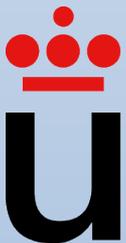


# La gravedad, la fuerza de la que no puedes escapar

**Manuel Arrayás**

**Área de Electromagnetismo  
Universidad Rey Juan Carlos  
(Madrid, España)**

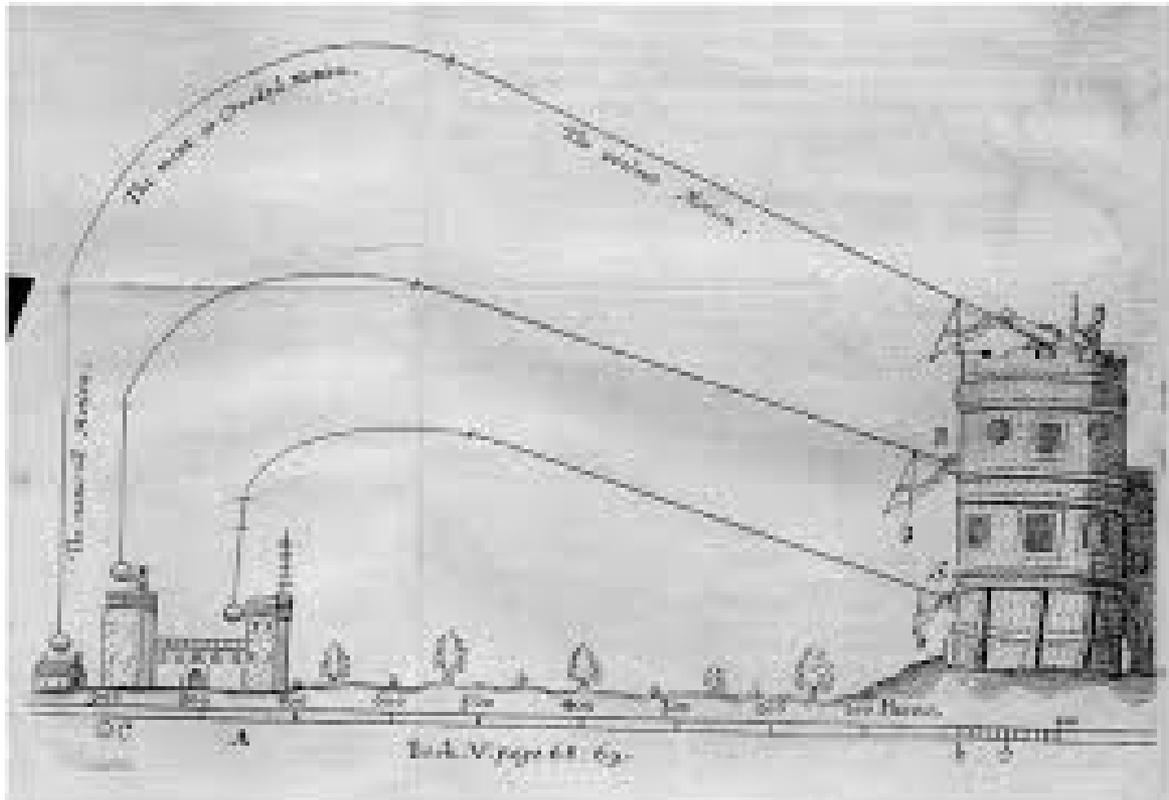


Universidad  
Rey Juan Carlos

# Galileo: el comienzo del estudio de la gravedad

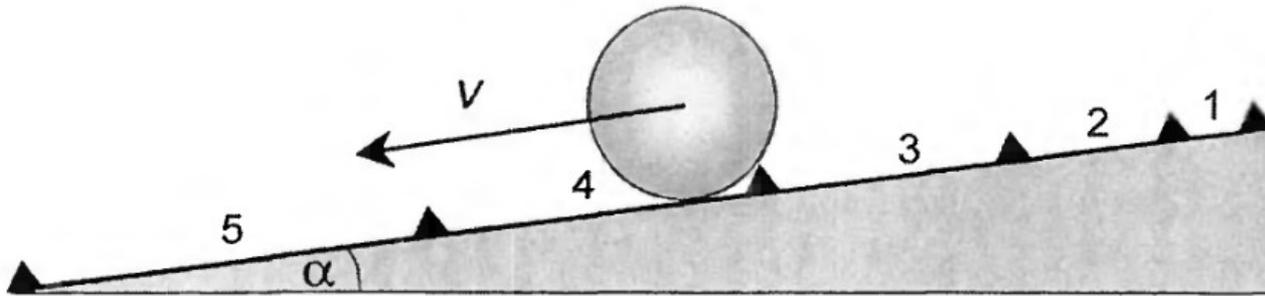


**Al disponerse de cañones más potentes, comprender las trayectorias de los proyectiles era un asunto de suma importancia.**



**Para hacer que los cuerpos cayeran más lentamente introdujo el plano inclinado.**





Tiempo (segundos)	Veloc. (metros/segundos)	Posición (metros)
1	1	$(1+0)/2=0.5$
2	2	$0.5+(2+1)/2=2$
3	3	$2+(3+2)/2=4.5$
4	4	$4.5+(4+3)/2=8$
5	5	$8+(5+4)/2=12.5$
6	6	$12.5+(6+5)/2=18$
7	7	$18+(7+6)/2=24.5$
8	8	$24.5+(8+7)/2=32$
9	9	$32+(9+8)/2=40.5$

Posición	0	0.5	2	4.5	8	12.5	18	24.5	32	40.5
Tiempo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Velocidad media	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
-----------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$$V_{media} = \frac{V_f + V_i}{2}$$

Velocidad	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tiempo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

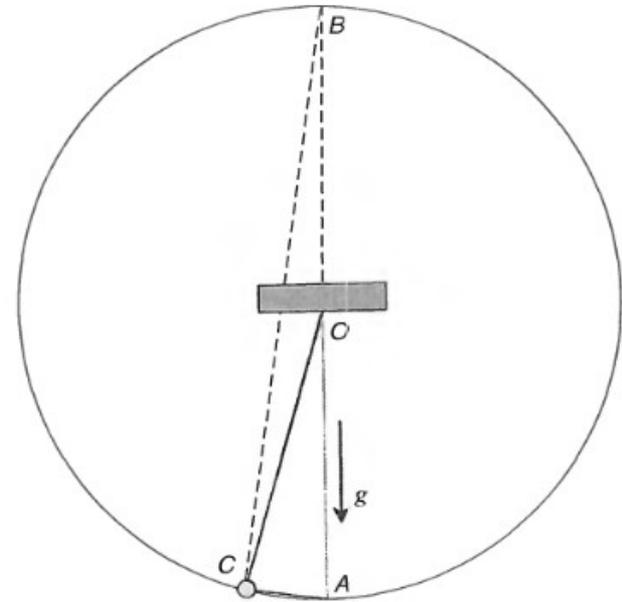
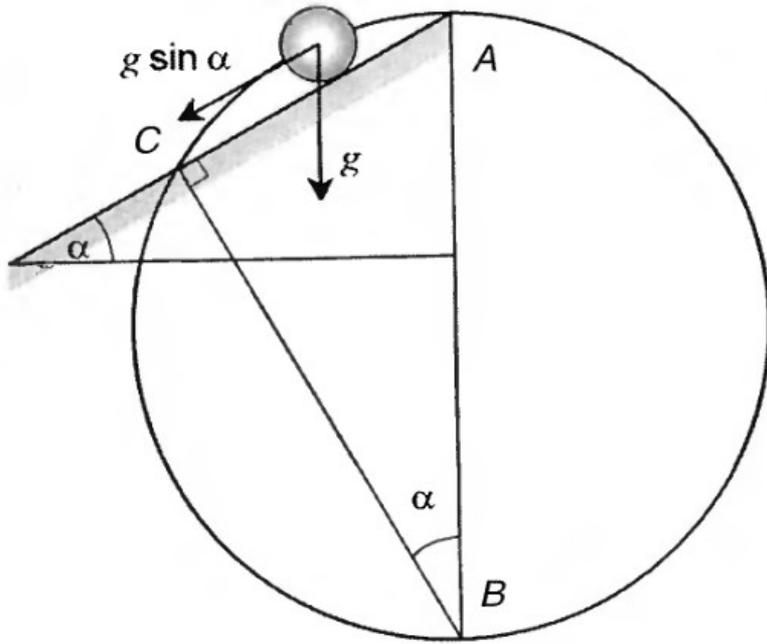
Aceleración media	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Posición	0	0.5	2	4.5	8	12.5	18	24.5	32	40.5
Tiempo <sup>2</sup>	0	1	4	9	16	25	36	49	68	81

$$v = at,$$

$$x = \frac{at^2}{2},$$

$$g = 9,81\text{m/s}^2$$

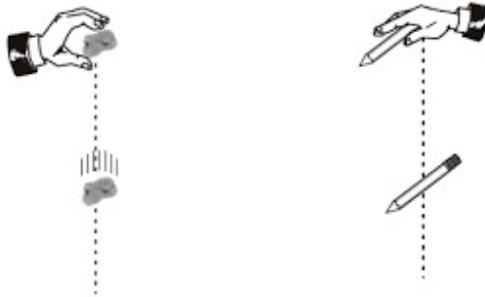


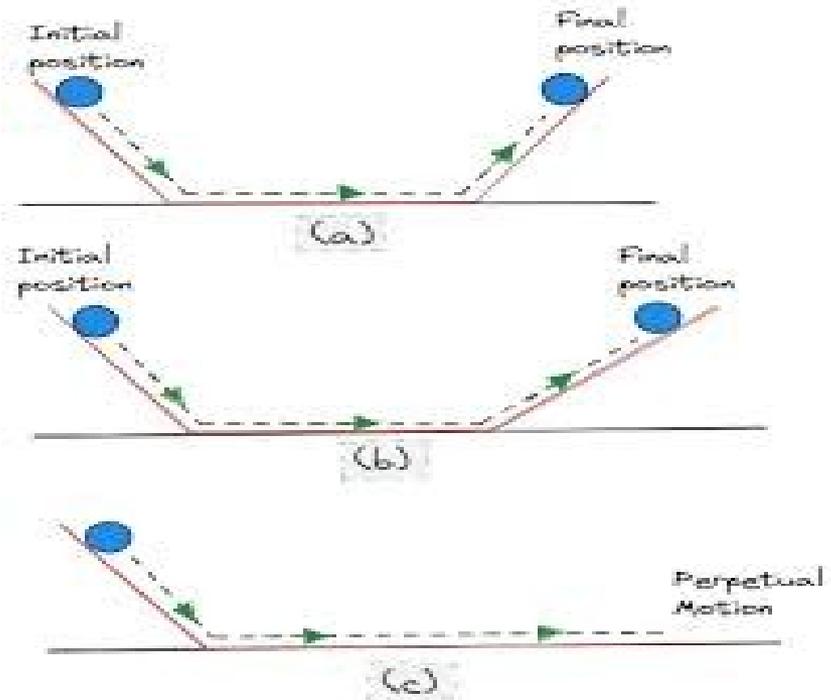
# Las dos leyes de la caída de los cuerpos cerca de la superficie de la Tierra:

Prescindiendo del rozamiento con el aire:

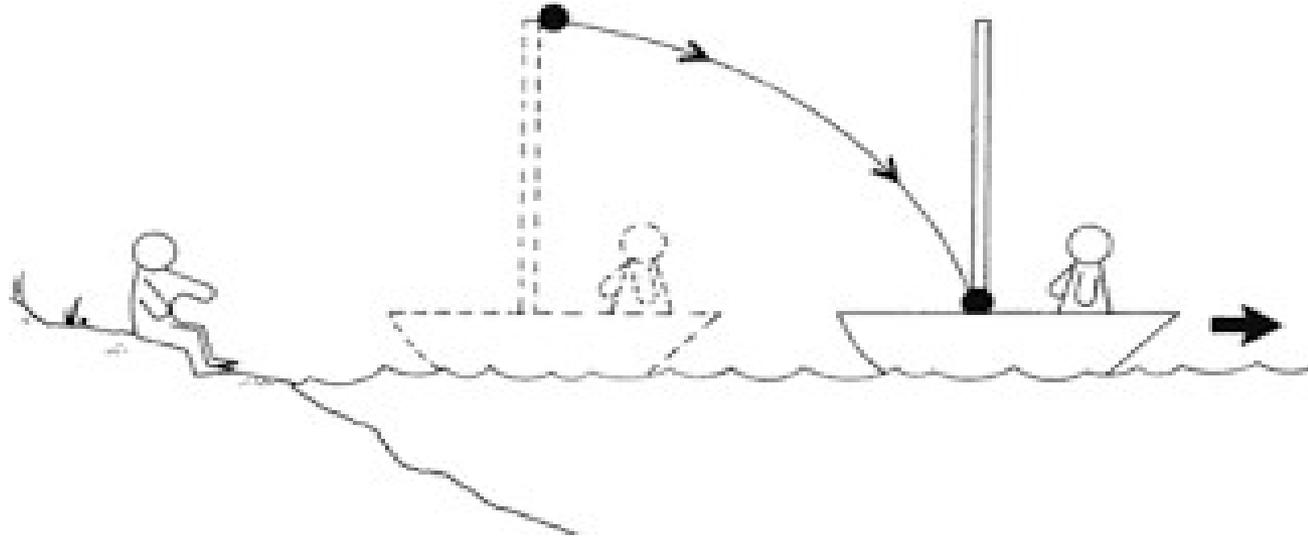
Todos los cuerpos caen de la misma manera, independientemente de su peso.

Lo hacen con aceleración constante.





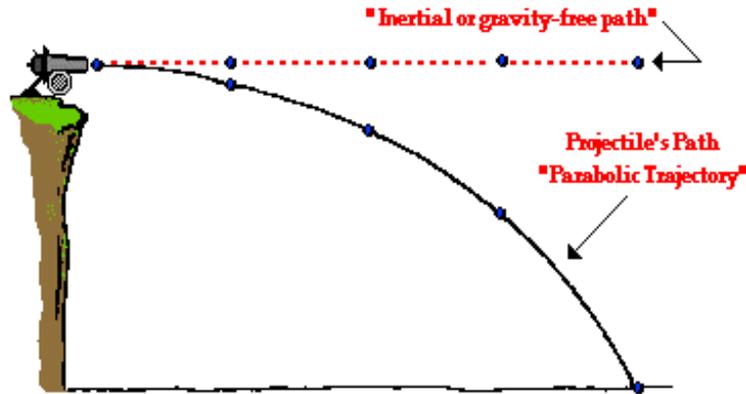
# Galileo, el primer relativista



El movimiento horizontal de un objeto no depende del movimiento vertical.

Un observador quieto mide la misma aceleración vertical que uno en movimiento a velocidad constante y en línea recta.

# Movimiento parabólico



With gravity, a "projectile" will fall below its inertial path. Gravity acts downward to cause a downward acceleration. There are no horizontal forces needed to maintain the horizontal motion - consistent with the concept of inertia.

El movimiento horizontal es a velocidad constante:  $x = V t$

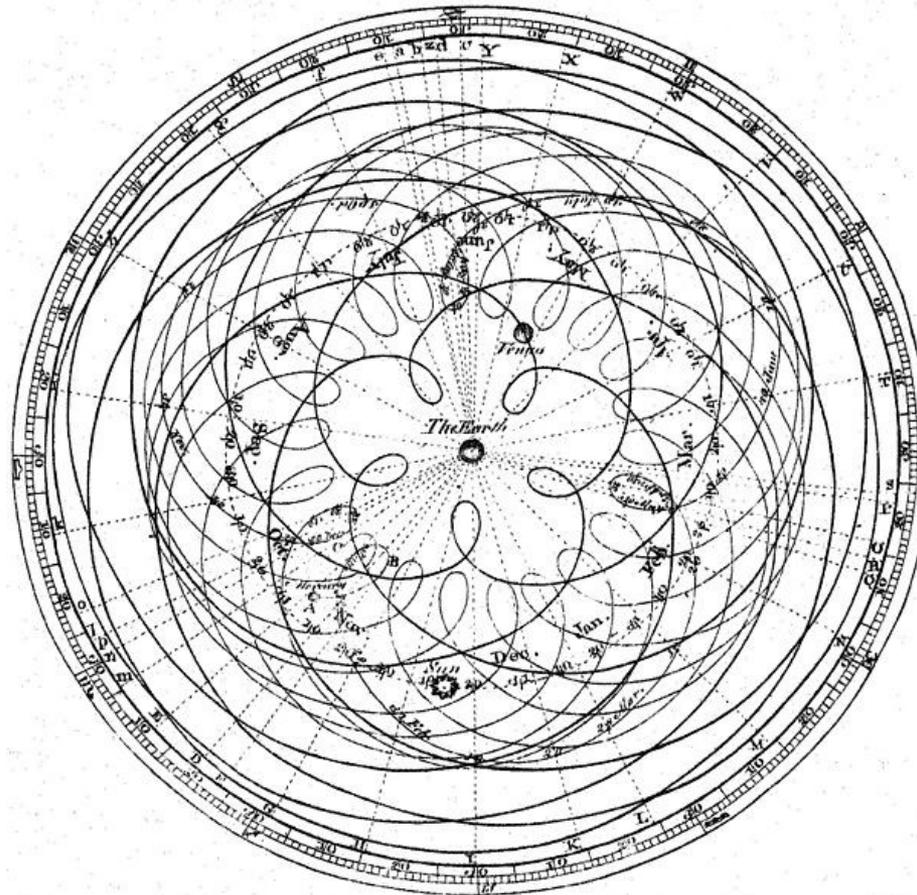
El vertical es a aceleración constante:

$$y = g t^2 / 2$$

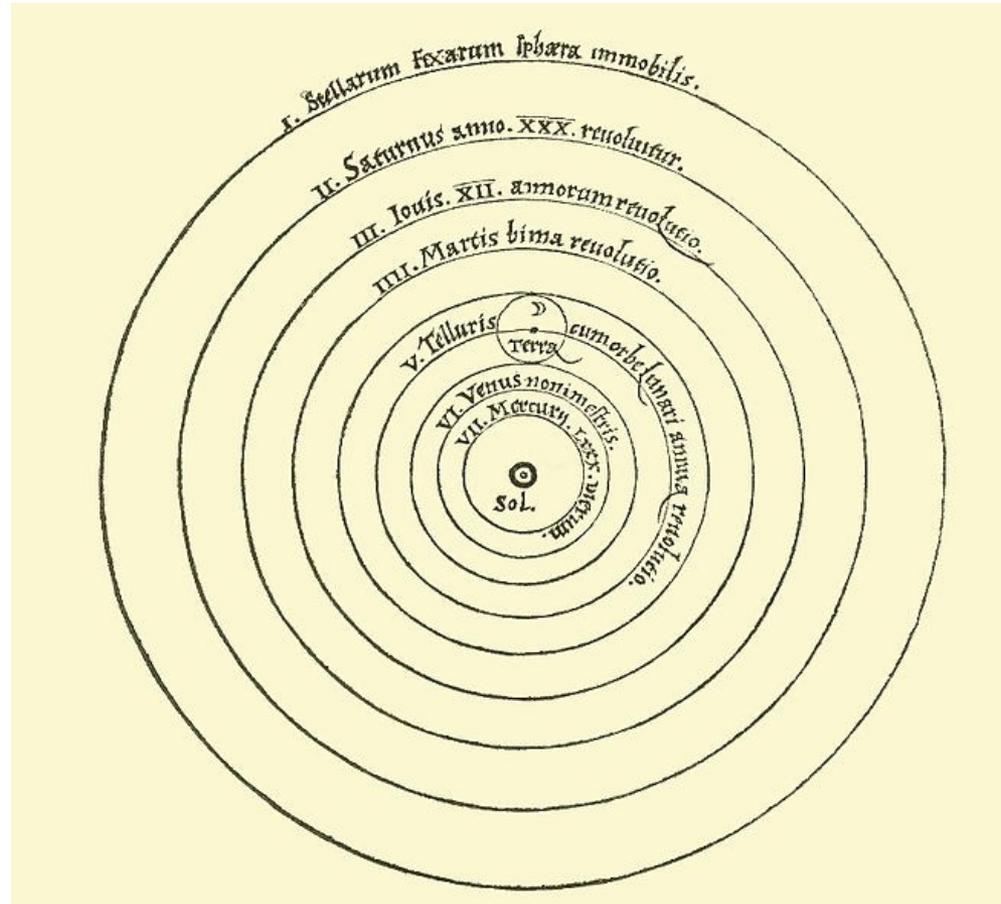
# Un modelo geocéntrico



# Planetas, las estrellas errantes



# El modelo heliocéntrico de Copérnico



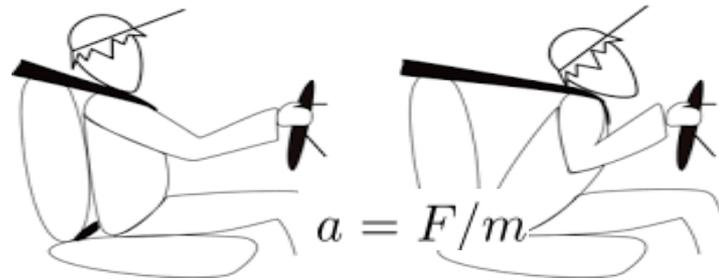
**Si la Tierra se mueve a 107280 Km/h ¿por qué no sentimos su movimiento?**



