerpos están en reposo, pero al tirar del cuerpo 3 con una fuerza F este adquiere una aceleración de 1.5 m/s². Calcule el valor de F y el de las tensiones de las cuerdas.

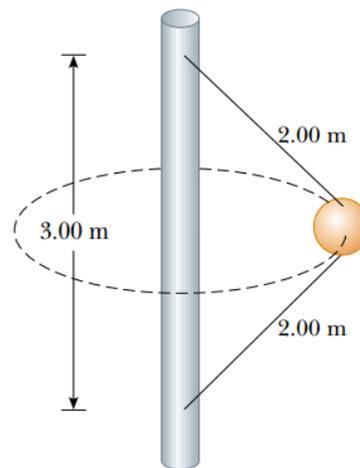
15. Tres bloques de masas $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$ y $m_3 = 4 \text{ kg}$ se encuentran en contacto sobre una superficie horizontal sin rozamiento, tal y como se muestra en la figura. Se aplica una fuerza horizontal $F = 18 \text{ N}$ sobre el primer bloque. Determine a) la aceleración del sistema y b) las fuerzas de contacto entre los bloques y c) la fuerza neta que actúa sobre cada bloque.



16. Se hace girar un cubo de agua siguiendo una circunferencia vertical de 1 m de radio. La masa del agua más el cubo es de 2 kg . Calcule el valor mínimo de la velocidad necesario para que el agua no se vierta cuando el cubo se encuentra en la parte más alta de la circunferencia.
17. Un cuerpo de masa 2 kg atado a una cuerda describe una circunferencia vertical de radio 0.8 m . La tensión máxima que soporta la cuerda es de 110 N . Calcule a) la velocidad mínima que debe tener el cuerpo en la parte más alta de la circunferencia y b) la velocidad máxima que puede tener en la parte más baja de la circunferencia.
18. Una partícula de masa $m = 2 \text{ kg}$ está suspendida de una cuerda de longitud $L = 2 \text{ m}$ que forma un ángulo $\alpha = 30^\circ$ con la vertical. La partícula se mueve con velocidad constante describiendo una circunferencia horizontal de radio r , tal y como se muestra en la figura. Calcule la tensión de la cuerda y la velocidad de la partícula.



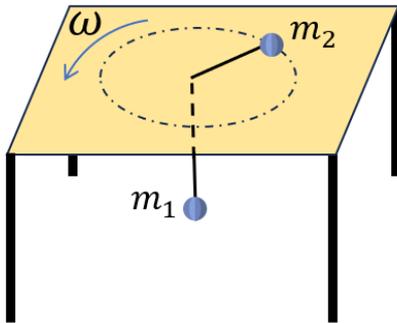
(a) Problema 18



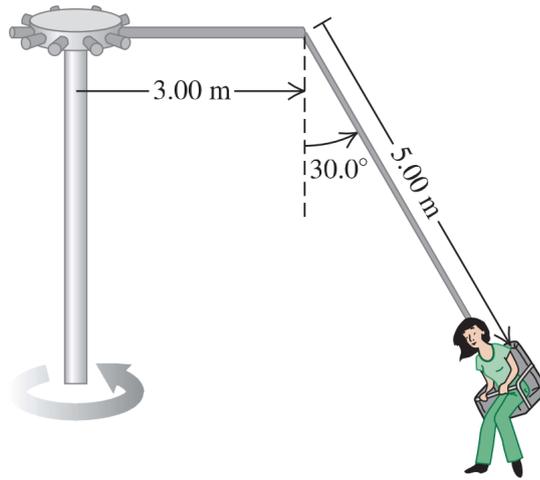
(b) Problema 19

19. Un objeto de masa $m = 4 \text{ kg}$ está atado a una barra vertical a través de dos cables, tal y como se muestra en la figura. El objeto rota con velocidad constante $v = 6 \text{ m/s}$, describiendo una circunferencia horizontal. Calcule la tensión en cada uno de los cables.
20. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre los neumáticos y la carretera si la máxima velocidad con que el automóvil puede tomar una curva plana de 45 m de radio es 54 km/h ?
21. Un ingeniero está diseñando una curva de 50 m de radio de tal manera que un coche pueda trazarla sin deslizar cuando su velocidad es de 13.4 m/s y no existe rozamiento debido al hielo. ¿Cuál debe ser el ángulo de peralte?

22. Una carretera tiene una curva de 200 m de radio con un peralte de 3° . Determine la máxima velocidad con que un coche puede tomar esa curva sin patinar: a) cuando el rozamiento es despreciable; b) cuando el coeficiente de rozamiento vale 0.8.
23. Una carretera está peraltada de manera que un coche, a 30 km/h, puede tomar una curva de 400 m de radio sin patinar en ausencia de rozamiento. Determine la velocidad máxima con la que un coche puede tomar la curva sin patinar si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 1$.
24. Dos masas están unidas a través de una cuerda inextensible. La masa m_2 describe una trayectoria circular de radio R sobre una mesa horizontal sin rozamiento. La masa m_1 cuelga verticalmente a través de un agujero en el centro de la mesa (ver figura). Determine la velocidad angular ω de la masa m_2 .

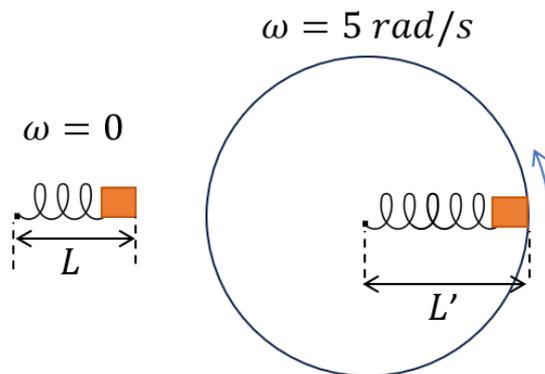


(a) Problema 24

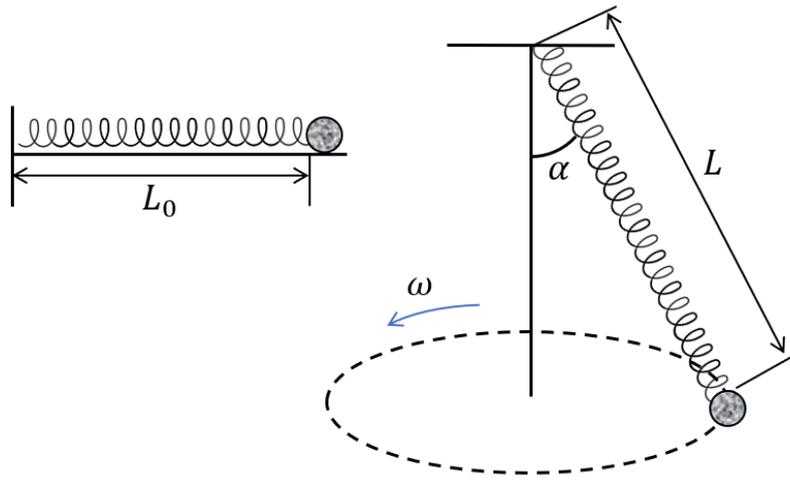


(b) Problema 25

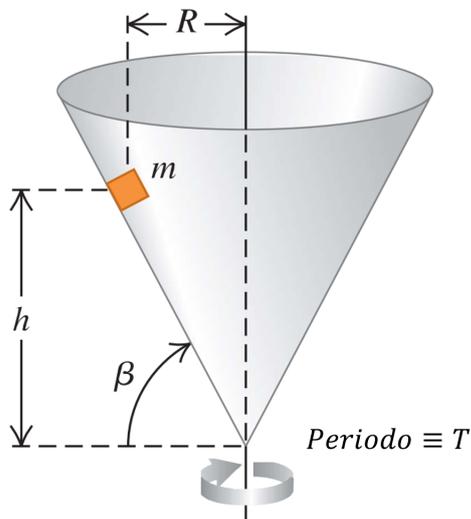
25. Una atracción consiste en un eje vertical rotatorio del que salen brazos metálicos cuyo extremo se encuentra a 3 m del eje central. Cada brazo sostiene una silla voladora a través de un cable de 5 m de largo. Encuentre la velocidad angular constante con la que gira el eje si el ángulo que forma el cable con la vertical es de 30° .
26. Un bloque de masa $m = 1$ kg está unido a un muelle de constante recuperadora $k = 75$ N/m y situado en reposo sobre una superficie horizontal. Si en esta situación la longitud del muelle es $L = 0.1$ m, ¿cuál será su longitud cuando el bloque describe una trayectoria circular con velocidad angular constante $\omega = 5$ rad/s? Suponga que el rozamiento entre el bloque y el disco es despreciable.



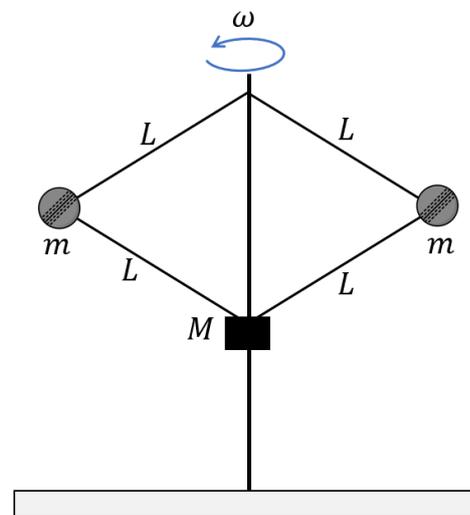
27. Un cuerpo de masa $m = 1 \text{ kg}$ está unido a un muelle de constante recuperadora $k = 250 \text{ N/m}$ y describe un movimiento circular horizontal a razón de 1 revolución por segundo. Sabiendo que la longitud natural del muelle es $L_0 = 0.48 \text{ m}$, determine su longitud L y el ángulo α que forma con la vertical.



28. **(Problema desafío)** Un pequeño bloque de masa m se coloca dentro de un cono invertido que gira alrededor de un eje vertical, siendo el período de rotación T . Las paredes del cono forman un ángulo β con la horizontal y el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el cono es μ . Si el bloque debe permanecer a una altura constante h sobre el vértice del cono, ¿cuáles son a) el valor mínimo de T y b) el valor máximo de T ? (Encuentre estas expresiones en términos de β , h y μ).



(a) Problema 28



(b) Problema 29

29. **(Problema desafío)** El dispositivo de la figura está formado por 4 cables rígidos de igual longitud $L = 1 \text{ m}$. Los dos cables superiores están fijados al eje vertical y a dos masas iguales $m = 2 \text{ kg}$. Los dos cables inferiores están fijados a un cuerpo de masa $M = 4 \text{ kg}$ que puede deslizarse sin rozamiento a lo largo del eje. Cuando el sistema está en reposo el cuerpo de masa M se encuentra apoyado sobre la plataforma inferior. En cambio, cuando el sistema rota con velocidad angular ω el cuerpo de masa M asciende a lo largo del eje vertical. Obtenga la velocidad angular necesaria para que los 4 cables formen un cuadrado.

