



Universidad
Rey Juan Carlos

**Grado en Ciencias
Experimentales**

**Problemas resueltos Termodinámica y Física
Estadística, Temas 1-6 (curso 2022-2023)**

Profesor: Rubén Capeáns

Hoja 1

PROBLEMAS: HOJA 1

1. Supongamos un sistema aislado formado por dos subsistemas. Indicar las condiciones para el equilibrio termodinámico si la pared que separa ambos subsistemas es:
- a) Rígida, diatérmica e impermeable.
 - b) Móvil, diatérmica e impermeable.
 - c) Rígida, adiabática e impermeable.

Sol: a) $T_1 = T_2$, b) $T_1 = T_2$ y $P_1 = P_2$, c) ya está en equilibrio.

2. Justificar cuáles de las siguientes magnitudes son extensivas y cuáles intensivas:
- a) Índice de refracción de un cristal.
 - b) Longitud de un alambre.
 - c) Tensión superficial del mercurio.
 - d) Fuerza electromotriz de una pila.
 - e) Carga de una pila electroquímica.
 - f) Densidad de un sólido.

Sol: a) I, b) E, c), I, d), I, e) E, f) I.

3. Indicar si es extensiva o intensiva la función de estado:

- a) Suma algebraica de dos funciones extensivas.
- b) El cociente de dos extensivas.
- c) El cociente de dos intensivas.
- d) La derivada de una función extensiva respecto de una variable extensiva.
- e) La derivada de una función intensiva respecto de una variable intensiva.

Sol: a) E, b) I, c) I, d) I, e) I.

4. Caracterizar los siguientes procesos:

- a) Un gas dentro de un cilindro dotado de un émbolo sin rozamiento y en equilibrio con el exterior que se enfría lentamente.
- b) El aire de un neumático que se comprime rápidamente con una bomba.

Sol: a) Cuasiestático, isobárico, b) No estático, adiabático.

5. Verdadero o falso:

- a) Dos objetos en equilibrio térmico entre sí deben estar en equilibrio térmico con un tercer objeto.
- b) Las escalas Fahrenheit y Celsius difieren sólo en la elección de la temperatura cero. $T_F = \frac{9}{5} T_C + 32$
- c) El Kelvin tiene el mismo tamaño que el grado Celsius. $T_C = T_K + 273$
- d) Todos los termómetros dan el mismo resultado al medir la temperatura de un sistema particular.

Sol: a) F, b) F, c) V, d) F.

6. En una ocasión que el *premier* inglés padeció una pulmonía, *The Times* comunicaba al país que su fiebre era de 104 grados, ¿es eso posible?

Sol: Sí, es posible, son $40^\circ C$.

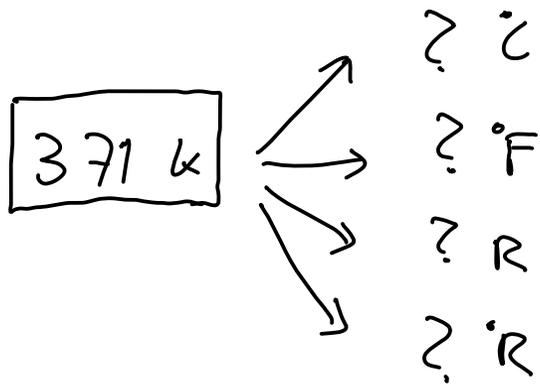
$$T_C = \frac{5}{9} (T_F - 32)$$

7. En la escala de temperaturas Réaumur, el punto de fusión del hielo es $0^\circ R$ y el punto de ebullición del agua $80^\circ R$. Deducir las expresiones para convertir las temperaturas de la escala Réaumur en temperaturas Celsius o Fahrenheit.

Sol: $\frac{C}{5} = \frac{R}{4} = \frac{F - 32}{9}$. Hecho

8. El sodio funde a $371 K$. ¿Cuál es el punto de fusión del sodio en las escalas de temperatura Celsius, Fahrenheit, Rankine y Réaumur? (Nota: observar que $^\circ R$ indica grados Réaumur mientras que simplemente R indica escala Rankine).

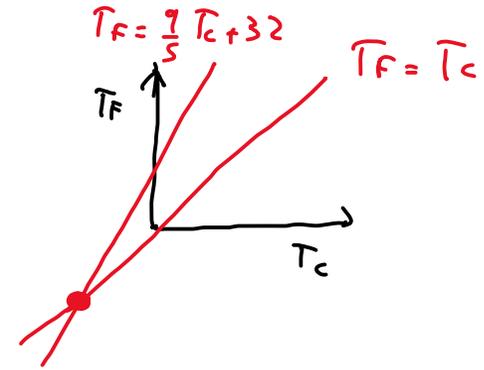
Sol: a) $100^\circ C$, b) $212^\circ F$, c) $671,4 R$, d) $80^\circ R$.



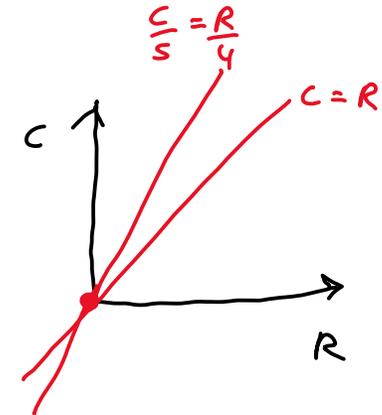
9. ¿A qué temperatura coinciden las indicaciones del termómetro centígrado y el Fahrenheit? ¿Y las del centígrado y el Réaumur?

Sol: a) -40° , b) ~~0~~ 0

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } T_F = \frac{9}{5} T_C + 32 \\
 T_F = T_C
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sistema} \\ 2 \text{ ecs} \\ 2 \text{ incógnitas} \end{array} \rightarrow \underline{T_C = T_F = -40}$$



$$\begin{array}{l}
 \text{b) } \frac{C}{5} = \frac{R}{4} \\
 C = R
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sistema} \\ 2 \text{ ecs} \\ 2 \text{ incógnitas} \end{array} \rightarrow \underline{C = R = 0}$$



10. Calcular en grados Fahrenheit el intervalo de temperatura equivalente a una diferencia de 55° en el termómetro centígrado.

Sol: $99^\circ F$.

$$T_{F_2} - T_{F_1} = \left(\frac{9}{5} T_{C_2} + 32 \right) - \left(\frac{9}{5} T_{C_1} + 32 \right) = \frac{9}{5} (T_{C_2} - T_{C_1})$$

Para $T_{C_2} - T_{C_1} = 55 \Rightarrow$

$$T_{F_2} - T_{F_1} = \frac{9}{5} 55 = \underline{99^\circ F}$$

11. El cero absoluto de temperatura (escala Kelvin) equivale a $-273,16^\circ C$. Calcular:

- a) La temperatura del cero absoluto en grados Fahrenheit.
- b) El intervalo que existe entre el cero absoluto y el punto de fusión del hielo en la escala Fahrenheit.

Sol: a) $-459,69^\circ F$, b) $491,69^\circ F$.

- c) En un lugar en el que la presión atmosférica es 760 mm Hg introducimos un termómetro centígrado en el hielo fundente y luego en vapor de agua hirviendo. El termómetro, mal graduado, marca 2° para el primero y $102,5^\circ$ para el segundo. ¿Qué fórmula deberemos emplear para calcular la temperatura correcta en grados centígrados? Si el termómetro marca 50° , ¿cuál es la verdadera temperatura? ¿A qué temperatura sería correcta la lectura del termómetro?

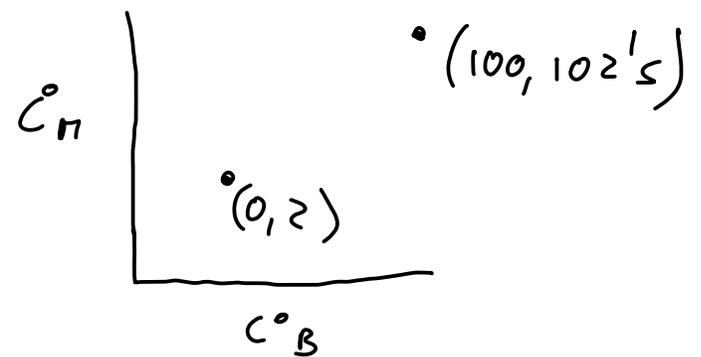
Sol: a) $\frac{C}{100} = \frac{I - 2}{100,5}$, b) $47,76^\circ C$, c) la lectura nunca será correcta.

$$b) \quad T_F = \frac{9}{5} T_C + 32 \quad \left. \begin{array}{l} -273'16 \text{ } ^\circ C = -459'69 \text{ } ^\circ F \\ 0 \text{ } ^\circ C = 32'00 \text{ } ^\circ F \end{array} \right\} \underline{491'69 \text{ } ^\circ F}$$

1 atm

c) En un lugar en el que la presión atmosférica es 760 mm Hg introducimos un termómetro centígrado en el hielo fundente y luego en vapor de agua hirviendo. El termómetro, mal graduado, marca 2° para el primero y $102,5^\circ$ para el segundo. ¿Qué fórmula deberemos emplear para calcular la temperatura correcta en grados centígrados? Si el termómetro marca 50° , ¿cuál es la verdadera temperatura? ¿A qué temperatura sería correcta la lectura del termómetro?

	Fusión H_2O	Ebullición H_2O
$^\circ\text{C}_B$	0	100
$^\circ\text{C}_T$	2	102,5



$$\frac{C_T - 2}{C_B - 0} = \frac{102,5 - 2}{100 - 0} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{C_T = 1,005 C_B + 2}}$$

Si: $C_T = 50^\circ \Rightarrow C_B = \frac{50 - 2}{1,005} = \underline{\underline{47,76^\circ}}$

Temperatura correcta cuando $C_T = C_B$ (Resolvemos sistema)

$$\left. \begin{aligned} C_T &= 1,005 C_B + 2 \\ C_T &= C_B \end{aligned} \right\} C_T = C_B = \underline{\underline{-400}}$$

Temperatura físicamente imposible. El 0 absoluto es -273°C

12. Un termómetro centígrado mal graduado marca 8° en el punto de fusión del hielo y 99° en el de ebullición del agua, en un lugar donde la presión atmosférica es 760 mm Hg . Resolver para este termómetro las cuestiones del problema anterior.

Sol: a) $\frac{C}{100} = \frac{I - 8}{91}$, b) $46,15^\circ C$, c) $88,9^\circ C$.

(Mismo problema)

13. Un termistor es un dispositivo de estado sólido cuya resistencia varía considerablemente con la temperatura. Esta dependencia frente a la temperatura viene dada aproximadamente por $R = R_0 \exp B/T$, en donde R se expresa en ohmios (Ω), T en kelvins y R_0 y B son constantes que pueden determinarse midiendo R para puntos calibrados conocidos, como el punto de congelación del hielo y el punto de ebullición del agua.