**Pues porque todos vamos en el mismo barco, Galileo dixit.**

# Y llegó Newton...

Primera ley (inercia, el barco de Galileo)



Segunda y Tercera ley:

$$a = F/m$$



# El peso, la acción de la Tierra sobre los objetos.



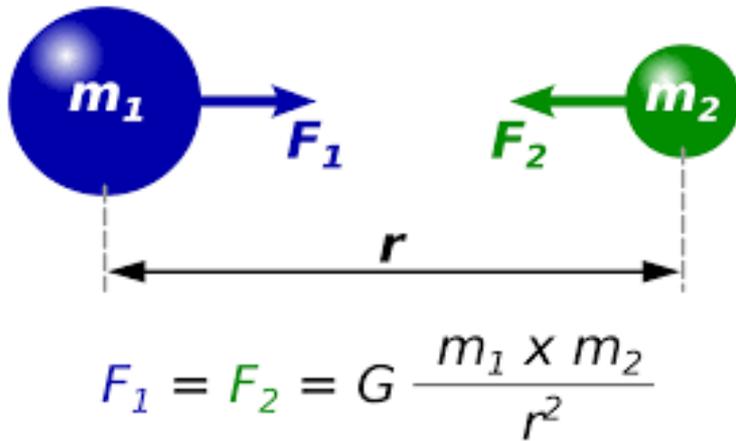
-GET OFF MY FEET AND TAKE ME TO YOUR LEADER !

$$a = F/m$$



El peso deberá ser proporcional a la masa

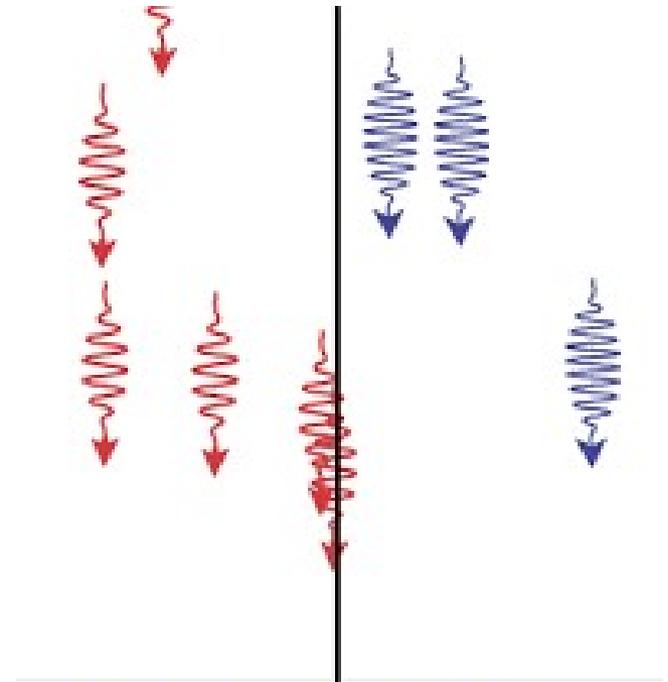
# Las leyes de Newton combinadas con las de Galileo permitieron obtener la ley de la gravitación universal a Newton



**PROBLEMA: ACCIÓN a DISTANCIA requiere TRANSMISIÓN INSTANTÁNEA**

# El principio de equivalencia : problemas con la luz

El principio de equivalencia de Galileo (los objetos caen con la misma aceleración) lo reformuló Newton al establecer que la masa de un cuerpo era proporcional a su peso.



For the same light intensity, blue light requires fewer photons since the energy content of each photon is greater.

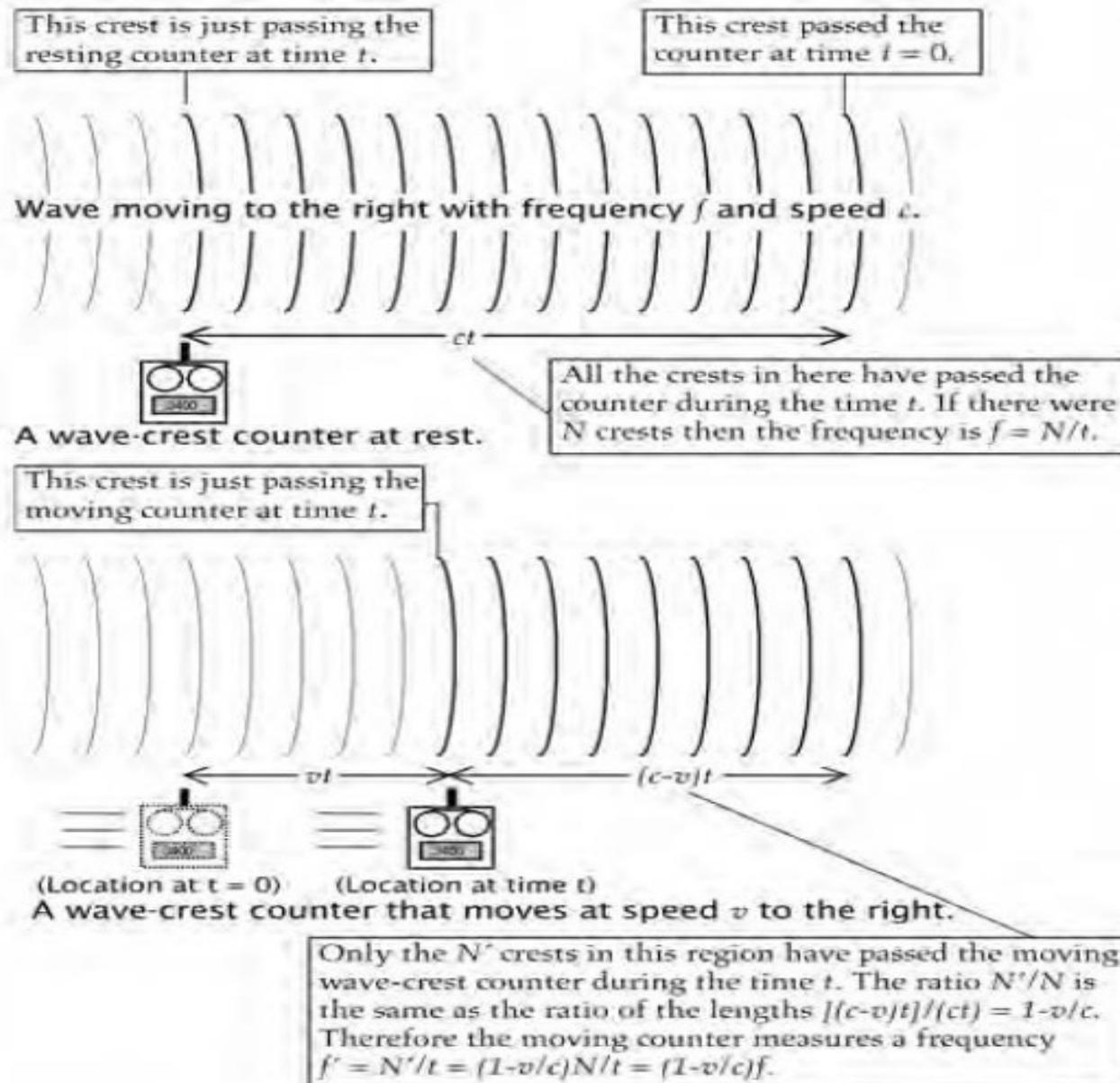
# El nuevo principio de equivalencia

En un campo gravitacional, los objetos se comportan como si no existiera gravedad cuando se observan por un observador en caída libre.

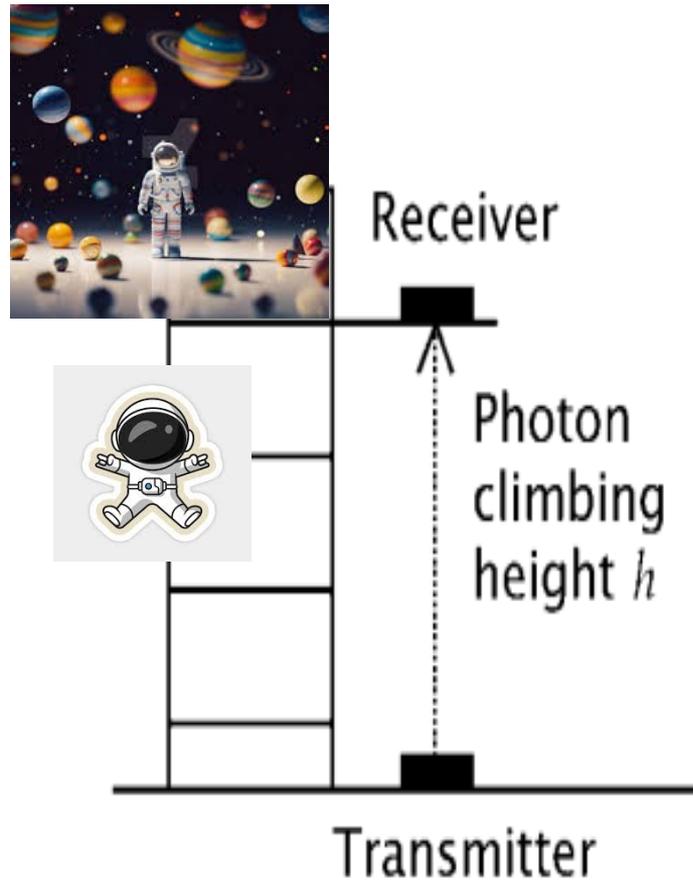
Por tanto las leyes de la física deben de ser las mismas que si la gravedad no existiera cuando se observan desde una sistema de referencia en caída libre.



# El efecto Doppler



# El corrimiento al rojo debido a la gravedad



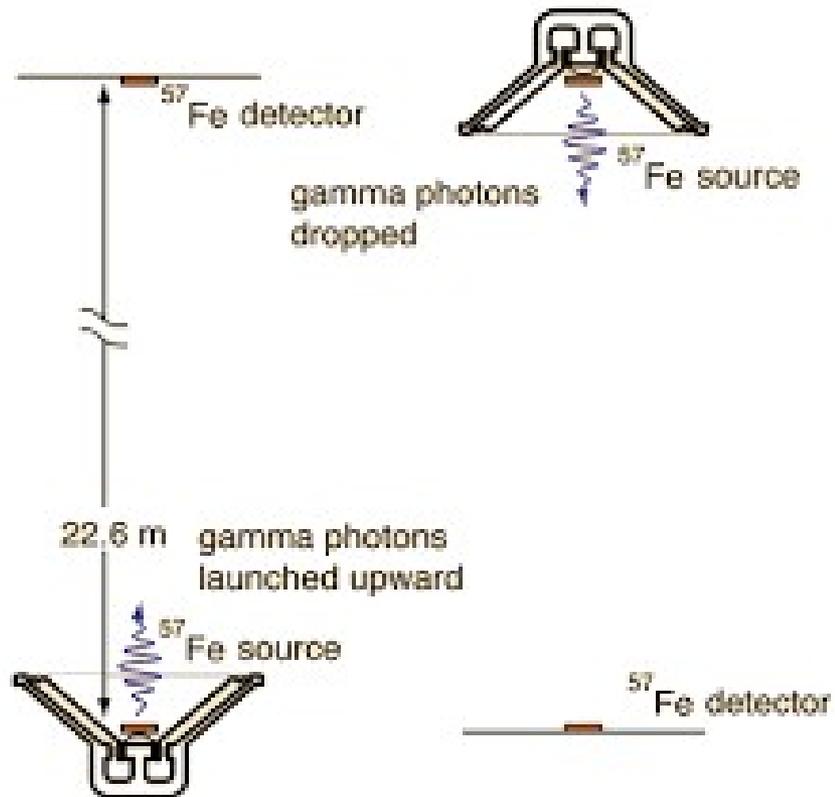
$$\frac{f}{f_0} = \frac{c - v}{c}$$

Tiempo que tarda la luz en subir:  $h/c$

Velocidad de nuestro ayudante:  $g h/c$

$$f = (1 - gh/c^2) f_0$$

# Experimento de Pound-Rebka



# La gravedad hace que el tiempo vaya más despacio

$$100 \text{ m}, gh/c^2 = 1,1 \times 10^{-14}$$

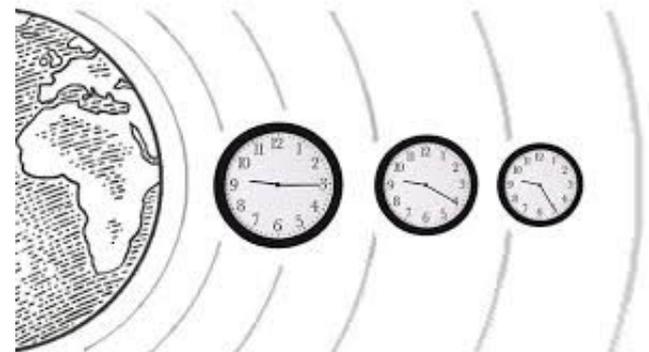
Tenemos dos relojes que hacen tic-tac-tic  $10^{15}$  veces por segundo (frecuencia de la luz visible)

En un día el reloj de abajo ha hecho  $10^{20}$  tics.  
( $3600 \times 24$  segundos tiene un día, unos 100000 s).  
El de arriba recibe el mismo número de crestas.

El reloj de arriba mide una frecuencia menor para la luz que le llega,  $1/10^{14}$ . Esto implica que el reloj de arriba se mueve más deprisa en la misma cantidad ( $N = \text{frecuencia} \times \text{tiempo}$ )

Cuando el día acaba, ha realizado ¡ $10^6$  tics de más ( $10^{20-14}$ ) que el de abajo!

Esto es  $10^{6-15} = 10^{-9}$  s de más.



# GPS

Tiempo que tarda una señal de radio en viajar 10 m

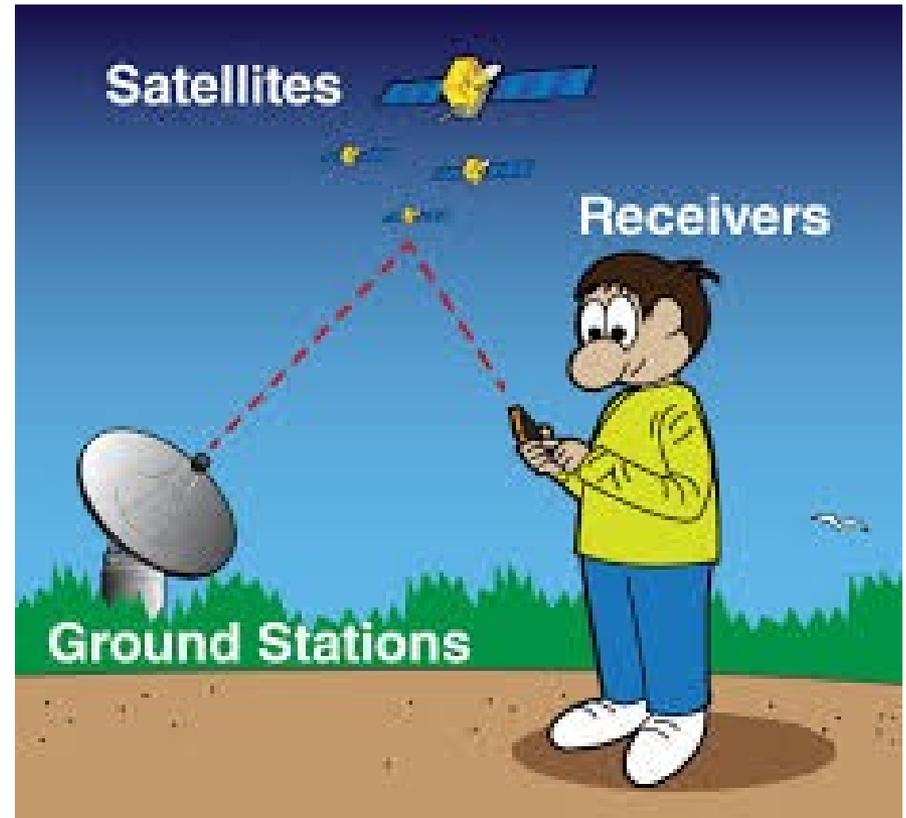
$$10/c = 0.03 \text{ micro sec}$$

Lo que adelanta el reloj del satélite del ejemplo anterior al día:

altura del satélite: 20000 km

$$g/hc^2 = 3 \times 10^{-9}$$

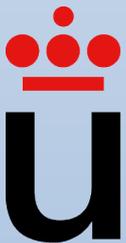
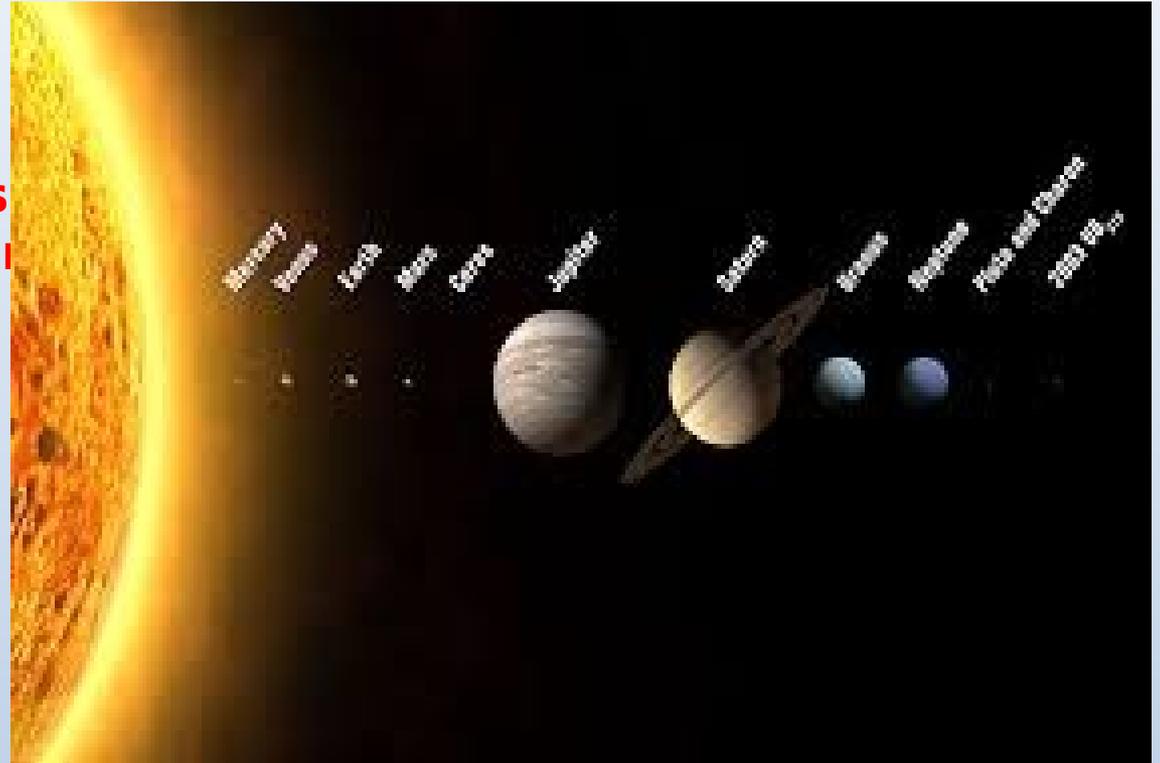
17 micro sec al día