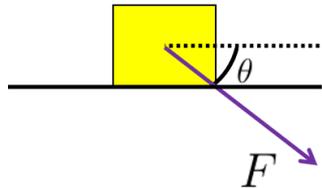
SOLUCIONES

1. $F = \mu mg / (\cos \theta + \mu \sin \theta)$
2. $F = \mu mg / (\cos \theta - \mu \sin \theta)$
3. 16.7°
4. a) 78.95 N b) 218.92 N
5. a) $F_r = 76.60$ N; no se mueve. b) $F_r = 61.50$ N. $a_x = 0.92$ m/s²
6. a) $F = mg(\mu \cos \theta - \sin \theta) / (\cos \theta + \mu \sin \theta)$ b) $F = mg / \tan \theta$ c) $a = g / \sin \theta$
7. Ver solución desarrollada.
8. $a = (m_2 - m_1)g / (m_1 + m_2)$. $T = 2m_1m_2g / (m_1 + m_2)$
9. $m_1 = m_2 \sin \theta$. $a_1 = g$, $a_2 = g \sin \theta$
10. $a = (m_2 \sin \theta - m_1)g / (m_1 + m_2)$. $T = m_1m_2g(\sin \theta + 1) / (m_1 + m_2)$
11. $T = 5.29$ N. $\mu = 0.15$
12. $a = 0.37$ m/s². $T = 31.18$ N
13. $a = [F(\cos \theta + \mu \sin \theta) - g(m_2 + \mu m_1)] / (m_1 + m_2)$
14. $F = 129.60$ N. $T_1 = 181.60$ N. $T_2 = 265.60$ N
15. a) 2 m/s² b) 14 N (bloques 1 – 2) y 8 N (bloques 2 – 3) c) 4 N (bloque 1), 6 N (bloque 2) y 8 N (bloque 3).
16. 3.16 m/s
17. a) 2.83 m/s b) 6 m/s
18. $T = 23.09$ N. $v = 2.40$ m/s
19. $T_1 = 109.13$ N. $T_2 = 55.80$ N
20. $\mu = 0.5$
21. 19.75°
22. a) 10.24 m/s b) 42.18 m/s
23. 64.35 m/s
24. $\omega = \sqrt{\frac{m_1 g}{m_2 R}}$
25. 1.02 rad/s
26. 0.15 m
27. $L = 0.57$ cm. $\alpha = 63.61^\circ$
28. a) $T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{h(\cos \beta - \mu \sin \beta)}{g \tan \beta (\sin \beta + \mu \cos \beta)}}$ b) $T_{max} = 2\pi \sqrt{\frac{h(\cos \beta + \mu \sin \beta)}{g \tan \beta (\sin \beta - \mu \cos \beta)}}$
29. 6.51 rad/s

4. TRABAJO Y ENERGÍA

Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. ¿Qué trabajo hay que de realizar sobre un cuerpo de 7 kg que inicialmente está en reposo en el suelo para que llegue a una altura de 3 m con una velocidad de 4.5 m/s?
2. Un cuerpo de 5 kg en reposo se eleva a una altura de 2.5 m mediante una fuerza vertical de 60 N. Calcule: a) el trabajo realizado por la fuerza; b) el trabajo realizado por el peso; c) la energía cinética final del cuerpo.
3. Un cuerpo de 16 kg de masa se mueve a velocidad constante de 10 m/s. Cuando una fuerza constante y opuesta al movimiento actúa durante 6 s, pasa a tener una velocidad de 2 m/s en sentido contrario. Calcule el trabajo realizado por la fuerza.
4. Un bloque inicia un movimiento horizontal con una velocidad $v_0 = 2 \text{ m/s}$. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0.1$, calcule la distancia que recorre hasta detenerse.
5. Para arrastrar por un suelo horizontal un bloque de 100 kg, se tira de él con una cuerda inclinada 53° respecto a la horizontal. La tensión de la cuerda es de 540 N y el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo vale 0.5. Si el bloque se desplaza 2 m, calcular: a) el trabajo realizado por la tensión; b) el trabajo de la fuerza de rozamiento; c) el incremento de su energía cinética.
6. Para desplazar un bloque de 80 kg se le empuja con una fuerza F de 265 N que forma un ángulo de 37° por debajo de la horizontal (ver figura). El cuerpo parte del reposo y después de recorrer 2 m lleva una velocidad de 1 m/s. ¿cuánto vale el coeficiente de rozamiento?

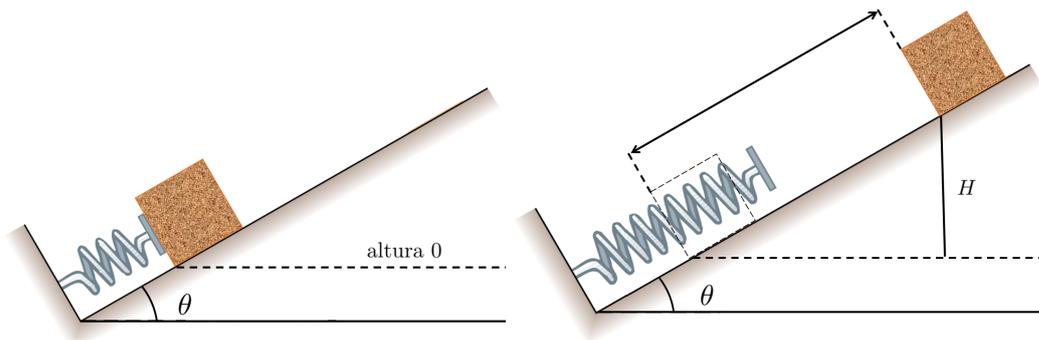


7. Desde el punto más bajo de un plano inclinado 37° respecto de la horizontal se lanza un cuerpo de 3 kg con una velocidad de 12 m/s, sube hasta un punto de altura H y vuelve al punto de partida. El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0.25. Calcular a) el valor de H ; b) su velocidad cuando vuelve al punto de partida; c) el trabajo realizado por el peso y por la fuerza de rozamiento en todo el trayecto.
8. Para lanzar un cuerpo de 1 kg deslizando por un plano horizontal usamos un muelle sujeto a la pared, el cual se comprime 5 cm, se coloca el cuerpo delante y se libera el muelle. Si el cuerpo recorre 1.25 m antes de pararse y la constante de recuperación del muelle es $k = 4000 \text{ N/m}$ ¿cuanto vale el coeficiente de rozamiento?

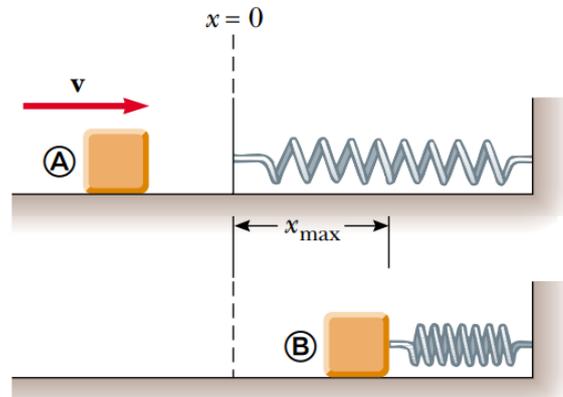
9. Desde el punto más alto, a una altura H , de un plano inclinado un ángulo α respecto a la horizontal se suelta un cuerpo de masa m y baja deslizándose por él. ¿Cuál es la velocidad v con que llegaría a la base del plano si suponemos que no hay rozamiento? Si realmente el cuerpo llega a la base con una velocidad $v_r = v/2$. ¿Cuánto vale el trabajo del rozamiento?, ¿Y el coeficiente de rozamiento? Expresar el resultado de las dos últimas preguntas en función de α , H y g .
10. Un cuerpo de 50 kg se suelta desde un punto situado a 2 m de altura sobre un plano inclinado 53° respecto de la horizontal y baja deslizándose por él hasta llegar a la base. El coeficiente de rozamiento vale 0.4. Calcular: a) El trabajo del peso y de la fuerza de rozamiento durante la bajada. b) La variación de energía potencial, de energía cinética y de energía mecánica en la bajada. c) La velocidad del cuerpo al llegar a la base.
11. Una vagoneta, inicialmente en reposo, después de bajar 300 m por una pendiente del 2%, sube 50 m por otra pendiente del 2% hasta detenerse. Calcular el coeficiente de rozamiento entre la vagoneta y el suelo.
12. Dos planos inclinados tienen la misma altura máxima H , pero distinto ángulo de inclinación $\alpha > \beta$. Se quiere subir una masa m desde el suelo hasta H a velocidad constante. Determinar:
- Si consideramos nulo el rozamiento, ¿en cuál de los dos planos se empleará más fuerza y en cuál se hará más trabajo?
 - Si ambos planos tienen el mismo coeficiente de rozamiento dinámico, ¿en cuál de ellos se realizará más trabajo?
13. El lanzador de bolas en una máquina de *pinball* tiene un muelle de constante recuperadora $k = 120 \text{ N/m}$ y se encuentra sobre una superficie inclinada 10° con respecto a la horizontal. Inicialmente el muelle está comprimido 5 cm con respecto a su posición de equilibrio (figura izquierda). Al comenzar el juego el muelle queda liberado y empuja una pelota de masa $m = 100 \text{ g}$, la cual se mueve sin rozamiento. Calcule la velocidad de la pelota en el momento en que deja de estar en contacto con el lanzador (figura derecha).



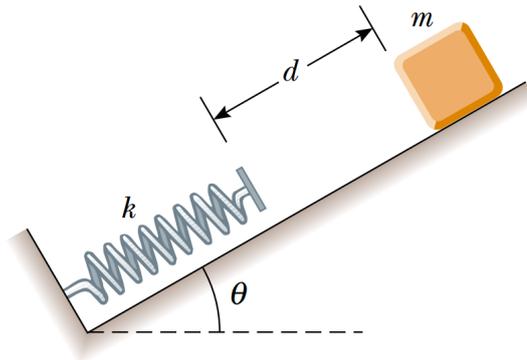
14. Al liberar el muelle ($k = 2200 \text{ N/m}$) de la figura, que está comprimido 8 cm, el cuerpo de 1 kg apoyado en él sale despedido y desliza por el plano inclinado, $\alpha = 30^\circ$ y $\mu = 0.2$, separándose del muelle cuando éste recupera su longitud normal. El nivel de altura 0 se toma en la posición inicial del cuerpo. a) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo en el momento de separarse del muelle? b) ¿Hasta qué altura llega el cuerpo?



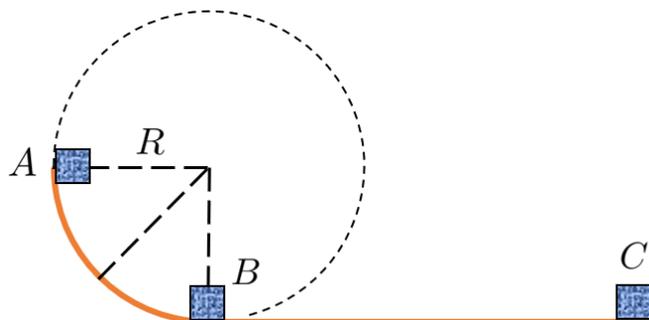
15. Un bloque de masa 800 g se mueve con velocidad $v = 1.2\text{ m/s}$ sobre una superficie horizontal cuando choca con un muelle de constante elástica $k = 50\text{ N/m}$, tal y como se muestra en la figura. a) Suponiendo nulo el rozamiento, calcule la máxima compresión x_m del muelle. b) Haga el cálculo de nuevo pero considerando que el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0.5$ y que la velocidad del bloque en el momento de la colisión es de nuevo $v = 1.2\text{ m/s}$.