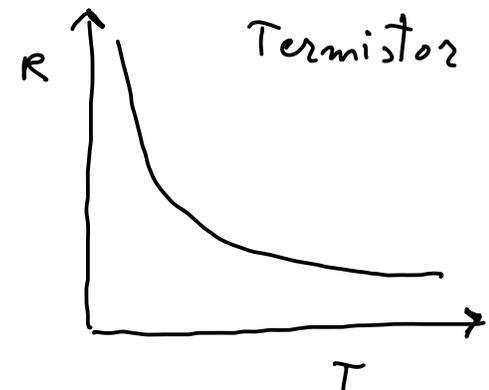
- Si $R = 7360 \Omega$ en el punto de congelación y 153Ω en el punto de ebullición, calcular R_0 y B .
- ¿Cuál es la resistencia del termistor a $98,6^\circ F$?
- ¿Cuál es la variación de la resistencia con la temperatura (dR/dT) en el punto de congelación y en el punto de ebullición?
- ¿Para cuál de estas temperaturas es este termistor más sensible?

a)

$$\begin{array}{l} 7360 \Omega = R_0 e^{B/273K} \\ 153 \Omega = R_0 e^{B/373K} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Punto congelación} \\ \text{Punto de ebullición} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 7360 \Omega = R_0 e^{B/273K} \\ 153 \Omega = R_0 e^{B/373K} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Sistema} \\ 2 \text{ ecs} \\ 2 \text{ incógnitas} \end{array}$$

$$\frac{7360}{153} = e^{\left(\frac{B}{273} - \frac{B}{373}\right)} \Rightarrow B = \frac{\ln 48,1}{\frac{1}{273} - \frac{1}{373}} = \underline{3944 \text{ K}}$$

$$R_0 = \frac{7360}{e^{B/273}} = \underline{3,97 \cdot 10^{-3} \Omega}$$



13. Un termistor es un dispositivo de estado sólido cuya resistencia varía considerablemente con la temperatura. Esta dependencia frente a la temperatura viene dada aproximadamente por $R = R_0 \exp B/T$, en donde R se expresa en ohmios (Ω), T en kelvins y R_0 y B son constantes que pueden determinarse midiendo R para puntos calibrados conocidos, como el punto de congelación del hielo y el punto de ebullición del agua.

- Si $R = 7360 \Omega$ en el punto de congelación y 153Ω en el punto de ebullición, calcular R_0 y B .
- ¿Cuál es la resistencia del termistor a $98,6^\circ F$?
- ¿Cuál es la variación de la resistencia con la temperatura (dR/dT) en el punto de congelación y en el punto de ebullición?
- ¿Para cuál de estas temperaturas es este termistor más sensible?

$$b) \quad 98,6^\circ F = \underline{310 \text{ K}} \Rightarrow R = R_0 e^{B/310} = \underline{131 \cdot 10^3 \Omega}$$

$$c) \quad R = R_0 e^{B/T} \rightarrow \frac{dR}{dT} = \frac{-B \cdot R_0 e^{B/T}}{T^2} = \frac{-B \cdot R}{T^2}$$

d) Ver derivadas o ver gráfica.
Es más sensible a bajas temperaturas

$$\left(\frac{dR}{dT} \right)_{K=273} = \underline{-389 \Omega/K}$$

$$\left(\frac{dR}{dT} \right)_{K=373} = \underline{-433 \Omega/K}$$

19. ¿Por qué factor debe incrementarse la temperatura absoluta de un gas para duplicar la v_{CM} de sus moléculas?

$$v_{CM} = \sqrt{\frac{3k_B T_i}{m}}$$

$$2v_{CM} = 2\sqrt{\frac{3k_B T_i}{m}} = \sqrt{\frac{3k_B 4T_i}{m}} = \sqrt{\frac{3k_B T_f}{m}} \Rightarrow \underline{T_f = 4T_i}$$

20. Una vasija contiene el mismo número de moles de helio y metano, CH_4 . ¿Cuál es la relación entre las v_{CM} de sus moléculas?

$$\left. \begin{aligned} v_{cm}(\text{He}) &= \sqrt{\frac{3k_B T}{m_{\text{He}}}} \\ v_{cm}(\text{CH}_4) &= \sqrt{\frac{3k_B T}{m_{\text{CH}_4}}} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{v_{cm}(\text{He})}{v_{cm}(\text{CH}_4)} = \sqrt{\frac{m_{\text{CH}_4}}{m_{\text{He}}}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \underline{\underline{2}}$$

21. Las moléculas de oxígeno y nitrógeno en una habitación tienen

- a) iguales energías cinéticas medias, pero las moléculas de oxígeno son más rápidas; **X**
- b) iguales energías cinéticas medias, pero las moléculas de oxígeno son más lentas; **✓**
- c) iguales energías cinéticas y velocidades; **X**
- d) iguales velocidades medias, pero las moléculas de oxígeno tienen mayor energía cinética media; **X**
- e) iguales velocidades medias, pero las moléculas de oxígeno tienen una energía cinética menor; **X**
- f) ninguna de las afirmaciones anteriores es verdadera. **X**

$$\langle E_c(O_2) \rangle = \frac{1}{2} m_{O_2} \langle v_{O_2}^2 \rangle$$

$$\langle v_{O_2}^2 \rangle = \frac{\cancel{8k_B T}}{m_{O_2}} \quad \frac{3k_B T}{m_{O_2}}$$

$$\langle E_c(N_2) \rangle = \frac{1}{2} m_{N_2} \langle v_{N_2}^2 \rangle$$

$$\langle v_{N_2}^2 \rangle = \frac{\cancel{8k_B T}}{m_{N_2}} \quad \frac{3k_B T}{m_{N_2}}$$

En eq térmico $\langle E_c(O_2) \rangle = \langle E_c(N_2) \rangle$

22. El uranio tiene dos isótopos comunes con masas atómicas de 238 y 235. Un modo de separar estos isótopos es combinar el uranio con fluorina para hacer gas de hexafluorida de uranio (UF_6), y después explotar la diferencia entre las velocidades promedio de las moléculas de los distintos isótopos. Calcular la velocidad cuadrática media de cada tipo de molécula y compararlas.

$$m(U^{238}F_6) = 238 \text{ g/mol} + 6 \cdot 19 \text{ g/mol} = 352 \text{ g/mol} = 5'85 \cdot 10^{-25} \text{ kg/molécula}$$

$$m(U^{235}F_6) = 235 \text{ g/mol} + 6 \cdot 19 \text{ g/mol} = 349 \text{ g/mol} = 5'8 \cdot 10^{-25} \text{ kg/molécula}$$

$$v_{\text{cm}}(U^{238}F_6) = \sqrt{\frac{3k_B \cdot 298}{5'85 \cdot 10^{-25}}} = 145'2 \text{ m/s}$$
$$v_{\text{cm}}(U^{235}F_6) = \sqrt{\frac{3k_B \cdot 298}{5'8 \cdot 10^{-25}}} = 145'8 \text{ m/s}$$

} 0'6 m/s de diferencia

Hoja 2

1. Un gas se mantiene a presión constante. Si su temperatura varía de $50^{\circ}C$ a $100^{\circ}C$, ¿en qué factor varía su volumen?

Sol: $V_1 = 0,866V_2$.

1. Un gas se mantiene a presión constante. Si su temperatura varía de 50°C a 100°C , ¿en qué factor varía su volumen?

Sol: $V_1 = 0,866V_2$.

$$PV = nRT \quad \rightarrow \quad V = \frac{nRT}{P}$$

Dato $P_1 = P_2 = P$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{323\text{ K}}{373\text{ K}} = \underline{\underline{0,866}}$$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P}$$

2. Una vasija de 10 l contiene un gas a 0°C y a una presión de 4 atm , ¿cuántos moles de gas hay en la vasija? ¿cuántas moléculas?

Sol: 1,79 moles, 10^{24} moléculas.

2. Una vasija de 10 l contiene un gas a 0°C y a una presión de 4 atm, ¿cuántos moles de gas hay en la vasija? ¿cuántas moléculas?

Sol: 1,79 moles, 10^{24} moléculas.

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{4 \text{ atm} \cdot 10 \text{ l}}{0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{l}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 273 \text{ K}} = \underline{1,79 \text{ moles}}$$

$$N = n N_a = \underline{1,08 \cdot 10^{24}} \text{ moléculas}$$

3. Un tanque de volumen $0,5 \text{ m}^3$ contiene oxígeno a una presión absoluta de $1,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ y una temperatura de 20°C . Supongamos que el oxígeno se comporta como un gas ideal.
- a) ¿Cuántos moles de oxígeno hay en el tanque?
 - b) ¿Cuántos kilogramos?
 - c) Halla la presión si la temperatura sube a 500°C .
 - d) A una temperatura de 20°C , ¿cuántos moles podemos extraer del tanque antes de que la presión caiga a un 10 % de la original?

Sol: a) 307,88 moles, b) 9,85 *Kg*, c) 3,96 *MPa*, d) 277,11 moles.

3. Un tanque de volumen $0,5 \text{ m}^3$ contiene oxígeno a una presión absoluta de $1,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ y una temperatura de 20°C . Supongamos que el oxígeno se comporta como un gas ideal.

a) ¿Cuántos moles de oxígeno hay en el tanque?

b) ¿Cuántos kilogramos?

c) Halla la presión si la temperatura sube a 500°C .

d) A una temperatura de 20°C , ¿cuántos moles podemos extraer del tanque antes de que la presión caiga a un 10% de la original?

Sol: a) 307,88 moles, b) 9,85 Kg, c) 3,96 MPa, d) 277,11 moles.

$$a) \quad PV = nRT \quad \rightarrow \quad n = \frac{PV}{RT} = \underline{\underline{307,88}} \text{ moles}$$

$$P = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$V = 0,5 \text{ m}^3$$

$$T = 293 \text{ K}$$

$$R = 8,314$$

3. Un tanque de volumen $0,5 \text{ m}^3$ contiene oxígeno a una presión absoluta de $1,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ y una temperatura de 20°C . Supongamos que el oxígeno se comporta como un gas ideal.

a) ¿Cuántos moles de oxígeno hay en el tanque?

b) ¿Cuántos kilogramos?

c) Halla la presión si la temperatura sube a 500°C .

d) A una temperatura de 20°C , ¿cuántos moles podemos extraer del tanque antes de que la presión caiga a un 10% de la original?

Sol: a) 307,88 moles, b) 9,85 Kg, c) 3,96 MPa, d) 277,11 moles.

$$b) \quad m = n M_{\text{O}_2} = 307'88 \text{ moles} \cdot 0'032 \text{ kg/mol} = \underline{\underline{9'85 \text{ kg}}}$$

$$c) \quad P_2 = \frac{n R T_2}{V} = \frac{307'88 \cdot 8'314 \cdot 773}{0'5} = \underline{\underline{3'96 \cdot 10^6 \text{ Pa}}}$$

$$d) \quad P_3 = 0'1 P_1 = 1'5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad n_3 = \frac{P_3 V}{R T} = 30'8 \text{ moles}$$

$$\Delta n = n - n_3 = 307'88 - 30'8 = \underline{\underline{277'1 \text{ moles}}}$$

4. Dos vasijas en contacto térmico se conectan mediante una tubería con una llave de paso. La primera vasija tiene un volumen de $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y contiene un gas ideal a la presión de 2 atm . La segunda vasija tiene un volumen de $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y está vacía. Se abre la llave de paso y se deja evolucionar al sistema hasta alcanzar el equilibrio.

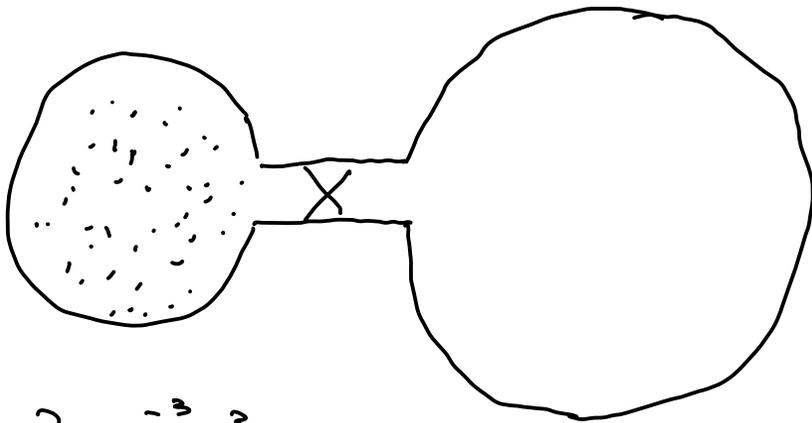
a) ¿Cuál es el cambio de temperatura? (Suponer proceso adiabático).

b) ¿Cuál es la presión?

c) ¿Cuál es la relación entre las masas de gas de las dos vasijas?