# Satélites y el sistema solar

**Manuel Arrayás**

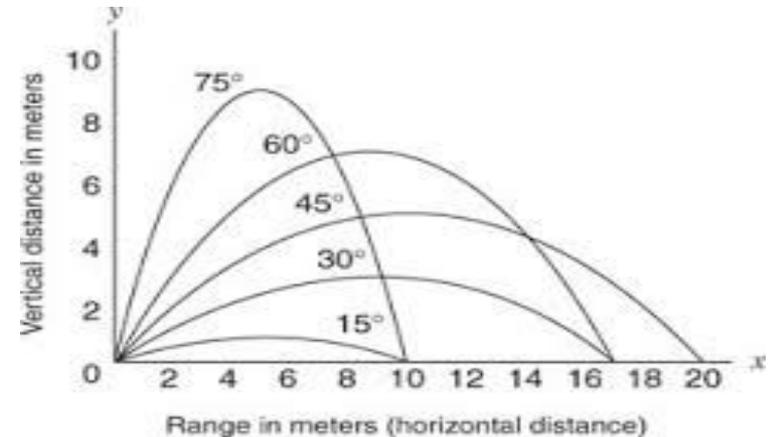
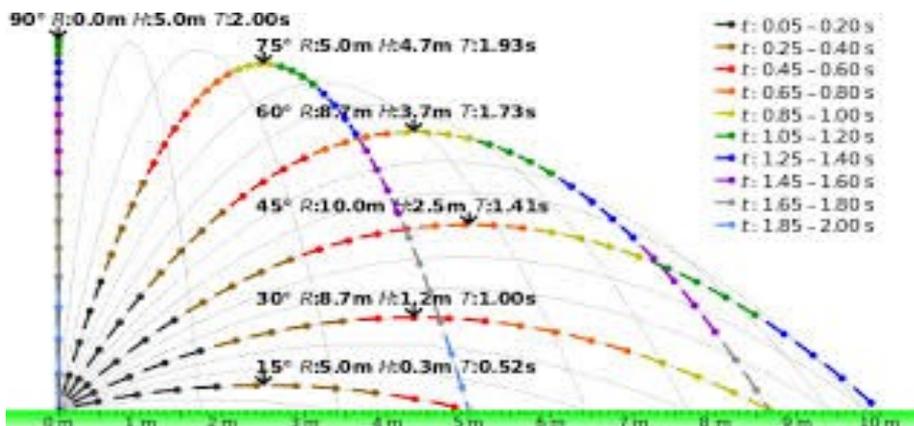
Área de Electromagnetismo  
Universidad Rey Juan Carlos  
(Madrid, España)



Universidad  
Rey Juan Carlos

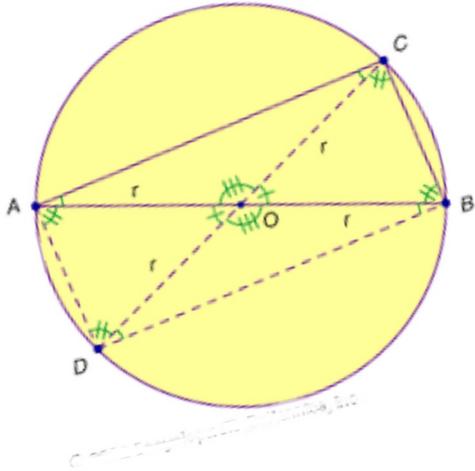
# Algunas cuestiones

- ¿Se tarda lo mismo en subir que en caer?
- ¿Se puede alcanzar el mismo punto con dos trayectorias?



- ¿Cuál será el máximo alcance?

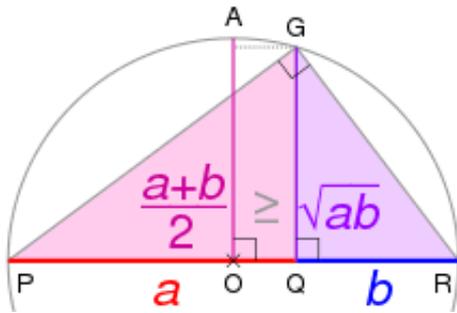
# El máximo alcance es un compromiso entre subir y avanzar.



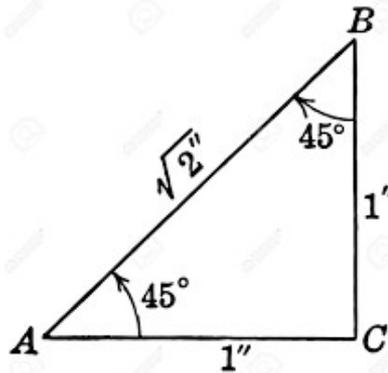
$$t_{up} = v_{vert}/g$$

$$t_{vuelo} = 2 v_{vert}/g$$

$$d = t_{vuelo} v_{horiz} = 2 v_{vert} v_{horiz}/g$$



$$v_{vert} = v_{horiz}$$



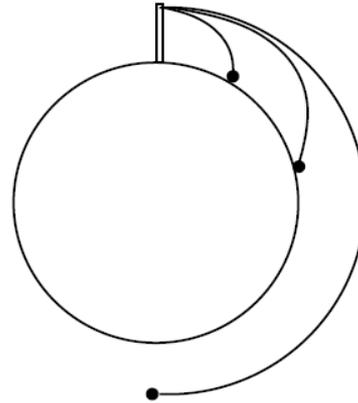
$$v_{vert} = v_{horiz} = v/\sqrt{2}$$

Alcance máximo:  $d_{\max}$

$$v^2/g,$$

# Lo que sube siempre cae, y choca, excepto si no encuentra el suelo.

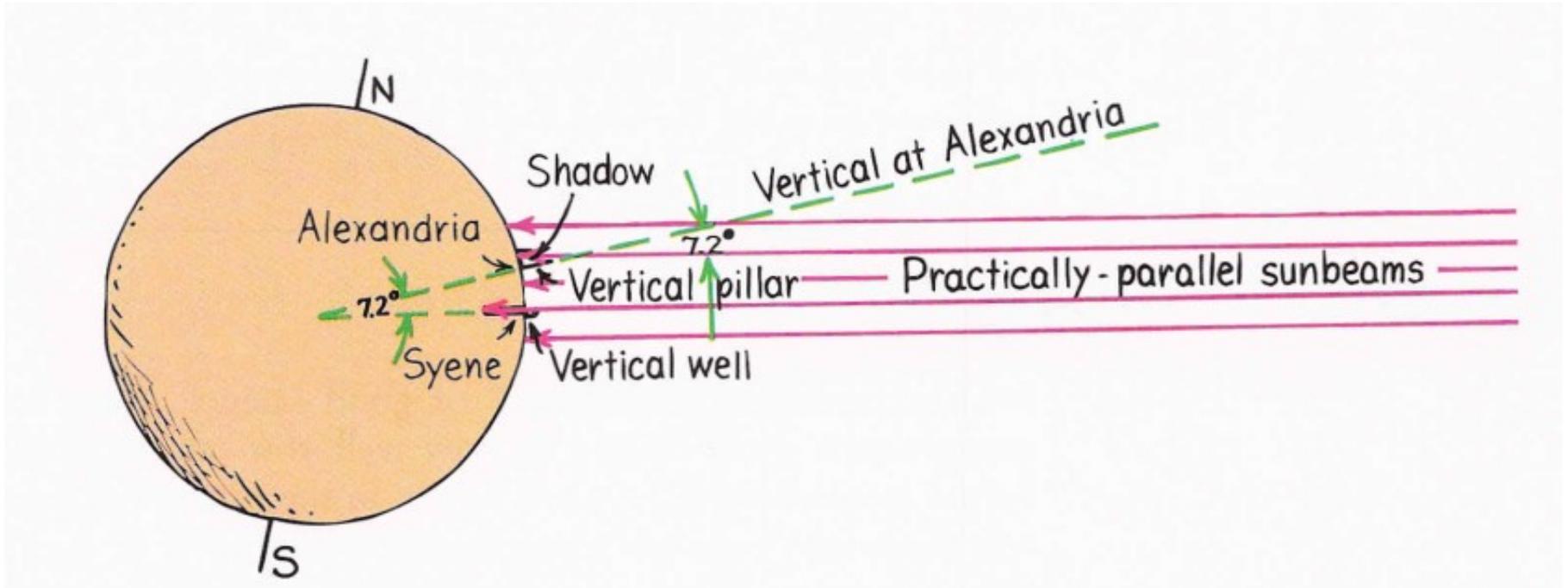
- ▼ Newton vio más lejos que nadie. Quizá se imaginó al ver caer una manzana que la luna también caía alrededor de la tierra.



$$v = \sqrt{gR}$$

- ▼ Si uno tira una piedra con suficiente velocidad acabará dándole una vuelta a la Tierra, y nunca tocará el suelo. Esta velocidad se llama **velocidad orbital**.

# El radio de la Tierra: Erastótenes



$$360/7.2=50$$

Distancia de Alejandría a Siracusa = 800 km

Perímetro de la tierra =  $800 \times 50 = 40000$  km

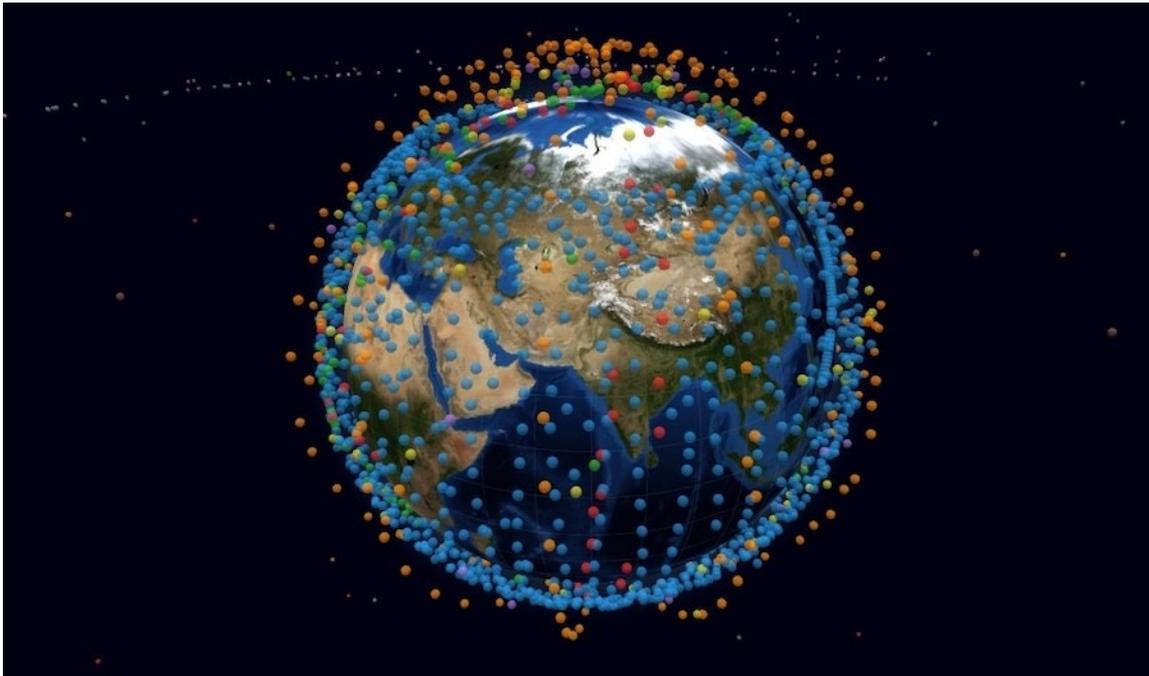
Radio de la Tierra calculado =  $\text{Perímetro}/2\pi = 6366$  km

Radio promedio = 6370 km

# La velocidad de los satélites de baja órbita

$$v_{orbit} = \sqrt{gR}$$

$$v_{orbit} = 7,9 \text{ km/s}$$



Un satélite recorre en baja órbita unos 40200 km (prácticamente el valor del perímetro de la Tierra). Dividida la distancia entre la velocidad resulta un periodo de **85 minutos**.

**¿Cómo podemos determinar si algo está más cerca o más lejos en el Sistema Solar de nosotros?  
Ejemplo: la Luna y Marte**



**Si hay una ocultación la respuesta es clara.**

<https://youtu.be/vqROVCzCFQ8>

# Las ocultaciones permiten medir las velocidades orbitales.



Imagen de la sonda Cassini, ocultación de una estrella distante por la Luna. Tiempo: 1 hora.

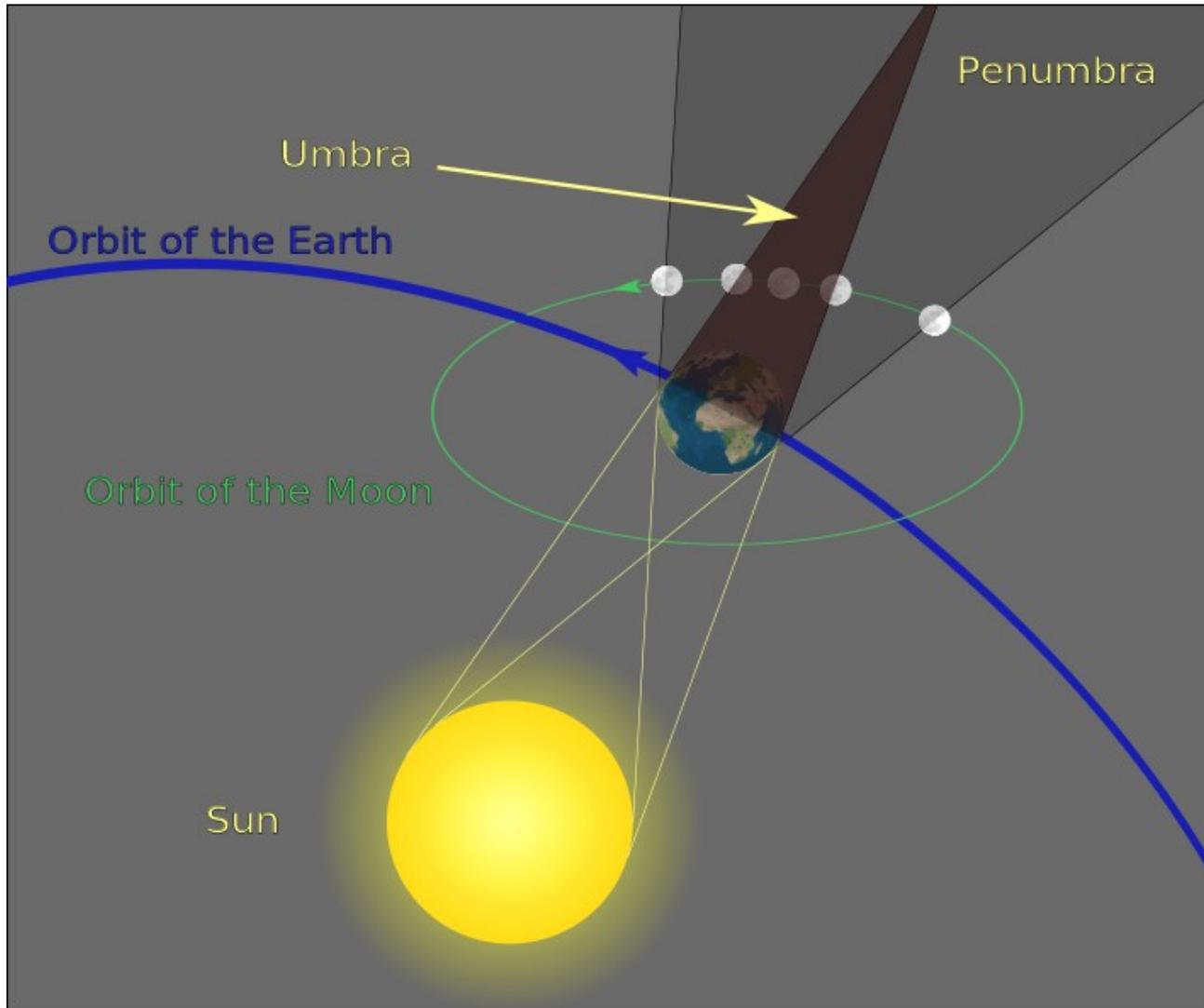
Velocidad orbital estimada: diámetro de la luna / 1 hora

# Tamaños relativos

¿Qué es mayor, la Luna o la Tierra?

Aristarco de Samos , unos 300 AC fue capaz de responder a esta cuestión observando un eclipse de Luna.





# Las cuentas de Aristarco

El tiempo que duró el eclipse = 2.6 horas

$$\frac{1}{2,6} = \frac{\text{diámetro de la Luna}}{\text{diámetro de la Tierra}}$$

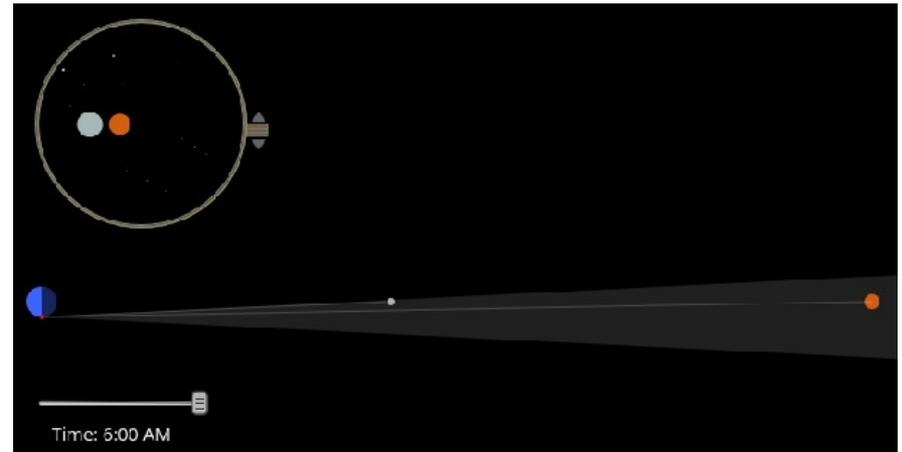
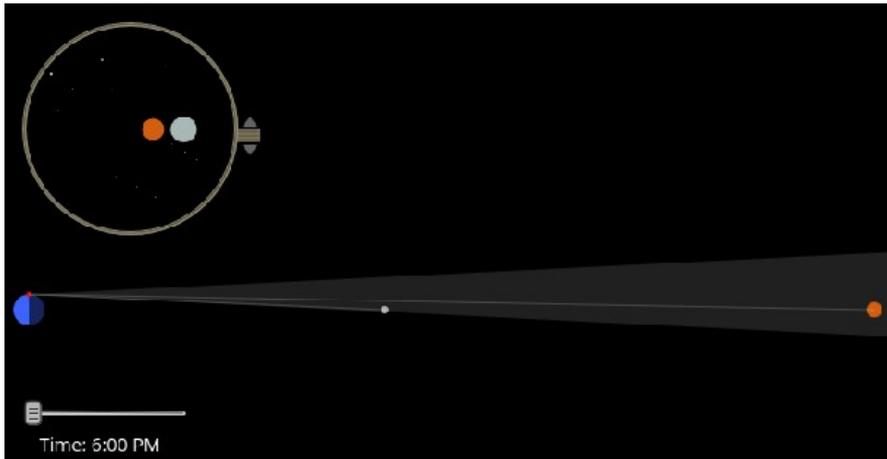
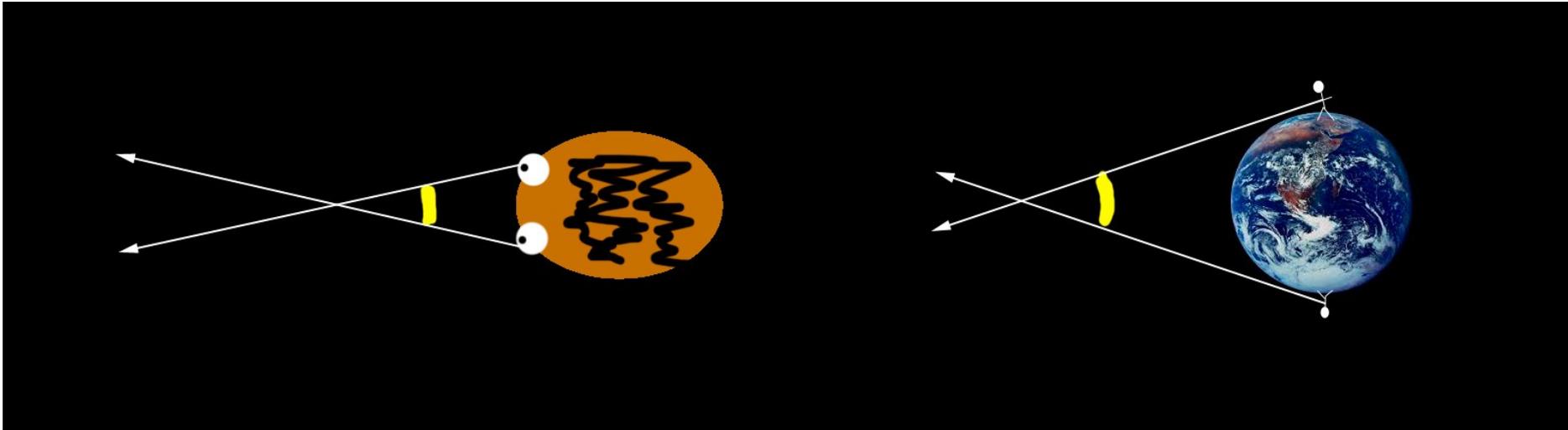
$$\text{diámetro de la Luna} = \frac{2 \times 6366}{2,6} = 3341\text{km}$$

Actualmente sabemos que la Luna mide unas 3.7 veces menos que la Tierra, y su diámetro es de 3475 km.

