URJC Facultad de Ciencias de la Educación y del Deporte y Estudios Interdisciplinares

TRABAJO FIN DE GRADO

DOBLE GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA + MATEMÁTICAS

CURSO ACADÉMICO 2023/2024

CONVOCATORIO JUNIO-JULIO 2024

DESARROLLO DE UNA PÁGINA WEB ACCESIBLE PARA PERSONAS CON DISCAPACIDAD VISUAL PARA TRABAJAR LAS MATEMÁTICAS CON EL MÉTODO ABN EN LA ETAPA PRIMARIA

AUTORA: De Lucas Del Cerro, Amara.

TUTOR: Arsuaga Ferreras, Jesús María.

En Móstoles, a 29 de mayo de 2024

RESUMEN

La ley educativa vigente fomenta la inclusión de los niños y niñas con discapacidad, en particular, la visual. En el supuesto caso de que dos personas tengan los mismos parámetros de campo y agudeza visual, uno puede hacer uso de su resto visual y el otro no. Por tanto, no hay una forma general de tratar a todos los alumnos con discapacidad visual y los profesores deben tener acceso a la información y los recursos necesarios para asegurar el desarrollo individual de cada uno de ellos. En este proyecto se ha desarrollado una herramienta con la que practicar contenidos de matemáticas usando el método ABN (Abierto Basado en Números) y que cumple los requisitos de WCAG 2.1. para asegurar un Diseño Universal con el que puedan hacer uso de la plataforma todo el alumnado, tenga discapacidad visual o no. Esta es una página web con ejercicios para resolver operaciones usando algoritmos del método ABN, resolver problemas, trabajar la numeración en diferentes sistemas o el concepto de conteo, entre otros. De esta forma, los alumnos que estudien las matemáticas a través del método ABN tendrán la posibilidad de practicar determinados contenidos de una forma diferente, al mismo tiempo que mejoran su uso de las TIC.

Palabras clave: Matemáticas, Método ABN, Discapacidad visual, Diseño Universal, WCAG 2.1.

ABSTRACT

The current educational law promotes the inclusion of children with disabilities, particularly visual impairments. In the hypothetical case that two people have the same parameters of field and visual acuity, one might be able to use their residual vision while the other cannot. Therefore, there is no general way to treat all students with visual impairments, and teachers must have access to the information and resources necessary to ensure the individual development of each student. In this project, a tool has been developed to practice math content using the ABN (Open Based on Numbers) method, which meets the WCAG 2.1 requirements to ensure a Universal Design that allows all students, whether visually impaired or not, to use the platform. This is a website with exercises to solve operations using ABN method algorithms, solve problems, work on numbering in different systems, or the concept of counting, among other things. In this way, students who study mathematics through the ABN method will have the opportunity to practice specific content in a different way while improving their use of ICT.

Keywords: Mathematics, ABN Method, Visual Impairment, Universal Design, WCAG 2.1.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN 5
I. Discapacidad visual 5
II. Diseño Universal y TIC 8
III. Currículo de matemáticas 11
IV. Método ABN 11
2. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS 14
I. Justificación 14
II. Objetivos 15
3. DESARROLLO DE LA PROPUESTA 16
I. Contexto 16
II. Tecnología utilizada en el desarrollo de la página web 16
III. Estructura de la página web desarrollada 17
IV. Ejercicios propuestos 18
1. Conteo 18
2. Numeración 21
3. Suma 25
4. Resta 28
5. Multiplicación 30
6. División 33
7. Problemas 35
8. Fracciones, porcentajes y números decimales 36
9. Números enteros 39
10. Potencias 39
V. Evaluación 40
4. CONCLUSIONES Y POSIBLES CONTINUACIONES 42
5. BIBLIOGRAFÍA 44
6. ANEXOS 46
ANEXO I. Contenidos matemáticas por cursos 46
ANEXO II. Categorías semánticas aditivas y multiplicativas 47
1. Cambio 47
2. Comparación 47
3. Igualación 47
4. Combinación 48

5. Isomorfismo de Medidas 48
6. Escalares 48
7. Producto Cartesiano 49
ANEXO III. Problemas con fracciones 50

1. INTRODUCCIÓN

I. Discapacidad visual

El principal sentido del ser humano para obtener información del exterior es la vista, a partir del cual, crea una idea del mundo que le rodea. Ésta es más o menos detallada dependiendo del grado de visión, el cual se determina esencialmente por los parámetros: agudeza y campo visual. El primero es la "imagen más pequeña cuya forma puede reconocer el ojo" (Santos y Ramos, 2014) y el segundo es la porción del espacio que un ojo estático es capaz de observar simultáneamente.

Por un lado, una mala agudeza visual afecta a la calidad de la visión, lo que se puede presentar como dificultad para observar detalles de los objetos, contrastes entre figuras, colores o letras y objetos pequeños. Por otro lado, un campo visual central reducido se relaciona con contratiempos con los desplazamientos, cálculo de distancias, detección de obstáculos y desniveles y adaptación a niveles de iluminación bajos y un campo visual periférico reducido se caracteriza por dificultades con leer letras pequeñas, escritura, reconocer caras, leer paneles informativos o ver rótulos.

Sin embargo, determinar el grado de visión es mucho más complejo que medir estos dos parámetros. Según Hyvärinen (1988), existen seis aspectos más que se deben tener en cuenta y que afectan al correcto funcionamiento de la función visual. Estas son sensibilidad al contraste, es decir, a la "diferencia de luminancias entre la figura y el fondo" (Santos y Ramos, 2014) control de los movimientos oculares, acomodación o capacidad de enfocar a diferentes distancias, visión de los colores, visión binocular y la adaptación ocular a los niveles de intensidad lumínica.

La discapacidad visual, es decir, cómo la limitación de la función visual afecta al acceso a la información de la persona y/o a la realización de diferentes actividades necesarias para su integración en la sociedad, queda determinada por el grado de visión y por las condiciones que rodean al individuo. En consecuencia, cada caso es totalmente diferente en función del uso que hace cada persona de sus recursos para adaptarse al entorno.

De lo expuesto hasta este momento, se entiende que tener discapacidad visual no implica obligatoriamente que la persona no tenga ningún resto visual y, como resultado, aparece la clasificación entre ceguera total y baja visión. El primer grupo lo forman individuos que o bien no tienen resto visual o, a pesar de tener, siguen necesitando el apoyo de los demás sentidos para acceder a la información del exterior. En el segundo se encuentran aquellos que no ven "con la calidad que le permita manejarse diariamente con independencia" (Discapacitados Otros Ciegos de España [DOCE], s.f.) y cuyos problemas de visión no se solucionan con ningún tipo de tratamiento.

Los criterios para determinar con precisión si una persona forma parte del grupo de baja visión son una agudeza visual entre 0.1 y 0.3 o una reducción del campo visual entre 10º y 20º en ambos ojos con la menor corrección posible (Tengo Baja Visión, s.f.).

En un contexto tan amplio, cada país debe determinar unos parámetros para diferenciar el acceso a las ayudas y recursos que ofrece como institución. En España, estos límites son los que permiten la afiliación a la Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE, s.f.), es decir, tener la nacionalidad española y que en ambos ojos la

agudeza visual sea igual o inferior a 0,1 con la mejor corrección posible y/o el campo visual quede reducido a un máximo de 10 grados. Los individuos que cumplen estos requisitos se consideran ciegos legales.

Información relevante se extrae de la encuesta realizada en el 2020 por el Instituto Nacional de Estadística (INE, 2023) sobre "Discapacidad, Autonomía Personal y Situación de Dependencia" que determina que, en la franja de edad de 6 a 44 años, hay un 31% de personas con discapacidad visual que no reciben la ayuda suficiente. Los datos anteriores se representan en la Imagen 1, fragmentando la gráfica de tartas en cuatro grupos: personas que reciben las ayudas suficientes (16%), personas que no reciben la ayuda suficiente (7%), personas que no reciben ayuda y no la necesitan (54%) y, por último, aquellos que aunque necesiten ayuda, no la reciben (24%).

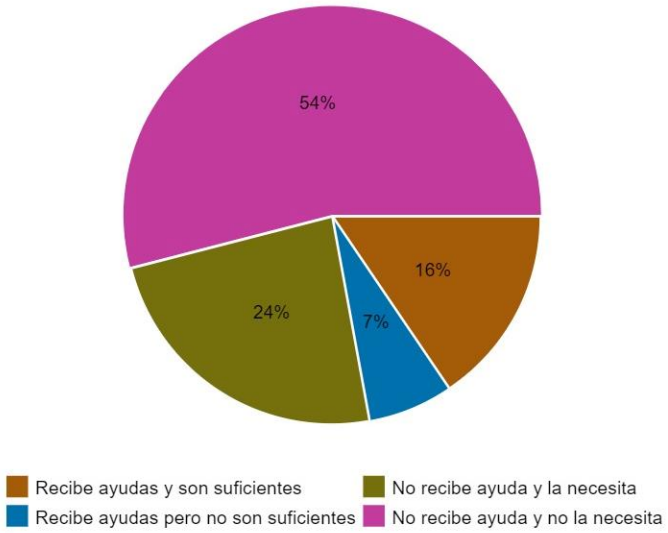

Imagen 1. Gráfica de ayudas recibidas por personas con discapacidad visual. Fuente: INE

A pesar de que los criterios para afiliarse a la ONCE son bastante restrictivos y dejan una gran parte de la población sin poder acceder a unas ayudas que necesitan y que beneficiarían su desarrollo, sería un error no valorar su importante labor desde el momento de su fundación en el año 1938.

En el año 2023, hay un total de 70.997 personas afiliadas a la ONCE, de los que 3.566 están en edad escolar (0-17 años). Para aportar una visión general de la población española, en la Imagen 2 se exponen los porcentajes de afiliación según grupos de edad y cantidad de visión.

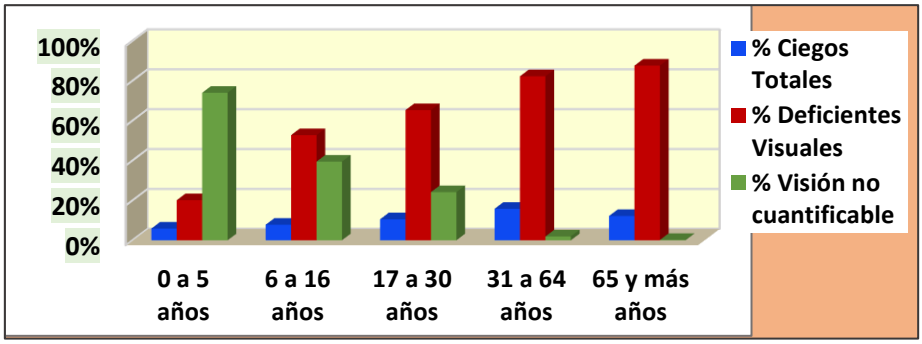

Imagen 2. Gráfica de afiliados a la ONCE según edad y cantidad de visión. Fuente: ONCE

En su primera época, se hicieron cargo por completo de la educación de las personas con discapacidad visual en sus centros y delegaciones, es decir, de forma segregada a la educación ordinaria. Tras tres décadas, las Administraciones integraron la educación de los alumnos con discapacidades en el sistema educativo; sin embargo, no eran educandos de centros ordinarios sino en centros de educación especial (Martín, 2014).

Actualmente, la Ley Orgánica de Modificación de la Ley Orgánica de Educación (LOMLOE) (Ley Orgánica 3/2020) recoge el plazo de 10 años para que las Administraciones doten de los apoyos y formaciones necesarias a los centros ordinarios para garantizar un pleno desarrollo de las personas con discapacidad, dejando así a los centros de educación especial para casos muy excepcionales. Este compromiso está íntimamente relacionado con la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible, pues, en su cuarto objetivo el Ministerio de Derechos Sociales y Agenda 2030 dispone la necesidad de alcanzar una educación inclusiva, equitativa e igualitaria. Durante la etapa de Educación Primaria concretamente, se trae a colación la necesidad de una educación emocional que fomente la empatía, la autonomía, la autoestima, la responsabilidad y la resolución colaborativa de problemas (Ministerio de Derechos Sociales, Consumo y Agenda 2030, s.f.). Al igual que en leyes anteriores, en la LOMLOE también se permiten las adaptaciones necesarias para la adquisición de competencias y conocimientos, aunque en esta siempre se pretende que los alumnos pasen de curso.

En resumen, como representa la Imagen 3, el sistema educativo ha pasado por cuatro etapas fundamentales en relación con el tratamiento que se hace de las personas con alguna discapacidad: exclusión, segregación, integración e inclusión.

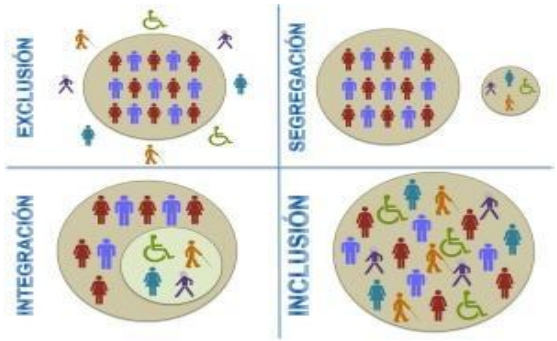

Imagen 3. Diferencia entre exclusión, segregación, integración e inclusión. Fuente: Doble Equipo Valencia.