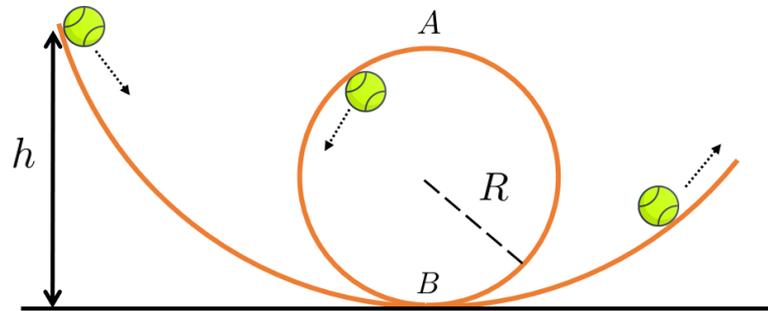
16. Un objeto de masa m parte del reposo y desliza hacia abajo por un plano inclinado sin rozamiento (ver figura). Cuando ha recorrido una distancia d , choca con un muelle de constante recuperadora k que se encuentra en su posición de equilibrio. Encuentre una expresión que relacione la separación d con la máxima compresión del muelle x .



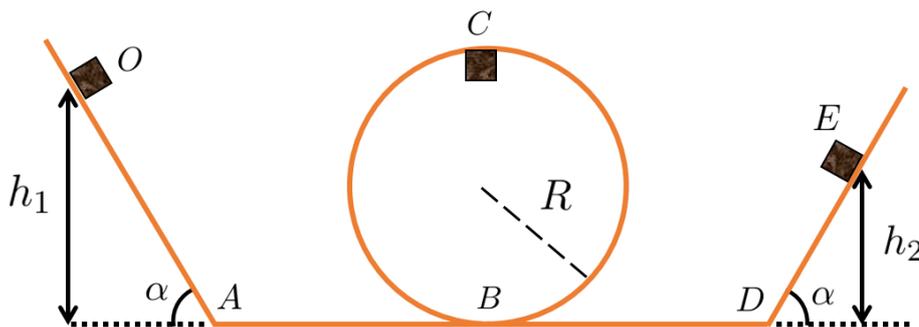
17. Un bloque de masa 1 kg se suelta en el punto A y desliza hasta B , siguiendo un arco de circunferencia de radio $R = 1.5\text{ m}$, donde llega con una velocidad de 3.5 m/s . Desde B continúa deslizándose a lo largo de 2.4 m hasta detenerse en C . Calcule: a) el trabajo de la fuerza de rozamiento en el tramo AB ; b) el coeficiente de rozamiento en el tramo BC .



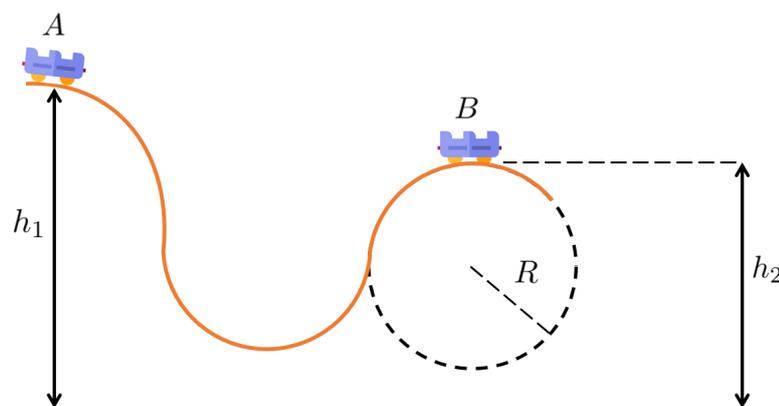
18. Dada la masa m de la esfera y el radio R del círculo, determine la altura mínima h , de la cual debe partir la esfera, para completar con éxito la curva en lazo mostrada en la figura. Suponga que la bola desliza sin girar y sin rozamiento y que su velocidad inicial es nula. Calcule la magnitud de la fuerza normal en los puntos A y B .



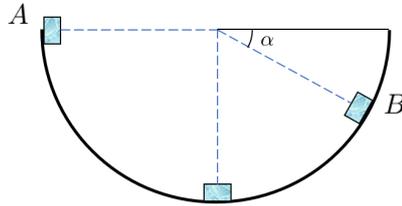
19. El esquema de la figura representa dos planos inclinados ($\alpha = 60^\circ$) sin rozamiento, dos planos horizontales de longitud $AB = BD = 1$ m con coeficiente de rozamiento $\mu = 0.1$ y una circunferencia vertical sin rozamiento de radio $R = 1$ m. Una partícula de masa $m = 300$ g se abandona sin velocidad inicial y recorre el camino $OABCDE$ hasta detenerse. Si la altura de O es $h_1 = 3$ m calcule: a) La velocidad de la partícula en A , B , C y D . b) La magnitud de la fuerza normal en los puntos B y C . c) La altura final h_2 .



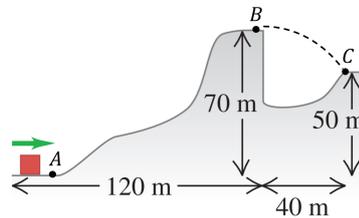
20. El vagón de una montaña rusa de masa m parte del reposo desde un punto A situado a una altura h_1 . La curva está diseñada de tal manera que el vagón alcance el punto B , situado a una altura h_2 sobre una trayectoria circular de radio R , con la máxima velocidad posible sin salirse de la pista (ver figura). Calcule el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento durante el trayecto $A \rightarrow B$.



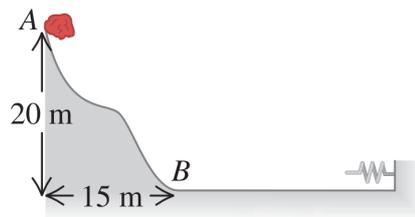
21. Una pastilla de jabón de masa $m = 200$ g se desliza sobre la superficie de un cuenco de forma semiesférica y de radio $R = 0.5$ m. La pastilla parte del reposo desde un punto A situado en un extremo del cuenco. Tras pasar por el punto más bajo, llega con velocidad nula hasta el punto B , el cual que forma un ángulo $\alpha = 30^\circ$ con la horizontal. Determine el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento durante el movimiento de la pastilla de jabón entre A y B .



22. Un bloque de masa $m = 2.8$ kg desliza sobre una colina helada sin rozamiento. La superficie de la cima de la colina (punto B) es horizontal. ¿Cuál debe ser la velocidad del bloque en el punto A para que sea capaz de saltar el precipicio y alcanzar el punto C ?



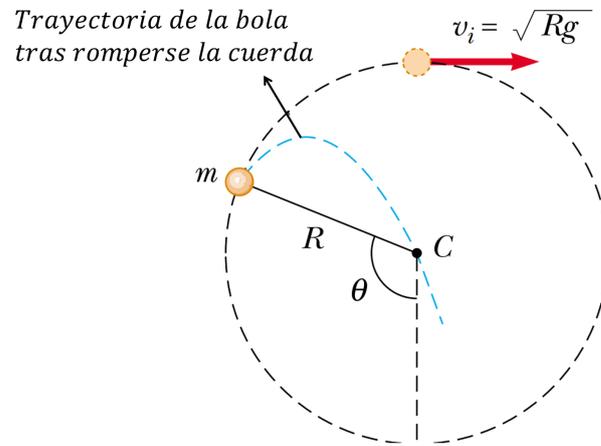
23. Una piedra de masa $m = 15$ kg desliza sobre una colina helada, partiendo del punto A con una velocidad de 10 m/s. No existe rozamiento entre los puntos A y B , pero sí en la superficie horizontal situada a los pies de la colina ($\mu = 0.2$). Tras alcanzar el punto B , la piedra desliza a lo largo de 100 m y entonces choca con un largo muelle de constante recuperadora $k = 2$ N/m. Determine cuál será la máxima compresión del muelle.



24. Un bloque de masa 2 kg parte del reposo a una altura h m y desliza sobre una superficie sin rozamiento hasta alcanzar un plano inclinado. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano inclinado es $\mu = 0.5$. El cuerpo se detiene una vez que ha alcanzado una altura y_m . Determine cuál debe ser el ángulo de inclinación θ para que $y_m = h/2$.



25. **(Problema desafío)** Una bola atada a una cuerda describe una circunferencia vertical de radio R . La velocidad en la parte más alta es $v_i = \sqrt{Rg}$ y no existe fricción de ningún tipo. En un instante dado la cuerda se rompe y la bola sale disparada describiendo un tiro parabólico. Si se observa que la trayectoria de la bola en libertad pasa por el centro de la circunferencia, ¿cuál era el ángulo θ cuando se rompió la cuerda?



SOLUCIONES

1. 280.88 J
2. a) 150 J b) -125 J c) 25 J
3. -768 J
4. 2 m
5. a) $W_T = 649.96$ J b) $W_R = -568.74$ J c) $\Delta K = 81.22$ J
6. $\mu = 0.2$
7. a) 5.41 m b) 8.50 m/s c) $W_p = 0$. $W_R = -107.69$ J
8. $\mu = 0.4$
9. $v = \sqrt{2gH}$, $W_R = -3mgH/4$, $\mu = 3 \tan \alpha/4$
10. a) $W_R = -301.42$ J, $W_p = 1000$ J b) $\Delta U = -1000$ J, $\Delta K = 698.55$ J, $\Delta E_m = -301.42$ J
c) $v = 5.29$ m/s
11. $\mu = 0.014$
12. a) $F_\alpha > F_\beta$, $W_\beta = W_\alpha$ b) $W_\beta > W_\alpha$
13. 1.68 m/s
14. a) 3.61 m/s b) 0.52 m
15. a) 0.15 m b) 0.092 m
16. $d = kx^2/(2mg \sin \theta) - x$
17. a) $W_R = -8.88$ J b) $\mu = 0.26$
18. $h = 5R/2$, $N_a = 0$, $N_b = 6mg$
19. a) $v_a = 2\sqrt{15} \approx 7.75$ m/s, $v_b = \sqrt{58} \approx 7.62$ m/s, $v_c = 3\sqrt{2} \approx 4.24$ m/s, $v_d = 2\sqrt{14} \approx 7.48$ m/s
b) $N_c = 2.4$ N, $N_b = 20.4$ N. c) $h_2 = 2.8$ m
20. $W_R = mg(h_2 + R/2 - h_1)$
21. $W_R = -0.5$ J
22. $v_a = 42.43$ m/s
23. $x = 16.22$ m
24. 26.57°
25. 100.57°

5. OSCILACIONES Y ONDAS

Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$, $c = 343 \text{ m/s}$

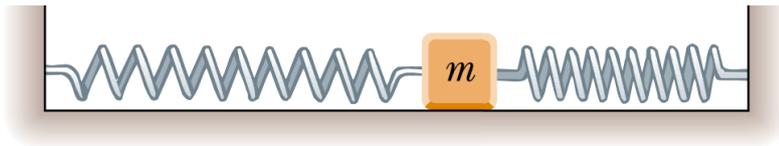
MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