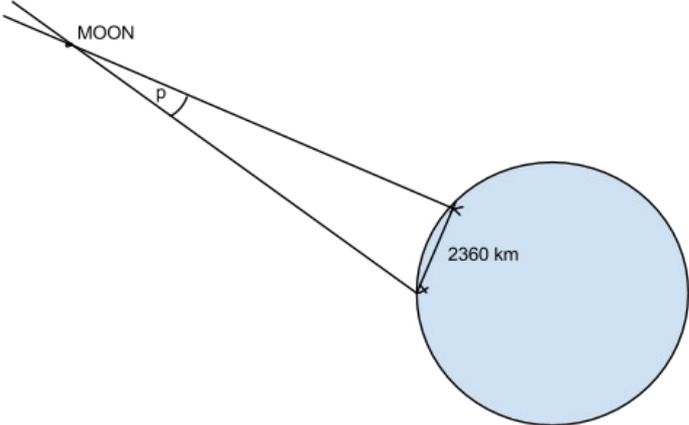
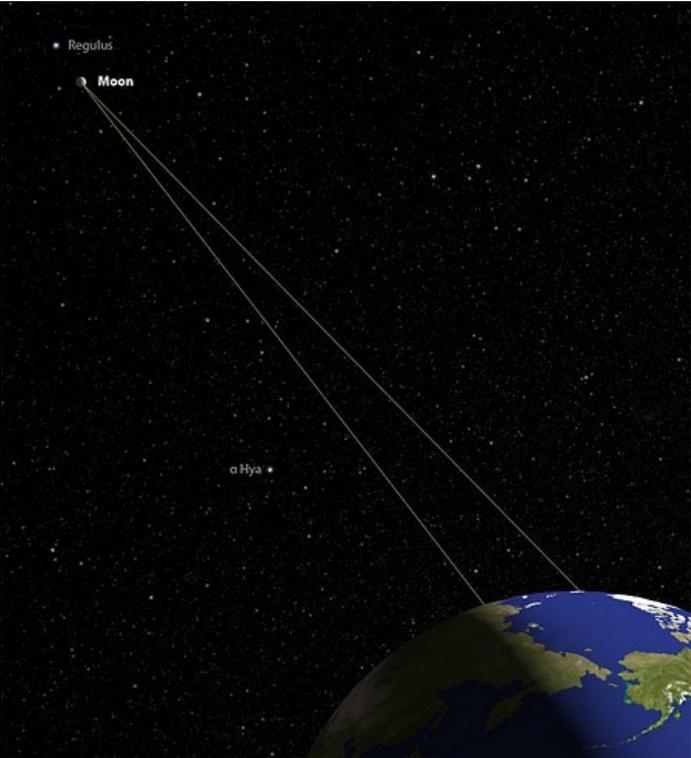
# Paralaje: cómo medir distancias a objetos



**El dedo son los planetas y las estrellas más lejanas el fondo quieto.**



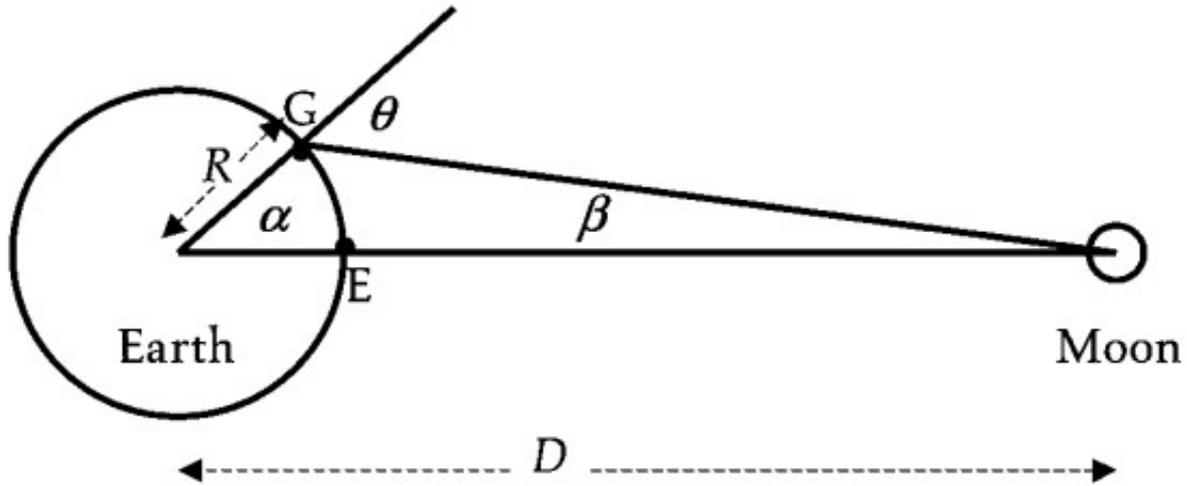
# Hiparco en la segunda centuria AC



# Determinación del ángulo de paralaje: Regulus está fija

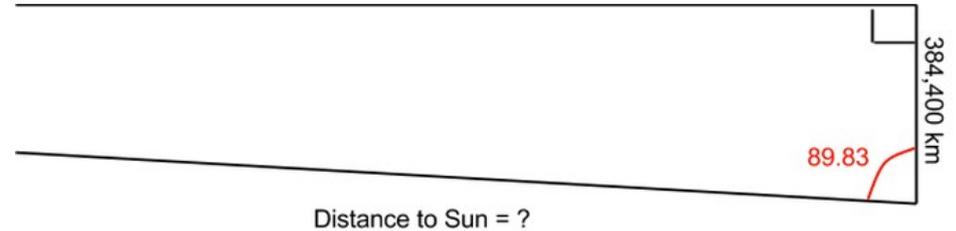
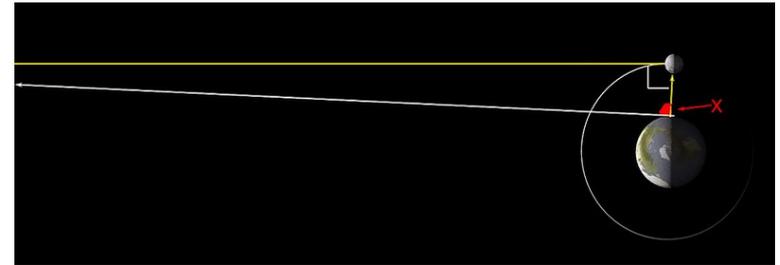


# Determinación del ángulo de paralaje



$$D = 60 R = 384\,000 \text{ km}$$

# Distancia al Sol, Aristarco de nuevo



$$\cos(\text{angle}) = \text{adjacent} / \text{hypotenuse}$$

$$\cos(89.83) = \text{moon distance} / \text{sun distance}$$

$$\text{sun distance} = 384,400 / \cos(89.83)$$

$$\text{sun distance} = 129,556,058 \text{ km}$$

$$1 \text{ AU} = 149\,597\,871 \text{ km}$$

Average distance to the Sun: 149,600,000 km

# La Luna y el cuadrado de la distancia

Average distance from the Earth, $R$ (km)	Period of orbit, $P$ (s)
$3.84 \times 10^5$	$2.36 \times 10^6$

$$a = \frac{v_{orbit}^2}{r}$$

La distancia que recorre la luna en un periodo es  $2\pi R$ .

$$\frac{0,0027}{9,8} = \frac{1}{3629} \approx \frac{1}{3600} = \frac{1}{60^2}$$

$$F_{grav} \propto \frac{1}{r^2}$$

# La tercera ley de Kepler



Planeta	$P^2/R^3$ ( $10^{-10}\text{s}^2/\text{km}^3$ )
Mercurio	2.98
Venus	2.97
Tierra	2.97
Marte	2.97
Júpiter	2.97
Saturno	2.99
Urano	2.98
Neptuno	2.97
Plutón	2.97

$$P = 2\pi R/v_{orbit}$$

$$v_{orbit}^2 = Rg$$

$$P^2 = 4\pi^2 \frac{R}{g}$$

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{R^2 g}$$

$$g \sim 1/R^2$$

# El valor de la constante universal G: la balanza cósmica

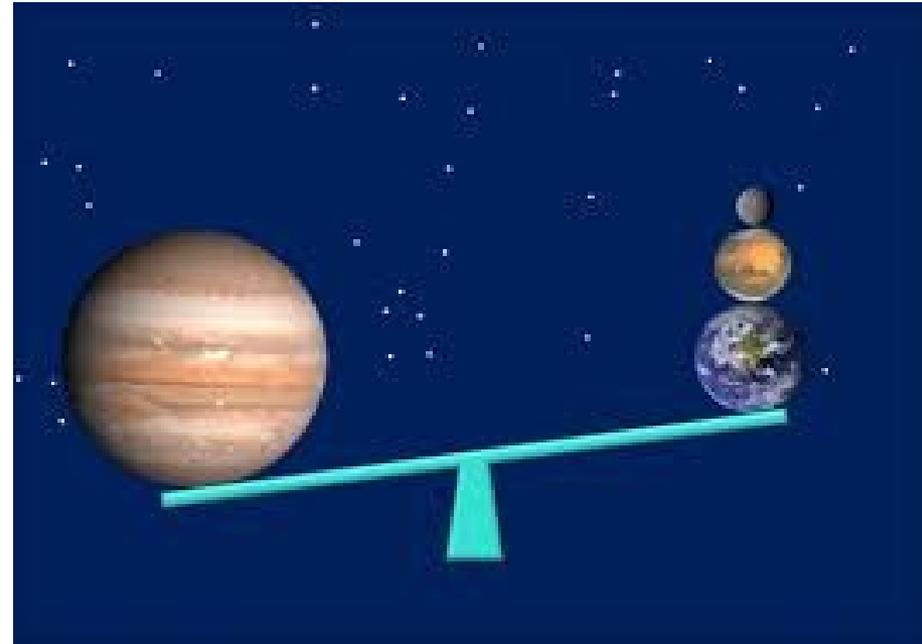
$$GM_T$$

$$M_T = \frac{4\pi}{3} R_T^3 (5,53\rho) = 5,97 \times 10^{24} \text{kg}$$

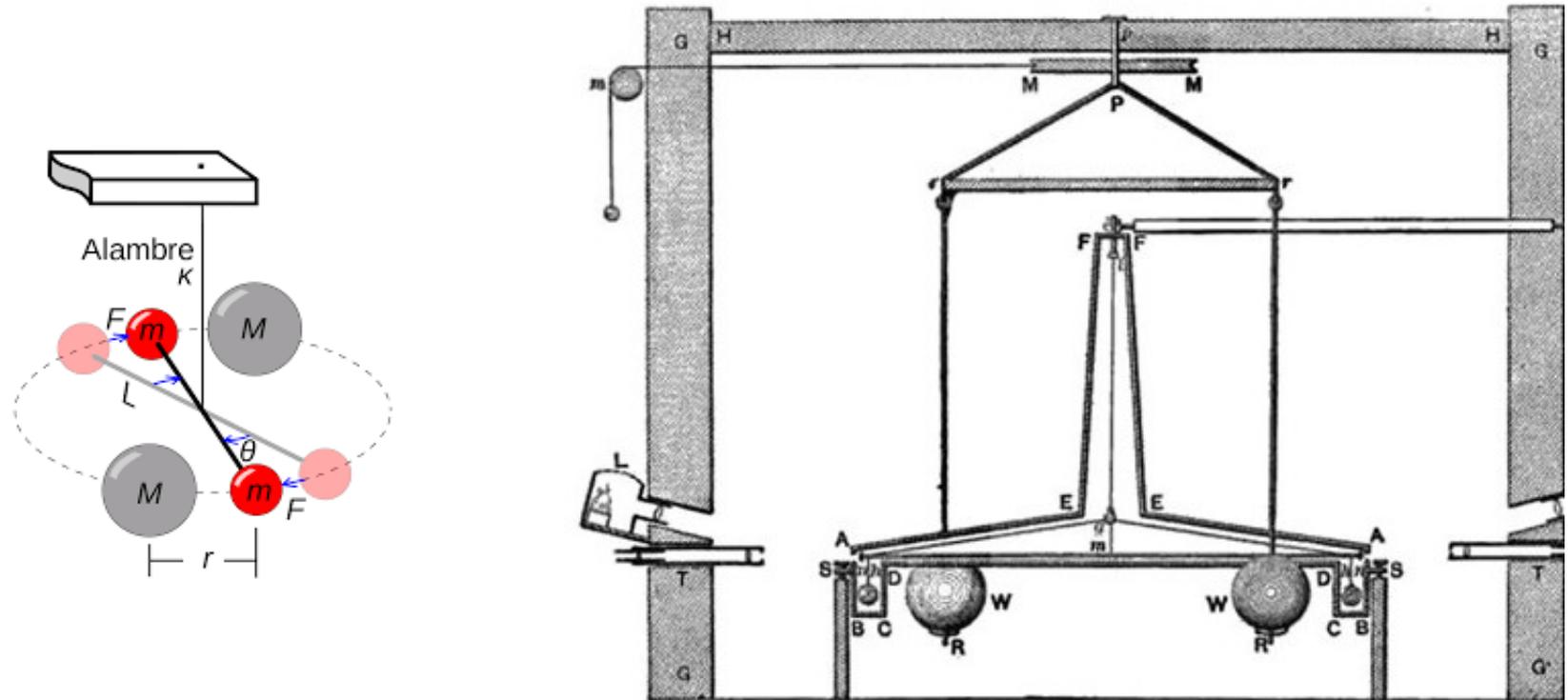
Densidad del agua  $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$G = gR_T^2/M = 6,67 \times 10^{-17} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2\text{kg}}$$

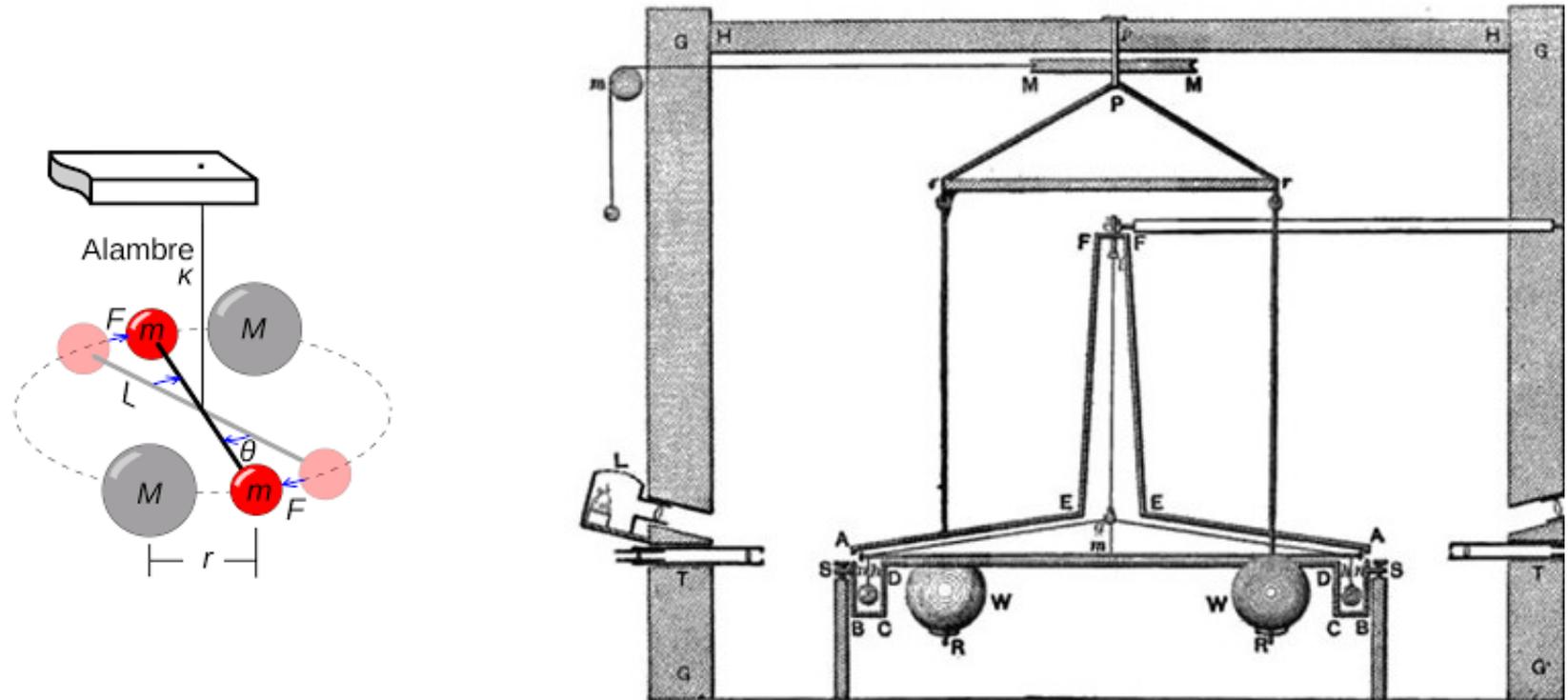


# El péndulo de torsión de Cavendish



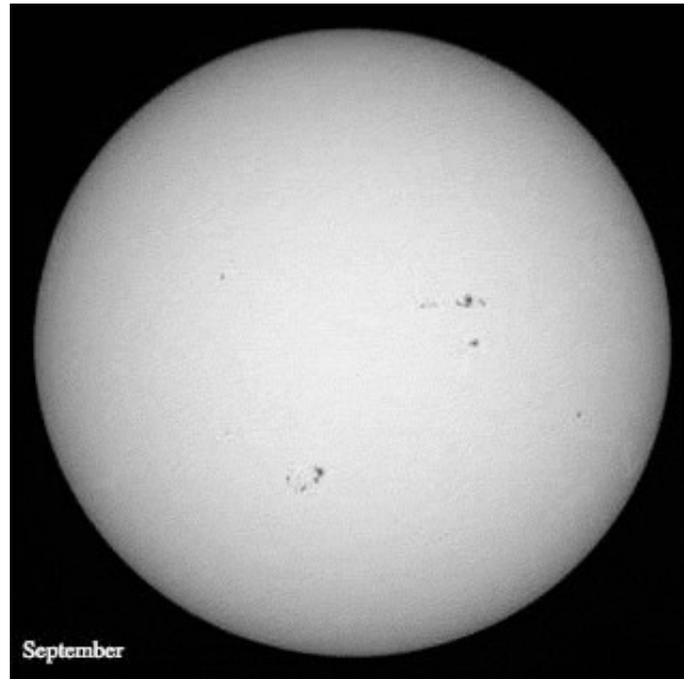
**Figure 1.** Cavendish's instrument in the first laboratory measurement of  $G$ .

