Ejercicios Transformada Z

ASIGNATURA: SEÑALES Y SISTEMAS

ÓSCAR CIORDIA ESCRIBANO

UNIVERSIDAD REY JUAN CARLOS online
online.urjc.es

EJERCICIO 1

Demostrar que la transformada Z de la secuencia:

$$x[n] = \begin{cases} a^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

Es: $X(z) = \frac{z}{z-a}$ $|z| > a$

Calcular todas las secuencias x[n] cuya transformada z es:$X(z) = \frac{1}{(z-r_1)(z-r_2)}$ con $0 < |r_1| < |r_2|$ indicando la ROC correspondiente.

EJERCICIO 2

Un cierto sistema CAUSAL viene dado por la ecuación en diferencias:

$$y[n] = \frac{5}{2}\, y[n-1] - y[n-2] + x[n-1]$$

b) Hallar la función de transferencia H(z) y dibujar el diagrama de polos y ceros. ¿Es un sistema estable?
c) Hallar la respuesta al impulso
d) Encontrar la respuesta al impulso del sistema ANTICAUSAL. ¿Es estable?
e) Encontrar la respuesta al impulso de un sistema ESTABLE que satisfaga la ecuación en diferencias.

EJERCICIO 3

Considere un sistema lineal e invariante cuya entrada x[n] y salida y[n] están relacionadas por la ecuación:

$$y[n] = x[n-1] + \frac{1}{2}\, x[n-2] - \frac{3}{2} y[n-1] + y[n-2]$$

a) Hallar la función de transferencia H(z) y dibujar el diagrama de polos y ceros.
b) Hallar la respuesta al impulso eligiendo apropiadamente la ROC de H(z) para que el sistema sea causal.
c) Repita el apartado anterior si el sistema ha de ser estable.

EJERCICIO 4

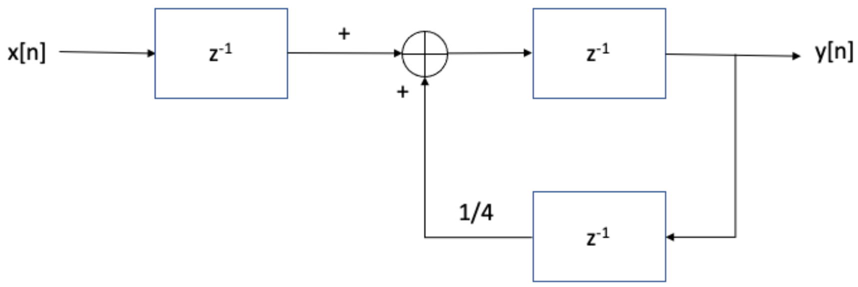
Considérese el filtro digital definido por la ecuación recurrente:

$$y[n] = \frac{1}{2}\, y[n-2] - \frac{1}{16} y[n-4] + x[n]$$

a) Determinar su función de transferencia, indicando si este filtro causal es estable o inestable.
b) Determinar su respuesta al impulso
c) Calcular su respuesta a la entrada $x[n] = \delta[n] + \delta[n+1]$

EJERCICIO 5

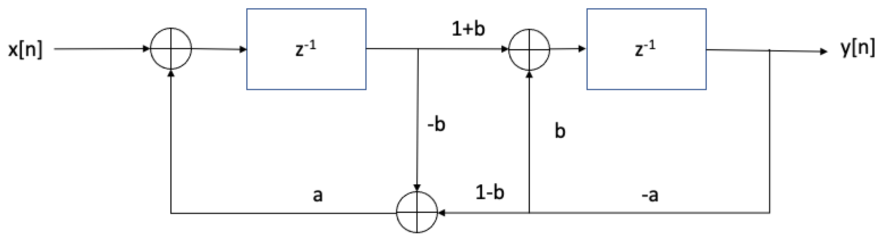
Dado el sistema discreto lineal e invariante de la figura, se pide:



a) Establecer la ecuación en diferencias que relaciona la entrada y la salida
b) Hallar la función de transferencia del sistema y dibujar su diagrama de polos y ceros indicando su ROC
c) Determinar la respuesta al impulso del sistema