4. Dos vasijas en contacto térmico se conectan mediante una tubería con una llave de paso. La primera vasija tiene un volumen de $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y contiene un gas ideal a la presión de 2 atm . La segunda vasija tiene un volumen de $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y está vacía. Se abre la llave de paso y se deja evolucionar al sistema hasta alcanzar el equilibrio.

- ¿Cuál es el cambio de temperatura? (Suponer proceso adiabático).
- ¿Cuál es la presión?
- ¿Cuál es la relación entre las masas de gas de las dos vasijas?



$$V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_1 = 2 \text{ atm}$$

$$V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_2 = 0$$

$$a) \quad \Delta U = Q + W = 0$$

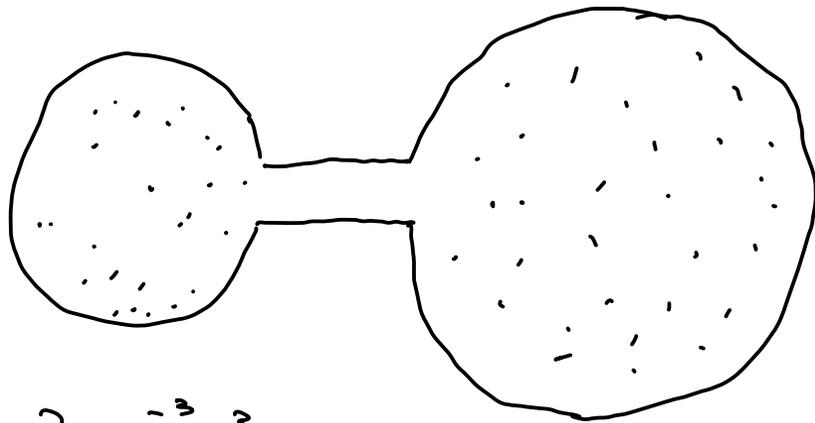
\downarrow
 0 adiabática \rightarrow 0 ya que $W = -\int P_{\text{ext}} \cdot dV = 0$

Gas ideal $U = U(T)$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \underline{T_i = T_f}$$

4. Dos vasijas en contacto térmico se conectan mediante una tubería con una llave de paso. La primera vasija tiene un volumen de $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y contiene un gas ideal a la presión de 2 atm . La segunda vasija tiene un volumen de $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y está vacía. Se abre la llave de paso y se deja evolucionar al sistema hasta alcanzar el equilibrio.

- ¿Cuál es el cambio de temperatura? (Suponer proceso adiabático).
- ¿Cuál es la presión?
- ¿Cuál es la relación entre las masas de gas de las dos vasijas?



$$V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_1 = 2 \text{ atm}$$

$$V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_2 = ?$$

$$b) \quad T_i = T_f$$

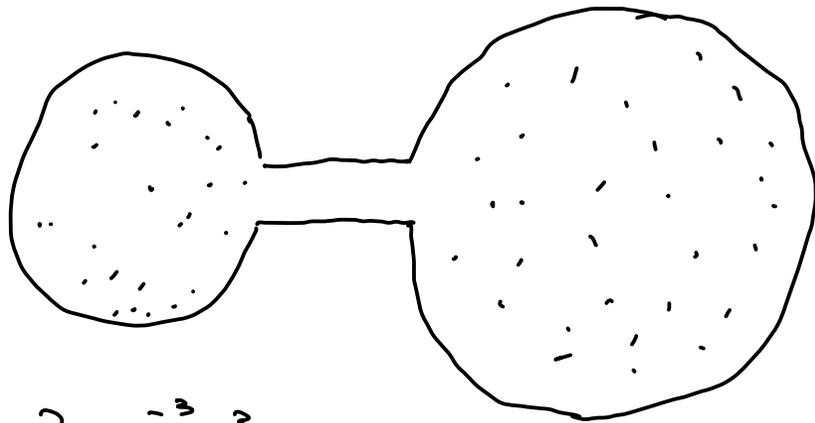
$$\left. \begin{aligned} P_i V_i &= n R T_i \\ P_f V_f &= n R T_f \end{aligned} \right\}$$

$$P_i V_i = P_f V_f$$

$$P_f = \frac{V_i}{V_f} P_i = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} \cdot 2 \text{ atm} = \underline{\underline{0.8 \text{ atm}}}$$

4. Dos vasijas en contacto térmico se conectan mediante una tubería con una llave de paso. La primera vasija tiene un volumen de $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y contiene un gas ideal a la presión de 2 atm . La segunda vasija tiene un volumen de $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y está vacía. Se abre la llave de paso y se deja evolucionar al sistema hasta alcanzar el equilibrio.

- ¿Cuál es el cambio de temperatura? (Suponer proceso adiabático).
- ¿Cuál es la presión?
- ¿Cuál es la relación entre las masas de gas de las dos vasijas?



$$V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_1 = 2 \text{ atm}$$

$$V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_2 = 0 \text{ atm}$$

c)

$$n_1 = \frac{P_1 V_1}{R T_f} \qquad n_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_f}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$$

5. Un motor diésel coge aire de la atmósfera y lo comprime adiabáticamente para calentarlo. Después el combustible se inyecta en el aire comprimido y la mezcla explota espontáneamente debido a la alta temperatura. El trabajo se obtiene por la presión que ejercen los gases resultantes sobre el pistón. Si la temperatura de autoignición del combustible diésel es $430^\circ C$ y el aire entra a $17^\circ C$, ¿cuánto ha de comprimirse el volumen inicial de aire? Dato: $\gamma = 1,4$ para el aire.

Sol: $V_f = 0,109V_i$.

5. Un motor diésel coge aire de la atmósfera y lo comprime adiabáticamente para calentarlo. Después el combustible se inyecta en el aire comprimido y la mezcla explota espontáneamente debido a la alta temperatura. El trabajo se obtiene por la presión que ejercen los gases resultantes sobre el pistón. Si la temperatura de autoignición del combustible diésel es $430^\circ C$ y el aire entra a $17^\circ C$, ¿cuánto ha de comprimirse el volumen inicial de aire? Dato: $\gamma = 1,4$ para el aire.

Sol: $V_f = 0,109V_i$.

Proceso adiabático (supongamos \sim reversible)

$$PV^\gamma = \text{cte}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{cte} \quad \rightarrow \quad T_i V_i^{\gamma-1} = T_f \cdot V_f^{\gamma-1} \quad \rightarrow \quad \frac{T_i}{T_f} = \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{V_f}{V_i} = \left(\frac{T_i}{T_f} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{290}{703} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = \underline{\underline{0,109}}$$

6. El punto de ebullición del helio a 1 atm es $4,2 \text{ K}$. ¿Cuál es el volumen ocupado por el gas helio al evaporarse 10 g de helio líquido a 1 atm y a) $T = 4,2 \text{ K}$, b) $T = 293 \text{ K}$?

Sol: a) $8,62 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$, b) $0,06 \text{ m}^3$.

6. El punto de ebullición del helio a 1 atm es 4,2 K. ¿Cuál es el volumen ocupado por el gas helio al evaporarse 10 g de helio líquido a 1 atm y a) $T = 4,2 K$, b) $T = 293 K$?

Sol: a) $8,62 \cdot 10^{-4} m^3$, b) $0,06 m^3$.

$$a) \quad PV = nRT \rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{2^1 s. 8^1 31. 4^1 2}{101325} = 8^1 62 \cdot 10^{-4} m^3$$

$$n = \frac{10 g}{4 g/mol} = 2^1 s \text{ moles}$$

$$b) \quad V = \frac{2^1 s. 8^1 31. 293}{101325} = 0^1 06 m^3$$

7. En un recipiente de volumen 10 l se han introducido 15 g de oxígeno (peso atómico 16) y 8 g de nitrógeno (peso atómico 14). La temperatura es de 27° C . Determinar:
- La presión parcial del nitrógeno en el recipiente.
 - La presión total de la mezcla gaseosa.
 - ¿A qué temperatura habría que enfriar el recipiente para que la presión de la mezcla gaseosa fuese de 760 mm Hg ?

7. En un recipiente de volumen 10 l se han introducido 15 g de oxígeno (peso atómico 16) y 8 g de nitrógeno (peso atómico 14). La temperatura es de 27° C . Determinar:

- La presión parcial del nitrógeno en el recipiente.
- La presión total de la mezcla gaseosa.
- ¿A qué temperatura habría que enfriar el recipiente para que la presión de la mezcla gaseosa fuese de 760 mm Hg ?

$$P_i V = n_i RT$$

$$V = 10\text{ l}$$

$$P_{\text{Tot}} = \sum P_i$$

$$n_{\text{Tot}} = \sum n_i$$

$$n_{\text{O}_2} = \frac{15\text{ g}}{32\text{ g/mol}} \approx 0'47\text{ moles}$$

$$n_{\text{N}_2} = \frac{8\text{ g}}{28\text{ g/mol}} \approx 0'29\text{ moles}$$

a)

$$P_{\text{O}_2} = \frac{0'47 \cdot 0'082 \cdot 300}{10} = \underline{\underline{1'15\text{ atm}}}$$

$$P_{\text{N}_2} = \frac{0'29 \cdot 0'082 \cdot 300}{10} = \underline{\underline{0'7\text{ atm}}}$$

$$b) \quad P_{\text{Total}} = P_{\text{O}_2} + P_{\text{N}_2} = 1'15 + 0'7 = \underline{\underline{1'85\text{ atm}}}$$

7. En un recipiente de volumen 10 l se han introducido 15 g de oxígeno (peso atómico 16) y 8 g de nitrógeno (peso atómico 14). La temperatura es de 27° C . Determinar:

- La presión parcial del nitrógeno en el recipiente.
- La presión total de la mezcla gaseosa.
- ¿A qué temperatura habría que enfriar el recipiente para que la presión de la mezcla gaseosa fuese de 760 mm Hg ?

$$\begin{aligned} c) \quad V_i &= V_f \\ n_i &= n_f \end{aligned} \quad P_f V_f = n_f R T_f \rightarrow T_f = \frac{P_f V_f}{n_f R} = \frac{1 \cdot 10}{(0.47 + 0.29) \cdot 0.082} = \underline{\underline{162\text{ K}}}$$

$$\text{Otra forma: } \frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f} \rightarrow P_f = P_i \frac{T_f}{T_i} = \frac{1\text{ atm}}{1.85\text{ atm}} \cdot 300\text{ K} = \underline{\underline{162\text{ K}}}$$

8. Un gas obedece la ecuación de Van der Waals con las siguientes constantes: $a = 2,48 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}^4/\text{mol}^2$, $b = 2,66 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$. Se sabe que 0,1 moles de dicho gas ocupan $5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ cuando la presión es de 50 atm.

a) ¿Cuál es la temperatura de dicho gas?

b) El gas se comprime a temperatura constante hasta llegar a un volumen de $2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$, ¿cuál es la presión?

8. Un gas obedece la ecuación de Van der Waals con las siguientes constantes: $a = 2,48 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}^4/\text{mol}^2$, $b = 2,66 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$. Se sabe que 0,1 moles de dicho gas ocupan $5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ cuando la presión es de 50 atm.

a) ¿Cuál es la temperatura de dicho gas?

$5'06 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

b) El gas se comprime a temperatura constante hasta llegar a un volumen de $2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$, ¿cuál es la presión?

a) Ec gas de Van der Waals

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right) \cdot (v - b) = RT \longrightarrow T = \underline{\underline{293'58 \text{ K}}}$$

$$P = 50 \text{ atm} = 5'06 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$v = \frac{V}{n} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,1} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

8. Un gas obedece la ecuación de Van der Waals con las siguientes constantes: $a = 2,48 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}^4/\text{mol}^2$, $b = 2,66 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$. Se sabe que 0,1 moles de dicho gas ocupan $5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ cuando la presión es de 50 atm.

a) ¿Cuál es la temperatura de dicho gas?