1. Un cuerpo oscila con movimiento armónico simple sobre el eje x . La evolución temporal de su posición viene dada por

$$x(t) = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right),$$

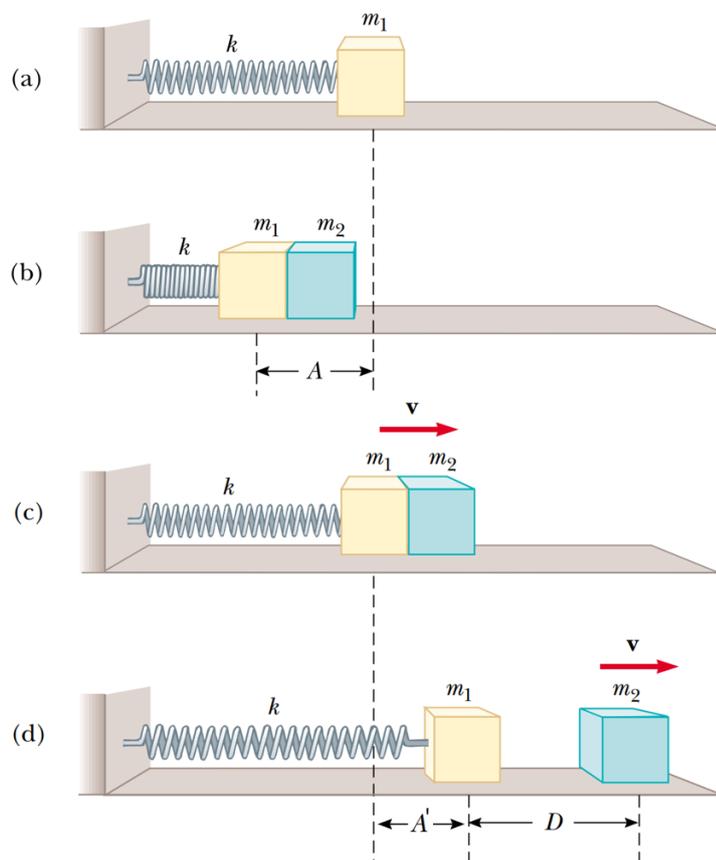
donde todas las magnitudes se miden en SI. Calcule su velocidad máxima y su aceleración máxima.

2. Un dispositivo militar está diseñado para ser capaz de soportar aceleraciones de $10g \text{ m/s}^2$. Para asegurar su correcto funcionamiento, una compañía utilizará una mesa vibrante de frecuencia ajustable que oscila siguiendo un MAS de amplitud $A = 1.5 \text{ cm}$. Si se ancla el dispositivo encima en la mesa, ¿cuál debe ser la frecuencia de oscilación para comprobar el funcionamiento del dispositivo bajo la aceleración de $10g \text{ m/s}^2$?
3. Un cuerpo unido a un muelle realiza un MAS horizontal de amplitud 6 cm . Cuando la masa está a 4 cm de la posición de equilibrio, ¿qué fracción de su energía total es energía cinética?
4. Un cuerpo de masa $m_1 = 0.5 \text{ kg}$, que está unido a un muelle de constante elástica $k = 600 \text{ N/m}$, está en reposo sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Otro cuerpo de masa $m_2 = 0.5 \text{ kg}$ choca elásticamente (sin perder energía) con m_1 , quedándose pegado a éste. Tras la colisión, el sistema masa-muelle vibra con MAS de amplitud 0.25 m . ¿Cuál es la velocidad de incidencia de m_2 ?
5. Un bloque de masa $m = 250 \text{ g}$ describe un MAS mientras se encuentra unido a dos muelles de constantes recuperadoras $k_1 = 30 \text{ N/m}$ y $k_2 = 20 \text{ N/m}$ y cuya longitud en el equilibrio es idéntica. Calcule el período de oscilación.



6. Dos masas iguales están unidas a muelles idénticos, horizontales y sin rozamiento. Se tira de ambos, separando uno 10 cm de su posición de equilibrio, y el otro 20 cm . Si se sueltan simultáneamente, ¿cuál llega antes a la posición de equilibrio?
7. Una masa m oscila horizontalmente en el extremo de un muelle con una frecuencia de 1 Hz . Cuando se añade otra masa de 0.3 kg , la frecuencia de oscilación es de 0.5 Hz . Determine el valor de la masa m y la constante recuperadora k del muelle.
8. Un cuerpo de masa m unido a un muelle de constante k describe un MAS horizontal de amplitud $A = 4 \text{ m}$. ¿En qué posiciones la energía potencial del muelle es igual a la energía cinética del cuerpo?
9. Un cuerpo de masa m cuelga verticalmente de un muelle de constante recuperadora $k = 1800 \text{ N/m}$. Partiendo de un estado de equilibrio, la masa se desplaza hacia abajo 2.5 cm , observándose que oscila con una frecuencia de 5.5 Hz . a) Calcule m . b) Obtenga la elongación del muelle en el equilibrio.

10. Cuando un bloque de masa m se cuelga de un muelle vertical, éste se alarga 0.42 m hasta conseguir la posición de equilibrio. Seguidamente el muelle se estira una distancia 0.10 m por debajo del punto de equilibrio y se deja oscilar libremente. a) Calcule el periodo de la oscilación. b) Determine la ecuación del movimiento $x(t)$ del bloque.
11. Un bloque de masa 120 g cuelga verticalmente de un muelle. Cuando se sitúa una pequeña piedra de masa 30 g sobre el bloque, se observa que el muelle se estira 5 cm adicionales hasta alcanzar el nuevo equilibrio. Estando la piedra todavía sobre el bloque, se estira el muelle 12 cm. Obtenga la frecuencia de la oscilación que se produce.
12. Christian Huygens (1629-1695), uno de los mejores relojeros de la historia, sugirió que una unidad internacional de longitud podría definirse como la longitud de un péndulo simple cuyo período es exactamente 1 s. ¿Cuál sería el equivalente en metros de esta unidad de medida? Considere para el cálculo que $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
13. Un reloj de péndulo, que puede aproximarse a un péndulo simple de longitud 1.00 m, da el tiempo de forma precisa en un lugar donde $g = 9.87 \text{ m/s}^2$. En un lugar donde $g = 9.78 \text{ m/s}^2$, ¿cuál deberá ser la nueva longitud del péndulo para que el reloj siga dando el tiempo de forma precisa?
14. **(Problema desafío)** Un cuerpo de masa $m_1 = 9 \text{ kg}$ está en reposo y conectado a un muelle de constante recuperadora $k = 100 \text{ N/m}$ (ver fig. a). Un segundo cuerpo de masa $m_2 = 7 \text{ kg}$ se empuja lentamente contra m_1 , comprimiendo el muelle una cantidad $A = 0.2 \text{ m}$ (ver fig. b). Cuando se deja el sistema en libertad, ambos cuerpos se mueven hacia la derecha sobre una superficie sin rozamiento. Cuando m_1 alcanza la posición de equilibrio, m_2 pierde contacto con m_1 y se mueve con velocidad constante v (ver fig. c). a) Determine el valor de v . b) ¿Cuál será la distancia D entre m_1 y m_2 cuando el muelle alcanza por primera vez su amplitud máxima A' ? (ver fig. d).



ONDAS ARMÓNICAS

15. Una cuerda vibra con movimiento armónico de frecuencia 5.00 Hz. La amplitud del movimiento es de 12.0 cm y la velocidad de la onda es de 20.0 m/s. a) Determine la frecuencia angular y el número de onda. b) Escriba la expresión de la función de onda en caso de que se mueva hacia la derecha.
16. La función de onda de una onda armónica que se mueve sobre una cuerda es
- $$y(x, t) = 0.03 \sin(2.2x - 3.5t).$$
- a) ¿En qué dirección se mueve la onda y cuál es su velocidad?
b) Determine la longitud de onda, la frecuencia y el período.
c) Determine el desplazamiento, velocidad y aceleración máximos de cualquier segmento de la cuerda.
17. Una onda armónica se propaga de izquierda a derecha con una velocidad de 200 m/s, su amplitud es de 4 m y su longitud de onda de 20 m. ¿Cuál es su función de onda?
18. Una persona situada al borde de un lago observa que, tras el paso de una embarcación, llegan olas a la orilla cada 2 s y que la distancia entre crestas es de 2.5 m. ¿Con qué velocidad se mueven las olas en el lago?

VELOCIDAD DE UNA ONDA

19. Una onda de amplitud 1.2 cm y longitud de onda 35 cm se mueve a lo largo de una cuerda de 15 m de longitud. Si la masa de la cuerda es 80 g y está sometida a una tensión de 12 N. Determine la velocidad y frecuencia angular de la onda.
20. A 2.5 cm del extremo de una cuerda de tender se encuentra un gusano, moviéndose hacia el extremo a una velocidad de 2.5 cm/s. En ese instante Maruja, que se encuentra en el otro extremo de la cuerda, golpea ésta de tal modo que se propaga una onda de amplitud $A = 3$ cm. La longitud de la cuerda es 25 m, su masa 250 g y su tensión 10 N. ¿Logrará el gusano escapar antes de ser golpeado por la onda?
21. En muchos problemas de física se asumen muelles sin masa. ¿Por qué no es una buena aproximación desde el punto de vista de las ondas?
22. Si la velocidad del sonido en el aire a 0°C es de 331 m/s, calcule la velocidad a una temperatura de 20°C. Ayuda: la unidad SI para la temperatura es el kelvin (K). Para pasar de grados Celsius a kelvin basta con sumar 273.15.

ONDAS SONORAS

23. El ser humano puede percibir sonidos de frecuencias comprendidas entre 20 Hz y 20 kHz. Si la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s, ¿cuáles son las longitudes de onda extremas que puede percibir el oído humano?
24. Si una mosca produce un nivel de intensidad de 1 dB a una distancia de 1 m, ¿Cuál es el producido por 10 moscas a 1 m de todas ellas?
25. La intensidad sonora de una orquesta es la misma que la de 250 violines. Si el nivel de intensidad de la orquesta es de 80 dB, ¿cuál es el de un violín?

26. Disponemos de N altavoces iguales que emiten ondas sonoras uniformemente en todas las direcciones. Todos ellos vibran en fase, de tal manera que en un punto P , situado a 4 m de distancia, el nivel de intensidad sonora total es 70 dB. Si el nivel de intensidad sonora de cada altavoz en el punto P es de 60 dB, calcule el valor de N .
27. El NIS de un altavoz a 0.5 m es de 111 dB. ¿Cuál es el NIS a 3 m?
28. Un foco emite un sonido uniformemente en todas las direcciones. A una distancia de 10 m la intensidad es de 10^{-4} W/m². a) ¿A qué distancia la intensidad es de 10^{-6} W/m²? b) ¿Cuál es la potencia del foco?
29. Una onda sonora posee un NIS doble a 1 m de la fuente que a 2 m. Calcular su NIS a 1 m y a 4 m de la fuente.
30. Un artículo científico sobre polución sonora señala que el nivel de intensidad en grandes ciudades ha estado aumentando 1 dB por año.
- a) ¿A qué aumento porcentual de intensidad corresponde?
- b) Si se mantiene este aumento anual, ¿en cuántos años se duplicará la intensidad sonora?
31. Si dos sonidos simultáneos tienen un nivel de intensidad igual a 100 y 50 dB, respectivamente, calcule la relación entre sus intensidades.
32. Cuando un violinista mueve su arco sobre la cuerda “la”, que vibra con una frecuencia de 440 Hz, ejerce una fuerza de 0.6 N desplazando el arco a una velocidad de 0.5 m/s. Un oyente a 35 m del músico oye un NIS de 60 dB. ¿Cuál es el rendimiento de transformación de potencia mecánica en potencia sonora?
33. Determine la velocidad de un coche cuya bocina, al pasar al lado de un receptor parado, disminuye la frecuencia un 10 por ciento.
34. Una ambulancia viaja por una autopista a 120.6 km/h mientras su sirena emite un sonido con una frecuencia de 400 Hz. Un coche se mueve en sentido opuesto a 88.56 km/h. Determine la frecuencia que percibe el conductor del coche cuando
- a) El coche se aproxima a la ambulancia.
- b) El coche se aleja de la ambulancia.
35. Durante los Juegos Olímpicos de Invierno, la atleta rusa Irina Mozartova, que además es experta en música, detecta que al pasar corriendo por delante de una campana ésta reduce su frecuencia en una tercera menor (esto quiere decir que la frecuencia disminuye hasta $5/6$ de su valor original). Ayude a Irina a determinar su propia velocidad. Considere que la velocidad del sonido a la temperatura ambiental (-10°C) es 325 m/s.
36. Un coche se acerca a un muro a una velocidad de 100 km/h cuando toca brevemente el claxon. Después de 1 s el conductor escucha el eco y claramente detecta que la frecuencia del sonido es de 840 Hz. ¿Cuál es la frecuencia emitida por el claxon? Suponga que el muro refleja perfectamente el sonido.