EJERCICIO 6

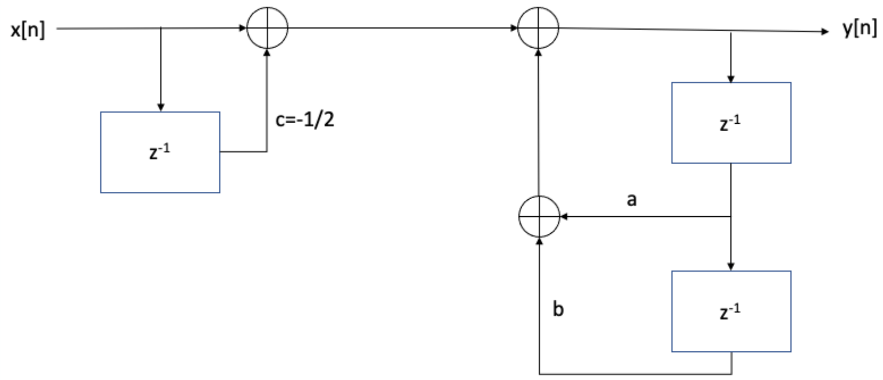
Dado el sistema discreto lineal e invariante de la figura, se pide:



a) Obtenga la función de transferencia del sistema
b) Dibujar el diagrama de bloques del sistema en forma directa I
c) Determine los polos y ceros del sistema expresándolos en módulo y fase
d) ¿Qué conjunto de valores de “a” permite asegurar la estabilidad del sistema?
e) Calcule la respuesta al impulso del sistema cuando éste es estable.

EJERCICIO 7

Dado el sistema causal de la figura:



a) Obtenga su ecuación en diferencias y la función de transferencia H(z) correspondiente.
b) Sabiendo que el sistema tiene un polo en $z_1 = {}^1\!/_2 + j\,{}^1\!/_2$, determinar los valores de "a" y "b" y dibuje el diagrama de polos y ceros del sistema indicando la ROC de H(z).
c) Con los valores del apartado b), calcule la respuesta al impulso h[n] e indique si se trata de un sistema estable o inestable.

EJERCICIO 8

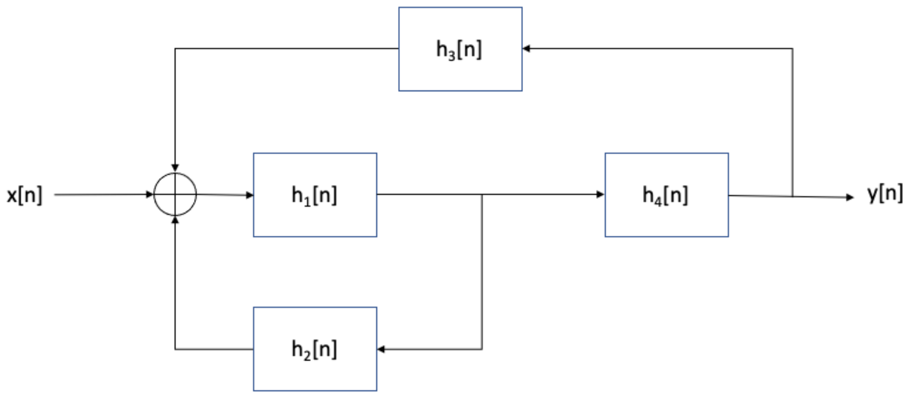
Un sistema lineal, invariante y estable tiene una respuesta impulsiva:

$$h[n] = 2^n\, u[-n] + \left({}^1\!/_2\right)^n u[n]$$

a) Calcúlese la función de transferencia H(z) del sistema e indíquese su ROC.
b) Dibuje el diagrama de polos y ceros del sistema.
c) Siendo la entrada al sistema la secuencia: $x[n] = \delta[n] - 2\,\delta[n+1]$. Calcúlese la salida y[n] correspondiente evaluando la transformada inversa de Y(z).
d) Calcúlese la respuesta impulsiva de un sistema que tenga la función de transferencia H(z) calculada en el apartado a) pero que sea causal.