5'06.10⁶ Pa

b) El gas se comprime a temperatura constante hasta llegar a un volumen de $2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$, ¿cuál es la presión?

$$b) \quad T_f = T_i = 293,15 \text{ K}$$

$$v_f = \frac{V_f}{n} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{0,1} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$\left(P_f + \frac{a}{v_f^2} \right) (v_f - b) = RT_f \Rightarrow \quad P_f = \frac{RT_f}{(v_f - b)} - \frac{a}{v_f^2} = \underline{\underline{134 \cdot 10^7 \text{ Pa}}}$$

9. Deducir la expresión del trabajo que realizan n moles de un gas de Van der Waals cuando se expande cuasiestáticamente y a la temperatura constante T desde un volumen inicial V_1 hasta un volumen final V_2 . Comparar esta expresión con la correspondiente a un gas ideal que realiza el mismo proceso.

Sol: $W = -nRT \log \left(\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} \right) - an^2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right).$

Proceso
cuasiestático
 $P_{ext} \approx P_{int}$

$$\rightarrow W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V-nb} dV + \int_{V_1}^{V_2} \frac{an^2}{V^2} dV =$$

$$P = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

Gas de Van der Waals

$$= -nRT \ln \left(\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} \right) - an^2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

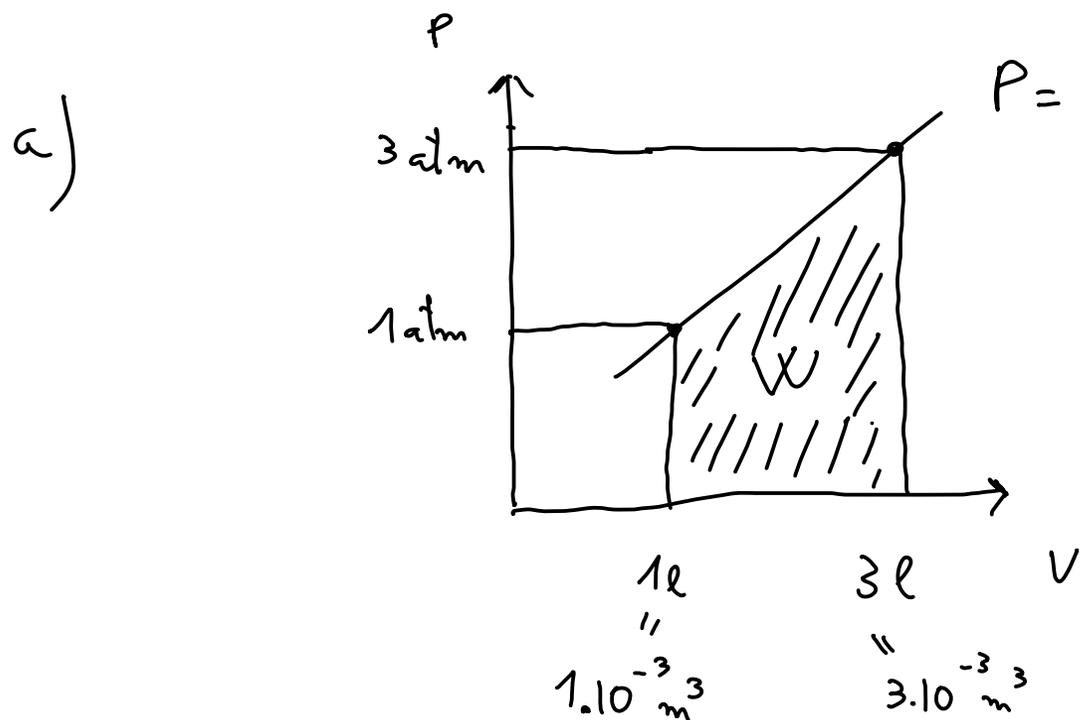
$$W_{\text{gas ideal}} = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Hoja 3

1. Tenemos un litro de helio en un cilindro a una presión de una atmósfera. El helio se expande hasta un volumen final de 3 litros, de tal forma que en todo momento la presión se incrementa de forma proporcional a su volumen con una pendiente de una atmósfera por litro.

- Dibuja el gráfico presión volumen para este proceso.
- Calcula el trabajo hecho sobre el gas en este proceso, asumiendo que no se realiza ningún otro tipo de trabajo.
- Calcula el cambio en la energía interna del helio durante este proceso.
- Calcula la cantidad de calor que se ha añadido o sustraído del helio durante el proceso.

Sol: b) $W = -404 J$, c) $\Delta U = 1212 J$, d) $Q = 1616 J$.



$$k = 1 \text{ atm/l} = \frac{101325 \text{ Pa}}{10^{-3} \text{ m}^3} = 1.01 \cdot 10^8 \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3}$$

b)

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = - \int_{V_i}^{V_f} kV dV =$$

$$= -k \left[\frac{V^2}{2} \right]_{V_i}^{V_f} = \underline{\underline{-404 J}}$$

1. Tenemos un litro de helio en un cilindro a una presión de una atmósfera. El helio se expande hasta un volumen final de 3 litros, de tal forma que en todo momento la presión se incrementa de forma proporcional a su volumen con una pendiente de una atmósfera por litro.

- Dibuja el gráfico presión volumen para este proceso.
- Calcula el trabajo hecho sobre el gas en este proceso, asumiendo que no se realiza ningún otro tipo de trabajo.
- Calcula el cambio en la energía interna del helio durante este proceso.
- Calcula la cantidad de calor que se ha añadido o sustraído del helio durante el proceso.

Sol: b) $W = -404 J$, c) $\Delta U = 1212 J$, d) $Q = 1616 J$.

$$c) \text{ Gas ideal mono } U = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} P V$$

$$\left. \begin{aligned} U_i &= \frac{3}{2} P_i V_i = 1511.5 \text{ J} \\ U_f &= \frac{3}{2} P_f V_f = 1363.5 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Delta U = \underline{\underline{1212 \text{ J}}}$$

1. Tenemos un litro de helio en un cilindro a una presión de una atmósfera. El helio se expande hasta un volumen final de 3 litros, de tal forma que en todo momento la presión se incrementa de forma proporcional a su volumen con una pendiente de una atmósfera por litro.

- a) Dibuja el gráfico presión volumen para este proceso.
- b) Calcula el trabajo hecho sobre el gas en este proceso, asumiendo que no se realiza ningún otro tipo de trabajo.
- c) Calcula el cambio en la energía interna del helio durante este proceso.
- d) Calcula la cantidad de calor que se ha añadido o sustraído del helio durante el proceso.

Sol: b) $W = -404 J$, c) $\Delta U = 1212 J$, d) $Q = 1616 J$.

$$d) \quad \Delta U = Q + W \rightarrow Q = \Delta U - W = 1212 + 404 = \underline{\underline{1616 J}}$$

3. Un mol de gas ideal diatómico se calienta a volumen constante desde 300 K a 600 K :

- Determinar el incremento de energía interna, el trabajo realizado sobre el gas y el calor absorbido.
- Determinar estas mismas magnitudes para el caso en que el gas se calienta de 300 K a 600 K a presión constante. Utilizar el primer principio de la termodinámica y el resultado obtenido en el apartado a) para calcular el trabajo realizado.
- Calcular directamente el trabajo realizado en el apartado b) a partir de $dW = PdV$.

Sol: a) $\Delta U = 6,24\text{ kJ}$, $W = 0\text{ J}$, $Q = 6,24\text{ kJ}$, b)-c) $\Delta U = 6,24\text{ kJ}$, $W = -2,49\text{ kJ}$, $Q = 8,73\text{ kJ}$.

a) Proceso isócoro

$$\Delta U = U_f - U_i$$

Gas diatómico ($\gamma = 1,4$) $U = \frac{5}{2} n R T$

$$\Delta U = \frac{5}{2} n R \Delta T = \frac{5}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot (600 - 300) = \underline{6235,5\text{ J}}$$

$$W = \underline{0} \quad (\text{isócoro})$$

$$Q = \Delta U - W = \underline{6235,5\text{ J}}$$

3. Un mol de gas ideal diatómico se calienta a volumen constante desde 300 K a 600 K :

- Determinar el incremento de energía interna, el trabajo realizado sobre el gas y el calor absorbido.
- Determinar estas mismas magnitudes para el caso en que el gas se calienta de 300 K a 600 K a presión constante. Utilizar el primer principio de la termodinámica y el resultado obtenido en el apartado a) para calcular el trabajo realizado.
- Calcular directamente el trabajo realizado en el apartado b) a partir de $dW = PdV$.

Sol: a) $\Delta U = 6,24\text{ kJ}$, $W = 0\text{ J}$, $Q = 6,24\text{ kJ}$, b)-c) $\Delta U = 6,24\text{ kJ}$, $W = -2,49\text{ kJ}$, $Q = 8,73\text{ kJ}$.

b) Proceso isóbaro $Q = C_p \Delta T = n c_p \Delta T$

$$\Delta U = \underline{6235\text{ J}}$$

$$Q = n c_p \Delta T = 1 \cdot \overbrace{\frac{7}{2} \cdot 8,31}^{c_p} \cdot (600 - 300) = \underline{8730\text{ J}}$$

$$W = \Delta U - Q = 6235\text{ J} - 8730 = \underline{-2490\text{ J}}$$

c) Cálculo de W directo $W = - \int P dV = -P (V_2 - V_1) = \underline{-2490\text{ J}}$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P}$$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P}$$

5. Un mol de gas ideal monoatómico se encuentra inicialmente a 273 K y $1\text{ atm.} \approx 101325\text{ Pa}$

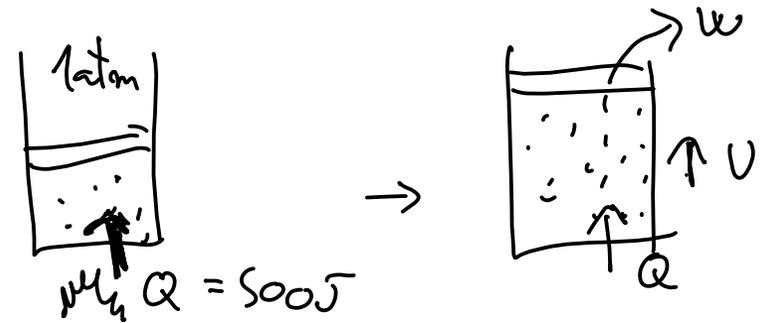
a) ¿Cuál es su energía interna inicial?

b) Determinar su energía interna final y el trabajo realizado por el gas cuando se suministran 500 J de calor a presión constante.

c) Determinar las mismas magnitudes cuando los 500 J de calor se suministran a volumen constante.

$$a) \quad U = \frac{3}{2} n R T = \underline{3404'6\text{ J}}$$

$$b) \quad Q = \underline{500\text{ J}} \quad \text{en proceso isóbarico}$$



$$Q = n c_p \underbrace{\Delta T}_{T_f - T_i} \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{n c_p} = \frac{500\text{ J}}{1 \cdot \frac{5}{2} R} = 24'05\text{ K} \Rightarrow T_f = 273 + 24'05\text{ K} = \underline{297'05\text{ K}}$$

$$U_f = \frac{3}{2} n R (273 + 24'05) = \underline{3704'6\text{ J}}$$

$$W = \Delta U - Q = \underbrace{(3704'6 - 3404'6)}_{U_f - U_i} - 500 = \underline{-200\text{ J}}$$

$$W = -P(V_2 - V_1) = -200\text{ J}$$

5. Un mol de gas ideal monoatómico se encuentra inicialmente a 273 K y 1 atm .

a) ¿Cuál es su energía interna inicial?

b) Determinar su energía interna final y el trabajo realizado por el gas cuando se suministran 500 J de calor a presión constante.

c) Determinar las mismas magnitudes cuando los 500 J de calor se suministran a volumen constante.