La ONCE propone una serie de conductas que debe seguir un profesor para promover dicha inclusión. Estas son verbalizar todo lo que escribe en la pizarra sin ambigüedades, si se hace un dibujo describirlo u ofrecer una copia en relieve, entregar un modelo adaptado de lo que se va a realizar en la pizarra, remarcar las posibles erratas que aparezcan en los libros de texto, asegurarse de que el alumno está siguiendo la explicación con preguntas concretas sobre su desarrollo, sustituir la salida del alumno a la pizarra por una participación en voz alta y hacer uso de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación).

En el área de matemáticas específicamente, se fomenta el cálculo mental para agilizar la resolución de los problemas. Además, se recomienda el uso de la máquina Perkins para realizar operaciones en aquellos alumnos que accedan a la información mediante el braille. Así como, el manejo de calculadora y de EDICO, un editor matemático desarrollado por la ONCE (Alonso et al., 2022).

II. Diseño Universal y TIC

El arquitecto Ron Mace acuñó el concepto de Diseño Universal en los años 70 para criticar los proyectos arquitectónicos que eran diseñados de forma que no pudiesen ser utilizados por todas las personas. El ejemplo más típico son edificios a los que solo se puede acceder por escaleras, por lo que resulta imposible su acceso para personas que se muevan en silla de ruedas (Alba, 2018).

Un recurso mencionado anteriormente y que ha tomado más relevancia dentro de las aulas en los últimos años son las TIC, pues permiten desarrollar metodologías que generan más interés en los alumnos.

Como se recoge en la vigente ley actual, LOMLOE, las TIC forman parte del día a día de las personas y desde la escuela se pretende fomentar en los docentes y los educandos tanto el manejo como la prevención de las diferentes situaciones de desprotección que pueden surgir. Por lo tanto, los niños con discapacidad visual, como parte de la comunidad educativa, tienen el derecho y la necesidad de aprender a usar las nuevas tecnologías como el resto de los alumnos, para lo cual es recomendable tener en cuenta ciertas dificultades que pueden modificar la forma en que se relacionan con ellas.

Evidentemente, la mayor parte de información de los móviles, *tablets* o pantallas de ordenador se recibe a través de la visión, por lo que se requiere de una importante adaptación, que depende, a su vez, de la existencia de un resto visual utilizable o no.

Si no se cuenta con resto visual la información se recibe o bien por medio de la audición o del tacto, por lo que harán uso de un software que revise la pantalla y proceda a su lectura por síntesis de voz o a su impresión en una línea braille. También se pueden imprimir láminas en relieve mediante un horno fúser. En cualquier caso, hay que determinar correctamente qué se va a transmitir al niño con discapacidad visual, debido a que si es mucha la cantidad de información puede convertirse en ruido o impresiones muy complejas y difíciles de interpretar.

Por otro lado, las dificultades que se derivan de una discapacidad visual con resto visual dependen de si está afectada la agudeza o el campo visual. En el primero de los casos, puede presentar complicaciones con los símbolos pequeños, el contraste de los colores o la visualización a grandes distancias. En lo referente al campo visual, ya esté dañado el periférico o el central, se suele complicar la visualización de símbolos grandes, la localización de elementos dentro de la pantalla y entender escenas que tengan movimiento (ONCE, 2005).

Para solventar las necesidades ya comentadas surge la Tiflotecnología (Martín, Santos y Matas, 2014), es decir, dispositivos, aplicaciones, páginas web, etc. diseñados específicamente para personas con ceguera total o baja visión y que permiten, entre otras cosas, acceder a la información y el conocimiento disponible en Internet.

Centrándose en el diseño de páginas web, el término Diseño para Todos o Diseño Universal busca que cualquier usuario sea capaz de acceder a la información disponible en cada una de las páginas. En cuanto a las recomendaciones, es merecido destacar el trabajo del grupo ACCEDO (ACcesibilidad a Contenidos EDucativos ONCE) creado por la ONCE y que se encarga de fomentar el desarrollo de contenidos tecnológicos educativos accesibles a personas con discapacidad visual (Martín, Santos y Matas, 2014).

A nivel internacional, *Worl Wide Web Consortium* (W3C) desarrolló una actividad denominada Iniciativa de Accesibilidad Web (WAI, en inglés) que determina una serie de estrategias y pautas para desarrollar páginas web accesibles para personas con discapacidad. En 2008, se publicó la segunda versión del documento que contiene las Pautas de Accesibilidad al Contenido en la Web (WCAG 2.0) que deben cumplir los proyectos desarrollados en cualquier lenguaje de programación (ONCE-CIDAT, 2013).

La especificación WCAG 2.1, que es una mejora de la mencionada anteriormente, se basa en cuatro principios básicos: perceptible, operable, comprensible y robusto. En primer lugar, una página web es perceptible si su contenido es conocido y comprendido por el usuario. En el segundo caso, ser operable indica que los navegantes pueden acceder a todo el contenido. Además, este último debe ser claro y fácil para asegurar su entendimiento y no dar lugar a confusiones o equivocaciones, es decir, la web debe ser comprensible. Finalmente, el principio de robusto asegura que navegadores y tecnologías de apoyo puedan interpretar tanto el contenido como la navegación en la página web (W3C, 2023).

Cada principio contiene pautas que detallan los objetivos y que se verifican a través de los criterios de conformidad. Estos son una serie de requisitos que debe cumplir todo el contenido de la web y que se clasifican en función del nivel de accesibilidad (A, AA y AAA) (W3C, 2023). Los criterios de conformidad para cumplir el nivel A de accesibilidad se recogen en la Tabla 1, agrupados por la pauta y principio al que corresponden.

Principio	Pauta	Criterio de Conformidad
Perceptible	Proporcionar alternativas textuales para los elementos que no lo son	Todos los contenidos no textuales tienen una alternativa textual excepto en el caso de controles o entradas de texto, multimedia basada en el tiempo, test, cuando busca una experiencia sensorial específica, CAPTCHA o es simplemente decorativo.
	Proporcionar alternativas textuales para los elementos multimedia basados en el tiempo	Existe alternativa para todos los audios y vídeos pregrabados.
		Existen subtítulos para todos los audios pregrabados.
		Existe audio descriptivo del contenido de un vídeo pregrabado.
	Desarrollar contenido que se adapte a diferentes presentaciones sin perder información	Asegurarse que toda la información que se entienda a través de la presentación está programada correctamente o aparece de forma textual.
		Programar un correcto orden de navegación cuando este afecta al significado de la información.
		Incluir componentes que no dependan únicamente de sus características sensoriales.
	Insertar contenido distinguible	No usar el color para indicar una acción, pedir una respuesta o distinguir un elemento.
		Ofrecer una opción para pausar o parar un audio que suene más de 3 segundos.
Operable	Toda la navegación es accesible mediante el teclado	Todas las acciones se pueden hacer desde el teclado sin controlar el tiempo específico de cada pulsación, excepto en casos que se requiera un patrón.
		Hay que asegurar que, si se mueve el foco con el teclado, este va al componente correcto.
	Ofrecer suficiente tiempo al usuario para acceder al contenido	Ofrecer un temporizador ajustable que se pueda parar, ajustar o extender excepto en situaciones que se produzcan a tiempo real y en aquellas que el temporizador sea imprescindible o tenga una duración de más de 20 horas.
		Permitir pausar, parar o esconder cualquier movimiento, parpadeo, desplazamiento o actualización automática que no sea imprescindible.
	Evitar destellos que puedan provocar ataques epilépticos	La pantalla no debe contener más de tres destellos en menos de un segundo o que estén por debajo del límite.
	Facilitar la navegación a través de todo el contenido	Permitir sortear contenido repetido.
		Incluir títulos que describan el tema o propósito del apartado.
		Controlar que el orden del foco no afecta ni a la operativa ni al significado.
		Determinar el propósito de cada enlace.
Comprensible	Todo el contenido textual debe ser legible y comprensible	Permitir al usuario determinar el lenguaje de la página web
	La navegación debe ser predecible	Evitar cambios en el contexto cuando se ponga el foco en un componente.
		Evitar cambios en el contexto cuando cambie una entrada si no han sido previamente informados los usuarios.
	Ofrecer ayuda en la entrada de datos	Describir el error detectado al recibir la entrada de un usuario.
		Ofrecer instrucciones o etiquetas cuando se requiera la entrada de un usuario.
Robusto	Asegurar la compatibilidad con navegadores y ayudas tecnológicas actuales	Asegurarse de que los elementos de marcado tienen principio y final y que no se duplican atributos ni identificador, a no ser que esté permitido.
		Determinar nombre y rol de todos los componentes, así como estados, propiedades y valores que pueden ser modificados por los usuarios y cuyos cambios deban ser notificados.

Tabla 1. Criterios de Conformidad nivel de accesibilidad A. Fuente: W3C.

III. Currículo de matemáticas

En mayo de 1999 se publica el traspaso a la Comunidad de Madrid la competencia de aprobar el currículo de los diferentes cursos, a partir de unos conocimientos mínimos fijados por la Administración estatal (Real Decreto 926/1999). En consecuencia, con la entrada en vigor de la nueva ley educativa LOMLOE (LOMLOE 3/2020), el Consejo de Gobierno de la Comunidad de Madrid estructura los conocimientos que todos los alumnos deben haber adquirido al finalizar la Educación Primaria en el Decreto 61/2022, del 13 de julio. El art. 4 determina que "el currículum lo conforman el conjunto de objetivos, competencias, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación", mientras que en el art. 3 divide la etapa en tres ciclos de dos años cada uno para menores de 6 a 12 años, normalmente (Decreto 61/2022).

Entre los objetivos de la etapa recogidos en el mismo Decreto (Decreto 61/2022), se destacan el de "desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana" y el de "desarrollar las competencias tecnológicas básicas e iniciarse en su utilización, para el aprendizaje, desarrollando un espíritu crítico ante su funcionamiento y los mensajes que reciben y elaboran". En concordancia, se encuentran en el art. 6 la "Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería" como un saber transversal a todas las áreas, aunque se trabaje más en el de Matemáticas, y la "Competencia digital".

Por consiguiente, es necesario conocer las competencias específicas, los criterios de evaluación y los contenidos relevantes en este documento de cada uno de los ciclos, estos datos se encuentran en el Anexo II del Decreto 61/2022, del 13 de julio (Decreto 61/2022).

Los contenidos de cada ciclo se dividen en seis bloques, "Números y operaciones", que se "centra en el desarrollo cognitivo de habilidades basadas en la comprensión, la representación y el uso de números y operaciones", "Medida", relacionada con aprender a medir y con las unidades de medida y sus relaciones, "Geometría", que se centra en el trabajo con las formas y sus movimientos, "Estadística y probabilidad", relacionado con el razonamiento y el tratamiento de datos, "Álgebra", que "acerca el lenguaje en el que se comunican las matemáticas" y "Actitudes y aprendizaje", que se fomenta a partir de una metodología manipulativa que parta desde la experimentación y que haga uso de recursos digitales (Decreto 61/2022).

IV. Método ABN

En el curso 2008/2009, se empezó a implantar en algunas aulas de los centros CEIP Andalucía y CEIP Carlos III de Cádiz de la mano del profesor Jaime Martínez Montero un método formado por algoritmos abiertos basados en números (ABN), que busca fomentar el cálculo mental de los alumnos (Cálculo ABN, s.f.).

Por un lado, según la Real Academia Española (RAE, 2023) algoritmo se define como "conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema". Que sea abierto determina que ese conjunto no está formado por unos pasos

estrictos que se siguen siempre de la misma forma, es decir, permite al alumno decidir la cantidad de pasos que necesita para resolver el algoritmo. Por otro lado, se plantea como basados en números porque trabaja con ellos y no con las cifras que lo forman por separado. Esto rompe con el modelo tradicional en el que el único orden de magnitud que se considera son las unidades debido a que se dividen los números en cifras y se opera con cada una de ellas por separado (Cálculo ABN, s.f.).

Ese método propone ocho principios que debe cumplir una metodología para prevenir las dificultades en el área de matemáticas (Martínez, 2017).

- Principio de igualdad. El ser humano tiene la capacidad matemática innata, solo se tienen que emplear los recursos adecuados.
- Principio de la experiencia. Todo aprendizaje se debe construir sobre situaciones que los alumnos ya conocen y han experimentado.
- Principio del empleo de referentes. Está relacionado con el punto anterior. Los alumnos aplican en la práctica los conceptos que se aprenden experimentando.
- Principio de la transparencia. Tanto en los algoritmos propuestos como en los materiales seleccionados. En el primer caso, no ocultar los pasos y reflejar lo que se hace con los números en todo momento. En el segundo, se prefiere la representación de la decena como diez palillos porque representa claramente un conjunto de diez objetos.
- Principio de la comprensión. Es imprescindible que sepan cuando aplicar los conceptos que han aprendido y no solo verbalizarlos.
- Principio del convencionalismo. Como las matemáticas tienen un aspecto arbitrario, se prepara a los alumnos para seleccionar la alternativa que mejor les convenga en cada situación.
- Principio de la construcción de modelos formales. Aplicar conocimientos previos a otros campos gracias al uso de modelos formales.
- Principio del desglosamiento de los modelos formales. Es que los alumnos atraviesen el proceso de abstracción con las diferentes situaciones que engloba un mismo modelo formal.

