

ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA DE LA IMPEDANCIA DE ENTRADA ARTERIAL: ALCANCE Y LIMITACIONES

*Jerónimo Arenas García, José Luis Rojo Álvarez, Raquel Yotti¹,
José Carlos Antoranz², Miguel A. García Fernández¹, Javier Bermejo¹*

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad Carlos III de Madrid,

¹Laboratorio de Ecocardiografía, Hospital General Universitario Gregorio Marañón, Madrid

² Departamento de Física Matemática y Fluidos, UNED

{jarenas,jlrojo}@tsc.uc3m.es; ryotti@mi.madridtel.es; antoranz@apphys.uned.es; magfeco@primustel.es; javbermejo@jet.es

RESUMEN

El estudio de la función ventricular a través de la impedancia de entrada arterial se ha realizado habitualmente mediante el desarrollo en Series de Fourier de la presión aórtica y del flujo de salida valvular. Aunque el modelado paramétrico ha sido propuesto como un método alternativo de estimación de la impedancia, no ha sido utilizado en la práctica. En este trabajo se estudia el valor y las limitaciones de los métodos de modelado paramétrico utilizando señales de presión y flujo obtenidas *in vivo*. Se concluye que la estimación de la admitancia, el inverso de la impedancia, es un problema clínicamente equivalente pero numéricamente mejor condicionado para la estimación paramétrica.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio del sistema cardiovascular se basa frecuentemente en parámetros derivados de modelos hemodinámicos numéricos y físicos sofisticados [1], algunos de cuyos componentes son elementos circuitales de parámetros discretos. En particular, se ha prestado especial atención a la caracterización de la Impedancia de Entrada Aórtica (IEA), la cual describe la relación en régimen permanente entre la presión en el inicio de la aorta ascendente y el flujo de salida valvular simultáneo [2]. La IEA contiene información acerca de la poscarga impuesta por la circulación sistémica sobre el ventrículo izquierdo (VI) durante la eyección, independientemente de los cambios en la función ventricular. Aunque la IEA ha sido ampliamente analizada en estudios experimentales y clínicos [3, 4], su uso no se ha incorporado a la práctica clínica, debido principalmente a la necesidad de realizar medidas invasivas de presión y flujo. No obstante, la estimación no invasiva de gradientes de presión y flujo a partir de ecocardiografía Doppler en modo M ha sido recientemente propuesta [5], despertando de nuevo el interés en la caracterización de la función cardíaca a partir de parámetros de impedancia [6].

El método más común para estimar la IEA es el cociente espectral entre los coeficientes significativos de las

series discretas de Fourier (SDF) de la presión y del flujo pulsátiles [3, 7], si bien esta representación está limitada a un conjunto limitado de frecuencias, y además la caracterización en el dominio temporal (respuesta al impulso) es inexacta. Un procedimiento alternativo es la estimulación eléctrica aleatoria intracardíaca, que fuerza a la presión y al flujo a ser aperiódicos, de tal forma que la envolvente espectral y la respuesta al impulso pueden estimarse con mayor precisión. Sin embargo, podrían obtenerse las mismas ventajas utilizando el modelado paramétrico autorregresivo de media móvil (ARMA) para modelar la impedancia. El modelado ARMA de la IEA ha sido anteriormente propuesto en [8]; el presente trabajo pretende explicar por qué el modelo paramétrico no se ha utilizado posteriormente, a pesar de sus ventajas teóricas.

El esquema del artículo es como sigue. A continuación se describen brevemente los modelos de señal para la estimación de la IEA, y se indican varias consideraciones que deberían tenerse en cuenta en el análisis. En la Sección 3 se analiza la reproducibilidad intraindividuo de la estimación de la IEA, y se compara con la estimación de la admitancia de entrada aórtica (AEA) a partir de señales obtenidas *in vivo* en cerdos. Finalmente, en la Sección 4, se presentan las conclusiones del estudio.