SOLUCIONES

1. $v_m = \pm 12.57 \text{ m/s}$, $a_m = \pm 39.48 \text{ m/s}^2$
2. $f = 13 \text{ Hz}$
3. $5/9$
4. 8.66 m/s
5. 0.44 s
6. Llegan a la vez
7. $m = 0.1 \text{ kg}$, $k = 3.95 \text{ N/m}$
8. $\pm 2.83m$
9. a) 1.51 kg b) 8.38 mm
10. a) $T = 1.29 \text{ s}$ b) $y(t) = -0.1 \cos(4.87t) \text{ m}$
11. $f = 1.01 \text{ Hz}$
12. 0.2485 m
13. 0.991 m
14. $v = 0.5 \text{ m/s}$, $D = 8.56 \text{ cm}$
15. a) $\omega = 10\pi \text{ rad/s}$, $k = \pi/2 \text{ rad/m}$ b) $y(x, t) = 0.12 \sin(\pi x/2 - 10\pi t)$
16. a) La onda se propaga hacia la derecha con $c = 1.59 \text{ m/s}$ b) $\lambda = 2.86 \text{ m}$, $T = 1.80 \text{ s}$, $f = 0.56 \text{ Hz}$ c) $x_m = 0.03 \text{ m}$, $v_m = 0.105 \text{ m/s}$, $a_m = 0.37 \text{ m/s}^2$
17. $y(x, t) = 4 \sin(0.1\pi x - 20\pi t)$
18. 1.25 m/s
19. $c = 47.43 \text{ m/s}$, $\omega = 851.46 \text{ rad/s}$
20. Ver solución desarrollada.
21. Ver solución desarrollada.
22. $c = 342.9 \text{ m/s}$
23. 0.017 m y 17 m
24. 11 dB
25. 56 dB
26. 10
27. 95.44 dB
28. a) 100 m b) 0.126 W
29. 12.04 dB , 0 dB
30. a) 25.89% b) 3.01 años

31. $I_1 = 10^5 I_2$

32. 5.13 %

33. 18.05 m/s

34. a) 475.09 Hz b) 338.27 Hz

35. 29.55 m/s

36. 714.13 Hz

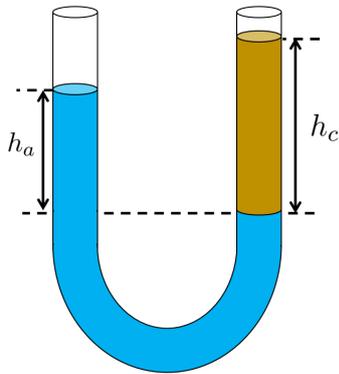
6. ESTÁTICA DE FLUIDOS

Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $P_{\text{at}} = 101325 \text{ Pa}$

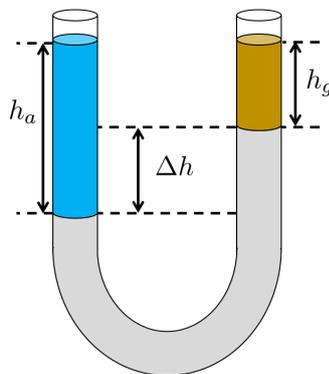
PRINCIPIOS FUNDAMENTALES E INSTRUMENTOS DE MEDIDA

1. Una cámara en la que se ha hecho el vacío tiene una puerta cuadrada de 0.5 m de lado. ¿qué fuerza hay que hacer para abrir esa puerta?
2. Estimar el exceso de presión que recibe el tímpano de un pescador de nécoras cuando bucea a 5 metros de profundidad en el mar. Una vez le ha cogido el frío, el pescador decide ir a pescar cangrejos a la misma profundidad en un río próximo. ¿Dónde sufrirá más el tímpano? Datos: $\rho_{\text{mar}} = 1027 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{río}} = 1000 \text{ kg/m}^3$.
3. La presa de Hoover, en el curso del río Colorado, tiene un espesor de 200 m en el fondo, pero en su parte alta tan sólo tiene 14 m. ¿Por qué?
4. Estime la fuerza que ejerce la presión atmosférica sobre la uña de su dedo índice.
5. Una mujer de 50 kg se encuentra visitando el zoo de la Casa de Campo cuando sin razón aparente decide apoyar todo su peso sobre el tacón de uno de sus zapatos. Un elefante de 5 toneladas observa a la mujer y decide imitarla, apoyando todo su peso sobre una de sus patas. Si la base del tacón se puede aproximar por una circunferencia de radio 0.5 cm y la base de la pata del elefante por una circunferencia de radio 25 cm, ¿quién ejercerá una mayor presión sobre el suelo?
6. Sabiendo que el radio terrestre es aproximadamente $6.37 \times 10^6 \text{ m}$, haga una estimación de la masa total de la atmósfera terrestre.
7. Un submarino nuclear se mueve a una profundidad de 1000 m en el océano ($\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$). ¿Cuál es la presión sobre el submarino? ¿Qué fuerza debe ejercer un militar para abrir una compuerta circular de 0.7 m de radio?
8. Un tanque cilíndrico que tiene 1 m de radio está lleno de agua hasta una altura de 4 m. El tanque está cubierto por una tapa deslizante de aluminio de 15 cm de espesor que lo cubre totalmente y que está siempre en contacto con el agua. Mediante un pistón, se ejerce sobre la tapa una fuerza adicional $F = 20000 \text{ N}$. ¿Cuánto vale la presión en el fondo del recipiente? Dato: densidad aluminio 2700 kg/m^3 .
9. En el elevador de coches de un taller mecánico se utiliza aire comprimido para generar una fuerza sobre un pequeño pistón de sección circular y radio $r = 5 \text{ cm}$. Si la presión se transmite a través de un líquido hasta otro pistón de radio $R = 15 \text{ cm}$, ¿qué fuerza debe ejercer el aire comprimido para levantar un Renault Laguna de masa 1330 kg?
10. Un elevador hidráulico está formado por dos recipientes cilíndricos de igual altura, uno de ellos con un radio 10 veces mayor que el otro. Los recipientes están conectados entre sí mediante un tubo horizontal en su parte inferior y se llenan de agua hasta una determinada altura. Sobre el recipiente de menor radio se coloca un pistón y se ejerce una fuerza vertical F sobre él. Determine el valor de F para poder levantar un coche de 2300 kg situado sobre una plataforma en el recipiente mayor.
11. ¿Por qué crees que Torricelli utilizó mercurio para medir la presión atmosférica y no otro líquido más barato y menos tóxico como puede ser el agua?

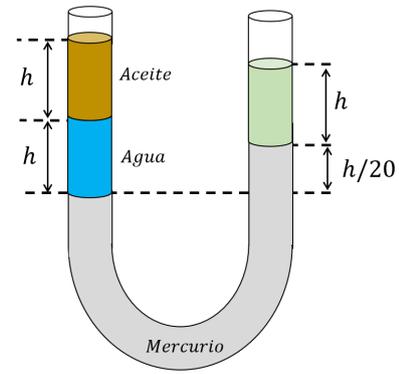
12. Maruja ha decidido comprar pajitas de distintas longitudes para comprobar si es capaz de sorber agua de un vaso. Suponiendo que las pajitas se disponen de forma vertical, ¿cuál es la diferencia de altura máxima entre el extremo superior de la pajita y la superficie del agua que permitiría sorber a Maruja?
13. Un tubo en forma de U contiene aceite en una rama y agua en la otra. A partir de la superficie de separación de los dos líquidos, el aceite alcanza una altura de 20 cm y el agua de 16 cm. ¿Cuál es la densidad relativa del aceite respecto del agua?



(a) Problema 13

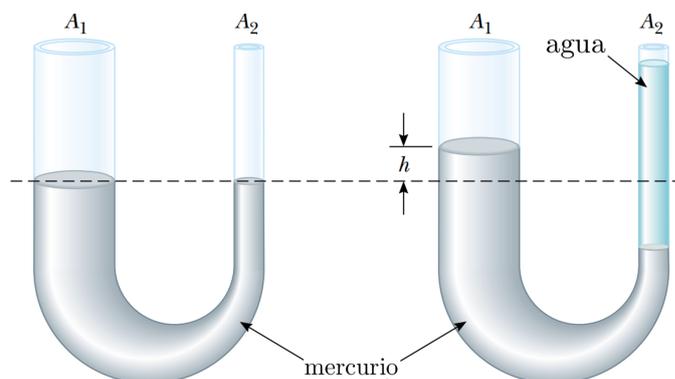


(b) Problema 14

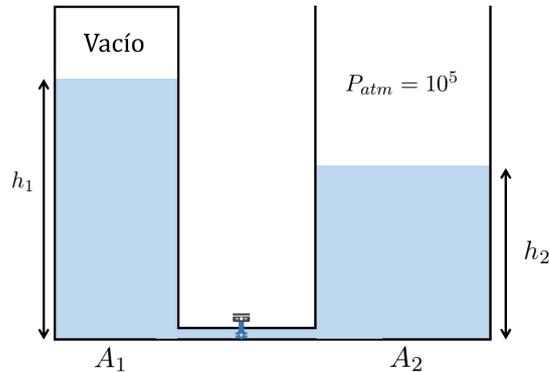


(c) Problema 15

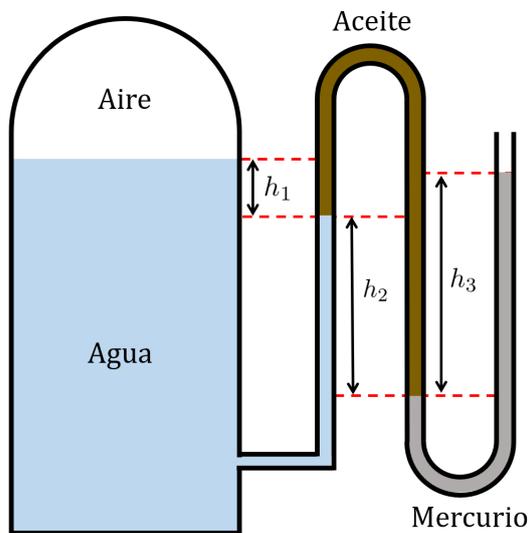
14. En un tubo en forma de U , abierto por ambos extremos y que contiene una cierta cantidad de mercurio, se vierte agua en una de sus ramas y en la otra se echa gasolina, consiguiéndose que los niveles superiores de agua y gasolina se igualen. En estas circunstancias, la altura de la columna de agua es $h_a = 0.43$ m. Calcular la diferencia Δh de los niveles de mercurio. Tome las densidades del agua, de la gasolina y del mercurio como $\rho_a = 1000$ kg/m³, $\rho_g = 700$ kg/m³ y $\rho_h = 13600$ kg/m³.
15. En la rama izquierda de un tubo en U que contiene mercurio se vierten dos columnas de agua y aceite, ambas de espesor h . En la rama derecha se vierte una columna de espesor h de un líquido desconocido. Si el nivel de mercurio en la rama derecha se encuentra a una altura $h/20$ sobre el nivel de mercurio en la rama izquierda, determine la densidad del líquido desconocido. Datos: $\rho_{aceite} = 800$ kg/m³, $\rho_{hg} = 13600$ kg/m³
16. Se introduce mercurio en un tubo en U , tal y como se muestra en la figura. La rama de la derecha tiene una sección transversal circular de 5.00 cm² y la de la izquierda de 10.00 cm². A continuación, se introducen 100 g de agua en la columna de la derecha. Obtenga el incremento de altura h que experimenta el mercurio en la columna de la izquierda. Dato: $\rho_h = 13600$ kg/m³.