# El péndulo de torsión de Cavendish

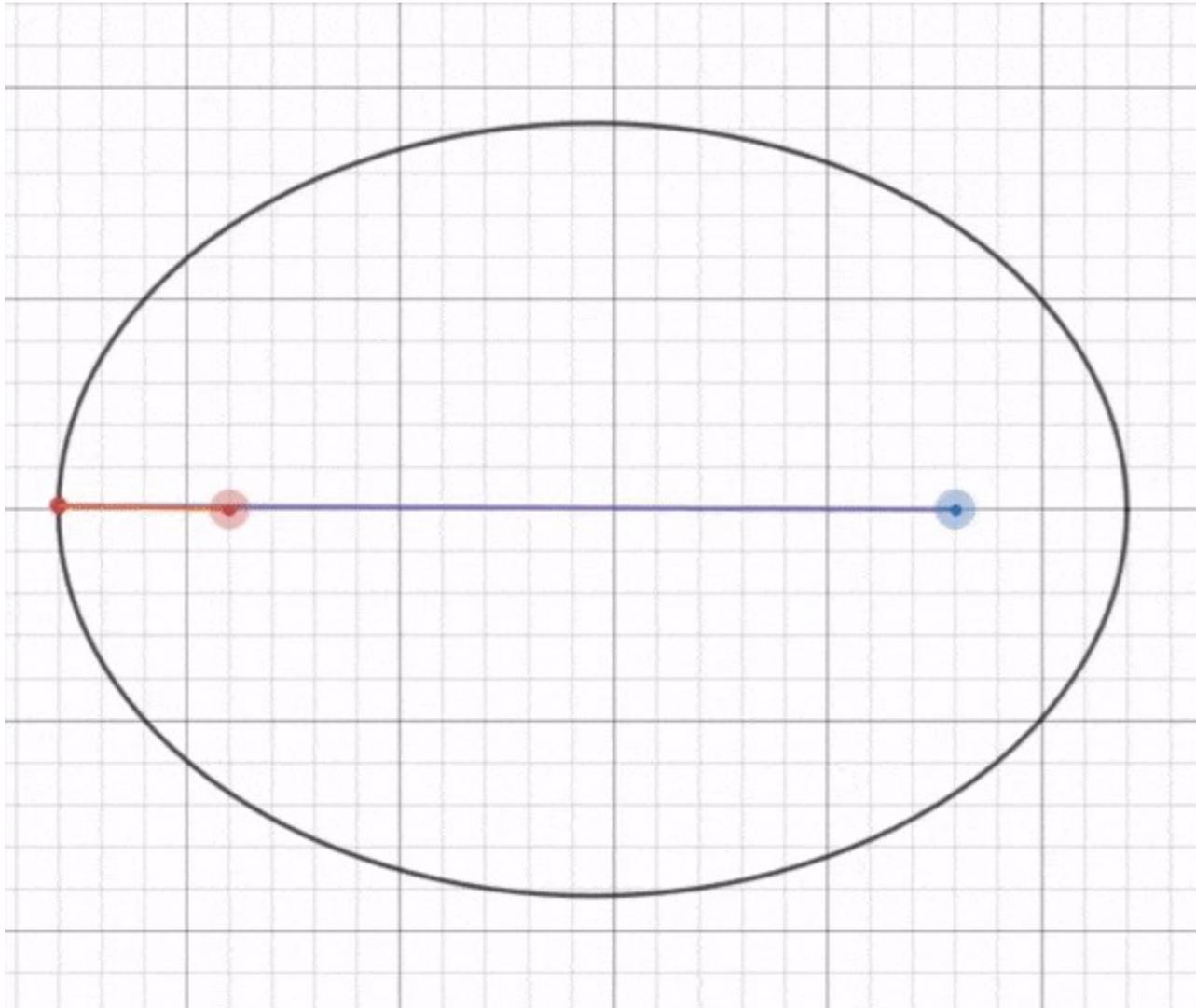


**Figure 1.** Cavendish's instrument in the first laboratory measurement of  $G$ .

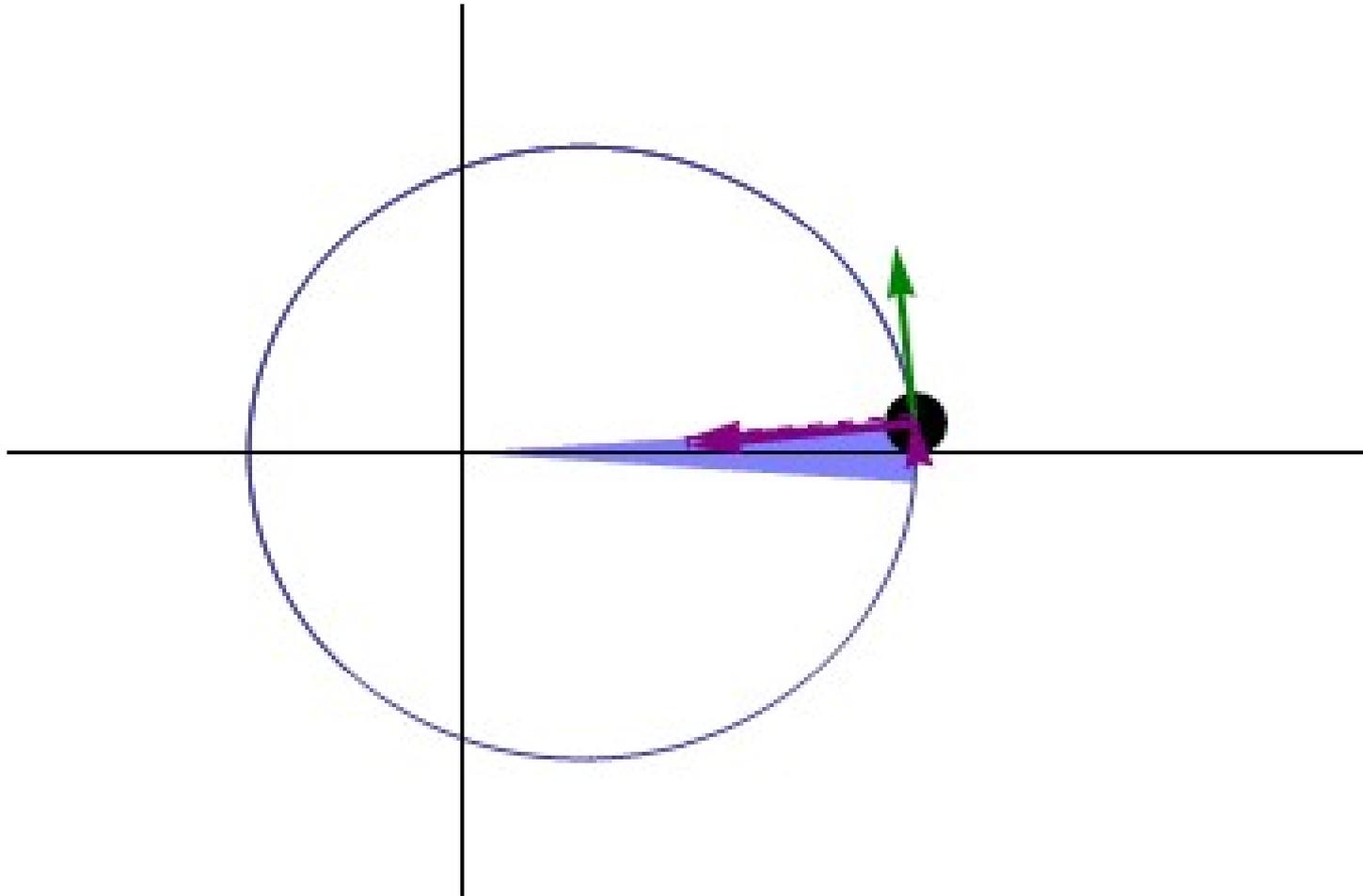
**Pero las órbitas no son circunferencias...**



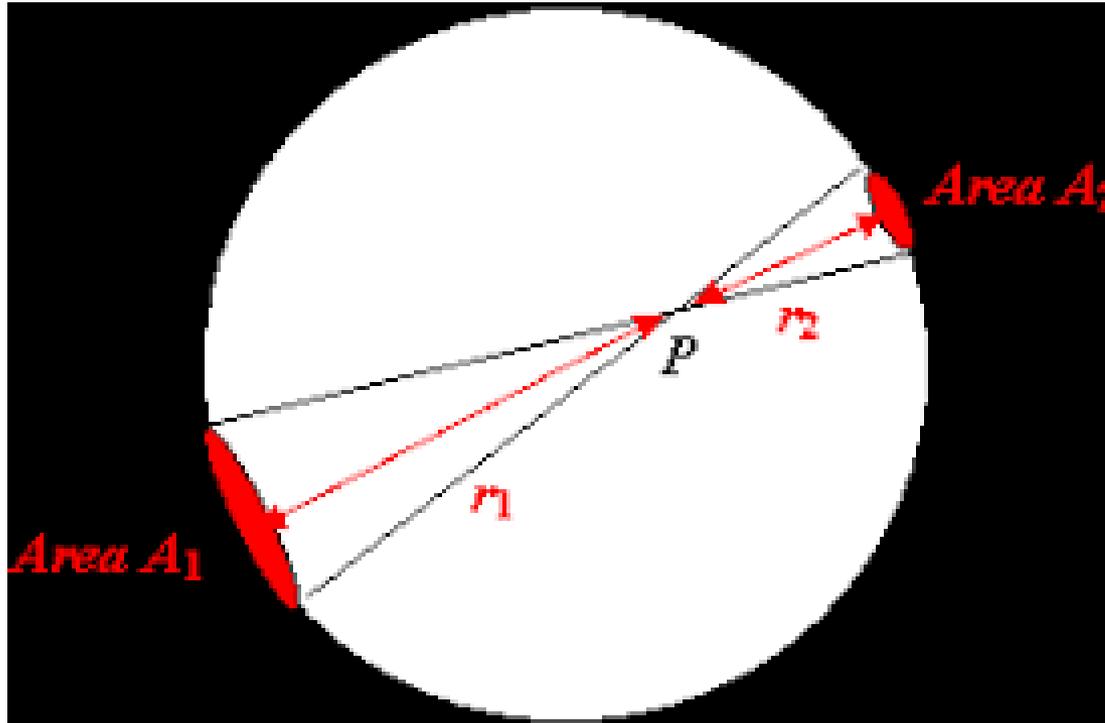
# ...sino elipses: primera ley de Kepler



**Y la velocidad es tal que el área recorrida por unidad de tiempo es la misma:  
segunda ley de Kepler (es una ley de conservación)**



# Las tribulaciones y los triunfos de Newton



# Agujeros negros ya en el siglo XVIII (Laplace y Michell)

$$v_{escape} = \sqrt{2gR}$$

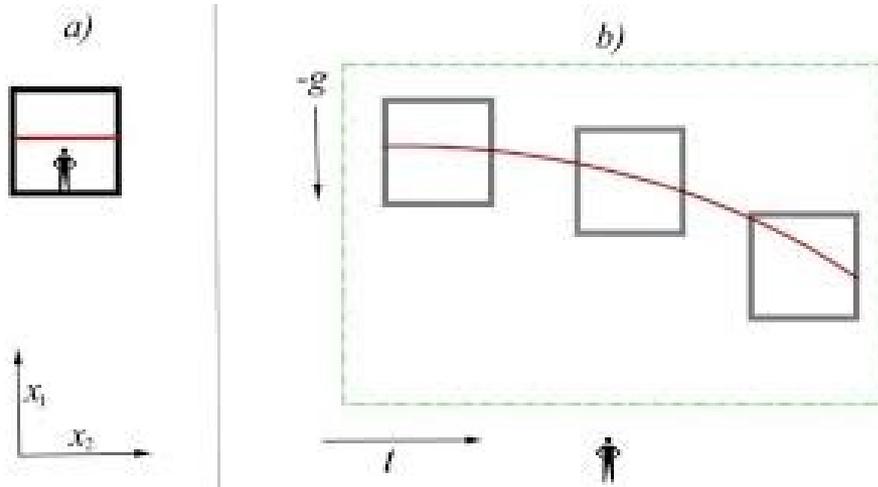
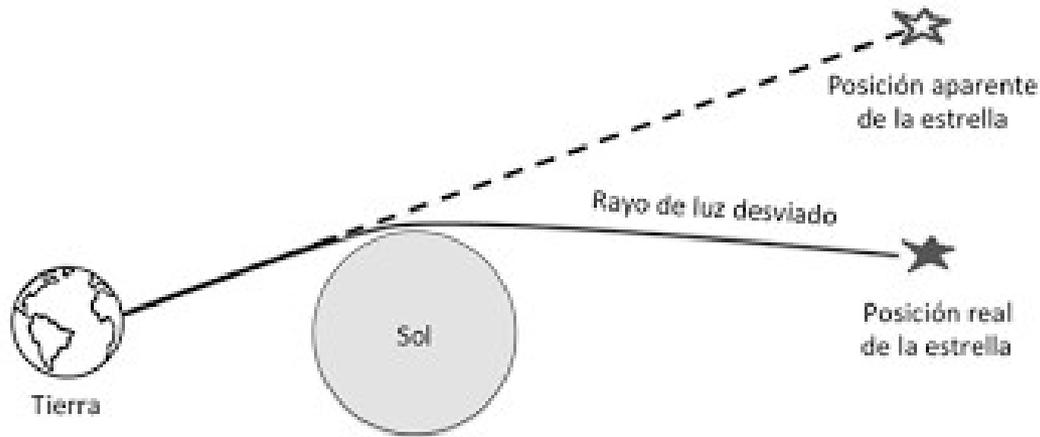
$$v_{escape} = \frac{\sqrt{2GM}}{R}$$

$$R_{min} = \frac{2GM}{c^2}$$



¡El cálculo exacto del radio con la teoría general de la relatividad da el mismo resultado!

# La luz se defleca por la gravedad del Sol



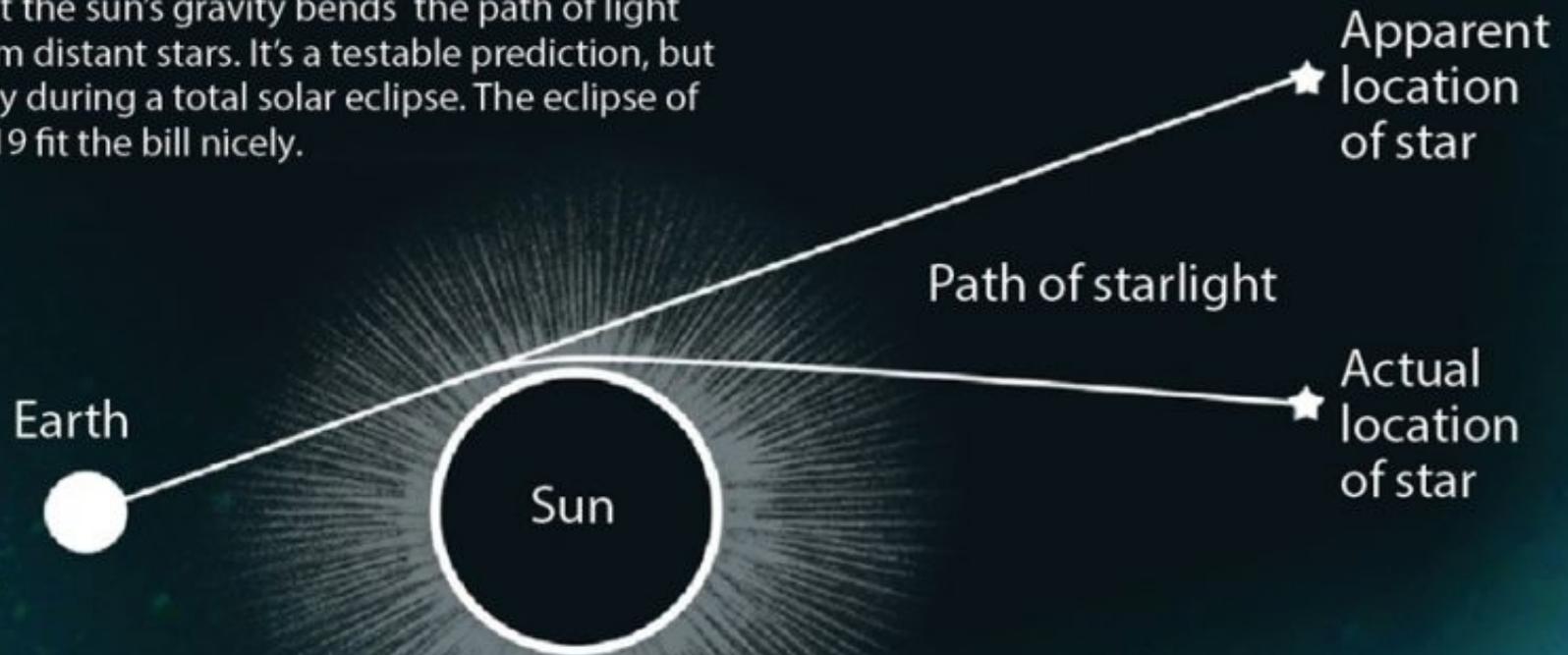
$$g = GM/d^2$$

$$v = gd/c = GM/cd$$

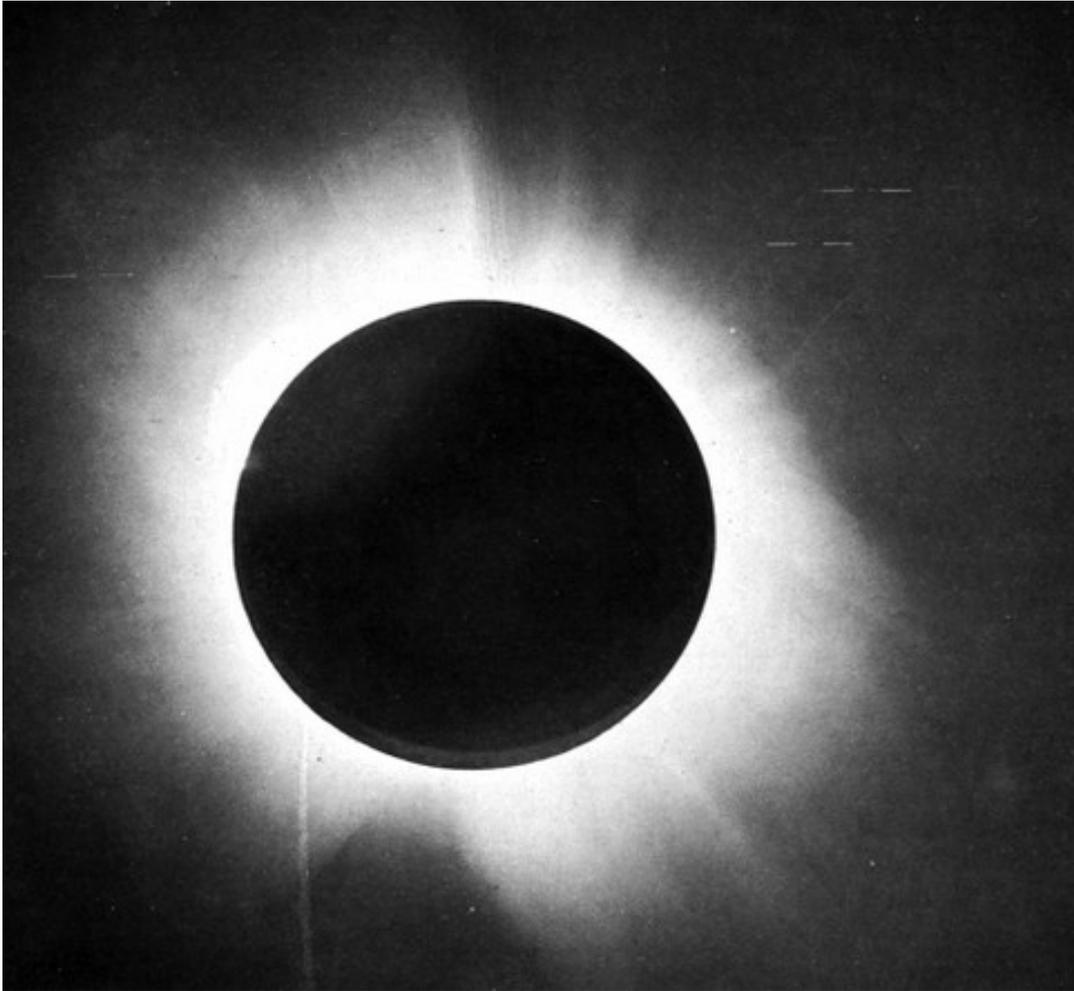
$$\theta_{Newton} \approx \frac{v}{c} = \frac{2GM}{c^2 d}$$

# La luz se defleca por la gravedad del Sol aunque no tenga masa y no pueda cambiar de velocidad...

Einstein's general theory of relativity suggests that the sun's gravity bends the path of light from distant stars. It's a testable prediction, but only during a total solar eclipse. The eclipse of 1919 fit the bill nicely.