2. MODELO DE SEÑAL: SERIES DE FOURIER Y MODELADO ARMA

Sean dos series temporales discretas $p[n]$ y $q[n]$, obtenidas mediante muestreo de la presión sanguínea a la entrada de la arteria aorta y del flujo de salida de la válvula aórtica, respectivamente. Asumiendo un modelo periódico para ambas señales, éstas admiten un desarrollo en SDF de M componentes sinusoidales,

$$p[n] = \Re \left(\sum_{k=0}^{M-1} p_k e^{j2\pi k f_c n} \right) \quad (1)$$

$$q[n] = \Re \left(\sum_{k=0}^{M-1} q_k e^{j2\pi k f_c n} \right) \quad (2)$$

donde f_c es la frecuencia cardíaca (escalada al dominio muestreado), $\Re(\cdot)$ denota el operador parte real, y los coeficientes p_k, q_k son números complejos. El número de componentes válidas M se elige en función de la coherencia espectral entre ambas señales. El modelo convencional de IEA se obtiene como el cociente de los desarrollos en SDF de ambas series, esto es,

$$Z^{SDF}(f_k) = \frac{p_k}{q_k} \quad (3)$$

Otro modelo posible para la impedancia es considerar por separado la periodicidad de la señal, asumiendo que cada señal es la convolución de la forma de onda de un único ciclo, $p_0[n]$ y $q_0[n]$, con un tren periódico de deltas:

$$p[n] = p_0[n] * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - kT_c] \quad (4)$$

$$q[n] = q_0[n] * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - kT_c] \quad (5)$$

donde $*$ denota la convolución de tiempo discreto, T_c es el ciclo cardíaco (escalado al dominio muestreado), y $\delta[n] = 1$ si $n = 0$ y 0 en otro caso. En ese caso, puede obtenerse teóricamente la envolvente espectral de la impedancia como

$$Z(f) = \frac{P_0(f)}{Q_0(f)} \quad (6)$$

donde $P_0(f)$ y $Q_0(f)$ son las Transformadas Discretas de Fourier (TDF) de $p_0[n]$ y $q_0[n]$, respectivamente. La respuesta al impulso de la impedancia, $z[n]$, es la TDF inversa de $Z(f)$, y teniendo en cuenta que

$$Z^{SDF}(f_k) = Z(f)|_{f=f_k} \quad (7)$$

esta caracterización permite estudiar en ambos dominios, temporal y frecuencial, el estado hemodinámico del árbol arterial. El modelo se encuentra resolviendo un problema de identificación de sistemas, que establece la relación entre presión y flujo a través de la siguiente ecuación en diferencias:

$$p[n] = \sum_{i=1}^r a_i p[n-i] + \sum_{j=0}^s b_j q[n-j] + e[n] \quad (8)$$

donde los coeficientes a_i y b_i se estiman generalmente mediante mínimos cuadrados (LS), y $e[n]$ representa el error del modelo. Los órdenes del modelo, r y s , han de elegirse *a priori* con algún procedimiento adicional, como por ejemplo el Criterio de Akaike.

A pesar de que el modelado paramétrico ofrece en teoría una representación más completa de la IEA, su uso no se ha instaurado. Hemos encontrado diferentes motivos para ello: desde un punto de vista de procesamiento de señal, la selección del orden basándose en el Criterio de Akaike parece cuestionable en este tipo de señales; además, los estudios precedentes no han considerado el efecto del tamaño de la ventana de observación (conjunto de muestras

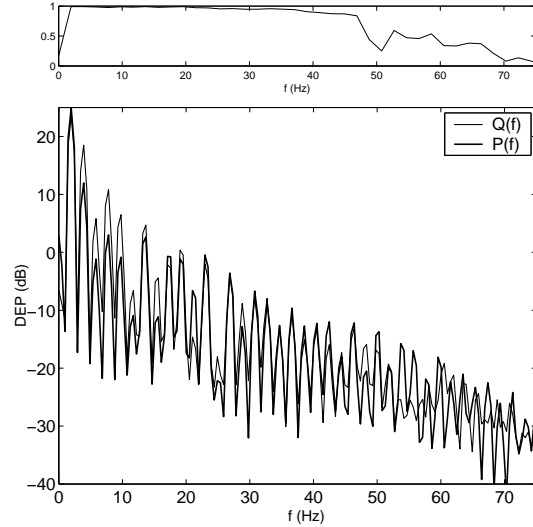


Figura 1. Análisis espectral (método de Welch). *Abajo:* contenido frecuencial de las señales de presión y flujo. *Arriba:* coherencia espectral entre ambas señales.