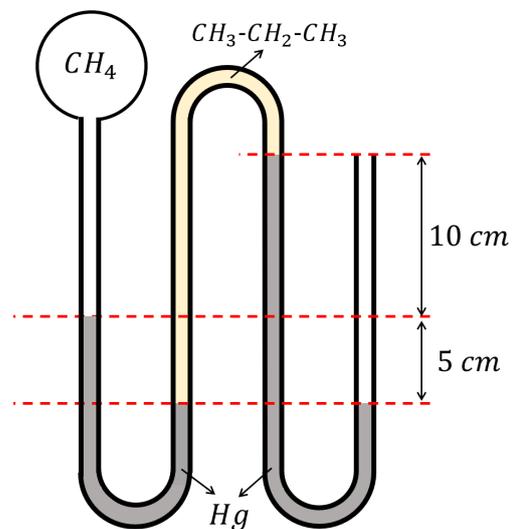
17. Los depósitos de la figura contienen agua y están conectados a través de un conducto de volumen despreciable y cuya apertura se regula con una llave de paso. La presión atmosférica es $P_{at} = 10^5$ Pa y la sección transversal de los depósitos es $A_1 = 10 \text{ m}^2$ y $A_2 = 20 \text{ m}^2$. Cuando la llave de paso está cerrada la altura del agua en los depósitos es $h_1 = 15 \text{ m}$ y $h_2 = 10 \text{ m}$. Si abrimos la llave de paso, a) ¿qué altura tendrá el agua en cada depósito cuando se alcance el equilibrio?; b) ¿qué cantidad de agua pasará de un depósito al otro hasta que se alcance el equilibrio?



18. El agua de un tanque se presuriza con aire y se mide la presión con un manómetro de fluidos múltiples (ver figura). El tanque está en una montaña de altitud 1400 m donde la presión atmosférica es de 85.6 kPa. Determine la presión del aire en el tanque si $h_1 = 0.10 \text{ m}$, $h_2 = 0.2 \text{ m}$ y $h_3 = 0.35 \text{ m}$. Tome las densidades del agua, del aceite y del mercurio como 1000, 850 y 13600 kg/m^3 respectivamente.



(a) Problema 18



(b) Problema 19

19. El tubo de la figura contiene gas metano en un extremo y está abierto a la atmósfera en el otro. Los dos volúmenes de mercurio están separados por un volumen de gas propano. Obtenga la presión del gas metano. Dato: $\rho_{hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$
20. **(Problema desafío)** Calcule la fuerza hidrostática sobre una presa rectangular de anchura L cuando el agua alcanza una altura H . Pista: ya que la presión varía con la profundidad, no podemos calcular la fuerza simplemente multiplicando el área por la presión.

21. **(Problema desafío)** Demuestre que la variación de la presión atmosférica con la altitud viene dada por

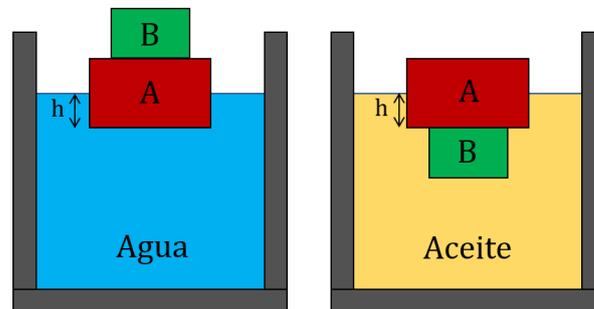
$$P = P_0 e^{-\alpha y},$$

donde y es la altura y $\alpha = \rho_0 g / P_0$ es una constante en la que intervienen la presión P_0 y la densidad del aire ρ_0 al nivel del mar. Ya que el aire es un fluido compresible, asuma que su densidad es directamente proporcional a la presión.

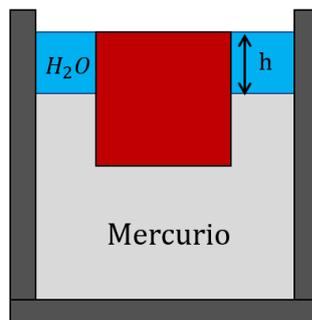
FLOTACIÓN Y PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

22. ¿Un barco tendrá mayor volumen sumergido en un lago o en el mar? Dato: $\rho_{mar} = 1027 \text{ kg/m}^3$.
23. El plomo tiene mayor densidad que el hierro. Si sumergimos dos cuerpos de igual volumen, uno de plomo y otro de hierro, en agua, ¿cuál de ellos experimentará un mayor empuje?
24. Como agradecimiento por su destacada labor como mediador en la venta de armamento, el presidente de un cierto país ha recibido como regalo una corona de oro de 1 kg. Casualmente el presidente tiene en su despacho un lingote de oro auténtico de 1 kg. ¿Cómo puede averiguar si la corona es de oro?
25. Un objeto compresible tiene una densidad ligeramente inferior a la del agua, de modo que flota casi sumergido por completo. ¿Qué ocurre si se da al objeto un ligero impulso para sumergirlo completamente?
26. Maruja quiere saber si un anillo que compró en un viaje espiritual a Eritrea es de oro o de otro material barato. El peso del anillo es de 0.158 N y sumergiéndolo en agua pesa 0.150 N. ¿Podemos afirmar que el anillo de maruja es de oro? Dato: densidad del oro = 19750 kg/m^3 .
27. La densidad del hielo es de 920 kg/m^3 y la del agua del mar es de 1027 kg/m^3 . ¿Es cierto que la parte que sobresale de un iceberg es un 10% del total?
28. Una pelota de ping-pong tiene una densidad media de 0.084 g/cm^3 y un diámetro de 3.80 cm. ¿Qué fuerza se requiere para mantenerla completamente sumergida en agua dulce?
29. Un pedazo de plomo (densidad relativa = 11.3) pesa 80 N en aire. ¿Cuánto pesa sumergido en agua?
30. Una pelota esférica de aluminio de masa 1.26 kg contiene una cavidad hueca concéntrica a la pelota. Cuando se sumerge en agua, la pelota tiene flotación neutra, es decir, apenas flota. Calcule el radio interno y externo de la pelota. Dato: $\rho_{al} = 2700 \text{ kg/m}^3$
31. Un cable anclado en el fondo de un lago sostiene una esfera hueca de plástico bajo su superficie. El volumen de la esfera es de 0.3 m^3 y la tensión del cable 900 N. a) ¿Qué masa tiene la esfera? b) El cable se rompe y la esfera sube a la superficie. Cuando está en equilibrio, ¿qué fracción del volumen de la esfera estará sumergida? Dato: densidad del agua del mar = 1027 kg/m^3 .
32. Una roca cuelga de una cuerda. Cuando la roca está en el aire, la tensión de la cuerda es $T_1 = 39.2 \text{ N}$. Cuando la roca está completamente sumergida en agua la tensión es $T_2 = 28.4 \text{ N}$. Cuando la roca se sumerge en un líquido desconocido la tensión es $T_3 = 21.5 \text{ N}$. Determine la densidad del líquido desconocido.
33. Se ata un bloque de 5 kg de hierro ($\rho = 7960 \text{ kg/m}^3$) a un dinamómetro y se sumerge en un fluido de densidad desconocida. El dinamómetro marca 6.16 N. ¿Cuál es la densidad del fluido?

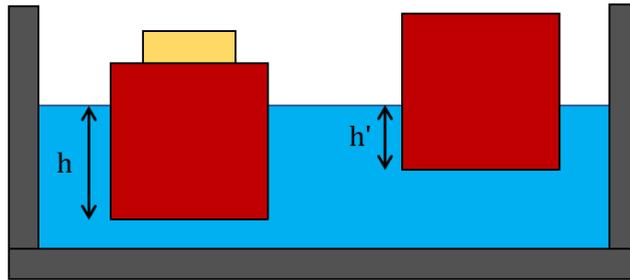
34. En condiciones estándar, la densidad del aire es de 1.29 kg/m^3 y la del helio es de 0.178 kg/m^3 . Si queremos levantar una masa de 200 kg con un globo lleno de helio, ¿qué volumen debe tener? Considérese que la densidad del globo es aproximadamente igual a la densidad del helio.
35. Un barco navega por el océano ($\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$) y cuando entra en un río ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) se hunde levemente. Al descargar una masa de 1000 toneladas el barco vuelve a su posición original. Calcular la masa del barco.
36. Tom Hanks planea utilizar una plataforma de madera de 10 cm de espesor y densidad 240 kg/m^3 para ir a buscar a Wilson. Si Tom pesa 70 kg , calcule el área mínima que debe tener la plataforma para que no se moje los pies. Dato: densidad del agua del mar = 1027 kg/m^3 .
37. Un objeto pesa P en el aire y $3P/4$ cuando se sumerge en agua. Considerando conocida la densidad del agua, hallar el volumen y la densidad del objeto.
38. Dos cuerpos de igual forma y volumen flotan en agua. En estado de equilibrio, el primero tiene sumergido la mitad de su volumen, mientras que el segundo tiene sumergidas las tres cuartas partes ¿Cuánto vale la relación ρ_1/ρ_2 de sus densidades?
39. Sobre un recipiente con agua, de densidad ρ_a , se vierte gasolina, de densidad $0.7\rho_a$. Un cubito de hielo de densidad $0.9\rho_a$ flota en la superficie de separación entre el agua y la gasolina. Determinar el porcentaje del volumen del cubito que se encuentra sumergido en agua.
40. Encima de un cuerpo A reposa un cuerpo B de volumen 1 L y densidad relativa 0.5 . Así colocados flotan en agua con parte del volumen de A sumergido (caso 1). Al colocar B por debajo de A (caso 2) flotan en aceite con el mismo volumen de A sumergido. Sabiendo que la densidad relativa del aceite es 0.8 calcular: a) la masa del cuerpo A y b) el volumen sumergido del cuerpo A .