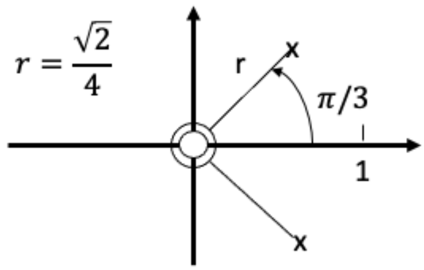
EJERCICIO 9

Con relación al sistema de la figura se pide:



a) Encontrar la función de transferencia H(z) del sistema.

b) Siendo: $h_3[n] = \frac{-1}{8}\,\delta[n-2] \quad y \quad h_1[n] * h_4[n] = \delta[n]$.determinar la relación entre $h_1[n]$ y $h_2[n]$ para que H(z) tenga el diagrama polo-cero de la figura:



EJERCICIO 10

Un sistema lineal e invariante verifica la ecuación recurrente:

$$y[n] - \frac{3}{2}y[n-1] - y[n-2] = x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

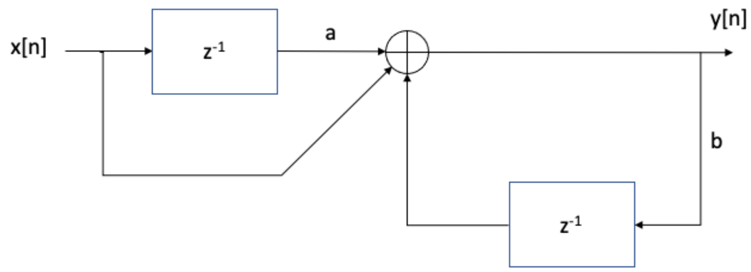
a) Determine su función de transferencia H(z) y descompóngala en fracciones simples. Dibuje el correspondiente diagrama de polos y ceros.

b) Establezca la respuesta al impulso $h_1[n]$ de un sistema causal que verifique la ecuación recurrente anterior. ¿Es dicho sistema estable?

c) Establezca la respuesta al impulso $h_2[n]$ de un sistema estable que verifique la misma ecuación recurrente. Calcule la respuesta en frecuencia $H_2(\Omega)$ (transformada de Fourier de la secuencia).

EJERCICIO 11

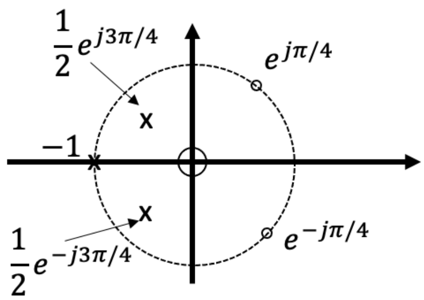
a) Hallar la función de transferencia y la respuesta al impulso del filtro digital de la figura. ¿Para qué márgenes de "a" y "b" es un filtro estable?



b) Dibuje el diagrama polo-cero del filtro digital resultado de concatenar en paralelo dos filtros como el anterior. El primero con a=-1 y b=0.5 y el segundo con a=2 y b=1. ¿Es un filtro estable? Hallar su respuesta al impulso.
c) Repetir el apartado anterior suponiendo ahora que los filtros se conectan en serie.

EJERCICIO 12

Se la secuencia x[n] cuya transformada zeta X(z) tiene el diagrama polo-cero de la figura:



Dibuje, razonando, el diagrama polo-cero de las siguientes secuencias:

a) $x_1[n] = x[n-2]$
b) $x_2[n] = (-1)^n x[n]$
c) $x_3[n] = x[-n]$
d) $x_4[n] = x_1[n] * x_2[n]$

EJERCICIO 13

La ecuación en diferencias que describe un sistema LTI es:

$$y[n] = x[n] - e^{-8\alpha}x[n-8] \qquad con\ \alpha \in (0,1)$$

a) Calcular la función de transferencia, dibujar el diagrama polo-cero e indicar su ROC
b) Se desea recuperar la entrada x[n] a partir de la salida y[n] con un sistema lineal e invariante. Encontrar su función de transferencia. Encontrar sus posibles regiones de convergencia e indicar para cada una si el sistema es o no causal y estable.
c) Determinar todas las respuestas impulsivas asociadas con el sistema del apartado b)