En resumen, vivimos en una sociedad que fomenta el uso de las matemáticas diariamente en multitud de ocasiones. Por tanto, todos los alumnos pueden entender y avanzar en sus conocimientos matemáticos si se parte de situaciones que les son conocidas y se permite que cada uno lleve su propio ritmo de aprendizaje (Martínez, 2017).

En la misma línea de fomentar que los educandos entiendan y apliquen los contenidos en su vida diaria, se propone la inutilidad de realizar cálculos con grandes cantidades que solo implique el aumento de pasos del algoritmo. Se permite el uso de calculadoras para este tipo de operaciones para no perder tiempo ni aburrir al alumno.

Otro aspecto destacable es que los materiales que se usan en las actividades de este método son manipulativos para que el propio alumno sea el que experimente y que

construya unos pilares sólidos como iniciación de los diferentes algoritmos. El material más significativo es el uso de palillos como representación de las unidades.

Los algoritmos propuestos para resolver las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) modifican por completo en enfoque del modelo tradicional. Se pasa a operar de izquierda a derecha y se elimina el concepto de "llevadas" porque no se trabaja cifra a cifra. Por ejemplo, en el caso de la suma, el alumno decide la cantidad de uno de los sumandos que va pasando al otro en cada paso del algoritmo hasta que uno de ellos se elimine por completo. El permitir a cada niño elegir cuántos pasos tiene el algoritmo y la cantidad que pasan en cada uno de ellos, facilita enormemente el entendimiento y la realización del proceso. Gráficamente se representa en una tabla, similar a la tabla 2, con tres columnas que indican la cantidad que se añade, la cantidad que queda del sumando del que se quita la cantidad anterior y el otro sumando más la cantidad añadida.

54+78		
AÑADO	**QUEDA**	**SUMA**
2	52	80
2	50	82
20	30	102
30	0	132

Tabla 2. Algoritmo ABN de la suma. Fuente: Elaboración propia

En el apartado referente a los principios del método ABN se ha mencionado que es importante que los alumnos experimenten el proceso de abstracción desde situaciones cotidianas a modelos formales. Esta consideración se relaciona directamente con una de las mayores dificultades en el ámbito matemático que es la resolución de problemas. El método ABN propone, en primer lugar, partir de un contexto real y conocido por el alumno con el objetivo de comprender el problema completamente. En segundo lugar, se procede a la abstracción, es decir, quedarse con los datos relevantes para la resolución. En la tercera fase, se determina el modelo matemático que se debe aplicar y, por último, se resuelve este modelo (Martínez, 2017).

Sin embargo, no se puede seguir este proceso con cada una de posibles situaciones que se pueden dar. Por ello, el método ABN ha clasificado los problemas en categorías semánticas, es decir, conjuntos de situaciones en las que se sigue un procedimiento de abstracción similar. De forma más general, pueden ser aditivas, si se resuelvan con una suma o una resta y multiplicativas, si se resuelven con una multiplicación o una división. Dentro del primer grupo, hay cuatro subcategorías (Cambio, Combinación, Comparación e Igualación) y en el segundo hay tres (Isomorfismo de Medidas, Escalares y Producto Cartesiano) (Martínez, 2017).

Este método sirve para fomentar el desarrollo y una actitud positiva de los alumnos con independencia de sus aptitudes, lo que se consigue partiendo de situaciones comunes a la realidad de los niños y dejándolos probar, investigar y equivocarse por su cuenta. El profesor pasa a un plano secundario en el proceso de aprendizaje y se encarga de identificar las dificultades de cada uno y proponer actividades que permitan la experimentación y la adquisición de los conceptos.

2. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

I. Justificación

Como se ha mencionado anteriormente, la LOMLOE propone el reto de conseguir una educación inclusiva en 10 años. Esto implica que los profesores deben tener los recursos y conocimientos necesarios para poder hacer frente a las situaciones individuales de cada uno de sus alumnos.

Las matemáticas se consideran una de las asignaturas más difíciles y desmotivadoras para los alumnos. La propuesta del método ABN consiste en modificar completamente el enfoque tradicional, haciendo las matemáticas más manipulativas, centradas en el trabajo con números y no solo con cifras, cambiando los algoritmos de todas las operaciones, exponiendo a los alumnos a situaciones que conozcan para facilitar la resolución de problemas y fomentando el cálculo mental.

Esto último, también es una estrategia que se utiliza en la enseñanza de las matemáticas para personas con discapacidad visual. Por tanto, puede ser interesante aplicar este método para facilitar la inclusión educativa de este grupo de alumnos en las aulas ordinarias en la asignatura de matemáticas.

Sin embargo, al fomentar el trabajo manipulativo como medio para formar una base sólida de las matemáticas, resulta complicado su aplicación a un medio digital. Puede ser esta una de las razones por las que al realizar una investigación sobre la oferta de páginas web que existen sobre el método ABN, la mayoría apuestan por ejercicios con dibujos o explicaciones visuales. En otras palabras, este tipo de herramientas no resultan accesibles para personas con discapacidad visual y no facilitan la inclusión en las aulas ordinarias porque el profesor tendría que seleccionar diferentes aplicaciones en función de las aptitudes de cada niño.

Por otro lado, en la LOMLOE también se fomenta el uso de las TIC en las aulas para que los alumnos aprendan a manejarlas correctamente, así como sus posibles riesgos. Debido a esto y teniendo como objetivo la inclusión educativa, es importante tener recursos para que los alumnos con discapacidad visual puedan practicar su manejo de estas.

Por consiguiente, si el método ABN resulta interesante para facilitar la inclusión de personas con discapacidad visual en las aulas ordinarias y los profesores quieren trabajar algún concepto a través del uso de las TIC, entonces necesitan una herramienta de la que puedan beneficiarse todos sus alumnos, tengan una discapacidad visual o no.

En resumen, la página web que se ha desarrollado en este proyecto surge de la idea de dotar a los alumnos con discapacidad visual de una aplicación que cumpla los criterios del diseño universal y con la que puedan practicar conceptos matemáticos de una forma diferente siguiendo una metodología que fomenta el cálculo mental al mismo tiempo que mejoran su manejo de las TIC.

II. Objetivos

El objetivo principal de este proyecto es desarrollar una página web accesible para personas con discapacidad visual con ejercicios de matemáticas usando el método ABN.

Los objetivos específicos necesarios para la realización de este trabajo son:

- Investigar sobre las herramientas usadas actualmente en la enseñanza de las matemáticas para personas con discapacidad visual.
- Determinar las pautas de accesibilidad que cumplirá la página web.
- Analizar la metodología propuesta por el método ABN para el aprendizaje de las matemáticas.
- Diseñar una página web accesible para personas con discapacidad visual.
- Verificar la accesibilidad de la web para personas con discapacidad visual.

3. DESARROLLO DE LA PROPUESTA

I. Contexto

La página web desarrollada se centra en ejercicios de la asignatura de matemáticas durante toda la etapa de Educación Primaria, es decir, para niños entre 6 y 12 años. De los seis bloques en los que se dividen los contenidos en el BOCM, los conceptos relevantes en esta web son los que pertenecen a "Números y operaciones", debido que el método ABN se centra en el cálculo.

El uso de esta plataforma se puede combinar con el empleo de materiales manipulativos de apoyo como palillos para facilitar a los alumnos la resolución de las operaciones hasta que tengan un cálculo mental suficientemente desarrollado.

El alumnado al que se dirige esta web es aquel con un entrenamiento previo en el método ABN, que se inicia en la etapa de Educación Infantil. Por un lado, se usan conceptos introducidos por este método como descomposición en soles, las categorías semánticas de los problemas o los diferentes tipos de restas. Por otro, los ejercicios para resolver operaciones se tienen que resolver usando los algoritmos ABN.

También pertenecen al público objetivo de esta aplicación los alumnos del grupo anterior con una discapacidad visual por la que tengan que hacer uso de un lector de pantalla para acceder a la información de la web. Por esto, sería recomendable que en este caso hayan adquirido unos conocimientos básicos sobre el funcionamiento del lector de pantalla que utilicen. Esto es debido a que la página web se ha desarrollado buscando un diseño universal, por lo que satisface los criterios de conformidad del nivel A determinados en las WCAG 2.1.

Cabe resaltar que el uso de la herramienta se debe hacer desde un ordenador, ya sea de mesa con un teclado numérico o un portátil. En consecuencia, para que cada alumno pueda tener uno de ellos, se puede hacer uso del aula de informática del colegio. No obstante, toda la funcionalidad está disponible con el uso del ratón para los alumnos que puedan manejarlo.

II. Tecnología utilizada en el desarrollo de la página web

Las tecnologías usadas para desarrollar la página web son Java, JavaScript, HTML (HyperText Markup Language, en inglés) y CSS (Cascade Style Sheets, en inglés). La primera se utiliza para programar el API (Application Programming Interface, en inglés), que determina la pantalla que se muestra en función de la URL utilizada. El código en JavaScript se encarga de controlar la funcionalidad de las diferentes pantallas. La estructura de cada una de estas pantallas se determina con las etiquetas HTML y el diseño se controla con hojas de estilo CSS.

Para confirmar que los estilos utilizados en la pantalla satisfacen que el color del texto tiene el suficiente contraste con el color del fondo, se ha utilizado la página web

Contrast Finder (Contrast Finder, s.f.). Este criterio hace accesible la página web para las personas con discapacidad visual que hacen uso de su resto visual.

Por último, el lector de pantalla que se ha utilizado para las pruebas de accesibilidad es NVDA, debido a que es uno de los más populares y, además, gratuito. Este recoge una lista de comandos que facilitan la interacción del usuario con el contenido de la pantalla, a partir de la tecla modificadora NVDA que se puede configurar para que sea el BloqMayus.

III. Estructura de la página web desarrollada

Todas las pantallas de esta web tienen una estructura general que facilita la navegación a los usuarios, en especial a los que no pueden acceder visualmente a la información.

Como se puede observar en la Imagen 4, aparece una cabecera de color verde. En la parte izquierda, está en logo de la página web con una alternativa textual que lo hace accesible. En la parte derecha, se puede saltar al contenido de la pantalla directamente clicando en el enlace "Saltar al contenido principal" y modificar el idioma de todos los textos seleccionando uno nuevo en una lista desplegable y pulsando el botón "Cambiar idioma". En una primera versión, se puede mostrar la pantalla en español, inglés, catalán, gallego y euskera.

Imagen 4. Pantalla explicativa Conteo. Fuente: Elaboración propia

Para poder acceder a las diferentes secciones se utiliza un menú lateral en la parte izquierda de la pantalla. El enlace tiene un estilo por defecto, otro cuando recibe el foco y otro diferente cuando se selecciona. El primero es texto negro sobre fondo gris claro, el segundo texto blanco sobre gris oscuro y el tercero texto blanco sobre negro. Al pulsar uno de estos enlaces, redirige a la pantalla explicativa correspondiente y el foco vuelve al componente del logo.

Los enlaces del menú lateral redirigen a las pantallas: Inicio, Conteo, Numeración, Suma, Resta, Multiplicación, División, Problemas, Números decimales, Números enteros y Potencias. Se ha seleccionado dividir por conceptos y no por cursos académicos, para que los usuarios puedan acceder a los ejercicios en función de lo que quieran trabajar y

no solo por el curso al que pertenecen o edad que tienen. No obstante, los contenidos trabajados hacen referencia al currículo de la etapa de Educación Primaria del área de matemáticas en la Comunidad de Madrid (ANEXO I).

El cuerpo de cada pantalla tiene un título de cabecera para que el usuario sepa en qué sección se encuentra. A continuación, aparece un párrafo que explica brevemente el contenido de cada una de ellas. Para terminar, salvo en el Inicio, hay una lista de enlaces que redirigen a los diferentes juegos de ese apartado.

Por defecto, al cargar la página web accede a la ruta "/welcome" y muestra la pantalla de Inicio con una descripción breve de la historia y las bases en las que se sustenta el método ABN.

Tras pinchar en el enlace de cualquier ejercicio, se redirige a una pantalla explicativa de este, a excepción del apartado de los problemas. En algunos casos, existe la opción de seleccionar el nivel de complejidad que se quiere utilizar. Para hacer esto, aparece una lista desplegable con el primer valor seleccionado por defecto y un botón que redirige al enunciado del primer ejercicio. El último componente es otro botón que permite al usuario volver a la pantalla anterior.

Los botones de todas las pantallas cambian el color a gris claro y el color del texto a blanco cuando reciben el foco o se pasa por encima el cursor. A excepción de los botones que forman los tableros de la oca o de la recta numérica que cambian el fondo a un verde claro y mantiene el texto en negro.