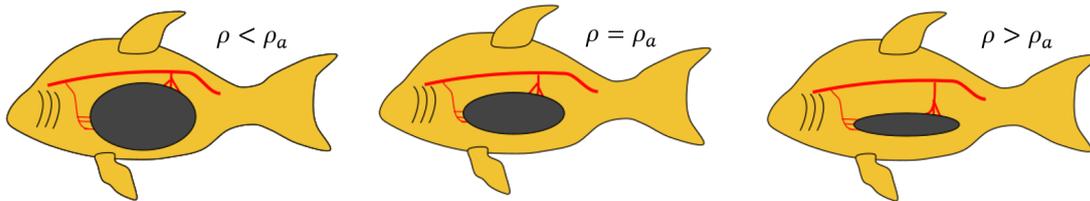
41. Un cubo de hierro de lado $L = 0.1 \text{ m}$ y densidad 7800 kg/m^3 se encuentra flotando en un recipiente con mercurio ($\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$). Si se vierte agua en la superficie del mercurio, ¿qué tan profunda debe ser la capa de agua para que la cara superior del cubo coincida con la superficie del agua? Suponga que el cubo siempre flota con una de sus caras paralela al suelo.



42. Sobre un cubo que flota en agua se sitúa un bloque de masa $m = 200$ g. Cuando se retira el bloque, el cubo asciende 2 cm. Determine la longitud de la arista del cubo.



43. La mayoría de los peces tienen un órgano de flotación, llamado vejiga natatoria, consistente en una bolsa de paredes flexibles que típicamente se encuentra en el interior del cuerpo. Cuando quieren ascender en el agua, los peces llenan de aire su vejiga natatoria, mientras que cuando quieren descender la vacían. Imagine que un pez de agua dulce tiene una densidad media de 1050 kg/m^3 y una masa de 825 g cuando la vejiga está vacía. ¿Cuál debe ser el volumen de la vejiga para que el pez adquiera flotación neutra? Dato: la densidad del aire es de 1.29 kg/m^3 .



44. Un cubo de hielo de lado $L = 2$ m se encuentra flotando en un vaso de agua, de tal manera que una de sus caras es paralela a la superficie del agua. a) ¿Cuál es la distancia entre la superficie del agua y la cara inferior del cubo? b) Se vierte una cierta cantidad de alcohol en el vaso, formando una capa de 0.5 m de espesor. Si el alcohol no se mezcla con el agua, ¿cuál es ahora la distancia entre la superficie del agua y la cara inferior del cubo? c) Se continúa vertiendo alcohol hasta que la superficie superior del cubo se encuentra a la misma altura que la superficie del alcohol. ¿Cuál es el espesor de la capa de alcohol? Tome las densidades del agua, del alcohol y del hielo como 1000, 806 y 917 kg/m^3 respectivamente.
45. Para medir la grasa corporal se compara el peso real con el peso aparente del cuerpo introducido en agua. Si se obtiene que el peso aparente es el 5% del peso real, ¿qué porcentaje de grasa tiene la persona? Datos: densidad grasa = 900 kg/m^3 , densidad resto del tejido magro = 1100 kg/m^3 .

SOLUCIONES

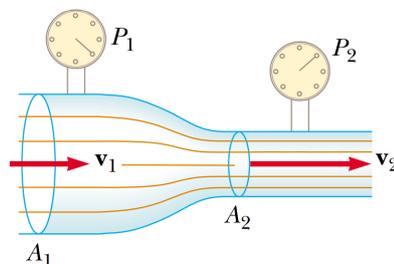
1. 25331 N
2. $P = 51350$ Pa. Sufrirá más en el mar.
3. Porque la presión aumenta con la profundidad.
4. Aproximadamente 10 N
5. La mujer ejerce una presión aproximadamente 25 veces mayor que el elefante.
6. $m_{at} = 5.17 \times 10^{18}$ kg
7. $P = 1.04 \times 10^7$ Pa, $F = 1.58 \times 10^7$ N
8. 151741 Pa
9. 1477.78 N
10. 230 N
11. La altura de la columna de agua habría sido de 10.13 m, lo que supone un problema práctico.
12. $h = 10.13$ m
13. 0.8
14. $\Delta h = 0.01$ m
15. 1120 kg/m^3
16. 4.9 mm
17. a) 18.33 m y 8.33 m b) 33 m^3 del depósito derecho al izquierdo.
18. 130.5 kPa
19. 74125 Pa
20. $F = \frac{1}{2} \rho g L H^2$
21. Ver solución desarrollada.
22. En el lago.
23. El empuje será el mismo.
24. Ver solución desarrollada.
25. Ver solución desarrollada.
26. Ver solución desarrollada.
27. Sí, sobresale un 10.4 %
28. 0.263 N
29. 72.92 N
30. $R_i = 5.74$ cm, $R_e = 6.70$ cm

31. a) 218.1 kg b) 70.8 %
32. 1638.89 kg/m³
33. 6979.33 kg/m³
34. 179.86 m³
35. 3.70×10^7 kg
36. 0.89 m²
37. $V = P/(4\rho g)$, $\rho_o = 4\rho$.
38. 2/3
39. 2/3
40. a) 3.5 kg b) 0.004 m³
41. 0.046 m
42. 0.1 m
43. 39.3 mL
44. a) 1.83 m b) 1.43 m c) 0.86 m
45. 20.25 %

7. DINÁMICA DE FLUIDOS

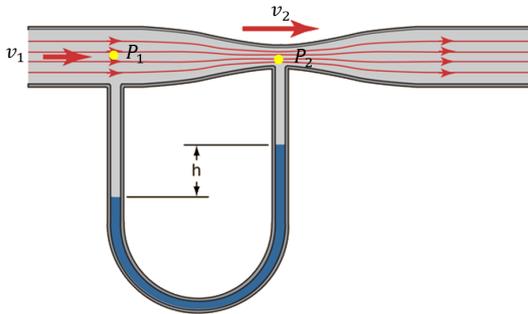
Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $P_{\text{at}} = 101325 \text{ Pa}$

1. En un edificio entra el agua por una tubería de 50 mm de diámetro a una velocidad de 0.4 m/s y una presión absoluta de 400 kPa. Más arriba, en un punto situado a 12 m de la entrada, el diámetro de la cañería es de 20 mm. Determinar la velocidad del agua y la presión absoluta en este punto.
2. Un gran depósito abierto, de sección cilíndrica y radio 2 m, se llena de agua mediante una cañería cilíndrica de radio 5 cm. Si la velocidad de salida del agua a través de la cañería es de 0.8 m/s, calcule la presión manométrica en el fondo del depósito al cabo de 2 horas.
3. Un grifo de sección transversal circular de 0.960 cm de diámetro puede llenar un lavabo de 125 cm^3 en 16.3 segundos. Encuentre el radio que tendrá el chorro cuando éste se encuentra a 13 cm por debajo del grifo.
4. Un depósito cilíndrico, de radio 2 m y abierto al aire, se está llenando de agua a razón de 10 L/s mediante una manguera de 6.5 cm de radio que tiene una boquilla de 3.8 cm de radio. a) Calcular la velocidad del agua en la manguera y en la boquilla. b) En el fondo del depósito hay un tapón circular de 5 cm de radio que se suelta cuando la fuerza total sobre él es de 1500 N. ¿Durante cuántas horas se puede llenar el depósito sin que se suelte el tapón?
5. Una fuente diseñada para lanzar una columna vertical de agua de 12 m de altura al aire tiene una boquilla de 1 cm de diámetro a nivel del suelo. La bomba de agua está a 3 m bajo el suelo y la tubería que la conecta a la boquilla tiene un diámetro de 2 cm. Hallar la presión que debe suministrar la bomba.
6. Durante una transfusión, la sangre va a fluir desde un recipiente elevado que se encuentra a presión atmosférica, hasta una aguja insertada en la vena. El diámetro de la aguja es de 0.4 mm, mucho más pequeño que el del recipiente. La presión sanguínea del paciente es de 110 kPa y la densidad de la sangre es de 1050 kg/m^3 . ¿A qué altura hay que situar el recipiente para que el caudal sea de $4 \text{ cm}^3/\text{min}$?
7. En la figura se muestra un dispositivo, conocido como tubo de Venturi o venturímetro, que se utiliza para medir la velocidad de fluidos incompresibles. Determine la velocidad de salida v_2 en función de la diferencia de presiones $P_1 - P_2$ y el área de las secciones transversales.

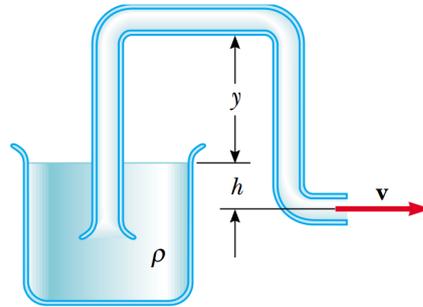


8. Imagine que por el tubo de Venturi del ejercicio anterior circula agua. La sección menor del tubo es $A_1 = 20 \text{ cm}^2$ y la mayor $A_2 = 15 \text{ cm}^2$. Si la presión en 1 es $P_1 = 80 \text{ kPa}$ y en 2 es $P_2 = 60 \text{ kPa}$. ¿Cuál es la velocidad del fluido en los puntos 1 y 2?

9. Un cierto caudal de agua fluye por el venturímetro de la figura, el cual tiene una sección ancha A_1 y una sección estrecha A_2 , siendo el cociente de ambas $r = A_1/A_2 = 4$. La sección ancha y el estrechamiento están conectados a través de un manómetro de tubo en U que contiene mercurio ($\rho_h = 13600 \text{ kg/m}^3$). Si la diferencia de altura observada en el manómetro es $h = 6 \text{ cm}$, determine la velocidad v_1 del agua en el tubo de sección ancha.

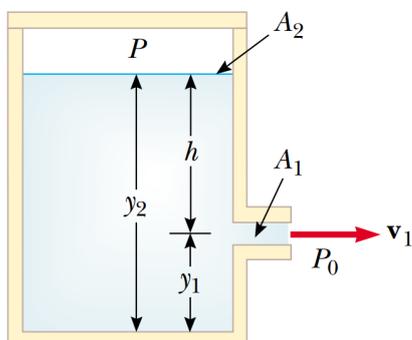


(a) Problema 9

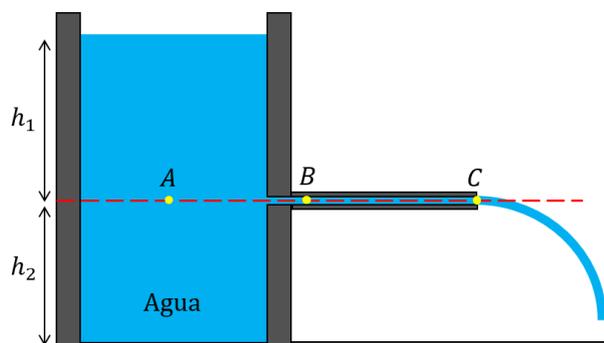


(b) Problema 10

10. Se utiliza un sifón de diámetro uniforme para trasvasar un fluido de un recipiente a otro (ver figura). Si $h = 1 \text{ m}$, a) ¿cuál es la velocidad de salida del fluido?, b) ¿cuál es la máxima altura y a la que se puede encontrar la parte más alta del sifón para que haya drenaje?
11. Un depósito de gran sección transversal contiene agua hasta a una altura $H = 10 \text{ m}$. Si se abre un pequeño orificio en un lado, el chorro de agua saliente incide sobre el suelo a una distancia $d = 8 \text{ m}$ del punto de salida. Obtenga la altura h del orificio.
12. Un depósito ancho, abierto al aire, tiene un pequeño orificio en el fondo. Cuando se añade agua hasta una altura h , la velocidad de salida de ésta a través del orificio es de 2.42 m/s . Cuando encima del agua se añade una capa de petróleo ($\rho = 800 \text{ kg/m}^3$) de espesor h' , la velocidad de salida del agua aumenta hasta 3 m/s . Determine las alturas h y h' .
13. La figura muestra un gran depósito de agua con un pequeño orificio situado a una distancia h por debajo de la superficie del agua. El depósito está cerrado y a una presión P . a) Encuentre una expresión para la velocidad de salida del agua a través del orificio. b) Considere ahora que el depósito está abierto a la atmósfera. ¿Cuál debe ser la altura del orificio y_1 en comparación con la altura del agua en el depósito y_2 para que el alcance del chorro sea máximo?