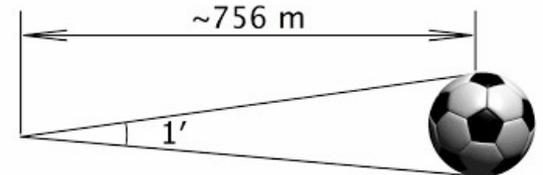


# La expedición de 1919 de Eddington: Newton versus Einstein



$$\theta_{Newton} \approx \frac{v}{c} = \frac{2GM}{c^2 d}$$

$$\theta_{Eins} = \frac{4GM}{c^2 d}$$



# El resultado: un ángulo de 1,75 segundos de arco

## LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS

Men of Science More or Less  
Agog Over Results of Eclipse  
Observations.

---

## EINSTEIN THEORY TRIUMPHS

---

Stars Not Where They Seemed  
or Were Calculated to be,  
but Nobody Need Worry.

---

## A BOOK FOR 12 WISE MEN

---

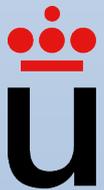
No More in All the World Could  
Comprehend It, Said Einstein When  
His Daring Publishers Accepted It.

The New York Times, 10 de noviembre  
De 1919.



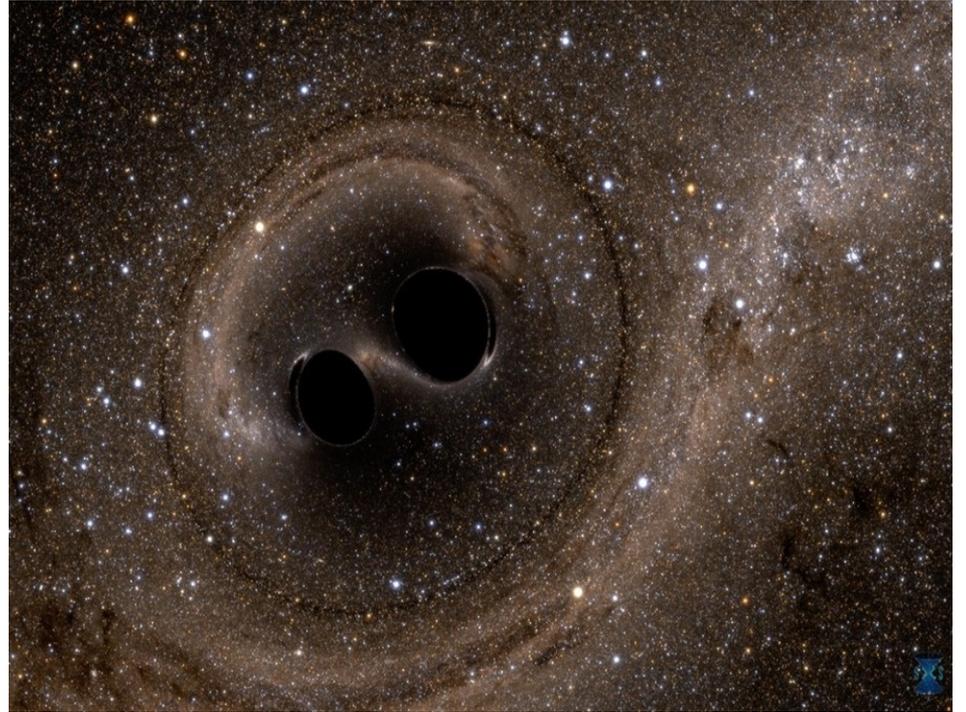
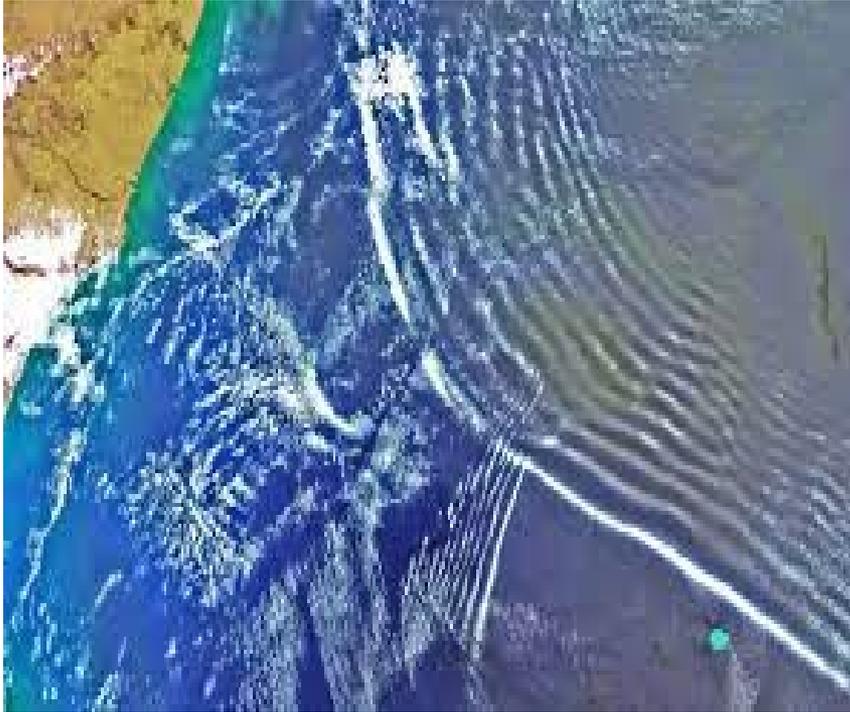
# Mareas

**Manuel Arrayás**  
**Área de Electromagnetismo**  
**Universidad Rey Juan Carlos**  
**(Madrid, España)**



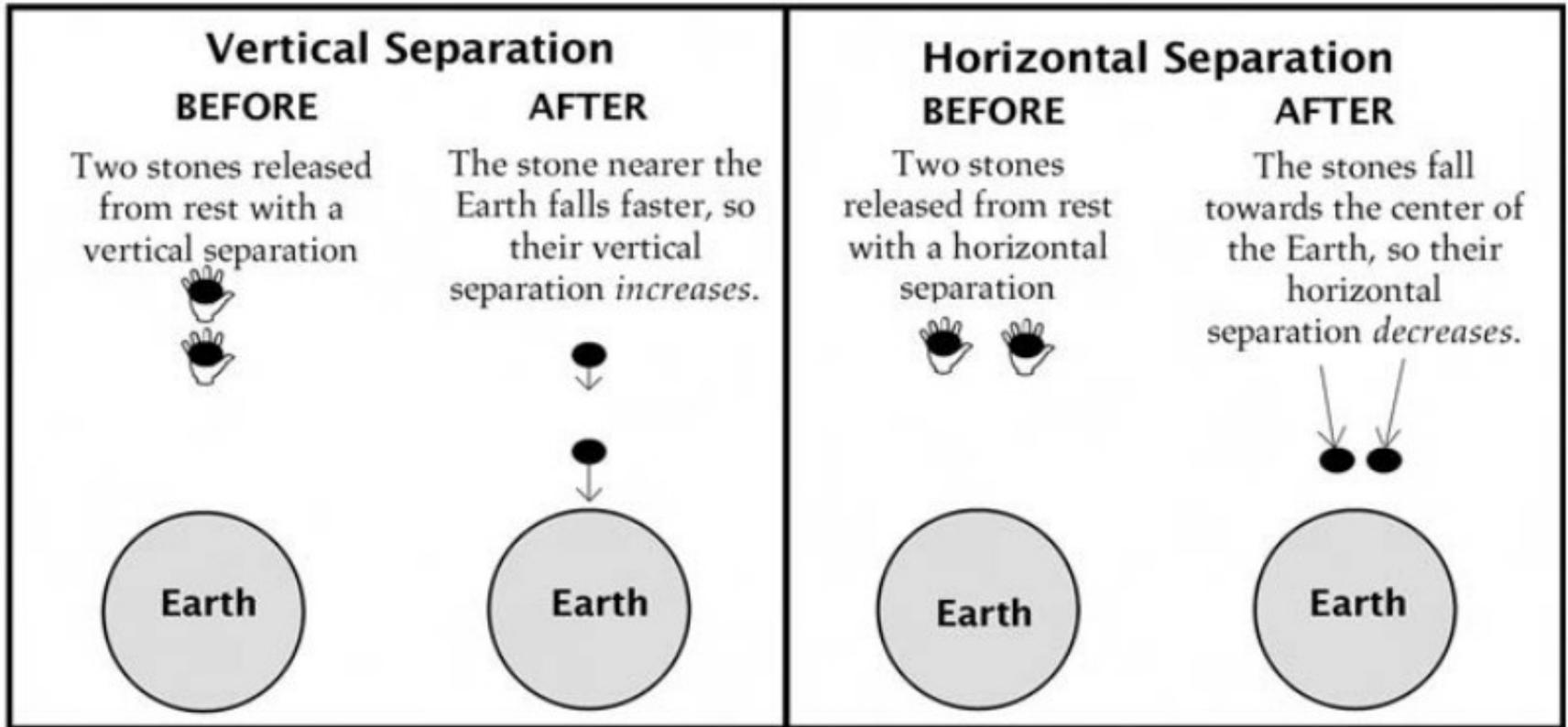
Universidad  
Rey Juan Carlos

# Las mareas constituyen la evidencia real de la gravedad

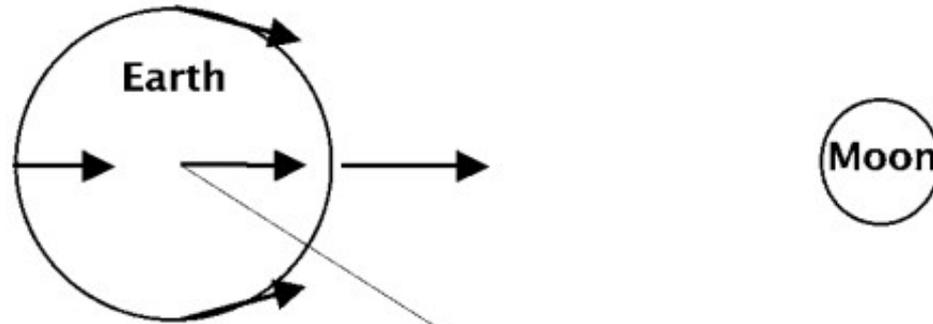


Las ondas gravitacionales fueron detectadas por primera vez en 2015.

# El principio de equivalencia solo es válido en su forma local, y solo en un intervalo de tiempo.



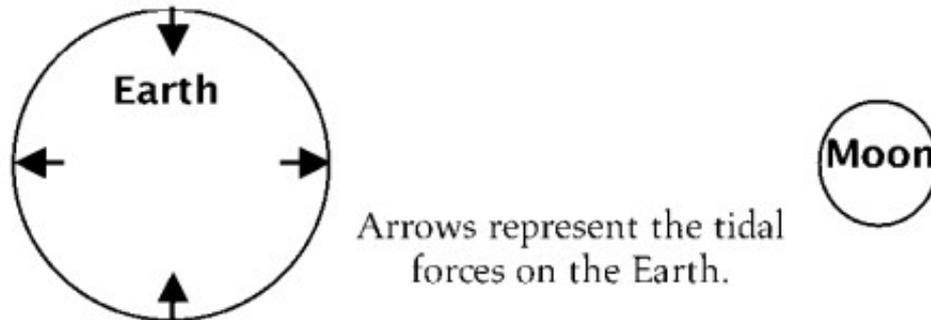
# Aceleración de la Tierra debida a la Luna: la caída de la Tierra.



The acceleration at the center is the mean acceleration with which the solid Earth will fall. The acceleration of gravity due to the Moon is larger near the Moon and smaller further away.

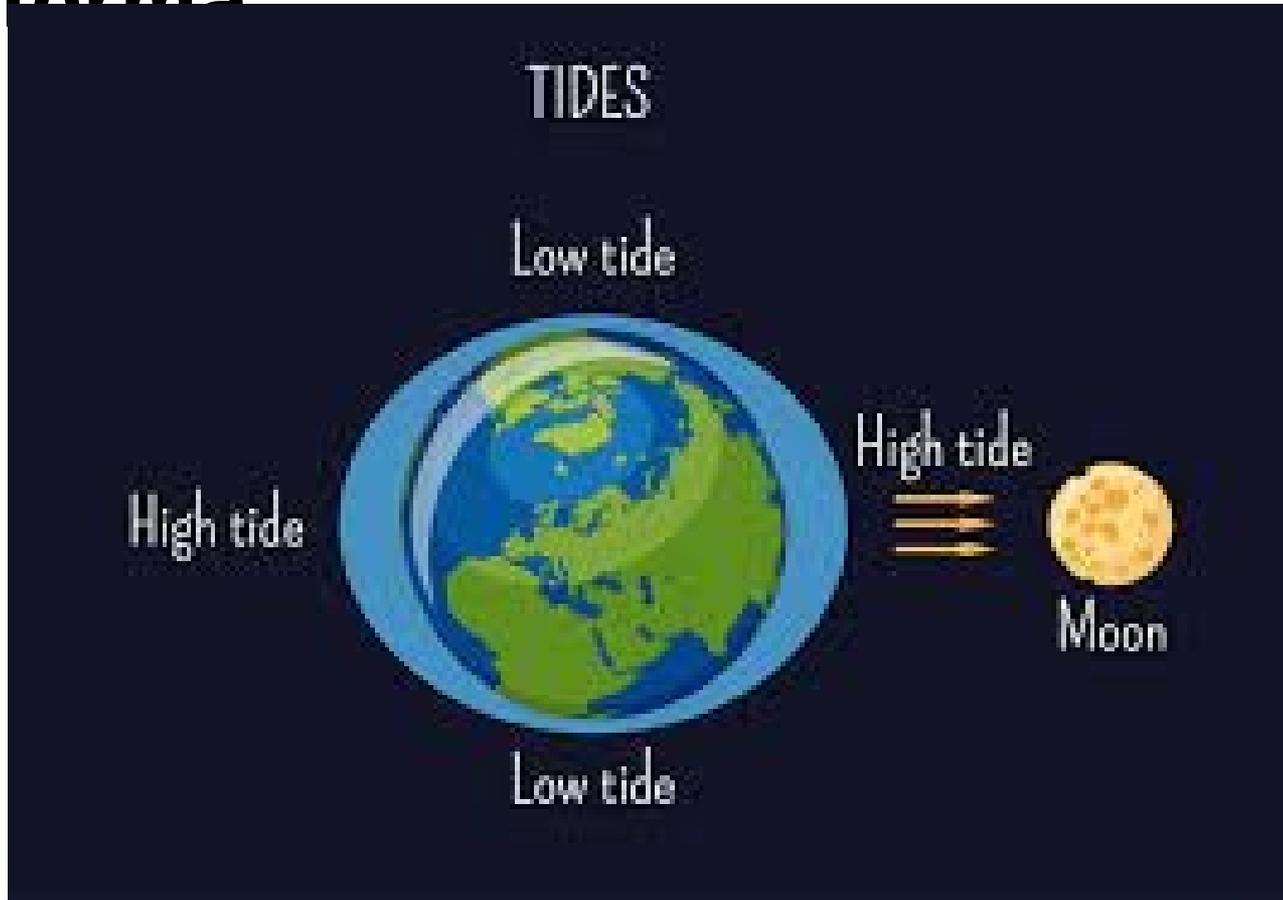
---

Residual acceleration of the Moon's gravity,  
*after subtracting the mean acceleration of the Earth.*



Arrows represent the tidal forces on the Earth.

# La parte líquida de la Tierra se deforma



En un día ocurren dos mareas altas: una cuando está esa parte de la Tierra cercana a la Luna y otra cuando ha girado 180 grados.

# Divertimento: ¿cuánto es el tiempo entre mareas?



La Luna da una vuelta alrededor de la Tierra cada 27,3 días.

**Solución: la Luna se adelanta al día un ángulo de  $1/27,3$  veces el de una órbita completa.**



El tiempo que tarda en dar la Tierra en dar una vuelta es 24 horas. Necesita por tanto  $24/27,3$  horas extras aproximadamente para cubrir esa distancia. Es decir, 53 min.

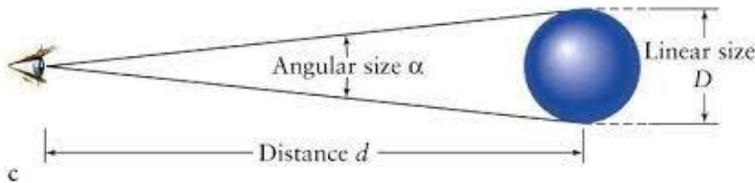
Las mareas ocurren cada 12 horas y 26 min.