Por último, si el usuario decide modificar el lenguaje de la pantalla cuando ya ha iniciado un juego, el sistema redirige a la pantalla explicativa con los textos traducidos al nuevo idioma seleccionado.

IV. Ejercicios propuestos

En este apartado se recorren las pantallas de los diferentes juegos para explicar los contenidos que se trabajan, cómo se hace en el método ABN y la estructura del cuerpo de cada una de ellas.

La lista de los ejercicios propuestos a continuación es una simple muestra de lo que puede ofrecer la plataforma, debido a que se pueden añadir tanto nuevos ejercicios como niveles de aquellos ya existentes.

1. Conteo

La acción de contar se desarrolla cumpliendo las fases propuestas por Fuson y Hall. En un inicio, el alumno solo recita la lista de los números desde el uno (nivel cuerda). En el nivel cadena irrompible sigue empezando desde el uno, pero ya entiende el proceso de contar. En el siguiente nivel, cadena rompible, puede empezar desde cualquier número y en cadena numerable se añade la dificultad de contar un número determinado

únicamente. Por último, se debe trabajar las mismas fases contando en sentido inverso en el nivel cadena bidireccional (Martínez, 2017).

1.1. Juego de la Oca

Una de las recomendaciones para trabajar el conteo es usar juegos tradicionales como el parchís o la oca usando uno o dos dados (Martínez, 2017).

En este caso, se ha desarrollado un juego individual en el que el usuario tendrá que mover la ficha tras lanzar el dado con el objetivo de recorrer todo el tablero.

En los dos primeros niveles se usa un solo dado. La diferencia es que en el primero, el usuario recorre las casillas del tablero hasta la que se quiera seleccionar; mientras que, en el segundo nivel hay un campo de texto en el que introducir el número de la casilla a la que se debería llegar.

En los niveles 3 y 4 se usan dos dados cada vez que se lanza.

Un componente que aparece en esta pantalla es el botón de "Saltar tablero" como se muestra en la Imagen 5 y que permite al usuario acceder al primer componente que aparece tras los botones del tablero para que no tenga que recorrer las 40 casillas con el tabulador.

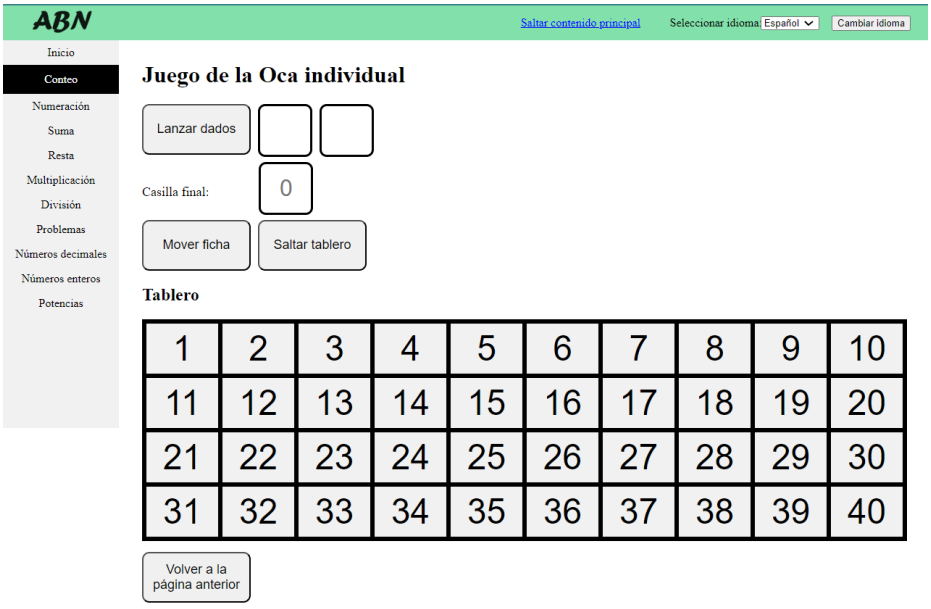

Imagen 5. Pantalla Juego de la Oca nivel 4. Fuente: Elaboración propia

El funcionamiento del juego es al pulsar el botón "Lanzar dados", se generan uno o dos números aleatorios entre el 1 y el 6. En el nivel 1 y 3, el usuario será redirigido a la casilla inicial al pulsar el botón "Mover ficha" y con el tabulador podrá recorrer el tablero hasta la casilla final. El resultado se comprueba cuando se pulsa la casilla final y aparece un mensaje al principio de la pantalla con el mensaje de la evaluación. En los niveles 2 y 4, el resultado de cada paso se da en el campo de texto "Casilla final" y se comprueba el resultado en "Mover ficha".

Al final de la pantalla hay un botón para volver a la pantalla principal de este juego.

1.2. Comparación de dos números

En este ejercicio se fomenta la adquisición de la idea de número como cardinal de un conjunto. Por tanto, será mayor el número que represente un conjunto con más elementos.

Los niveles de este apartado se identifican por la cantidad de cifras que tienen los números que se van a comparar. En el primer nivel, los números se encuentran entre el 1 y el 10, en el segundo nivel hasta el 100 y en el tercer nivel hasta 1000.

En la pantalla aparecen el enunciado, donde se indica si se busca el número mayor o menor de los dos, dos botones que representan los números que se están comparando, un botón para comprobar el resultado y otro para volver a la pantalla inicial del juego. El botón del número seleccionado como respuesta tiene letras blancas sobre un fondo negro para que destaque, como se puede observar en la Imagen 6.

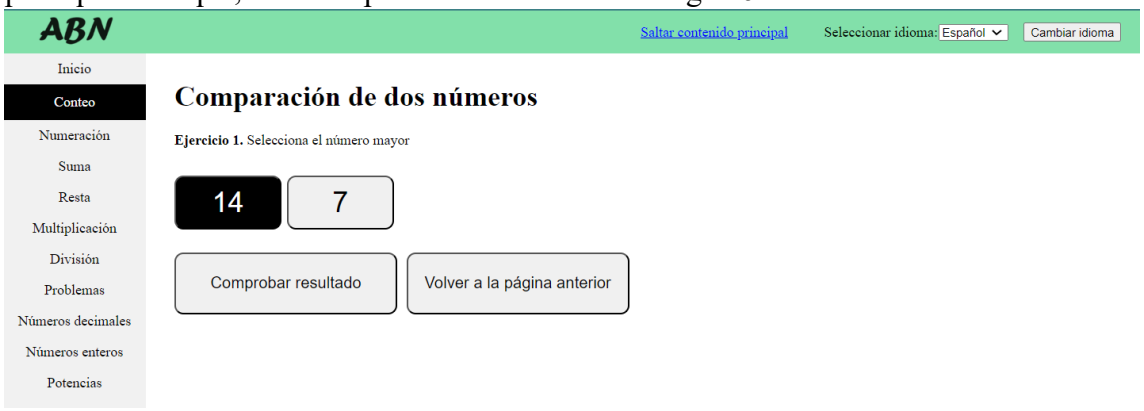

Imagen 6. Pantalla comparación de dos números nivel 2 con primer número seleccionado. Fuente: Elaboración propia

Como sucede en otras pantallas, cuando el usuario pincha en "Comprobar resultado" se determina si el número seleccionado es el correcto o no y en función de esto, pinta un mensaje de éxito o error al principio de la pantalla.

1.3. Recorrido del tren

Con este ejercicio se busca afianzar el uso de la recta numérica de 20. En el primer nivel se pregunta por la estación de llegada, en el segundo nivel por el número de estaciones que se ha recorrido y en el tercero, por la estación inicial. En este último caso, se recorre la recta de forma descendente, que es un punto muy importante del método ABN (Martínez, 2017).

En cualquiera de los casos, el usuario tiene que introducir los datos del problema en los campos de texto correspondientes y se comprueba que son correctos cuando se pincha en "Mover el tren". En caso de que sean erróneos, se pinta un mensaje de error al inicio de la pantalla y se limpian los campos de texto. En caso contrario, se redirige al usuario a la casilla que representa la estación inicial y se le permite el movimiento con las teclas de tabulación y retroceso.

Cuando se picha en la casilla final, se cambia el foco al campo de texto para introducir el resultado del ejercicio. Este se comprueba cuando se pulsa en “Comprobar resultado” y se pinta un mensaje de éxito o error al principio de la pantalla.

También se puede saltar directamente con el botón “Saltar tablero” al campo de texto del resultado sin pasar por las 20 casillas de la recta numérica, expuesto en la Imagen 7.

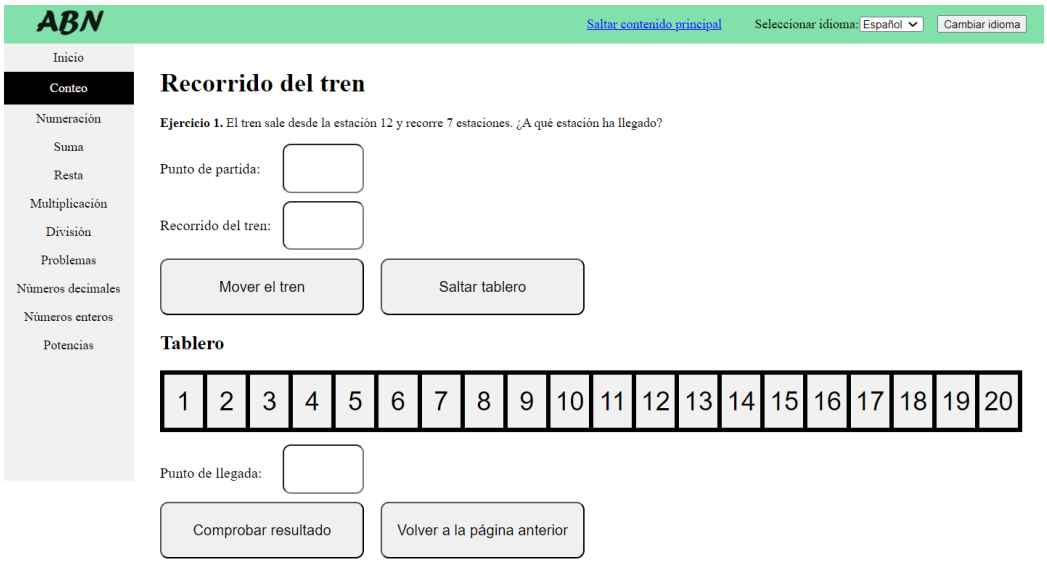

Imagen 7. Pantalla del recorrido del tren nivel 1. Fuente: Elaboración propia

2. Numeración

El sistema de numeración seleccionado por convención social es el de base 10, aunque el método ABN recomienda trabajar en otros sistemas para que los alumnos comprendan que la representación del número depende del sistema en el que se trabaje (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

Un concepto que aparece en este método es el de “unidad arbitraria”, debido a que se puede tomar como referencia cualquier orden de magnitud y formar a partir de ahí las decenas, es decir, una agrupación de 10 decenas es una centena y, por tanto, la decena de las decenas son las centenas. Esto se utiliza para que los alumnos puedan descomponer o componer los números de la forma que mejor les convenga y no simplemente en sus órdenes de magnitud (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

2.1. Descomponer un número en sus órdenes de magnitud

En este ejercicio se parte de un número dado en el enunciado y se tiene que descomponer en los diferentes órdenes de magnitud. Sin embargo, no es restrictivo y no obliga a que se ponga en cada orden la cifra que le corresponde, es decir, el número 12 se puede descomponer como 12 unidades, 1,2 decenas o 1,1 decenas y 1 unidad y el resultado sigue siendo correcto.

La descomposición se hace en una tabla en la que se representan los órdenes de magnitud que se pueden utilizar y que tienen una entrada de texto para que el usuario

determine la cifra que quiere relacionar con cada uno de ellos. La Imagen 8 expone la estructura de esta pantalla.

Una vez se ha descompuesto el número, se pulsa el botón “Comprobar resultado” para determinar si el resultado es correcto o no.

Los niveles presentes en este ejercicio son descomponer números de dos cifras, números de tres cifras, números de entre cuatro y seis cifras y números con decimales. En todos ellos, como se ha mencionado anteriormente, se permite la descomposición usando decimales.

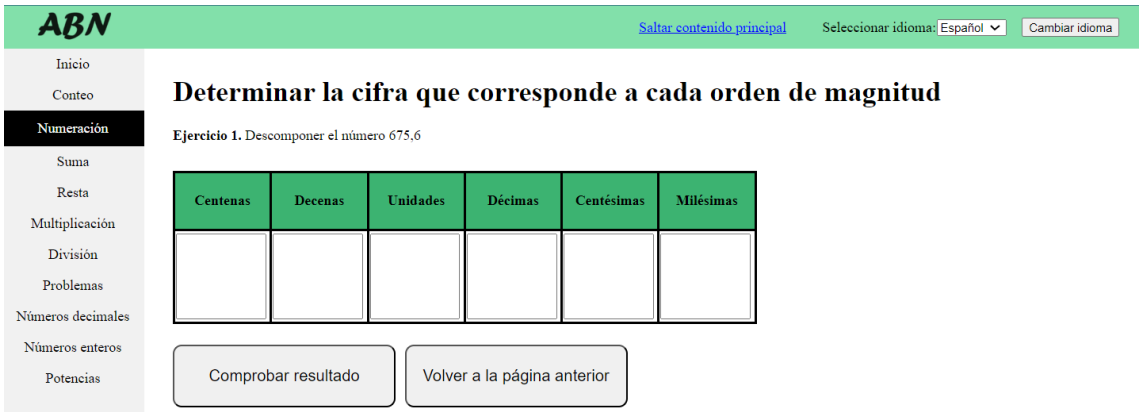

Imagen 8. Descomposición de números decimales. Fuente: Elaboración propia

Cuando el resultado es incorrecto en el mensaje se indica el número que representa la descomposición dada, para que así el alumno pueda comprender en qué ha fallado y corregirlo para el siguiente enunciado.