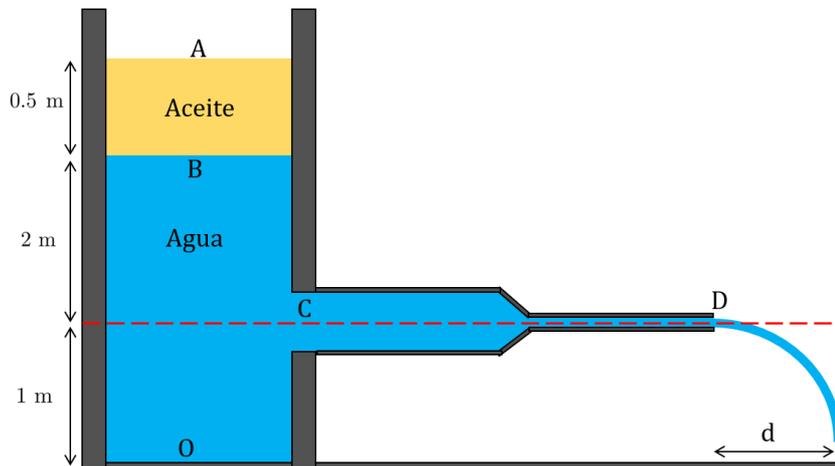
(a) Problema 13



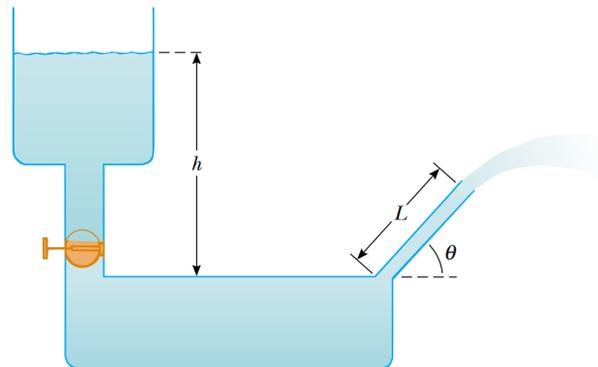
(b) Problema 14

14. Un depósito suministra agua a través de un conducto de diámetro despreciable en comparación con el diámetro del depósito, tal y como se muestra en la figura. Sabiendo que $h_1 = 2 \text{ m}$ y $h_2 = 1.75 \text{ m}$, calcule la velocidad y la presión del agua en los puntos A, B y C.

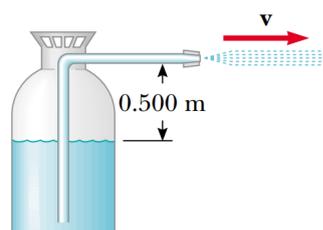
15. En una productora de Jaén se purifica el aceite separándolo del agua en un depósito como el de la figura. El aceite queda en la parte superior formando una capa de 0.5 m. El agua sale del depósito mediante una abertura de radio $R_c = 4$ cm, despreciable frente a la anchura del depósito. La canalización se estrecha hasta un radio de $R_d = 2$ cm antes de dejar salir el agua por la abertura D abierta al exterior. Dato: $\rho_{aceite} = 800 \text{ kg/m}^3$. Calcular: a) La presión manométrica en la interfase B y en el fondo del depósito O . b) Las velocidades y presiones en D y C . c) La distancia horizontal d a la que llega el agua después de salir del depósito.



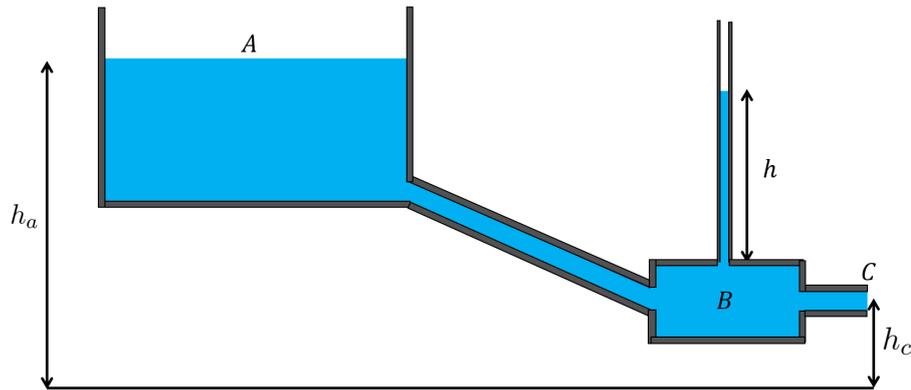
16. La figura muestra un tanque de agua con una válvula en el fondo. Si se abre la válvula, ¿cuál es la máxima altura que alcanza el chorro de agua con respecto al orificio de salida? Asuma que la altura del agua en el tanque permanece constante. Datos: $h = 10$ m, $L = 2$ m y $\theta = 30^\circ$.



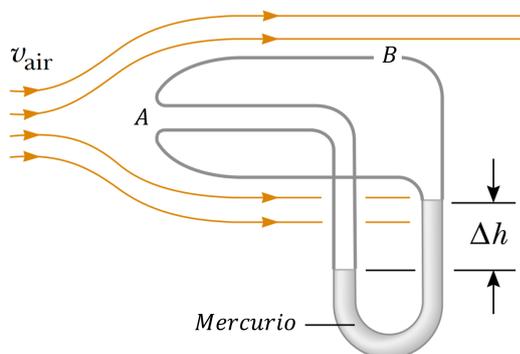
17. Un extintor expulsa agua debido a la alta presión del aire en su interior. ¿Cuál debe ser la presión manométrica para que el agua salga con una velocidad $v = 30$ m/s cuando el nivel de agua en el extintor se encuentra a 0.5 m por debajo de la boquilla?



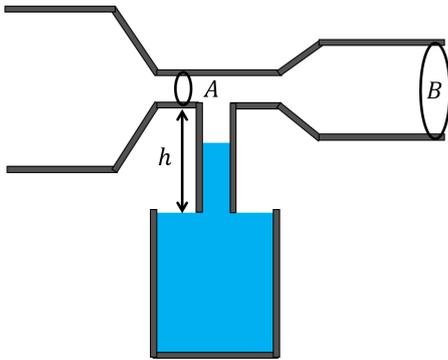
18. De un depósito A , que se encuentra a una altura $h_a = 12$ m, sale agua a través de una tubería inclinada que conecta con otra tubería B , que tiene una sección transversal de 10 cm de radio. A su vez, la tubería B conecta con un conducto de salida C de sección transversal circular de 4 cm de radio y situado a una altura $h_c = 1.2$ m. Calcular
- La velocidad del agua al salir por el orificio del conducto C .
 - La presión del agua en la tubería B .
 - La altura h de la columna de agua en el manómetro vertical, abierto al aire, situado sobre la tubería B .



19. **(Problema desafío)** Un recipiente cilíndrico de radio R contiene agua hasta una altura H . Determine el tiempo que tarda en vaciarse si se practica un agujero circular de radio $r \ll R$ en el fondo. *Pista: a diferencia de los problemas anteriores, aquí de ningún modo se puede considerar que la altura del agua en el recipiente es constante, por lo que la velocidad de salida disminuirá según el depósito se va vaciando. Habrá, pues, que plantear el problema en términos diferenciales.*
20. **(Problema desafío)** Un depósito semiesférico de radio R está lleno de agua cuando se practica un agujero circular de radio $r \ll R$ en el fondo. Determine el tiempo que tarda en vaciarse el depósito. *Pista: la misma que en el ejercicio anterior.*
21. Los aviones disponen de un instrumento, conocido como tubo de Pitot, que permite determinar la velocidad del aire a partir de la diferencia de altura observada en un manómetro en U que contiene mercurio (ver figura). En el punto A el aire se estanca, ya que no tiene salida que permita el flujo. En cambio, en el punto B el aire fluye. Considerando el aire como un fluido incompresible, determine la velocidad del aire si la diferencia de altura observada es $\Delta h = 5$ cm. Tome las densidades del aire y del mercurio como 1.29 kg/m³ y 13600 kg/m³, respectivamente.



22. Un aerógrafo es un dispositivo utilizado para pulverizar pintura u otro líquido (ver figura). Suponga que por el tubo cilíndrico horizontal circula una corriente de aire ($\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$) de izquierda a derecha. Después de pasar por un estrechamiento de radio $r_A = 2 \text{ mm}$, el aire pasa a otro tramo de radio $r_B = 2 \text{ cm}$, que descarga al aire libre. Un tubo vertical conecta el estrechamiento con un depósito de agua abierto a la atmósfera. Si el caudal de aire es de 0.2 L/s , determine la máxima diferencia de altura h entre el estrechamiento y la superficie libre del depósito para que el líquido pueda ser aspirado. Considere que en estas condiciones el aire puede ser tratado como un fluido incompresible.



SOLUCIONES

1. 276.96 kPa
2. 36 kPa
3. $r = 1.23$ mm
4. a) $v_1 = 0.75$ m/s, $v_2 = 2.20$ m/s b) 6.67 h
5. $P = P_{at} + 142.5$ kPa
6. 0.84 m
7. $v_2 = \sqrt{(2(P_1 - P_2)A_1^2)/(\rho(A_1^2 - A_2^2))}$
8. $v_1 = 7.17$ m/s $v_2 = 9.56$ m/s
9. $v_1 = 1.00$ m/s
10. a) $v = 4.47$ m/s b) 9.13 m
11. $h = (H \pm \sqrt{H^2 - d^2})/2$, $h_1 = 2$ m, $h_2 = 8$ m
12. $h = 0.293$ m, $h' = 0.196$ m
13. a) $v = \sqrt{2(P - P_{at})/\rho + 2gh}$ b) $y_2 = 2y_1$
14. $P_A = 121325$ Pa. $P_B = P_C = P_{at}$. $v_A = 0$. $v_B = v_C = 2\sqrt{10}$ m/s
15. a) $P_B = 4$ kPa, $P_O = 34$ kPa b) $v_C = 1.73$ m/s, $P_C = 123.84$ kPa, $v_D = 6.93$ m/s, $P_D = P_{at}$
c) $d = 3.1$ m
16. 2.25 m
17. 455 kPa
18. a) 14.70 m b) 206604 Pa c) 10.53 m.
19. $t = (R/r)^2 \sqrt{2H/g}$
20. $t = \frac{14R^{5/2}}{15r^2\sqrt{2g}}$
21. 102.68 m/s
22. 0.0163 m