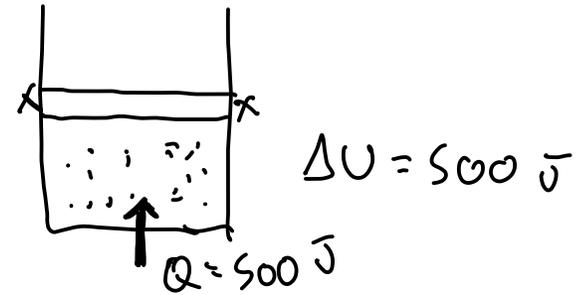
c) $Q = \underline{500\text{ J}}$ en proceso isócoro

$$W = \underline{0}$$

$$\Delta U = Q + \cancel{W} = 500 = U_f - U_i \Rightarrow U_f = 500 + U_i$$

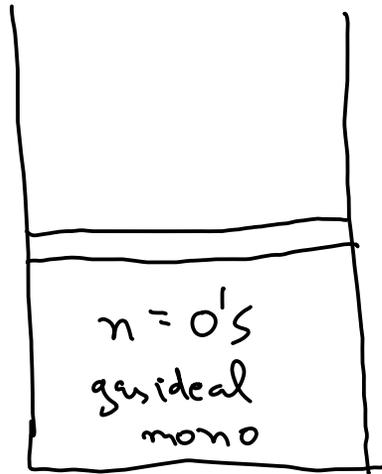
$$= 500 + 3404\frac{1}{6}\text{ J}$$

$$= \underline{3904\frac{1}{6}\text{ J}}$$



6. Medio mol de un gas ideal monoatómico a una presión de 400 kPa y una temperatura de 300 K se expande hasta que la presión ha disminuido a 160 kPa . Determinar la temperatura y volumen finales, el trabajo realizado y el calor absorbido por el gas si la expansión es a) isoterma y b) adiabática.

Sol: a) $\Delta U = 0 \text{ J}$, $W = -1142,71 \text{ J}$, $Q = 1142,71 \text{ J}$, b) $\Delta U = 574 \text{ J}$, $W = 574 \text{ J}$, $Q = 0 \text{ J}$.



$W?$
 $Q?$
 \rightarrow



$$P_i = 400 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$T_i = 300 \text{ K}$$

$$V_i = ?$$

$$P_f = 160 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$T_f = ?$$

$$V_f = ?$$

a) expansión isoterma

b) expansión adiabática

6. Medio mol de un gas ideal monoatómico a una presión de 400 kPa y una temperatura de 300 K se expande hasta que la presión ha disminuido a 160 kPa . Determinar la temperatura y volumen finales, el trabajo realizado y el calor absorbido por el gas si la expansión es a) isoterma y b) adiabática.

Sol: a) $\Delta U = 0 \text{ J}$, $W = -1142,71 \text{ J}$, $Q = 1142,71 \text{ J}$, b) $\Delta U = 574 \text{ J}$, $W = 574 \text{ J}$, $Q = 0 \text{ J}$.

a) expansión isoterma

$$V_i = \frac{nRT}{P_i} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 300}{400 \cdot 10^3} = 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_f = \frac{nRT}{P_f} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 300}{160 \cdot 10^3} = 7,79 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\Delta U = \underline{0}$$

$$Q = -W$$

$$W = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i} = -nRT \ln \frac{P_i}{P_f} = -\underline{1142,71 \text{ J}}$$

isoterma

$$\Delta U = Q + W$$

$$\left. \begin{array}{l} P_i V_i = nRT_i \\ P_f V_f = nRT_f \end{array} \right\} T_i = T_f$$

$$P_i V_i = P_f V_f$$

$$\frac{V_f}{V_i} = \frac{P_i}{P_f}$$

$$Q = \underline{1142,71 \text{ J}}$$

6. Medio mol de un gas ideal monoatómico a una presión de 400 kPa y una temperatura de 300 K se expande hasta que la presión ha disminuido a 160 kPa . Determinar la temperatura y volumen finales, el trabajo realizado y el calor absorbido por el gas si la expansión es a) isoterma y b) adiabática. *y cuasiestático*

Sol: a) $\Delta U = 0 \text{ J}$, $W = -1142,71 \text{ J}$, $Q = 1142,71 \text{ J}$, b) $\Delta U = -574 \text{ J}$, $W = -574 \text{ J}$, $Q = 0 \text{ J}$.

b) Proceso adiabático $P V^\gamma = \text{cte}$ $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5/2}{3/2} = 5/3$

$$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \Rightarrow V_f = \left(\frac{P_i}{P_f} V_i^\gamma \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$P_i^{1-\gamma} T_i^\gamma = P_f^{1-\gamma} T_f^\gamma \Rightarrow T_f = \left(T_i \left(\frac{P_i}{P_f} \right)^{1-\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \underline{207,94 \text{ K}}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T = \underline{-574 \text{ J}}$$

$$\Delta T = T_f - T_i = 207,94 - 300 \text{ K}$$

$$Q = \underline{0} \quad (\text{proceso adiabático})$$

$$W = \Delta U = \underline{-574 \text{ J}}$$

7. Medio mol de helio se expande adiabáticamente y cuasiestáticamente desde una presión inicial de 5 atm y una temperatura de 500 K hasta una presión final de 1 atm . Calcular a) la temperatura final, b) el volumen final, c) el trabajo realizado sobre el gas y d) la variación de energía interna del mismo.

Sol: a) $T_f = 263 \text{ K}$, b) $V_f = 10,8 \text{ l}$, c) $W = -1,48 \text{ kJ}$, d) $\Delta U = -1,48 \text{ J}$.

$$n = 0,5 \text{ moles}$$

$$P_i = 5 \text{ atm}$$

$$T_i = 500 \text{ K}$$

$$P_f = 1 \text{ atm}$$

$$V_i = \frac{nRT_i}{P_i}$$

a-b) Proceso adiabático y cuasiestático $\Rightarrow PV^\gamma = \text{cte}$

Helio \rightarrow gas mono $\rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$

$$* P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \rightarrow V_f = V_i \left(\frac{P_i}{P_f} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \underline{10,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}$$

$$T_f = \frac{P_f V_f}{nR} = \underline{263 \text{ K}}$$

T_f también se podría calcular usando $T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$

7. Medio mol de helio se expande adiabáticamente y cuasiestáticamente desde una presión inicial de 5 atm y una temperatura de 500 K hasta una presión final de 1 atm . Calcular a) la temperatura final, b) el volumen final, c) el trabajo realizado sobre el gas y d) la variación de energía interna del mismo.

Sol: a) $T_f = 263 \text{ K}$, b) $V_f = 10,8 \text{ l}$, c) $W = -1,48 \text{ kJ}$, d) $\Delta U = -1,48 \text{ kJ}$

$$n = 0,5 \text{ moles}$$

$$P_i = 5 \text{ atm}$$

$$T_i = 500 \text{ K}$$

$$P_f = 1 \text{ atm}$$

$$c-d) \text{ Proceso adiabático} \rightarrow Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W$$

$$W = \Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T = -1477 \text{ J}$$

↓
(263-500)

8. Un gas ideal con un volumen inicial V_1 y una presión P_1 se expande adiabática y cuasiestáticamente hasta un volumen V_2 y una presión P_2 . Calcular el trabajo realizado por el gas integrando directamente $W = - \int P dV$ y comprobar que el resultado es $W_{adiab} = C_V \Delta T$.

adiabática
cuasiestático

$$W_{adiab} = - \int P dV = - \frac{C}{1-\gamma} V^{1-\gamma} \Big|_{V_i}^{V_f} = - \frac{PV}{1-\gamma} \Big|_{V_i}^{V_f} = \frac{nRT}{\gamma-1} \Big|_{T_i}^{T_f}$$

$$PV^\gamma = C$$

$$P = C V^{-\gamma}$$

$$PV = C V^{1-\gamma}$$

$$= \frac{nR \overbrace{\Delta T}^{T_f - T_i}}{\gamma - 1} = \underline{\underline{C_V \Delta T}}$$

- - - - -

$$\gamma - 1 = \frac{C_P}{C_V} - 1 = \frac{C_P - C_V}{C_V} = \frac{nR}{C_V}$$

9. Sabiendo que la ecuación de las isotermas de un gas perfecto es $PV = cte$ y la de las adiabáticas $PV^\gamma = cte$ y que $\gamma > 1$, demostrar que el valor absoluto de la pendiente de las adiabáticas es mayor que el de las isotermas.

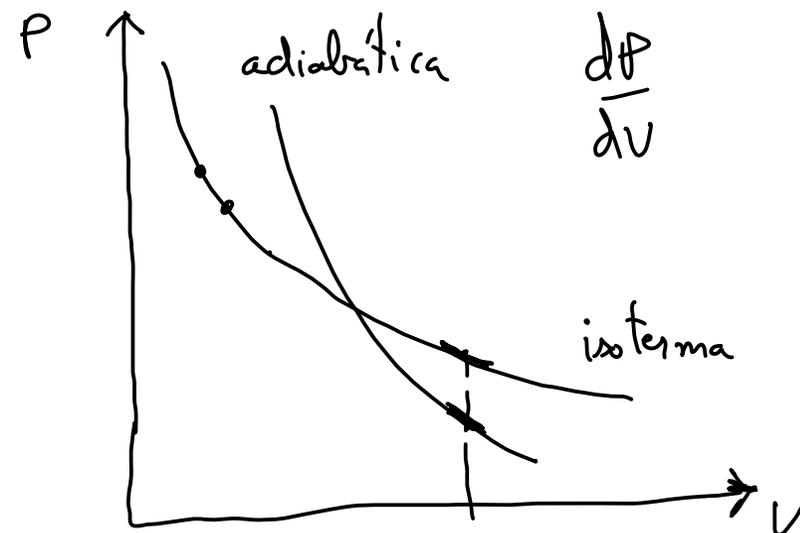
Isoterma $PV = cte \Rightarrow d(PV) = 0$

$$P dV + V dp = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V}}$$

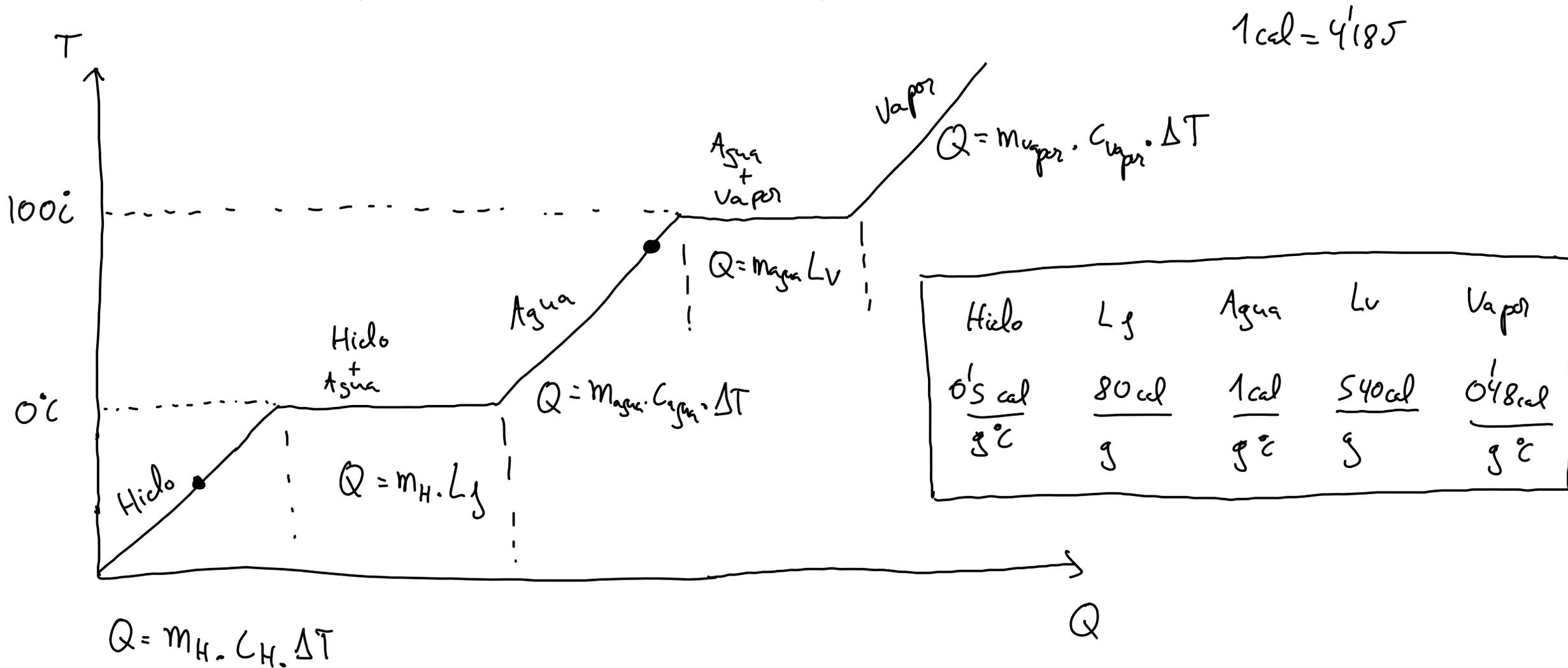
Adiabática $PV^\gamma = cte \Rightarrow d(PV^\gamma) = 0$

$$\gamma P V^{\gamma-1} dV + V^\gamma dp = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dV} = \frac{-\gamma P V^{\gamma-1}}{V^\gamma} = \boxed{-\gamma \frac{P}{V}}$$