2.2. Descomponer un número en sus órdenes de magnitud con alguno vetado

Este ejercicio es una continuación del anterior en el que uno de los órdenes de magnitud está vetado y no se puede utilizar en la descomposición.

El único cambio es que el campo de texto del orden vetado tiene un valor 0 por defecto que no se puede modificar y su estilo es texto en blanco sobre un fondo negro. Este estilo lo toman las centenas en la Imagen 9.

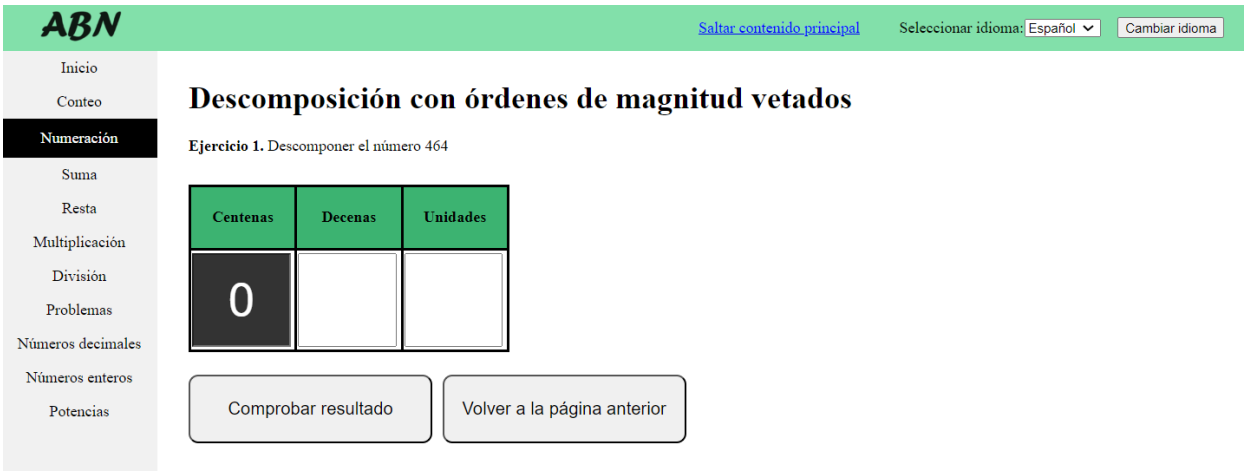

Imagen 9. Descomposición con las centenas vetadas. Fuente: Elaboración propia

2.3. Comparación de dos descomposiciones

Este ejercicio sigue el mismo funcionamiento que la comparación de dos números. Sin embargo, en este caso se comparan dos descomposiciones.

Esto fomenta su composición para poder determinar qué números en el sistema decimal están representando y así compararlos.

Los niveles son descomposiciones de números de dos cifras, de tres cifras, de cuatro cifras y números con parte decimal. En ningún caso, las descomposiciones tienen números decimales en ninguno de los órdenes que aparecen.

2.4. Descomposición usando soles

Otro concepto que se introduce con el método ABN es la descomposición en soles. Estos son un conjunto de diferentes descomposiciones que representan un mismo número. La descomposición que se va a dar de un número se selecciona en una lista desplegable y tras eso, se pulsa en botón “Descomponer” para mostrar el apartado dónde se puede determinar la descomposición (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

El número se puede representar como una suma dónde es el resultado, al igual que una resta, multiplicación, división, fracción, potencia, ecuación u operación combinada. Por otro lado, también se puede dar una descomposición en diferentes órdenes de magnitud tanto del sistema decimal como del Sistema Métrico Decimal en gramos, kilos o litros. Por último, se puede transformar el número dado en la base 10 a otras como la base 2, 3, 4, y 5.

Los niveles de este ejercicio permiten seleccionar si el número a descomponer es un número natural hasta el 1000 o un número con parte decimal.

En este apartado, al comprobar si la descomposición dada es correcta pinta un mensaje de éxito o error al principio de la pantalla. Sin embargo, no avanza al siguiente enunciado, sino que se mantiene el mismo enunciado y el usuario puede determinar una descomposición nueva. Para cambiar de enunciado, el usuario debe pinchar en "Siguiente ejercicio".

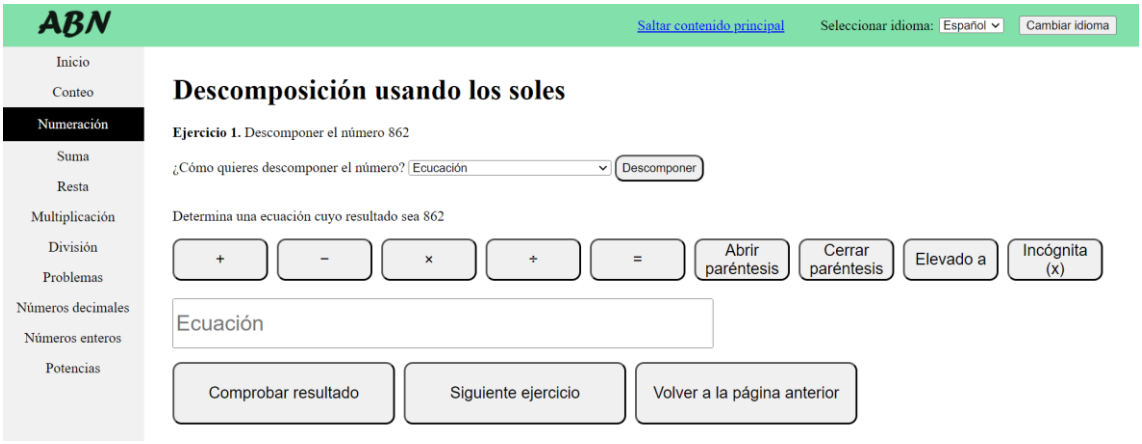

Imagen 10. Descomposición en soles usando la ecuación. Fuente: Elaboración propia

En el caso de la Imagen 10, el usuario tendrá que determinar una ecuación en la que la incógnita tome el valor 862. Además, se permite navegar al usuario hacia atrás en los botones con la tecla del retroceso.

En todos los casos, si los campos de texto de la descomposición no se rellenan, se pinta un mensaje de aviso.

2.5. Descomposiciones en el sistema sexagesimal

Como se ha mencionado anteriormente, es importante trabajar en otros sistemas de numeración. En específico en el sistema sexagesimal, debido a que se usa en la medición de ángulos (grados, minutos, segundos) y del tiempo (horas, minutos, segundos). Este sistema es en la base 60, es decir, se necesitan 60 elementos de un orden para formar una unidad de un orden superior.

En el primer nivel, en el enunciado aparece un número de segundos y se busca determinar una descomposición en los diferentes órdenes de magnitud. Para ello, se siguen los pasos que aparece en el apartado de la ayuda. En primer lugar, se divide el número dado entre 60, el cociente son los minutos y el resto los segundos que sobran. A continuación, se dividen los minutos anteriores entre 60 y se obtienen las horas o grados en el cociente y los minutos sobrantes en el resto. Cada vez que se finaliza uno de los pasos, el usuario debe pinchar en el botón de "Seguir descomposición" para limpiar los campos de texto de cociente y resto.

En el segundo nivel, se busca componer el número de segundos que representan una descomposición dada en el enunciado. Al igual, los pasos a seguir aparecen en el

apartado de la ayuda y consisten en multiplicar la cifra de las horas o grados por 3600, la cifra de los minutos por 60 y sumar estos dos resultados a las cifras de los segundos.

2.6. Convertir del sistema binario al decimal y viceversa

El último enlace del apartado de numeración redirige al ejercicio en el que se trabaja con el sistema binario o sistema de base 2. El usuario puede convertir un número en el sistema decimal al binario en el nivel 1 y viceversa en el nivel 2.

En ambos casos, aparece un botón para poder mostrar un apartado de ayuda en el que explica los pasos a seguir en cualquiera de los dos procesos.

Desde el método ABN, facilitan la trasformación de una base a otra usando los dedos de una mano. Como se puede observar en la Imagen 11, cada dedo recibe el valor de un orden de magnitud. En el primer nivel, se quedan levantados los dedos que sumen el valor dado y el resultado será un número en el que cada orden de magnitud reciba un cero o un uno en función de si el dedo está bajado o no. En el segundo nivel, se levantan los dedos de los órdenes de magnitud cuya cifra sea uno y el número en el sistema decimal, será la suma de dedos que se han levantado (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

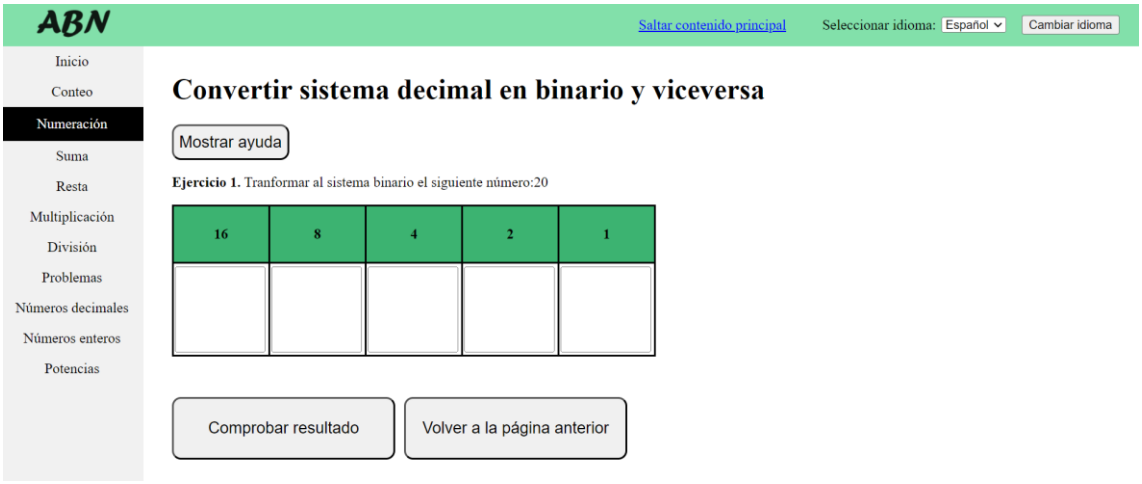

Imagen 11. Convertir del sistema decimal al sistema binario. Fuente: Elaboración propia

El resultado se comprueba cuando el usuario pulsa en el botón “Comprobar resultado” y se muestra un mensaje de éxito o error en función de si es correcto o no. Además, si los campos de texto están vacíos, se pinta un mensaje de aviso para que el usuario dé un resultado antes de avanzar al siguiente enunciado.

3. Suma

3.1. Amigos de los números

Se dice que un par de números son amigos de otro si la suma de los dos primeros da como resultado el segundo.

En el primer nivel se debe determinar el par de amigos de los números 6, 7, 8 y 9. En el segundo, se trabaja con los amigos del 10. Estos son muy importantes para fomentar un cálculo mental más ágil.

Las pantallas tienen una funcionalidad parecida a las de comparar dos números, como se puede observar en la Imagen 12. El usuario debe seleccionar la suma que da como resultado el número dado en el enunciado y tras ello, comprobar el resultado. Si no se ha seleccionado ninguno se muestra un mensaje de aviso, mientras que si se ha dado un resultado el mensaje será de éxito o error dependiendo si es correcto o no.

Imagen 12. Determinar amigos del 8. Fuente: Elaboración propia.

3.2. Sumas usando el algoritmo

El algoritmo propuesto por este método modifica completamente el enfoque tradicional. Esto es debido a que la idea de la operación es que el usuario decida la cantidad que se pasa de un término a otro en cada paso, hasta que uno de los dos se anule (Martínez, 2017).

Se parte de una tabla que tienen tres columnas: añado, queda y suma. Cada fila es un paso del algoritmo y el usuario debe rellenar la primera columna con la cantidad que quiere añadir de un sumando a otro, la segunda con el sumando del que se ha quitado la cantidad anterior y la tercera con el otro sumando más la cantidad añadida.

Se propone también una secuencia de la dificultad de las sumas propuestas. A pesar de que en los primeros pasos no se necesita el algoritmo, aparecen como niveles en este ejercicio para practicar la navegación y funcionalidad de la pantalla con sumas más sencillas.