utilizadas para estimar el modelo), que puede afectar significativamente a la naturaleza del modelo (por ejemplo, y especialmente, el efecto de la periodicidad); además, para ciertos órdenes aparecen problemas de estabilidad, que dan lugar a modelos con error cuadrático medio de aproximación reducido, pero sin sentido fisiológico. Estos problemas hacen que la estimación precisa de la respuesta al impulso del sistema sea complicada, cuando podría dar información clínica útil sobre las reflexiones de las ondas de presión y flujo en el árbol arterial en el dominio del tiempo.

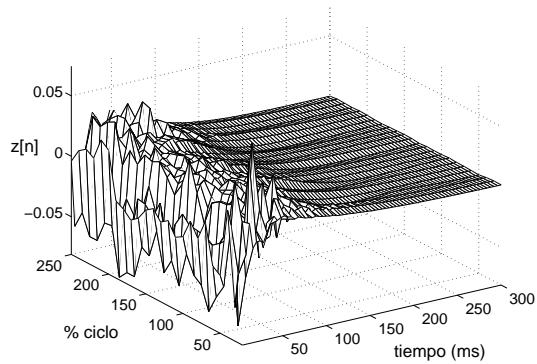
En este trabajo se muestra que es más adecuada la selección del orden del modelo mediante el error cuadrático medio para un subconjunto de muestras de validación, con la restricción de que el modelo obtenido con las muestras de entrenamiento sea estable; además, se determina un tamaño de ventana de observación apropiado para la estimación del modelo; y finalmente, se observa que el modelo de admitancia $y[n]$, (y por lo tanto, $Y(f) = 1/Z(f)$), dado por

$$q[n] = \sum_{i=1}^r c_i q[n-i] + \sum_{j=0}^s d_j p[n-j] + e[n] \quad (9)$$

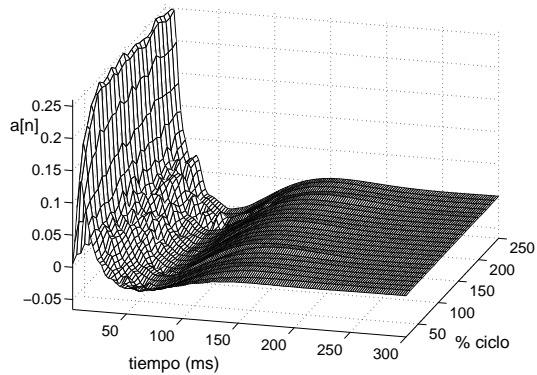
está numéricamente mejor condicionado que el modelo de impedancia.

3. DISEÑO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

Modelo animal de impedancia y obtención de registros. Para la obtención de las señales de presión y flujo se utilizó un cerdo seleccionado para experimentación animal sometido a esternotomía media. A través de una incisión realizada en la aorta ascendente se introdujo un catéter con un dos micromanómetros separados por 3cm



(a)



(b)

Figura 2. Variación de la estimación de la respuesta al impulso en función de la longitud relativa de la ventana empleada: (a) impedancia; (b) admitancia.

(Millar Instruments, 5F) hasta el ventrículo izquierdo, de manera que el sensor proximal quedara situado en el tracto de salida del ventrículo izquierdo y el distal en la cavidad mesoventricular. Las señales de flujo se obtuvieron con un detector de flujo (Transonic Systems, Ithaca, NY) colocado alrededor de la aorta ascendente.

Procesado de señal. En las pruebas de procesado digital de señal utilizamos señales de presión y flujo (4000 muestras) simultáneas, digitalizadas a 500 Hz. A partir de las 2000 primeras muestras de las señales se estimaron diferentes modelos para distintas longitudes de la ventana de observación entre un 20 y un 250 % de la duración del ciclo cardíaco, promediando los distintos modelos obtenidos para cada longitud de observación.

La selección del orden de cada modelo se realizó evaluando el error cuadrático medio en las 2000 muestras restantes (validación), para valores de $r, s \in (1, 50)$, y considerando como válidos únicamente los modelos estables.