En valor absoluto $\gamma \frac{P}{V} > \frac{P}{V}$ pues $\gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1$ $C_p - C_v = nR$
 la pendiente adiabática isoterma



11. Mezclamos 1 kg de agua a 95° C con 1 kg de hielo a -5° C. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo 0,5 cal/g °C. Calor de fusión del hielo 80 cal/g. Calor específico del agua 1 cal/g.

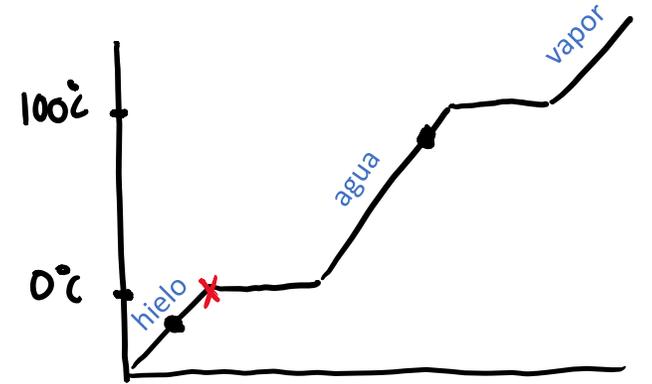


En la temperatura de equilibrio: **|Q cedida agua| = |Q absorbida hielo|**
 (hay que averiguarla)

11. Mezclamos 1 kg de agua a $95^{\circ}C$ con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Primera forma (por tanteo)

Q cede agua suficiente para llevar hielo a $0^{\circ}C$?



$$|Q_{\text{cede agua}}| = m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot 95 + m_{\text{agua}} \cdot L_f = 175.000 \text{ cal}$$

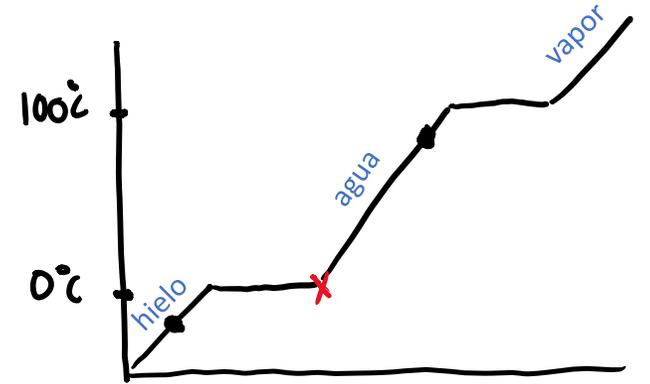
$$|Q_{\text{necesita hielo}}| = m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot 5 = 2500 \text{ cal}$$

$175000 > 2500 \Rightarrow$ El equilibrio será más "adelante"

11. Mezclamos 1 kg de agua a $95^{\circ}C$ con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Primera forma (por tanteo)

Q cede agua suficiente para llevar hielo a $0^{\circ}C$ y convertirlo en agua a $0^{\circ}C$?



$$|Q_{\text{cede agua}}| = m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot 95 = 95.000 \text{ cal}$$

$$|Q_{\text{necesita hielo}}| = m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot 5 + m_{\text{hielo}} \cdot L_f = 82.500 \text{ cal}$$

$95.000 > 82.500 \Rightarrow$ Equilibrio más adelante
(será todo agua T entre $0^{\circ}C$ y $95^{\circ}C$)

11. Mezclamos 1 kg de agua a $95^{\circ}C$ con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Primera forma (por tanteo)

Ya sabemos que el equilibrio se producirá con todo agua a una T final entre 0 y $95^{\circ}C$. Por tanto:

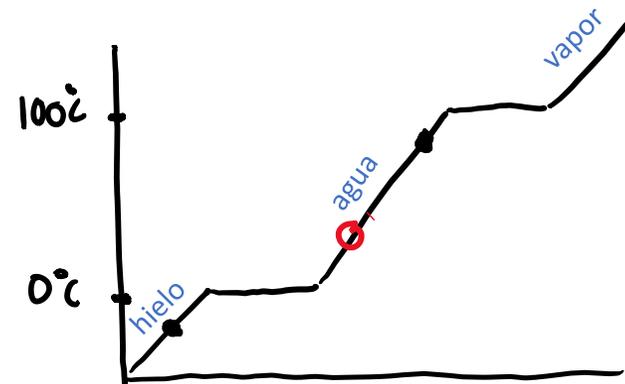
$$|Q_{\text{cede agua}}| = m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot |T_f - 95|$$

$$|Q_{\text{necesita hielo}}| = m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot 5 + m_{\text{hielo}} \cdot L_f + m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot |T_f - 0|$$

$$|Q_{\text{cede agua}}| = |Q_{\text{absorve hielo}}|$$

$$m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot |T_f - 95| = m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot 5 + m_{\text{hielo}} \cdot L_f + m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot |T_f - 0|$$

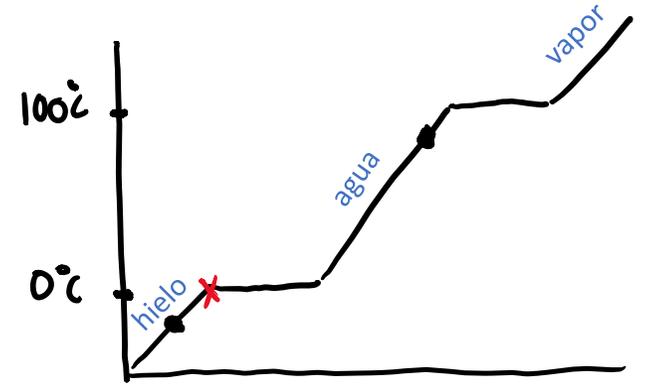
Resolviendo \rightarrow $T_f = 6,25^{\circ}C$ Todo agua



11. Mezclamos 1 kg de agua a ~~100°C~~ ^{80°C} con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Primera forma (por tanteo)

Q cede agua suficiente para llevar hielo a $0^{\circ}C$?



$$|Q_{\text{cede agua}}| = m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot 80 + m_{\text{agua}} \cdot L_f = 160.000 \text{ cal}$$

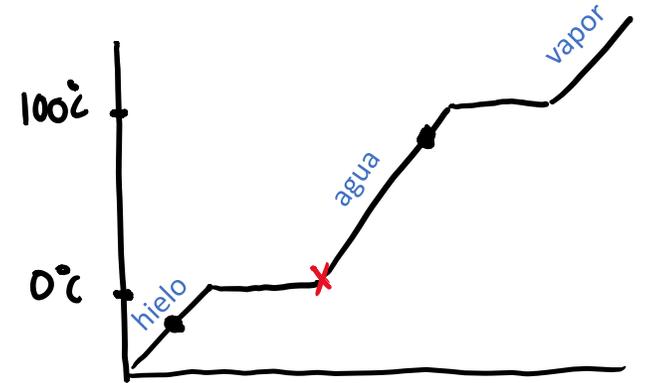
$$|Q_{\text{necesita hielo}}| = m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot 5 = 2500 \text{ cal}$$

$$160.000 > 2500 \Rightarrow \text{Equilibrio será más "adelante"}$$

11. Mezclamos 1 kg de agua a ~~100°C~~ ^{80°C} con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Primera forma (por tanteo)

Q cede agua suficiente para llevar hielo a $0^{\circ}C$ y convertirlo en agua a $0^{\circ}C$?



$$|Q_{\text{cede agua}}| = m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot 80 = 80.000 \text{ cal}$$

$$|Q_{\text{necesita hielo}}| = m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot 5 + m_{\text{hielo}} \cdot L_f = 82.500 \text{ cal}$$

$80.000 < 82.500 \Rightarrow$ Equilibrio estará entre hielo a $0^{\circ}C$ y agua a $0^{\circ}C$

Donde?

11. Mezclamos 1 kg de agua a ~~100°C~~ ^{80°C} con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Primera forma (por tanteo)

Ya sabemos que el equilibrio se producirá con $T_{\text{final}}=0^{\circ}C$ con parte hielo y parte agua. Por tanto:

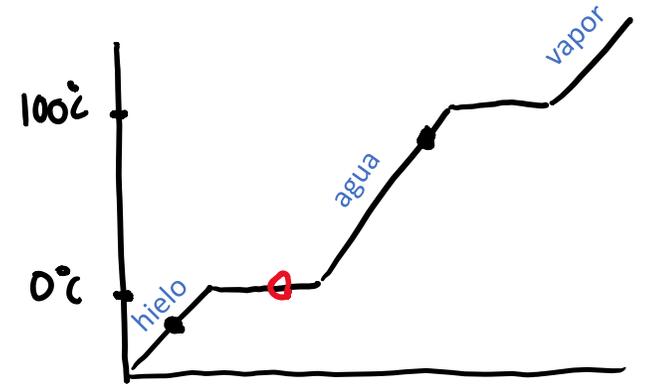
$$|Q_{\text{cede agua}}| = m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot 80$$

$$|Q_{\text{necesita hielo}}| = m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot 5 + m'_{\text{hielo}} \cdot L_f$$

Masa de hielo que se funde
↑

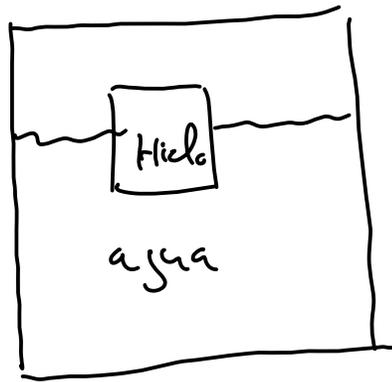
Igualamos y despejamos $m'_{\text{hielo}} = \frac{m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot 80 - m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot 5}{L_f} = 968,75 \text{ g}$

Composición final $T=0^{\circ}C \rightarrow$ Hielo ($31,25 \text{ g}$) + Agua ($1968,75 \text{ g}$)

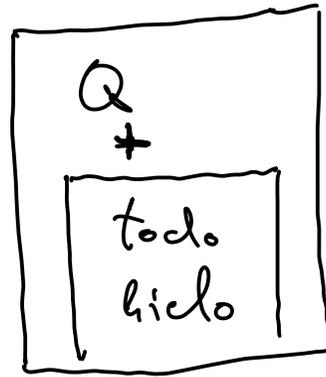


11. Mezclamos 1 kg de agua a $95^{\circ}C$ con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Segunda forma (estado comodín)