Aparece un nuevo botón “Añadir fila” que se utiliza cuando se ha completado un paso del algoritmo y se quiere dar uno nuevo, generar la nueva fila de la tabla. El resultado que se comprueba cuando se pincha en “Comprobar resultado” es el de la tercera columna. Si el valor de la segunda columna no es vacío, se pinta un mensaje de aviso porque no se ha terminado la operación.

3.3. Sumas en el sistema sexagesimal

Este apartado es similar al anterior, con la diferencia de que se opera en el sistema sexagesimal. Por tanto, los sumandos están descompuestos en horas o grados, minutos y segundos y en cada una de las columnas del algoritmo aparece un campo de texto para cada orden de magnitud de este sistema. La nueva tabla con los diferentes campos de texto se expone en la Imagen 13.

El funcionamiento es el mismo, se va añadiendo de una cantidad a la otra hasta que una de ellas se anula. Sin embargo, puede ser necesario reajustar el resultado si alguno de los órdenes toma un valor mayor que 59. Para ello, se pincha en el botón "Reajustar resultado" y se utilizan los tres campos de texto para indicar el resultado final con ningún valor por encima de 59. Si al pinchar en este botón la columna "queda" no es cero, se pinta un mensaje de aviso porque la operación no se ha terminado.

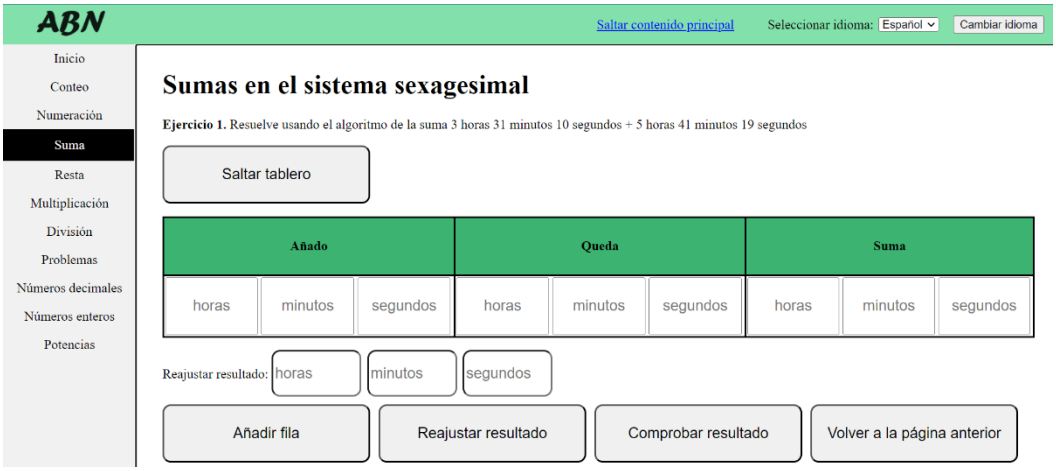

Imagen 13. Sumas en el sistema sexagesimal. Fuente: Elaboración propia.

Al pulsar en "Comprobar resultado" si no se ha anulado la columna "queda" o no se han completado los campos de texto del reajuste, se pinta un mensaje de aviso para completar la operación. En el caso de que se llegue a comprobar el resultado, se pinta un mensaje de éxito o error para indicar si es correcto o no.

3.4. Sumas posicionales

Las únicas diferencias con la pantalla anterior es que los sumandos están descompuestos en órdenes de magnitud del sistema decimal (centenas, decenas y unidades) y que el último paso es componer el número.

Se permite reajustar el resultado para que la cifra de las decenas y las unidades no supere el nueve, para lo que se utilizan los tres campos de texto del apartado "Reajustar resultado". Cuando se pincha en "Reajustar resultado", se redirige el foco a este apartado si la segunda columna se ha anulado. En caso contrario, pinta un mensaje de aviso para continuar con la operación.

Lo mismo sucede cuando se pincha en "Dar resultado" cuando la segunda columna no se ha anulado. Si ya se ha terminado la operación, al pinchar en este botón se redirige al usuario al campo de texto "Resultado".

Cuando se pincha el botón “Comprobar resultado”, se determina si el número que se inserta en “Resultado” es correcto o no.

4. Resta

4.1. Determinar el sumando perdido

Un primer paso para introducir las restas es presentarlas como la operación contraria a la suma. Para ello, se propone a los alumnos buscar uno de los sumandos teniendo el resultado y el otro sumando. Se puede combinar con el uso de la recta numérica para poder resolver las operaciones.

La pantalla muestra un enunciado con la operación a resolver, un campo de texto en el que insertar el resultado y un botón para comprobar si es correcto o no, como representa la Imagen 14. Al pinchar en este último, se pinta un mensaje de aviso si no se ha dado resultado, un mensaje de éxito si es correcto o un mensaje de error si es incorrecto.

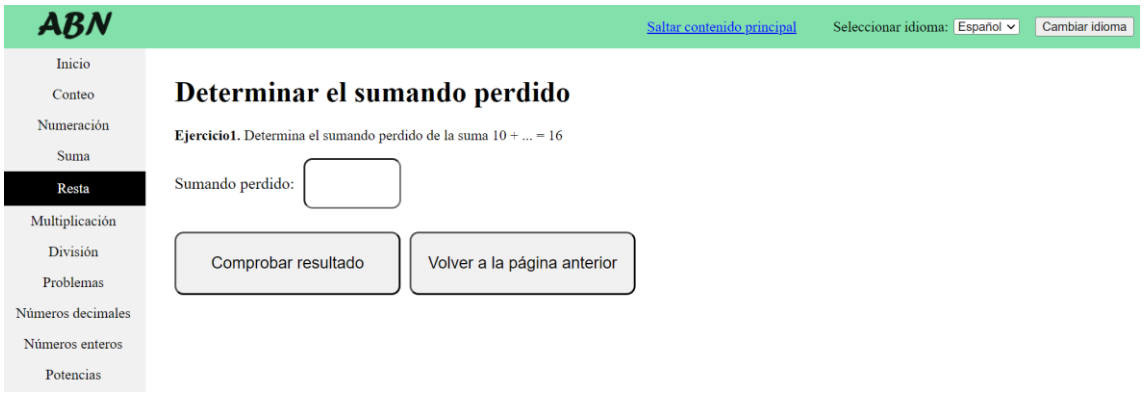

Imagen 14. Determinar sumando perdido. Fuente: Elaboración propia.

4.2. Restas usando el algoritmo

El siguiente paso al trabajar la resta con el método ABN es introducir el algoritmo para poder resolver operaciones más complejas. Se proponen cuatro tipos de manipulaciones de la resta para exponer a los alumnos a todos los tipos de situaciones (Martínez, 2017).

- Comparación. Se quita la misma cantidad de los dos términos, hasta que uno se elimina. El algoritmo tiene tres columnas: “quito”, “cantidad menor” y “cantidad mayor”.
- Escalera ascendente. Se añade la cantidad al término menor hasta llegar el mayor. El algoritmo tiene dos columnas: “añado” y “llego a”.
- Escalera descendente. Se quita la cantidad al término mayor hasta llegar al menor. El algoritmo tiene dos columnas: “quito” y “llego a”.

- Detracción. Se quita la cantidad indicada y se cuenta la cantidad que queda. El algoritmo tiene tres columnas: “quito”, “queda por quitar” y “restan”.

Por tanto, el usuario puede seleccionar el tipo de manipulación que se quiere trabajar y el nivel de dificultad de la operación. En general, la pantalla, representada en la Imagen 15, permite saltar la tabla del algoritmo con el botón “Saltar tablero”, añadir filas del algoritmo con “Añadir fila”, dar el resultado y comprobarlo.

En función de si el resultado insertado en el campo de texto es correcto o no, se pinta un mensaje de éxito o error, respectivamente.

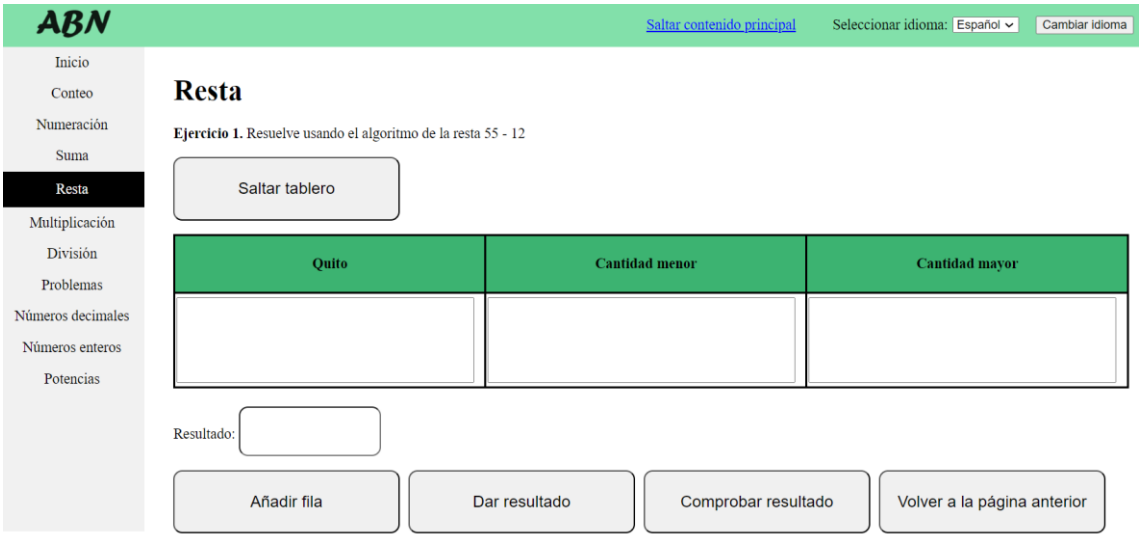

Imagen 15. Algoritmo de la resta por comparación. Fuente: Elaboración propia.

Si no se considera necesario emplear el algoritmo, se puede insertar el resultado en el campo de texto sin necesidad de completar ningún campo de la tabla.

4.3. Restas en el sistema sexagesimal

Esta pantalla sigue el mismo proceso que el de las sumas en el sistema sexagesimal, pero buscando el resultado de una resta. Aparece un apartado para insertar el resultado reajustado de horas/grados, minutos y segundos si alguno de los órdenes tiene un valor mayor que 59 al terminar la resta.

4.4. Restas posicionales

En este caso, se repite la funcionalidad de la pantalla de sumas posicionales. La diferencia es que se resuelve una resta en cada ejercicio, como se puede ver en la Imagen 16.

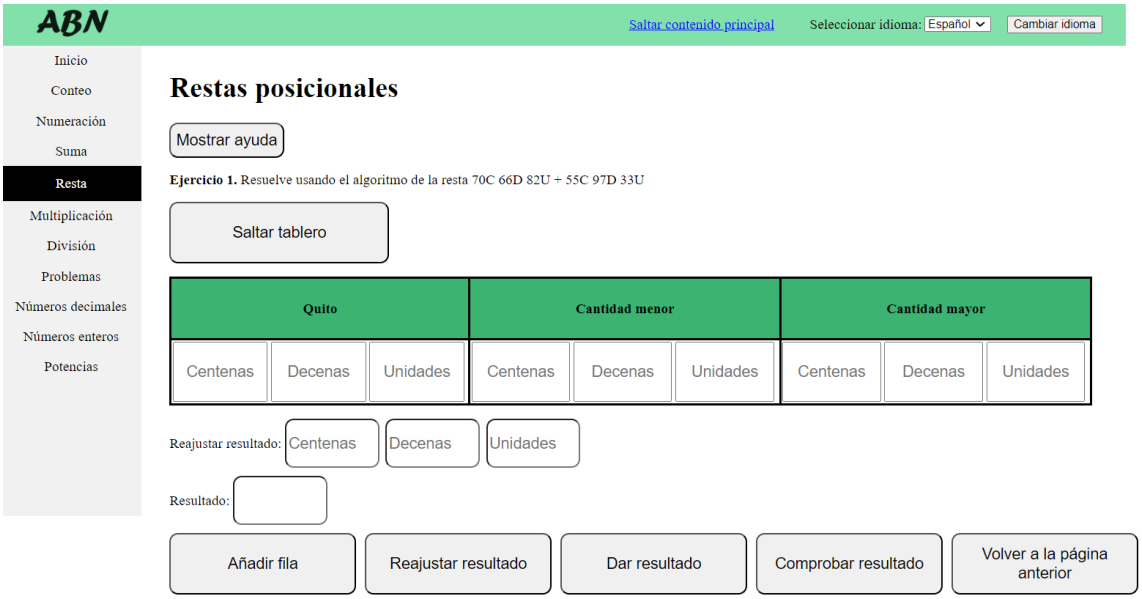

Imagen 16. Restas posicionales. Fuente: Elaboración propia.

5. Multiplicación

5.1. Tablas de multiplicar

En este ejercicio se practican las tablas de multiplicar como paso previo a la introducción del algoritmo propuesto por el método ABN para resolver multiplicaciones.

En la pantalla de inicio se puede seleccionar entre tres niveles de dificultad.