# La relación de las mareas, los tamaños aparentes y los eclipses

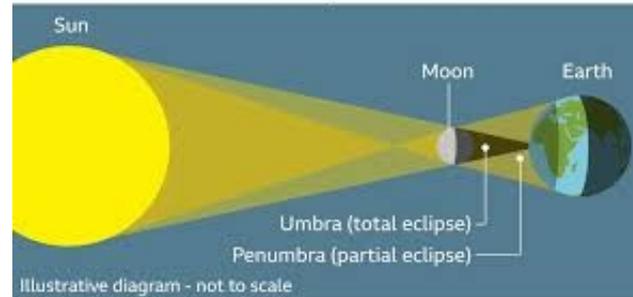
$$\frac{2GMh}{r^3}$$

$$M = \rho \dot{V}$$

$$\rho(R/r)^3$$

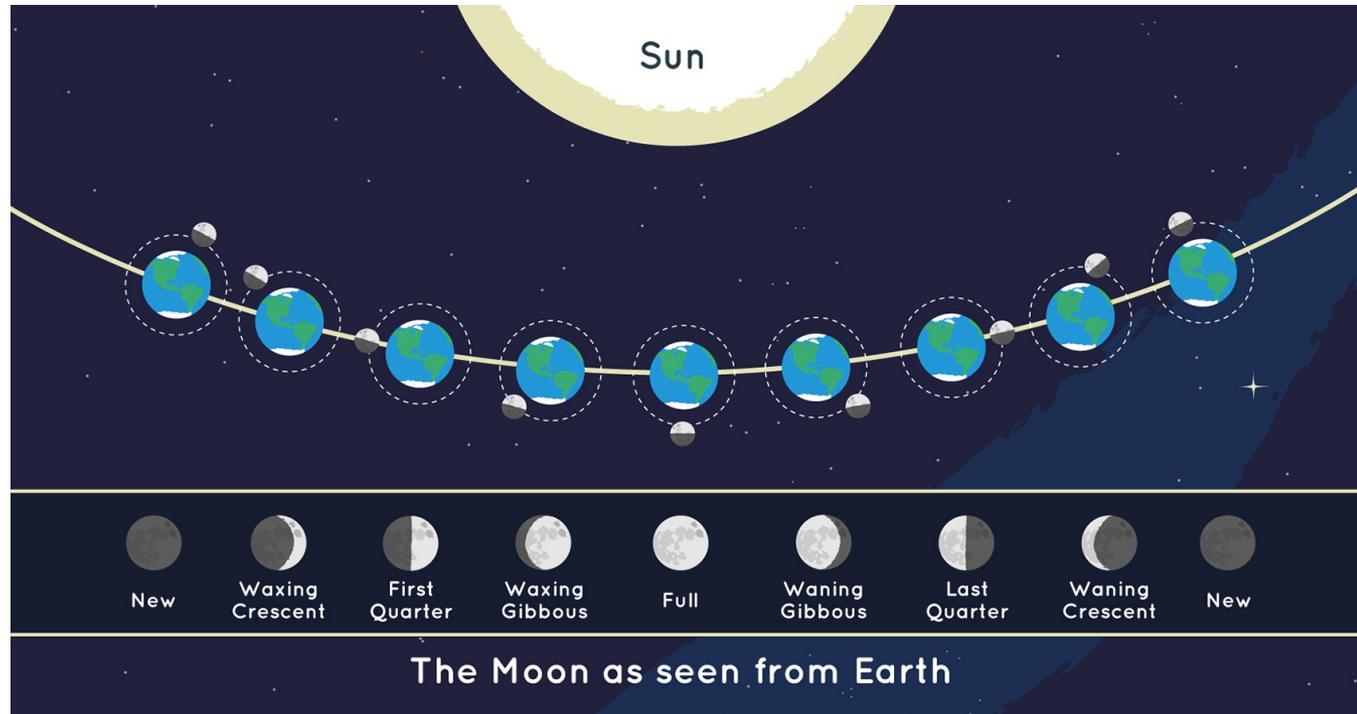


Shadows of a solar eclipse

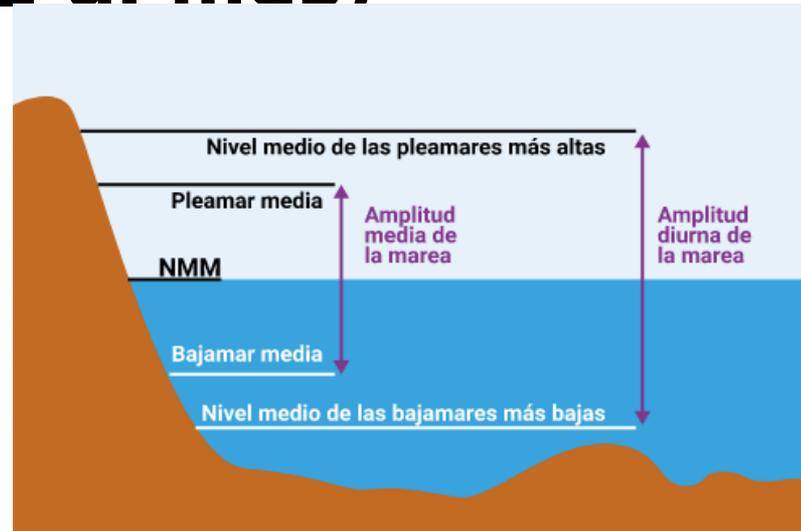
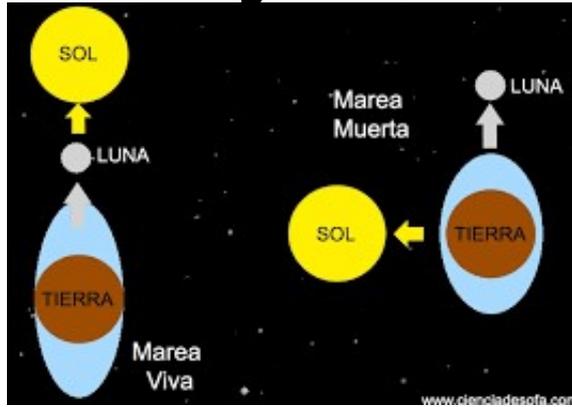


Illustrative diagram - not to scale

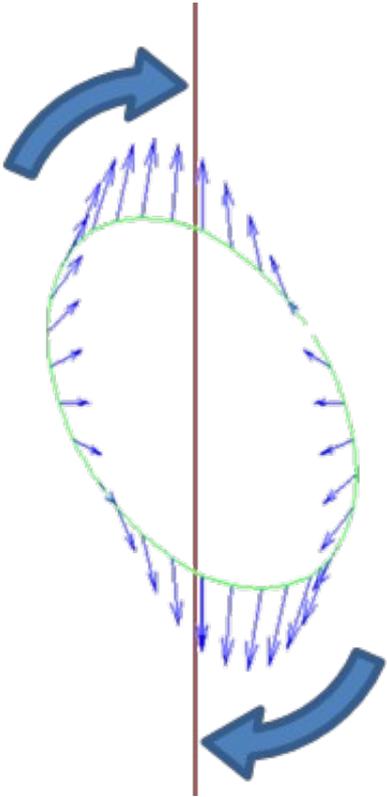
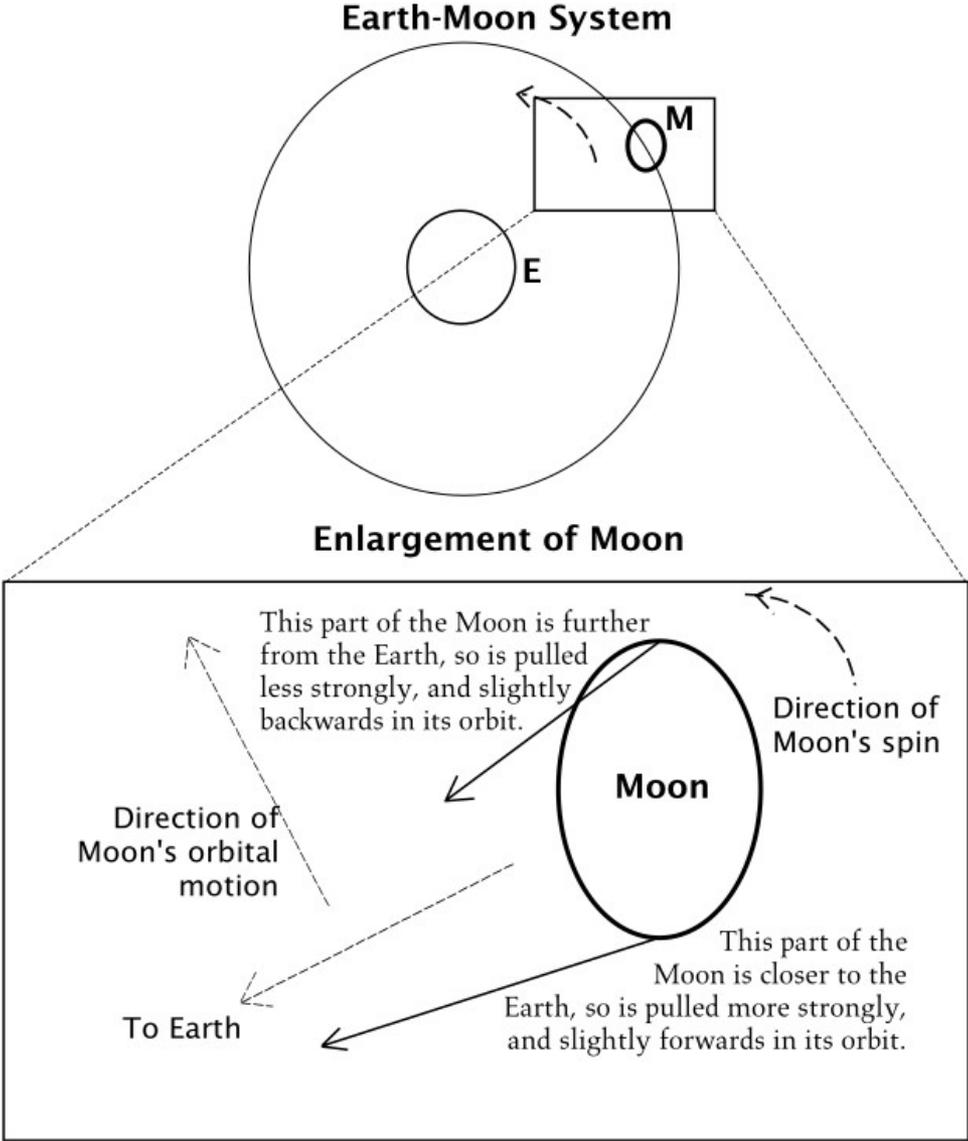
# No siempre hay un eclipse: las fases de la Luna



# Por lo tanto el Sol también afecta a las mareas de la Tierra: mareas vivas y muertas, (2 al mes)



# El efecto de las mareas en la Luna



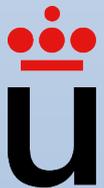
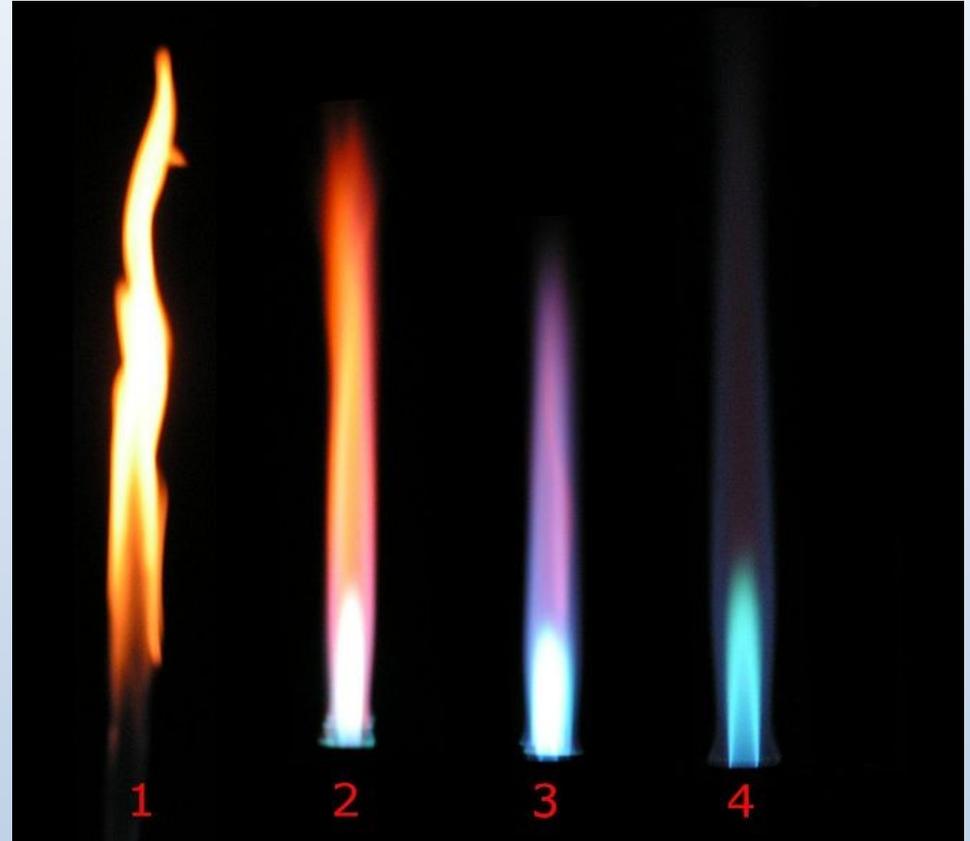
# La Luna siempre muestra la misma cara



La rotación de la Luna está sincronizada con su órbita

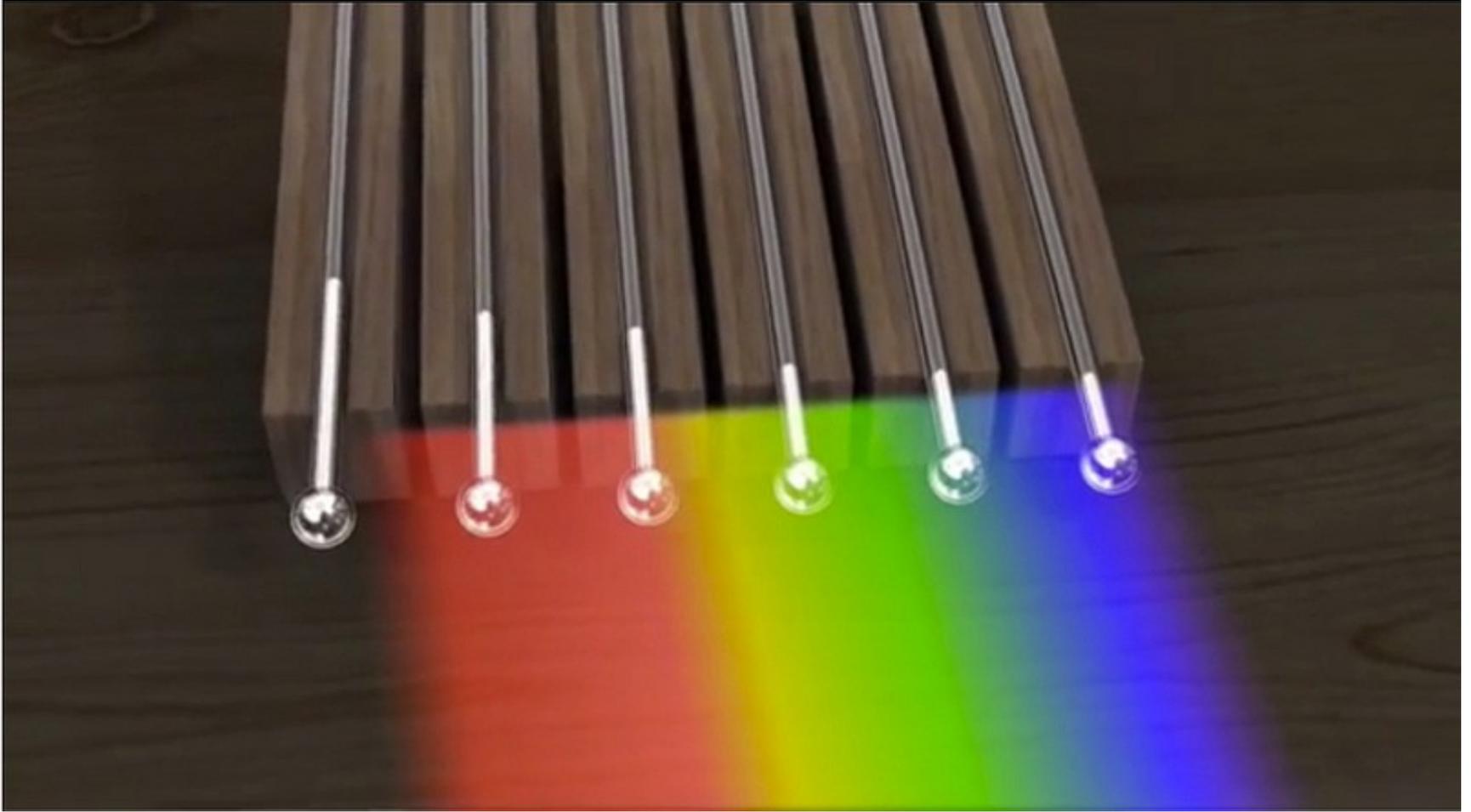
# Colores y Atmósferas

**Manuel Arrayás**  
Área de Electromagnetismo  
Universidad Rey Juan Carlos  
(Madrid, España)



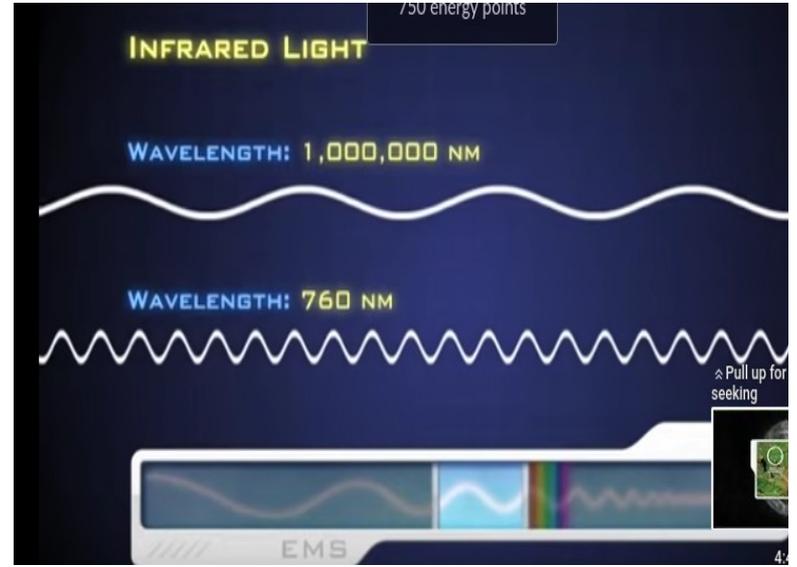
Universidad  
Rey Juan Carlos

# La temperatura del arco iris



Herschel descubrió la radiación infrarroja. Se había dado cuenta que cuando la luz atravesaba diferentes filtros, transfería diferentes cantidades de calor.