Resultados. La Figura 1 muestra la coherencia espectral [8] entre las señales de presión y flujo, así como su contenido espectral, estimados mediante el método de Welch [9].

La Figura 2 representa las respuestas al impulso, pro-

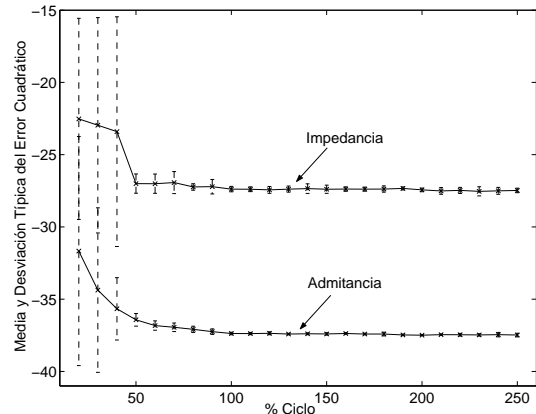


Figura 3. Variación del error cuadrático medio en la secuencia de validación (media y desviación estándar, dB) en función de la longitud relativa de la ventana empleada.

mediadas para cada longitud de la ventana de observación. La reproducibilidad del sistema estimado mediante la impedancia es mucho más baja que la de la admitancia, supuesto que esta última se estima partiendo de una longitud superior al 80 % del ciclo cardíaco. No obstante, por encima de dos ciclos cardíacos la varianza de la estimación (no mostrada en la figura) aumenta debido a la aparición de armónicos espúreos, tanto para la impedancia como para la admitancia.

La Figura 3 muestra el error cuadrático medio en la secuencia de validación para distintas longitudes de ventana y contrastando los modelos de admitancia e impedancia, observándose que el modelo de admitancia es, en general, más preciso.

Por último, la Figura 4 presenta la estimación del módulo de la impedancia y de la admitancia (ventana de observación de 160 % y 110 % del ciclo, respectivamente), mediante las SDF y el modelado paramétrico. Mientras que las estimaciones de impedancia solo son comparables hasta los 10 Hz, las de la admitancia son más parecidas hasta frecuencias más altas, observándose que el modelado paramétrico parece representar un promediado de las SDF. En pruebas adicionales (no incluidas aquí) se ha comprobado la reproducibilidad de la estimación mediante SDF, indicando que los picos observados en frecuencias con coherencia espectral alta no son debidos al ruido de estimación, sino que realmente están presentes, aunque el modelo paramétrico no los capture.

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La caracterización del árbol arterial a través de la relación lineal entre la presión y el flujo de la válvula aórtica se ha venido estudiado mediante dos modelos diferentes, que son las SDF y el modelado paramétrico; éste último se ha empleado en mucha menor medida, a pesar de que ofrece teóricamente una caracterización más completa del sistema lineal subyacente en el modelo.

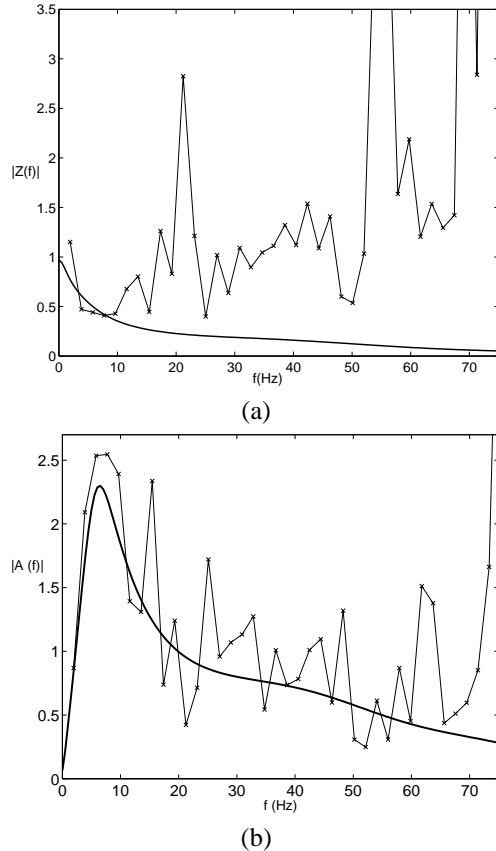


Figura 4. Estimación del módulo mediante modelado paramétrico (continua) y SDF (continua punteada): (a) impedancia; (b) admitancia.