- Tablas del 1, del 10 y del 11. Multiplicar por la unidad deja el otro número invariante, multiplicar por 10 es añadir un cero al final del otro número y multiplicar por 11 es la suma de multiplicar por 10 y por 1.
- Tablas del 2, 3, 4 y 5. Se trabaja con saltos en la recta numérica, pero no se da ningún tipo de algoritmo propio para resolver estas operaciones.
- Tablas del 6, 7, 8 y 9. Son las más complejas. Por un lado, cuando se multiplica por 1, 2, 3, 4, 5, 10 u 11, se aplica la propiedad conmutativa y el resultado se ha practicado en los niveles anteriores. Por otro, si se multiplica por 6, 7, 8 o 9, el método ABN propone representar el número con las manos (el 6 es un dedo, el 7 son dos dedos, el ocho son tres dedos y el nueve son cuatro dedos). Tras esto, las decenas son la suma de los dedos que estén levantados y las unidades la multiplicación de los dedos que estén escondidos. Por ejemplo, para resolver $6 * 7$ se suman un dedo más dos dedos, por lo que se tiene 3 decenas y se multiplica cuatro dedos por 3 dedos, por lo que se tiene 12 unidades. Finalmente, el resultado es $30 + 12 = 42$ (Martínez, 2017).

En la pantalla aparece un campo de texto en el que insertar el resultado de la multiplicación propuesta en el enunciado y un botón para comprobarlo. Además, se ofrece al usuario un botón para mostrar una ayuda dónde recordar cómo utilizar las manos en la resolución de las multiplicaciones del tercer nivel.

5.2. Tablas de multiplicar extendidas

Otro paso en la introducción del algoritmo es extender las tablas de multiplicar a otros órdenes, es decir, pasar de resolver multiplicaciones del tipo $3 * 6$ a $3000 * 6$. Esto es importante trabajarlo para tener soltura cuando se tenga un multiplicando grande y sea necesaria su descomposición.

Tiene la misma estructura que la pantalla del apartado anterior como se muestra en la Imagen 17, solo cambia la multiplicación propuesta en el enunciado.

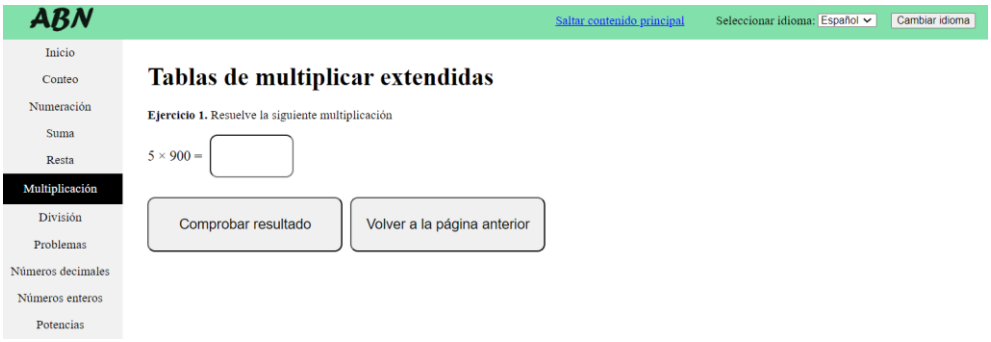

Imagen 17. Tablas de multiplicar extendidas. Fuente: Elaboración propia.

5.3. Multiplicaciones con multiplicador de una cifra

En este apartado se trabajan las multiplicaciones con multiplicador de una sola cifra. El algoritmo consta de tres columnas multiplicando parcial, producto parcial y sumando parcial. La primera es la cantidad del multiplicando que se quiere utilizar en ese paso y el usuario lo determina libremente, la segunda es el resultado de multiplicar la cantidad anterior por el multiplicador y la última, la acumulación de los productos parciales calculados hasta ese momento (Martínez, 2017).

No se puede añadir una nueva fila si no se han completado los campos de texto de la última fila de la tabla. Por tanto, si se pulsa en “Añadir fila” con los campos vacíos, se pinta un mensaje de aviso para que el usuario los complete.

Para una mejor navegación y funcionalidad de la pantalla, las casillas tienen un valor por defecto que es la operación cuyo resultado se debe insertar en esa casilla.

Cuando se pulsa en “Comprobar resultado”, puede aparecer un mensaje de aviso si la suma de los multiplicandos parciales no es el multiplicando de la operación original o si el sumando parcial de la última fila es vacío. Si no tienen lugar ninguno de los dos casos anteriores, se determina si el resultado dado es correcto o no y se pinta un mensaje.

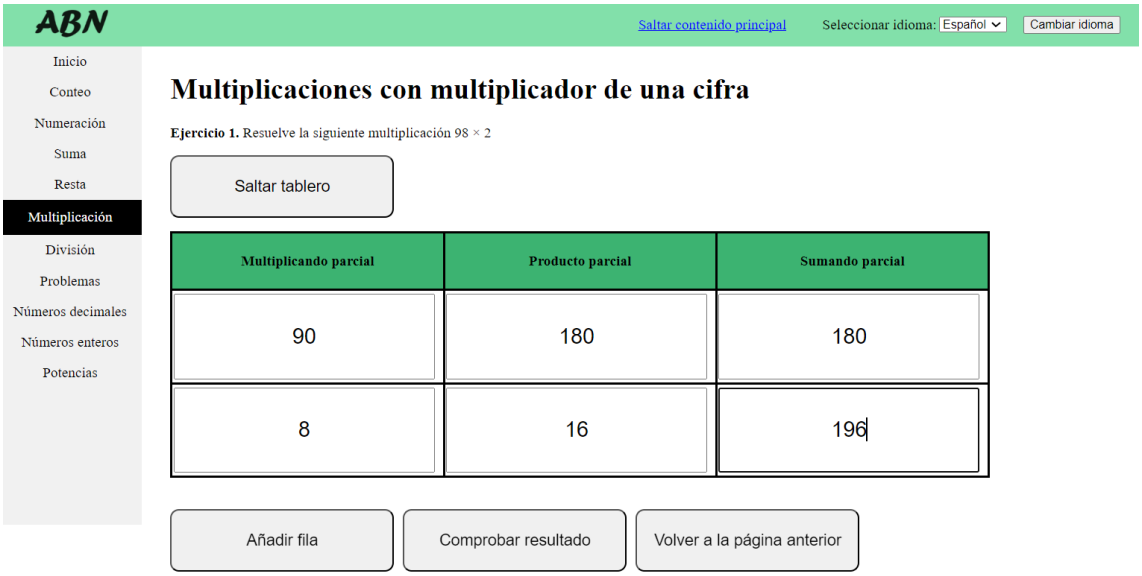

Imagen 18. Multiplicación por una cifra resuelta. Fuente: Elaboración propia.

En la Imagen 18 se muestra el caso de una operación completada debido a que en la columna de “multiplicando parcial” se ha descompuesto totalmente el multiplicando del enunciado. El usuario podría comprobar si el resultado que ha dado es correcto o no.

5.4. Multiplicaciones con multiplicador de dos cifras

En este caso, para facilitar la comprensión del proceso, se permite al usuario descomponer el multiplicador como él quiera. En función de esta descomposición, se genera la tabla con una columna para el multiplicando parcial, otra para el sumando parcial y una por cada término de la descomposición.

Se modifica un poco el proceso del ejercicio anterior, porque se calculan varios productos parciales en cada paso del algoritmo. Por tanto, en el sumando parcial se tienen que sumar cada uno de los productos parciales calculados en ese paso y el sumando parcial del paso anterior.

El inicio del ejercicio es dar una descomposición del multiplicador en un campo de texto y pulsar “Seguir la multiplicación”. Tras esto, si la descomposición representa el multiplicador, se genera la tabla del algoritmo y se añaden filas hasta que se ha usado todo el multiplicando. En caso contrario, se pinta un mensaje de aviso para que el usuario modifique la descomposición dada.

Para finalizar se pulsa en “Comprobar resultado”, que tiene el mismo comportamiento que en las multiplicaciones por una cifra.

5.5. Multiplicaciones con números decimales

El último nivel de dificultad es introducir las multiplicaciones con números decimales. Se puede seleccionar entre cuatro niveles: decimales en el multiplicando, en el multiplicador, en ambos términos y en ambos términos con multiplicando menor que uno.

La funcionalidad es la misma que en el apartado anterior. En lo referente al estilo, si el idioma seleccionado es el inglés, los decimales se representan con punto en vez de con coma.

6. División

6.1. Completar una multiplicación

El primer paso para introducir el concepto de división es tratarlo como la operación inversa a la multiplicación. Debido a esto, en este ejercicio aparece en el enunciado una multiplicación resuelta en la que falta un factor o un factor y el resto, dependiendo del nivel seleccionado por el usuario.

En la pantalla aparece uno o dos campos para introducir los datos que se buscan y un botón para comprobar si estos con correctos o no.

6.2. Escalas reducidas y extendidas

Desde el método ABN se propone la aparición de las escalas para facilitar la resolución de las divisiones con un multiplicador de más de una cifra. Estas son una lista con el producto del multiplicador y diferentes órdenes de la unidad seguida de ceros y el cinco seguido de ceros (Martínez, 2017).

Por un lado, las escalas extendidas consisten en empezar la lista con la multiplicación del multiplicador por 1 y se sigue así hasta que el último orden tiene como resultado una cantidad mayor que el dividendo. Por ejemplo, en la división 234 entre 23 la escala extendida será la representada en la Tabla 3.

23x1	23
23x5	115
23x10	230
23x50	1150
23x100	2300

Tabla 3. Escala extendida para la división 234/23. Fuente: Elaboración propia.

Por otro, en las escalas reducidas solo se tendrían en cuenta los tres últimos órdenes de la tabla anterior, es decir, los órdenes inmediatamente superior e inferior al dividendo y la mitad del intervalo. Esta escala se va ajustando cuando la cantidad que queda por repartir es menor que el límite inferior, pero siempre es una lista formada por tres elementos.

El usuario puede añadir y eliminar órdenes para que se muestren o se borren campos de texto para insertar el resultado de la multiplicación. Cuando el usuario considera que ha formado la escala completa puede pulsar en "Comprobar" para determinar si el resultado es correcto o no.

6.3. Divisiones con números naturales

El algoritmo propuesto por el método ABN se basa en que en cada paso el alumno decida la cantidad que se va a repartir del dividendo y calcular el cociente parcial de ese paso. La última acción de cada paso es sumar los cocientes parciales hasta ese punto. Este proceso termina cuando la cantidad que queda por repartir del dividendo, es decir, la cantidad de la primera columna es menor que el divisor (Martínez, 2017).

En la pantalla aparece un botón para poder saltar la tabla del algoritmo, una tabla con las tres columnas para resolver la división, un botón para poder añadir filas y otro para saltar a los siguientes botones. Además, aparece un apartado con dos campos de texto en los que insertar el cociente y el resto de la solución y botones para redirigir al usuario al bloque anterior y para comprobar el resultado dado. Esta estructura se puede ver en la Imagen 19.

Los campos de texto de la tabla cuando reciben el foco, se genera un valor por defecto que representa la operación que se debe realizar en cada caso para facilitar el procedimiento al usuario.

Antes del enunciado, el usuario puede acceder a una ayuda en la que se muestra la tabla de multiplicar si el divisor es de una cifra (nivel 1) o la escala extendida si el divisor es de dos cifras (nivel 2).

En relación con la funcionalidad de los botones, "Añadir fila" comprueba que los campos de texto de la última fila de la tabla estén rellenos, "Dar resultado" muestra un mensaje de que la operación está sin terminar si la cantidad que queda por repartir es mayor que el divisor y "Comprobar resultado", aparte de determinar si la solución dada es correcta o no, determina si los campos de texto de cociente y resto se han completado o no.

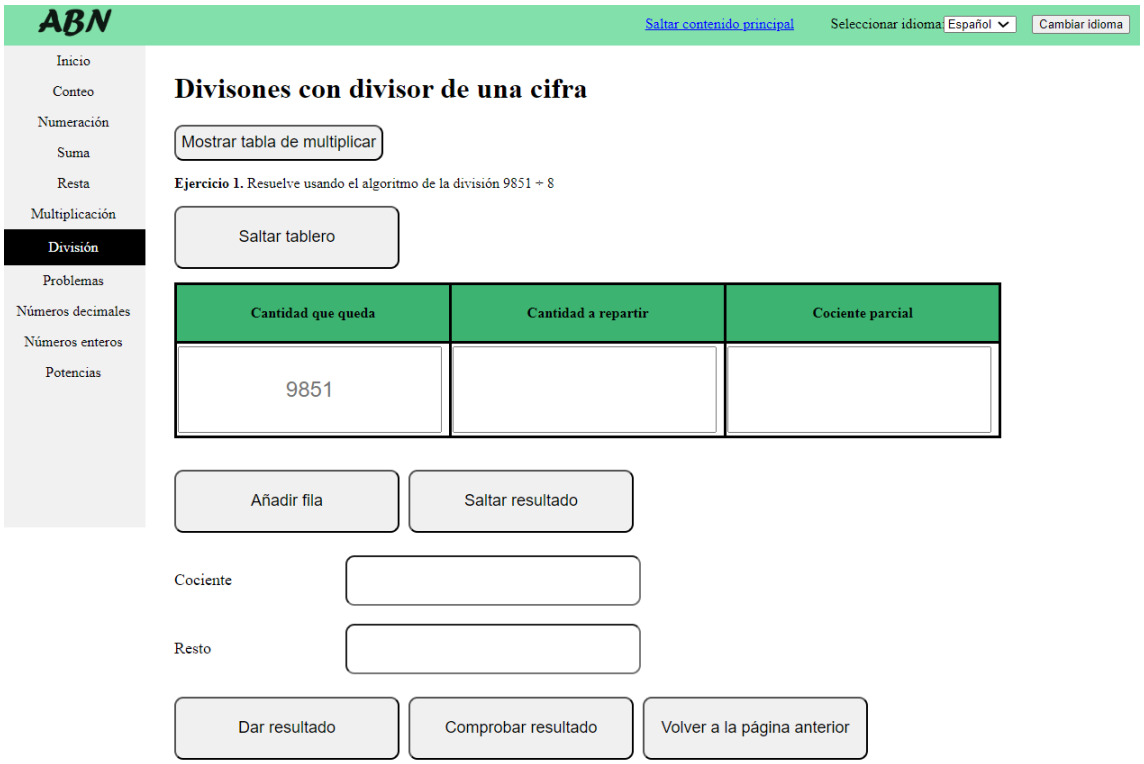

Imagen 19. División ABN con multiplicador de una cifra. Fuente: Elaboración propia.