# La luz infrarroja



**Si miramos al cielo con luz infrarroja vemos otros detalles**



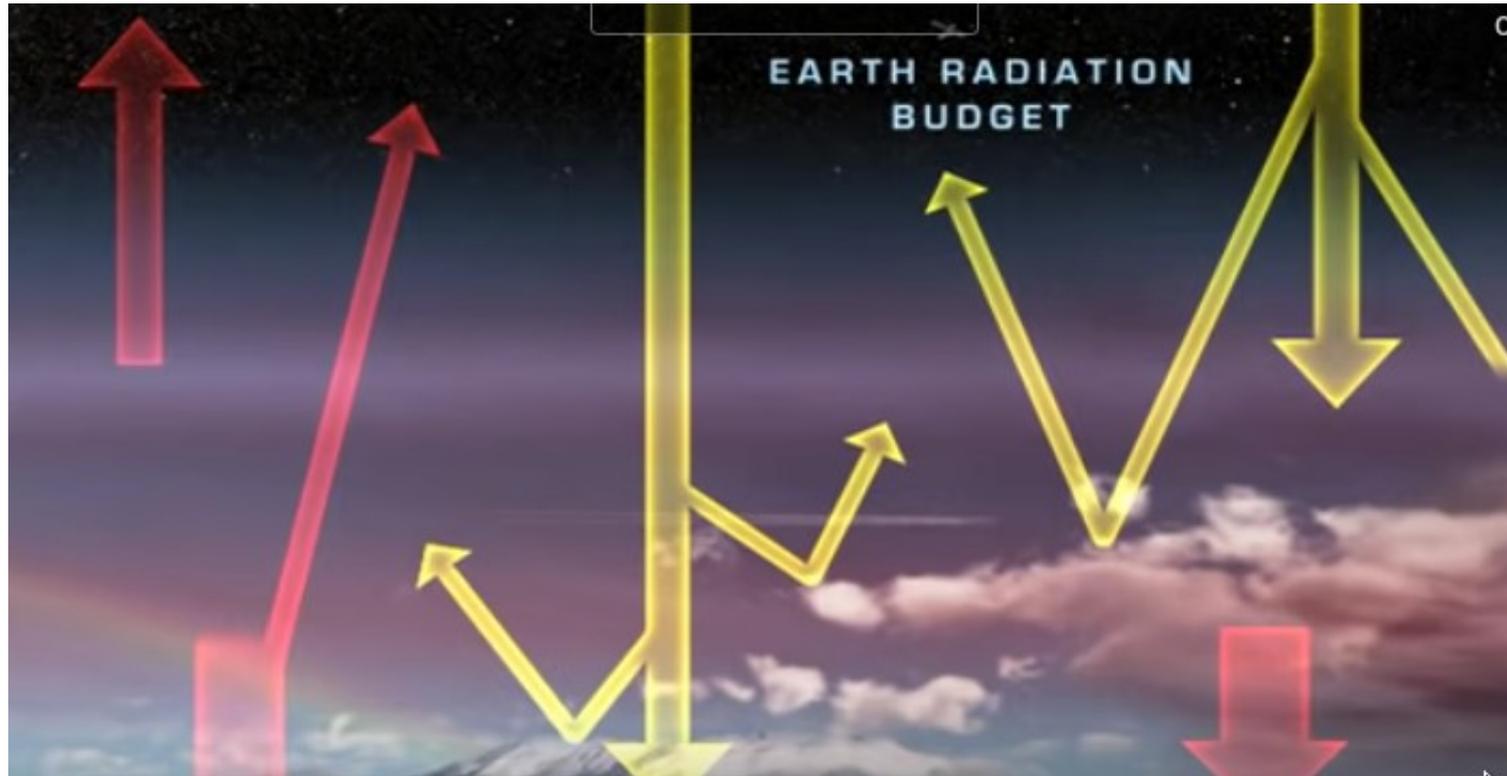
**La atmósfera nos protege de parte de la radiación solar.**



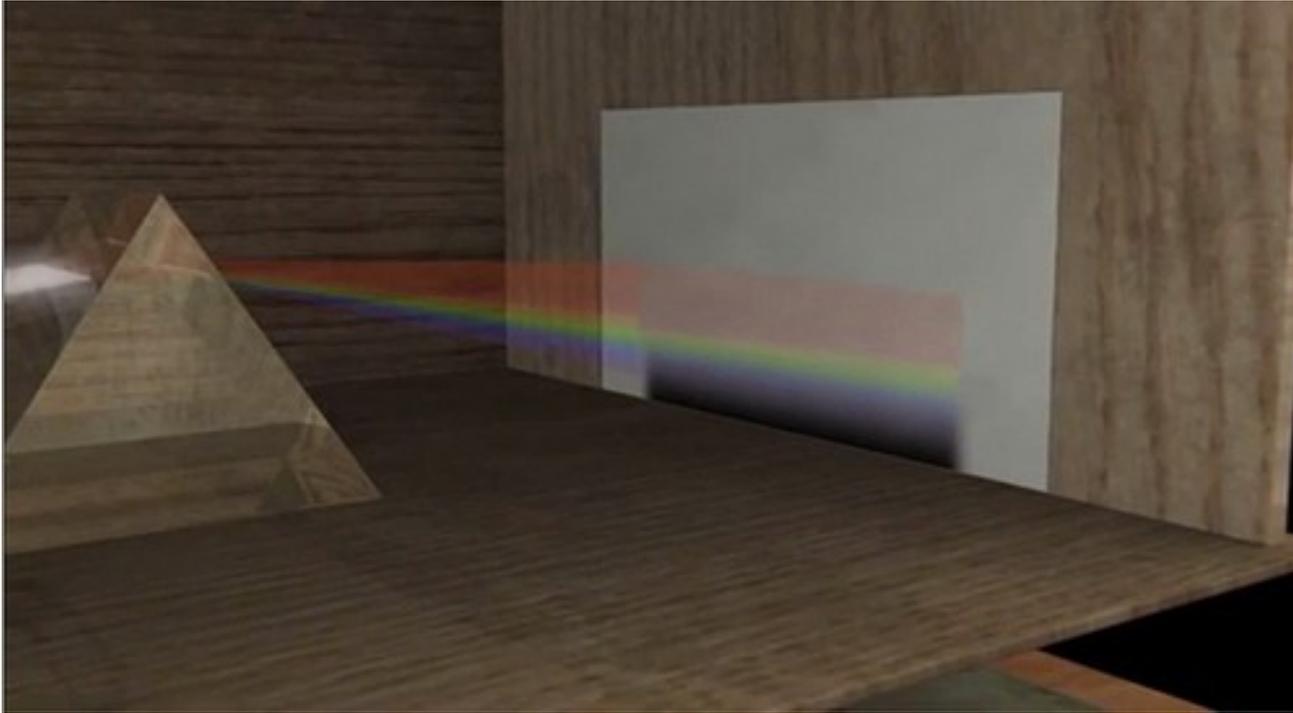
**Parte de la absorbida es reemitida.**



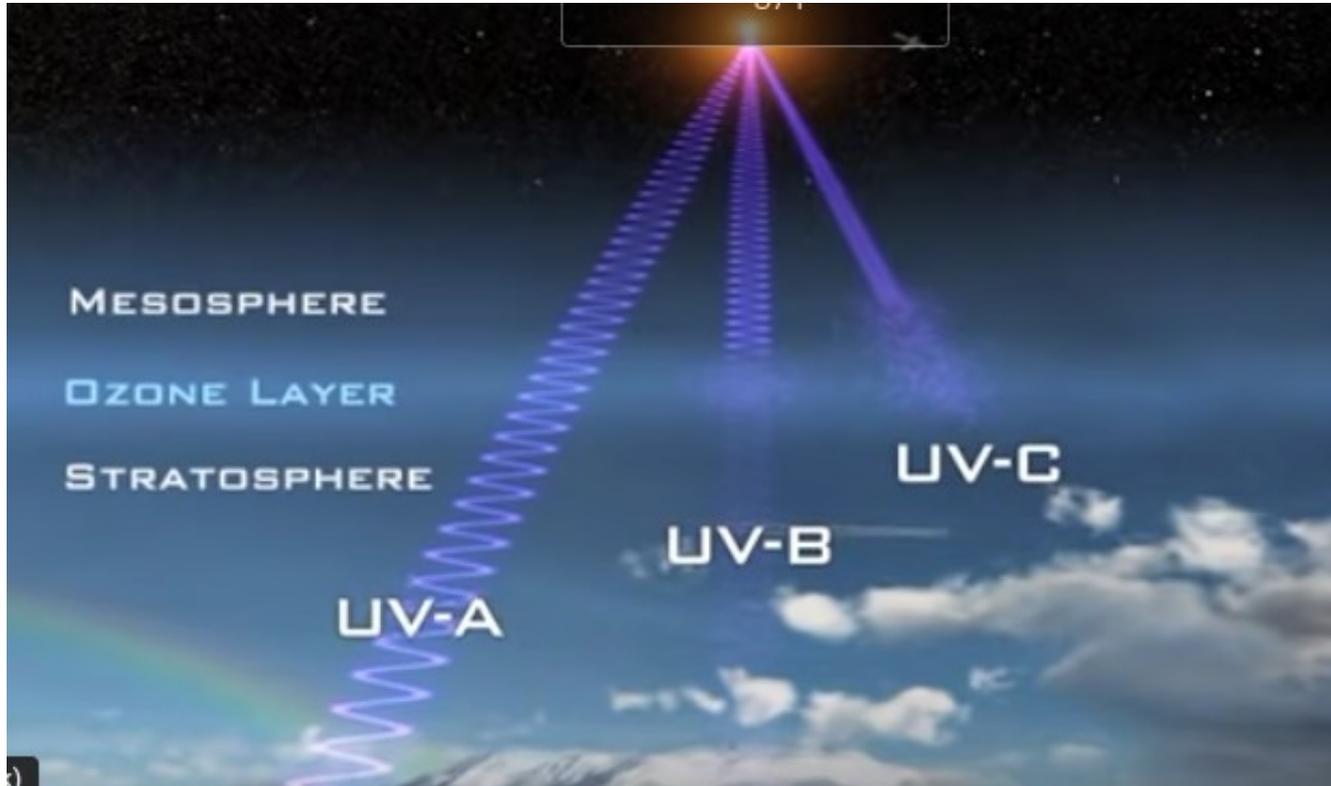
**Hay un delicado balance fundamental para la vida.**



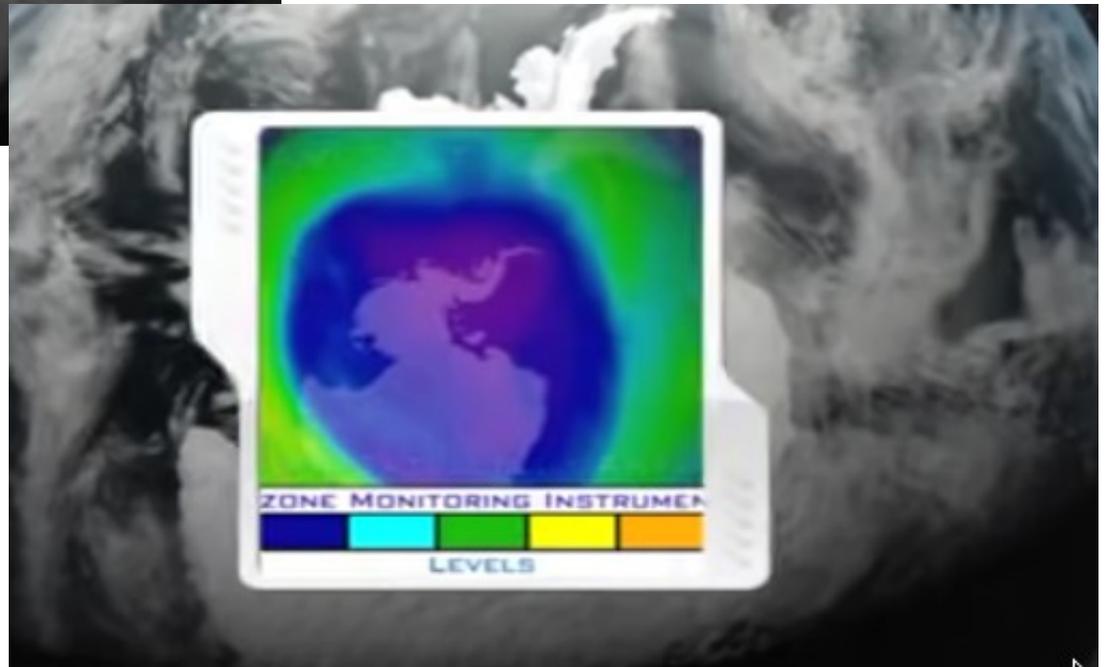
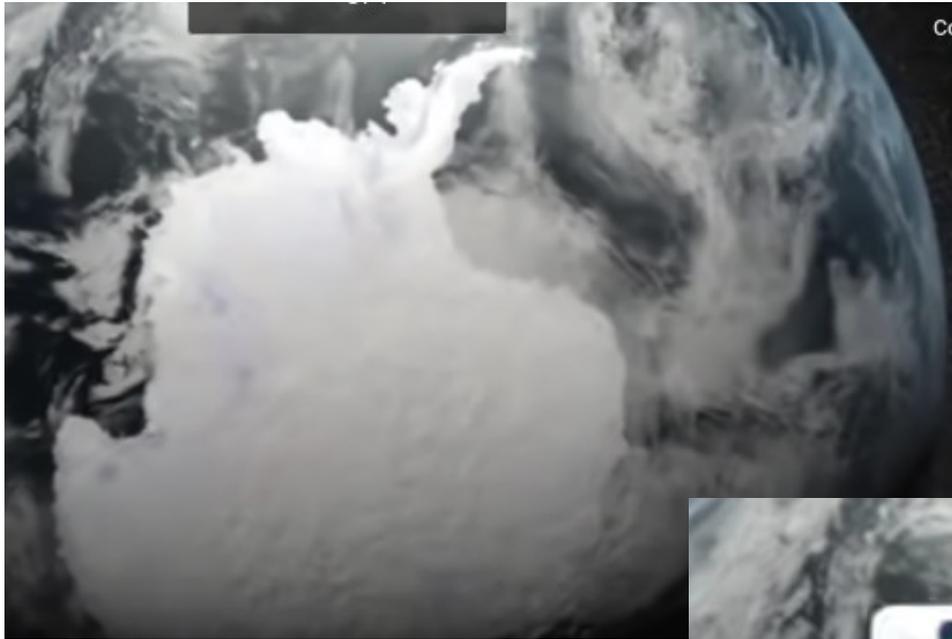
# La luz ultravioleta la descubrió Ritter



**La capa de Ozono absorbe las radiación UV más letal.**



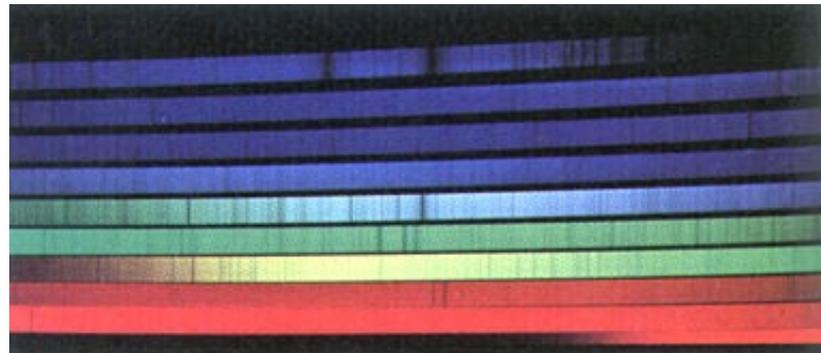
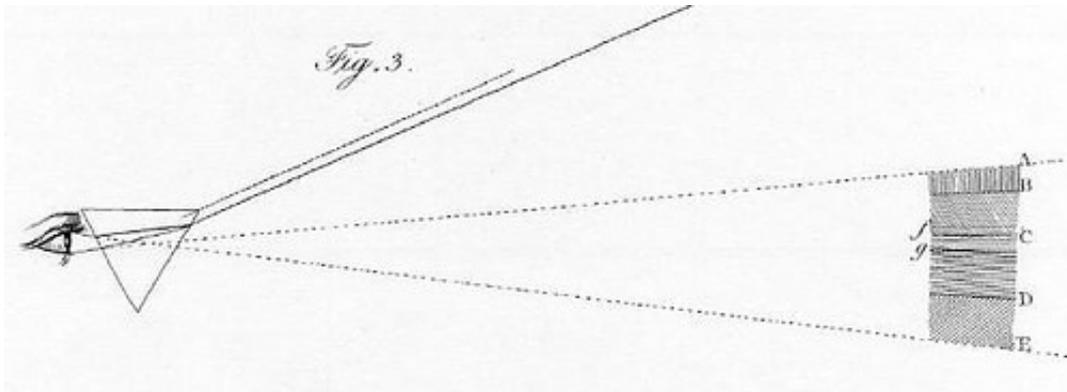
# Agujero de Ozono en los polos



**Para mirar el cielo con luz UV necesitamos telescopios espaciales**



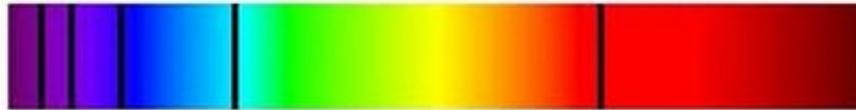
**En 1801 Wollaston descubrió unas misteriosas líneas oscuras en la luz del Sol. En 1817 Fraunhofer encontró muchas más.**



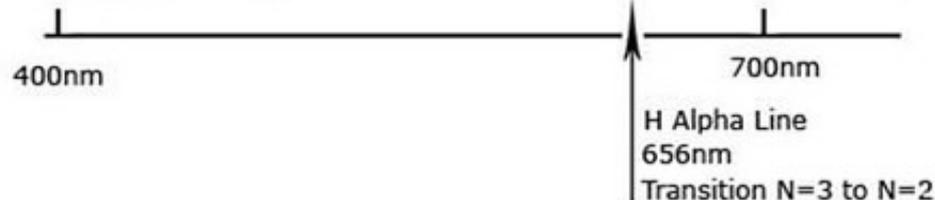
**En 1859 Gustav Kirchhoff and Robert Bunsen descubrieron que cuando ciertas sustancias se calientan, aparecen líneas brillantes.**



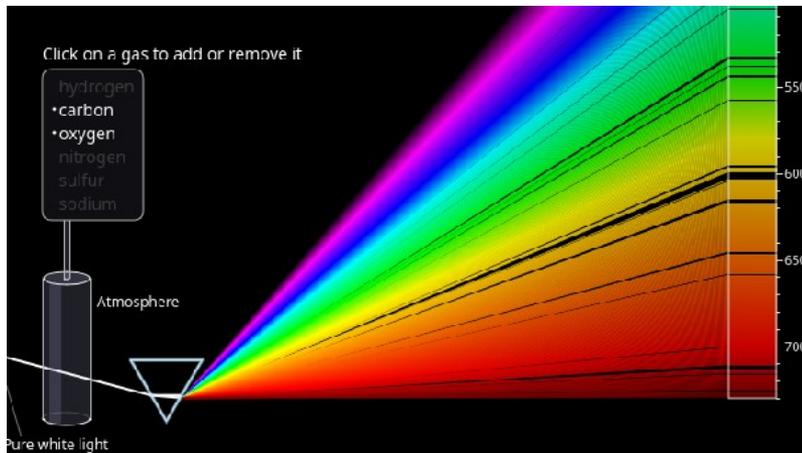
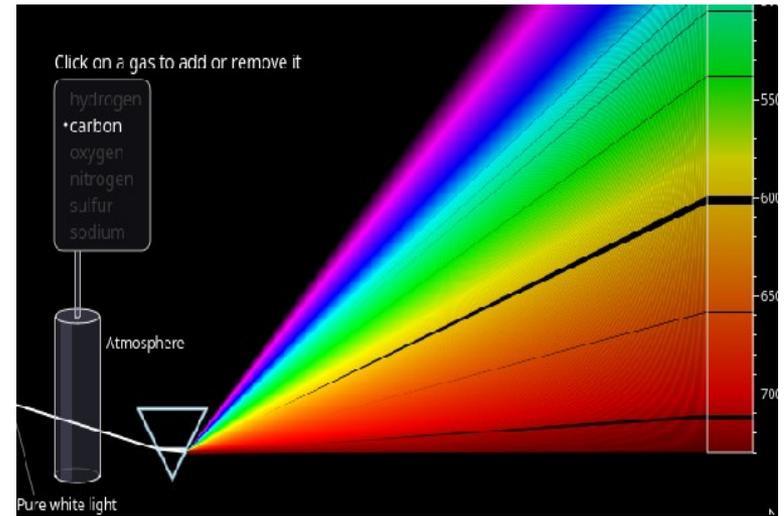
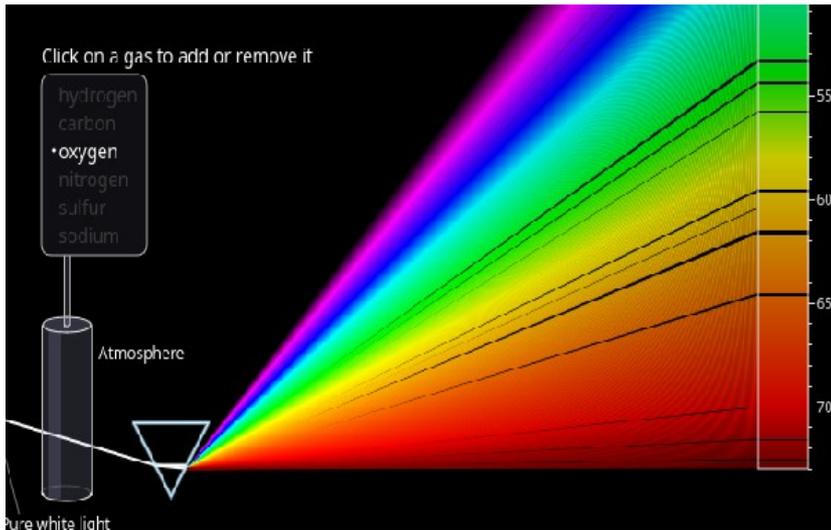
Hydrogen Absorption Spectrum



Hydrogen Emission Spectrum



# Había nacido la espectroscopía



# Sobre las atmósferas y sus capas: El principio de Arquímedes