En el presente trabajo se ha mostrado que el modelado paramétrico de la IEA está numéricamente peor condicionado que el de la AEA, y por lo tanto, se concluye que en cuanto a modelado paramétrico es más conveniente abordar el estudio mediante la AEA. Además, se ha encontrado que trabajar con ventanas de muestras demasiado largas (varios ciclos cardíacos) introduce en la estimación el efecto de la periodicidad de las señales bajo estudio.

La demostración de gran estabilidad del método paramétrico en situaciones de ventanas de muestreo relativamente pequeñas es de importante trascendencia clínica. La posibilidad de obtener señales de gradientes de presión y flujo a partir de ecocardiografía-Doppler ha reavivado el interés en la estimación de parámetros circulatorios a partir de la relación presión-flujo en el dominio de frecuencias [6]. Las señales obtenidas de forma no invasiva son, necesariamente, discontinuas, enventanando periodos concretos del ciclo cardíaco. Nuestro trabajo demuestra las limitaciones del análisis clásico con SDF en este tipo de registros. El método paramétrico de estimación de la AEA aquí propuesto sería particularmente útil en éste contexto.

Varios aspectos técnicos del análisis de señal deberían analizarse más en profundidad. Aunque la congruencia entre los módulos espectrales estimados con modelado

paramétrico y con SDF es mayor para la admitancia que para la impedancia, existen aún diferencias entre ambas. Una causa podría ser que el criterio del error de predicción como medida de bondad del modelo no sea el más adecuado, debido principalmente a la fuerte caída en potencia de las señales en alta frecuencia; consecuentemente, un mal modelado en esas bandas de frecuencia tiene una mínima repercusión en el error cuadrático medio. Estudios posteriores tratarán de corroborar, y en su caso afianzar, estos resultados.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] G. Ferrari, C. de Lazzari, R. Mimmo, y cols., "A modular numerical model of the cardiovascular system for studying and training in the field of cardiovascular physiopathology," *Biomed Eng*, vol. 14, no. 2, pp. 91–107, mar 1992.
- [2] R. Bauernschmitt, H. Mehmanesh, S. Schulz, y cols., "Aortic input impedance and ventriculoarterial coupling following cardioversion/defibrillation," *Pacing Clin Electrophysiol*, vol. 22, no. 7, pp. 1047–53, jul 1999.
- [3] W.W. Nichols, M.F. O' Rourke, y C. Hartley, *McDonald's blood flow in arteries: theoretical, experimental and clinical principles*, Edward Arnold, London, UK, 3 ed, 1998.
- [4] F.C.P. Yin, *Ventricular/vascular coupling: clinical, physiological and engineering aspects*, Springer-Verlag, New York, NY, 1987.
- [5] J Bermejo, J.C. Antoranz, R. Yotti, y cols., "Spatio-temporal mapping of intracardiac pressure gradients. a solution to euler's equation from digital postprocessing of color doppler m-mode echocardiograms," *Ultrasound in Med & Biol*, vol. 27, no. 5, pp. 1–10, may 2000.
- [6] J.L. Rojo, J. Bermejo, R. Yotti, y cols., "Non-invasive assessment of ejection left ventricular longitudinal impedance by image postprocessing of color-doppler m-mode echocardiograms," en *Scientific Sessions of the American Heart Association*, Anaheim, CA, Nov. 2001.
- [7] D. Burkhoff, J. Alexander Jr, y J. Schipke, "Assessment of windkessel as a model of aortic input impedance," *Am J Physiol.*, vol. 255, no. 4 Pt 2, pp. H742–53, oct 1988.
- [8] T. Kubota, R. Itaya, J. Alexander Jr, y cols., "Autoregressive analysis of aortic input impedance: Comparison with fourier transform," *Am J Physiol*, vol. 260, no. 3 Pt 2, pp. H998–H1002, mar 1991.
- [9] S.L. Marple, *Digital Spectral Analysis with Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987.