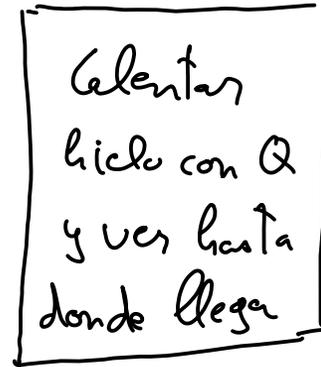


estado inicial

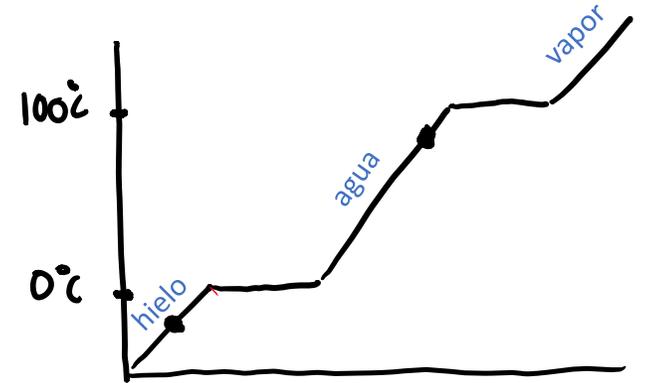


estado comodín

(no existe físicamente)

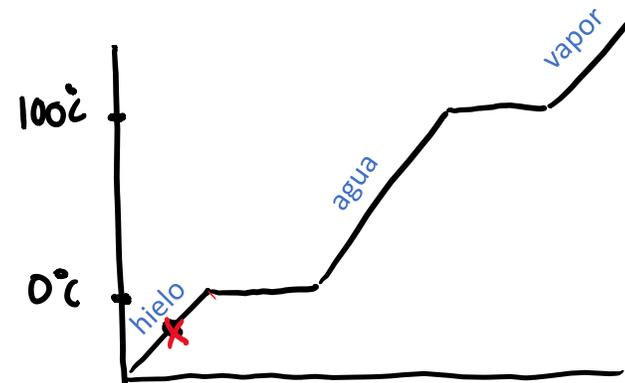
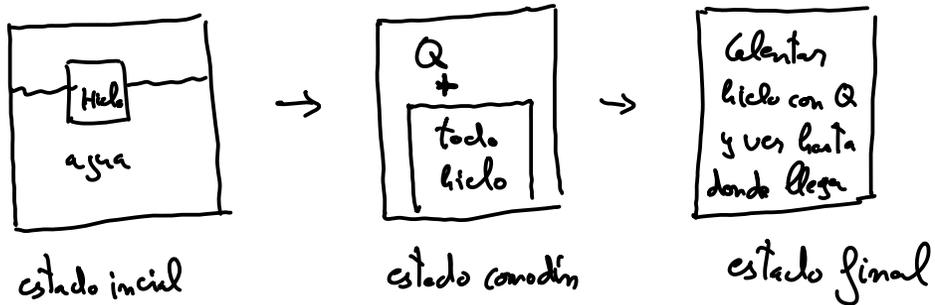


estado final



11. Mezclamos 1 kg de agua a $95^{\circ}C$ con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

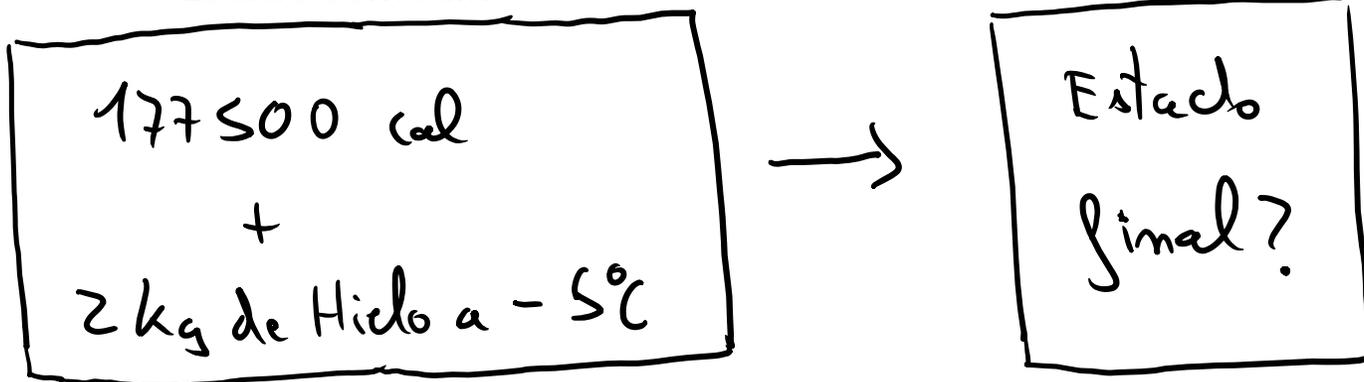
Segunda forma
(estado comodín)



Q cede agua al pasar de $95^{\circ}C$ a hielo a $-5^{\circ}C$?

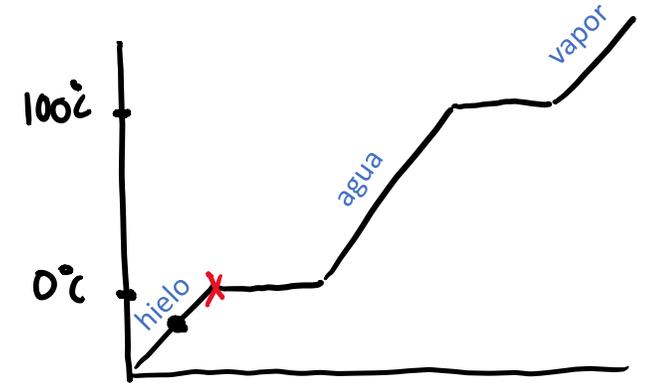
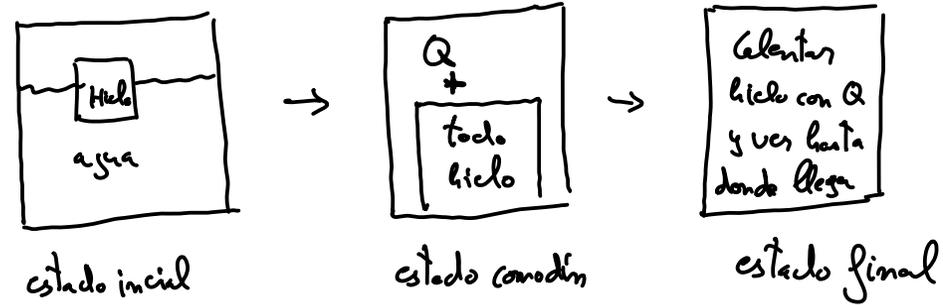
$$|Q| = m_{\text{agua}} \cdot C_{\text{agua}} \cdot 95 + m_{\text{agua}} \cdot L_f + m_{\text{agua}} \cdot C_{\text{hielo}} \cdot 5 = 177500 \text{ cal}$$

Estado comodín



11. Mezclamos 1 kg de agua a 95°C con 1 kg de hielo a -5°C . ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5\text{ cal/g}^\circ\text{C}$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Segunda forma
(estado comodín)



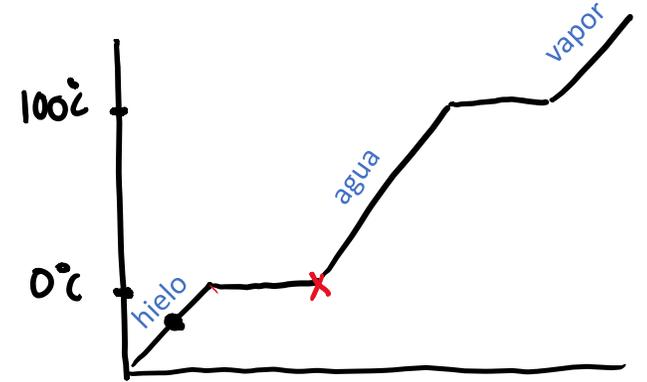
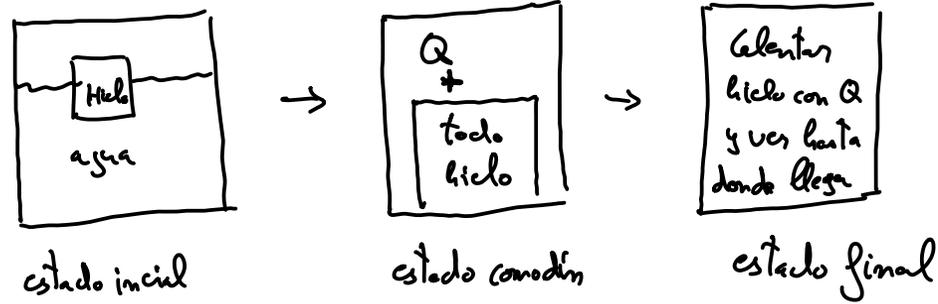
Q pasar de hielo a 5°C a hielo a 0°C

$$m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot \Delta T = 5000\text{ cal}$$

Me quedan $177500 - 5000 = 172500\text{ cal}$

11. Mezclamos 1 kg de agua a $95^{\circ}C$ con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Segunda forma
(estado comodín)



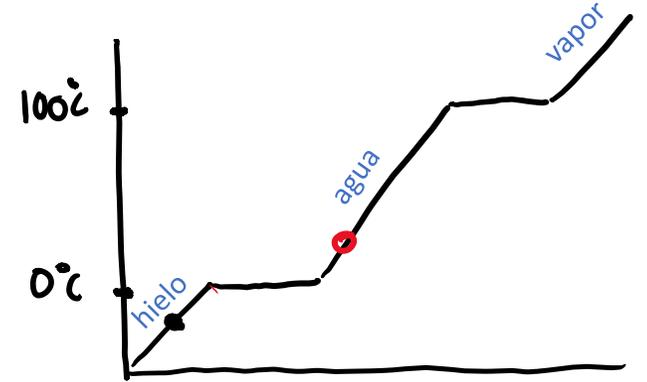
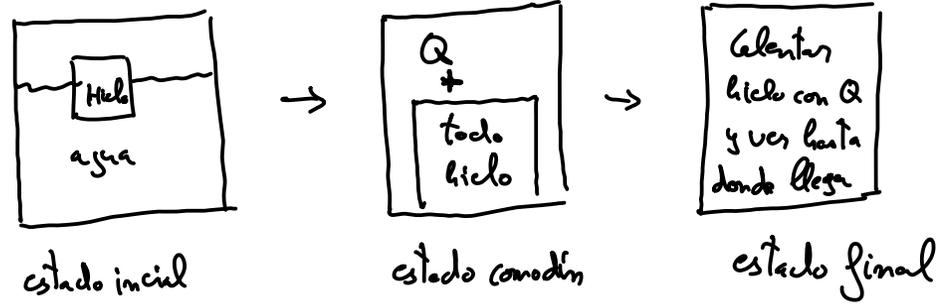
Q pasar de hielo a $0^{\circ}C$ a agua a $0^{\circ}C$

$$m_{\text{hielo}} \cdot L_f = 160.000 \text{ cal}$$

Me quedan $172500 - 160000 = 12500 \text{ cal}$

11. Mezclamos 1 kg de agua a $95^{\circ}C$ con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Segunda forma
(estado comodín)



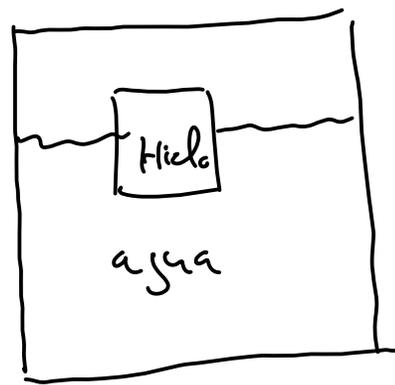
Q pasar de agua a $0^{\circ}C$ a agua a T final ?

$$m_{\text{Hielo}} \cdot C_{\text{agua}} \cdot |T_f - 0| = 12500 \Rightarrow T_f = \underline{62,5^{\circ}C}$$

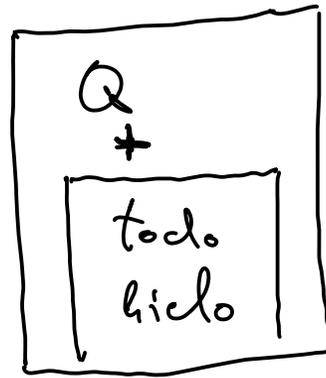
Todo agua

11. Mezclamos 1 kg de agua a ~~40°C~~ ^{80°C} con 1 kg de hielo a $-5^\circ C$. ¿Disponemos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^\circ C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

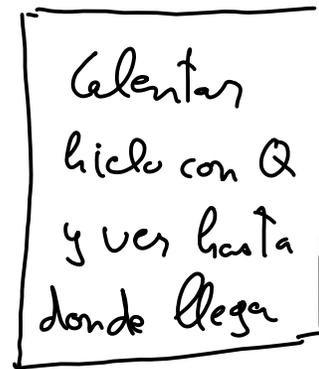
Segunda forma (estado comodín)



estado inicial



estado comodín

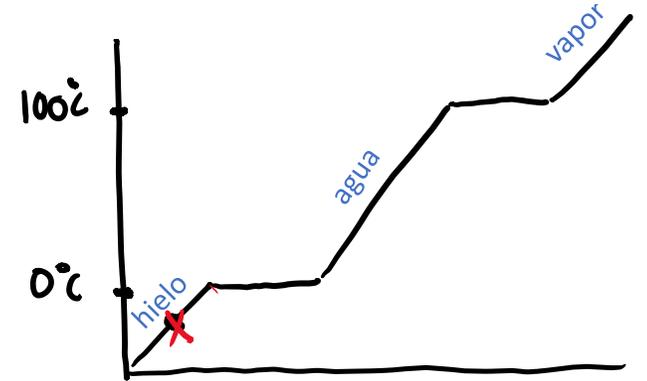


estado final



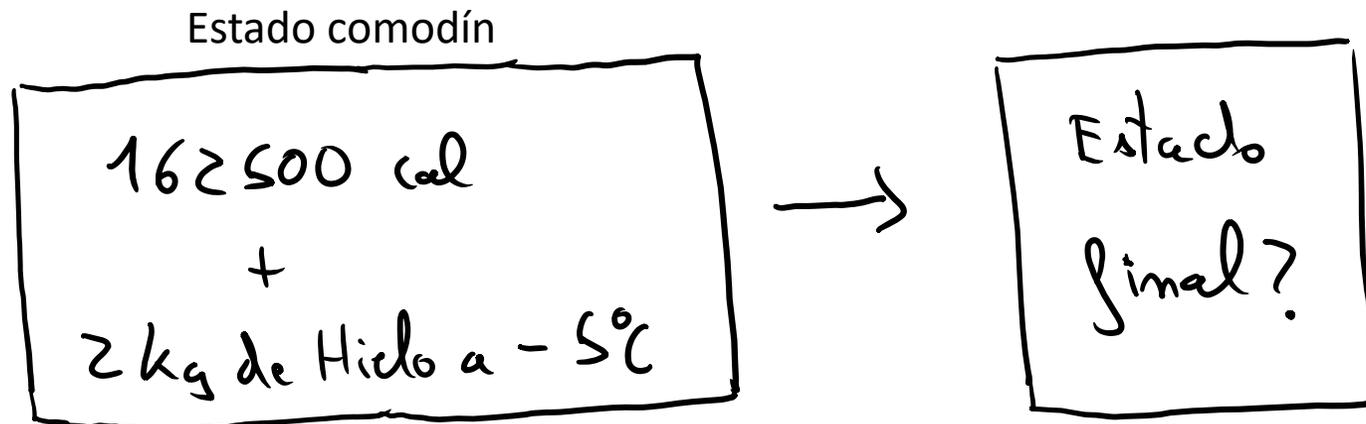
11. Mezclamos 1 kg de agua a ~~40°C~~ ^{80°C} con 1 kg de hielo a $-5^\circ C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^\circ C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Segunda forma
(estado comodín)



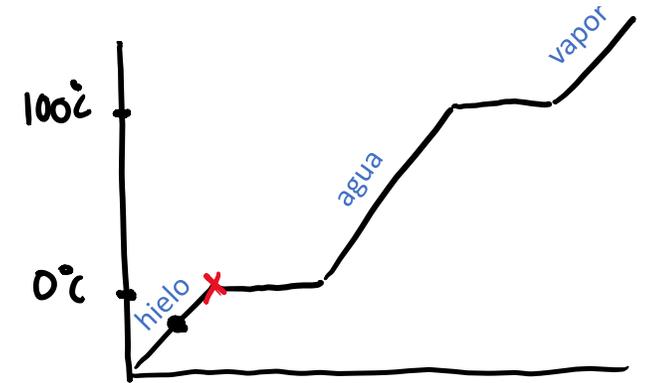
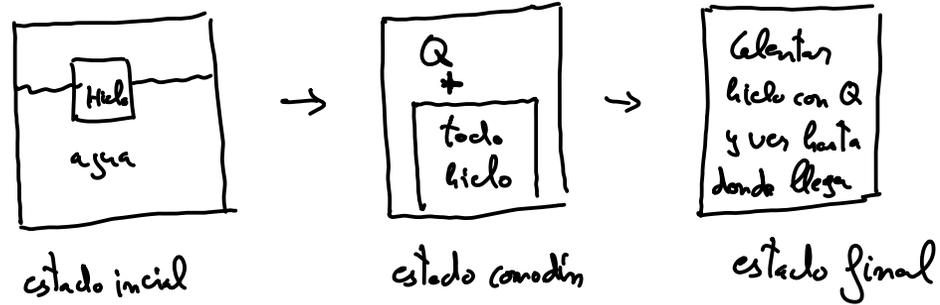
Q cede agua al pasar de $80^\circ C$ a hielo a $-5^\circ C$?

$$|Q| = m_{\text{agua}} \cdot C_{\text{agua}} \cdot 80 + m_{\text{agua}} \cdot L_f + m_{\text{agua}} \cdot C_{\text{hielo}} \cdot 5 = 162.500 \text{ cal}$$



11. Mezclamos 1 kg de agua a ~~40°C~~ ^{80°C} con 1 kg de hielo a $-5^{\circ}C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^{\circ}C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Segunda forma
(estado comodín)



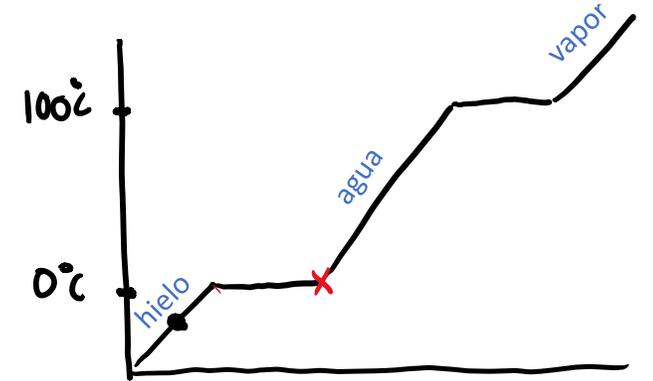
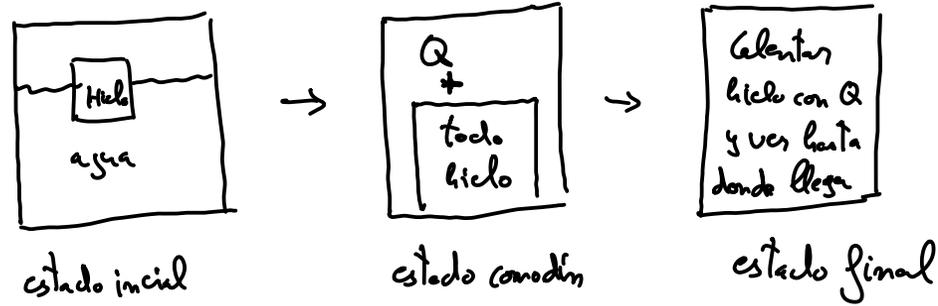
Q pasar de hielo a $5^{\circ}C$ a hielo a $0^{\circ}C$

$$m_{\text{hielo}} \cdot c_{\text{hielo}} \cdot \Delta T = 5000 \text{ cal}$$

Me quedan $162500 - 5000 = 157500 \text{ cal}$

11. Mezclamos 1 kg de agua a ~~40°C~~ ^{80°C} con 1 kg de hielo a $-5^\circ C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^\circ C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Segunda forma
(estado comodín)



Q pasar de hielo a $0^\circ C$ a agua a $0^\circ C$

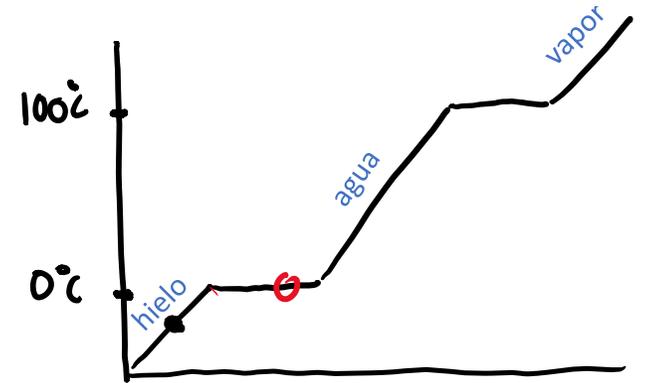
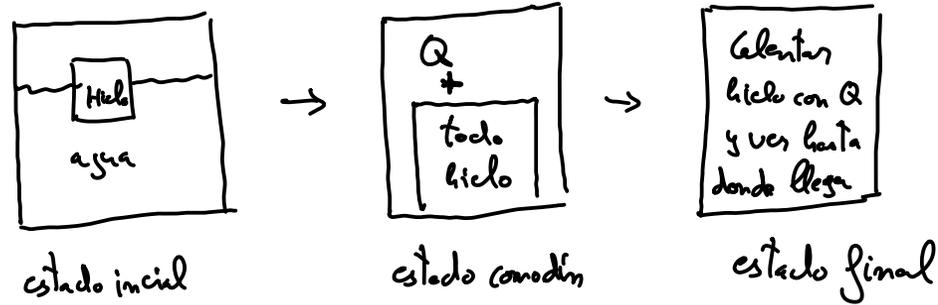
$$m_{\text{hielo}} \cdot L_f = 160.000 \text{ cal}$$

Me quedan $157500 - 160000 = -2500 \text{ cal}$ **No se puede!!**

Por lo tanto no podemos fundir todo el hielo ¿Cuánto podemos fundir?

11. Mezclamos 1 kg de agua a ~~40°C~~ ^{80°C} con 1 kg de hielo a $-5^\circ C$. ¿Dispondremos de suficiente calor para fundir todo el hielo? Si es así, ¿a qué temperatura queda la mezcla? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^\circ C$. Calor de fusión del hielo 80 cal/g . Calor específico del agua 1 cal/g .

Segunda forma
(estado comodín)



Masa de hielo
que se funde

$$m'_{\text{hielo}} \cdot L_f = 157.500 \text{ cal} \Rightarrow m'_{\text{hielo}} = 1968'75 \text{ g}$$

Composición final:

$$T = 0^\circ C \rightarrow \text{Hielo } (31'25 \text{ g}) + \text{Agua } (1968'75 \text{ g})$$