6.4. Divisiones con números decimales

Esta pantalla es una continuación de la anterior y tiene la misma estructura. Se diferencia en que alguno o ambos términos tienen una parte decimal, dependiendo del nivel seleccionado por el usuario. En el primero, el dividendo tiene decimales, en el segundo nivel es el divisor, en el tercer nivel ambos términos tienen decimales y en el cuarto nivel a que ambos términos tengan parte decimal se suma que el dividendo es menor que uno.

Por otro lado, los decimales se representan con punto si el idioma seleccionado es inglés y con coma en el resto de los casos.

7. Problemas

En el método ABN se determinan diferentes etapas para que los alumnos aprendan cómo resolver los diferentes problemas. Las dos primeras etapas (situación real y abstracción) ya se suponen trabajadas cuando los alumnos utilicen este recurso. La tercera consiste en seleccionar el modelo matemático congruente, es decir, determinar la acción que se debe realizar para resolver el problema. Por último, en la cuarta fase se aplica el modelo elegido y se obtiene una solución (Martínez, 2017).

En el proceso de abstracción, se trabaja inicialmente con la dramatización de los problemas. Sin embargo, no se puede hacer con cada uno de ellos, por lo que en el método ABN aparece el concepto de categorías semánticas para agrupar las situaciones que pueden seguir un mismo proceso de abstracción (Martínez, 2017).

Si el problema se resuelve con una sola operación, la primera clasificación es categorías semánticas aditivas o multiplicativas, en función de si la operación es una estructura aditiva (suma o resta) o multiplicativa (multiplicación o división).

Dentro del primer grupo, existen situaciones de cambio, combinación, comparación e igualación (ANEXO II). En la primera, una cantidad aumenta o disminuye, en la segunda se combinan dos cantidades para formar un todo, en la tercera se comparan dos cantidades y en la última se comparan dos cantidades para luego igualarlas (Martínez, 2017).

Las categorías semánticas multiplicativas se clasifican en Isomorfismo de Medidas si una cantidad aumenta o disminuye, en Producto Cartesiano si se trabaja con las combinaciones elemento a elemento que se pueden formar y en Escalares si representa una proporción creciente o decreciente (Martínez, 2017) (ANEXO II).

La dificultad de los problemas que se resuelven con dos operaciones es encontrar la relación que existe entre ellos. Debido a esto, las categorías semánticas aparecen por las diferentes relaciones que se pueden dar. Por un lado, la estructura básica jerárquica reúne los casos en los que el resultado de la primera operación es un dato de la segunda. Si el resultado de la primera es también el resultado de la segunda operación, se llama estructuras básicas de compartir el todo. Por otro lado, en las estructuras básicas de compartir una parte, un dato de la primera operación es un dato de la segunda. Por último, en la doble inclusión aparecen dos datos y una proposición relacional, por lo que el resultado se obtiene a través del resultado y uno de los datos de la primera operación (Martínez, 2017).

En primer lugar, se ha desarrollado una primera pantalla en la que el usuario selecciona la categoría semántica que quiere trabajar.

Tras esto, el usuario es redirigido a otra pantalla en la que aparece un enunciado del tipo de problema seleccionado. Uno o dos bloques con botones para determinar la operación que se quiere realizar, dependiendo de si el problema se resuelve con una o dos operaciones. Cuando se pulsa en uno de los botones anteriores, se muestran tres campos de texto para insertar los términos y el resultado.

Para finalizar, aparece el botón para poder comprobar si el resultado de la última operación resuelta es la solución del problema o no.

8. Fracciones, porcentajes y números decimales.

8.1. Obtener común denominador de dos fracciones

En el método ABN se cambia el calcular el común denominador a partir del mínimo común múltiplo de los denominadores originales por la iteración del denominador más grande hasta que se llega a uno que sea múltiplo del otro denominador (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020). En consecuencia, la primera decisión de la

pantalla es seleccionar el denominador que se quiere iterar pinchándolo. Tras esto, aparece un nuevo apartado con la iteración del elegido y el usuario debe seleccionar el nuevo denominador e insertarlo en el campo de texto que aparece en la pantalla. Una vez hecho esto, se pulsa en "Determinar fracciones" para mostrar el apartado con los campos de texto para insertar los nuevos numeradores con el denominador común seleccionado.

En primer lugar, se comprueba si el denominador común seleccionado no está vacío y si es múltiplo de los dos denominadores originales cuando se pincha en "Determinar fracciones". Tras este paso la pantalla que se muestra al usuario es la de la Imagen 20. En segundo lugar, cuando se pincha en "Comprobar resultado", se determina si los nuevos numeradores insertados en los campos de texto son correctos o no.

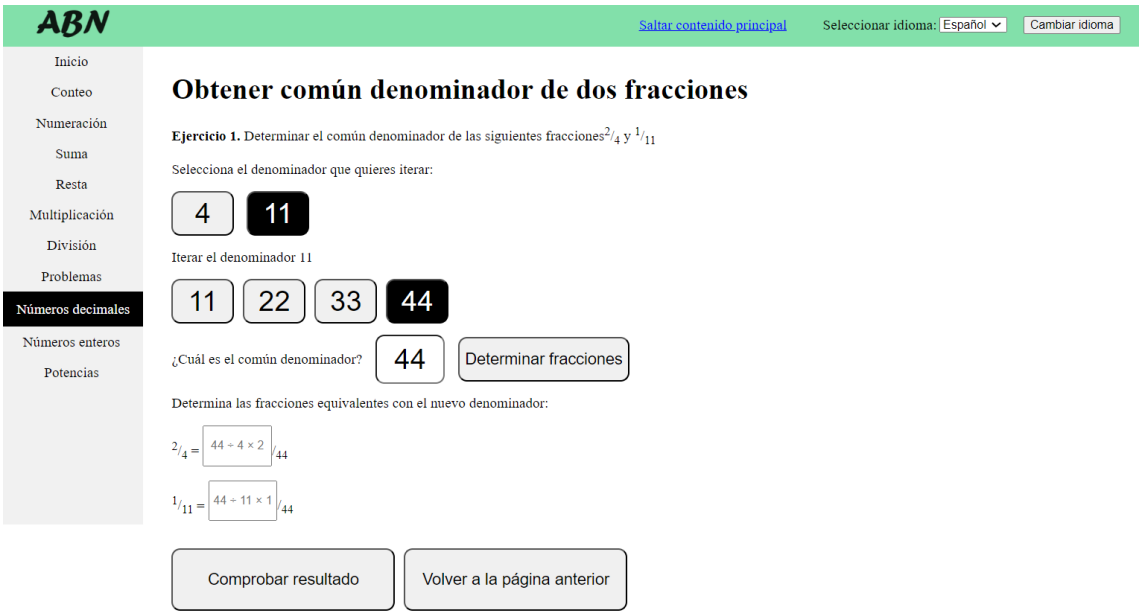

Imagen 20. Común denominador de 4 y 11. Fuente: Elaboración propia.

8.2. Problemas con fracciones

Este tipo de problemas se pueden plantear como la fracción de un número y existen cuatro posibles escenarios en función de si la incógnita es el resultado de la fracción del número (FN1), el denominador (FN2) o el numerador de la fracción (FN3) o el número sobre el que se aplica la fracción (FN4) (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020) (ANEXO III).

Todos los tipos se resuelven con dos operaciones de estructura multiplicativa, por lo que en la pantalla hay un apartado para cada operación. En cada uno de ellos, aparecen cuatro botones para seleccionar el tipo de operación que se quiere realizar y se generan el apartado de los campos de texto. El resultado que se comprueba es el resultado de la segunda operación.

8.3. Problemas con porcentajes

Esta pantalla tiene la misma estructura que la anterior, pero en el enunciado se propone la resolución de un problema con porcentajes. Además, el planteamiento parte

de que un porcentaje es una fracción es denominador 100 y es equivalente a otra con la incógnita, como se expone en la Imagen 21.

El método ABN estructura los problemas con porcentajes en cuatro tipos en función de si se trata de buscar un elemento del porcentaje, de hacer más compresibles comparaciones o de si la cantidad base aumenta o disminuye (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

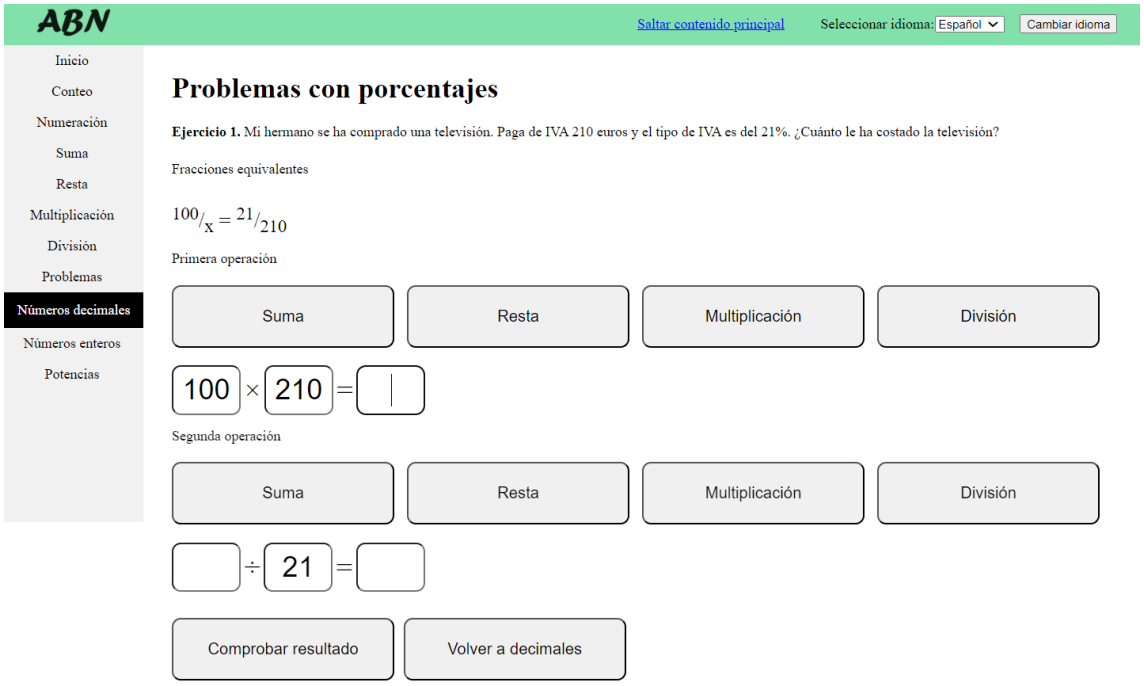

Imagen 21. Problema de porcentajes. Fuente: Elaboración propia.

8.4. Conversiones entre números decimales, fracciones y porcentajes

Los números decimales, las fracciones y los porcentajes no dejan de ser distintas representaciones de la misma cantidad. Por tanto, parece interesante el desarrollo de este apartado en el que se parte de una de las representaciones y se tiene que dar como resultado las otras dos.

Por un lado, los porcentajes con fracciones de denominador 100 y numerador el porcentaje original. De ahí, se pasa fácilmente a decimales, dividiendo el numerador entre el denominador. Por otro, para pasar decimales a fracciones se pone en el número sin decimales en el numerador y en el denominador la unidad seguida de tantos ceros como decimales había en el número original. Por último, para pasar decimales a porcentajes basta con multiplicar por 100.

Cuando se pulsa el botón “Comprobar resultado”, se determina si los campos de texto no están vacíos y, en caso de que no lo estén, si los dos datos insertados con correctos o no.

9. Números enteros

9.1. Sumas y restas con números enteros

En el tercer ciclo de Educación Primaria, aparecen entre los contenidos a impartir los números enteros. Para realizar las sumas y restas se utiliza la idea de añadir o quitar a una cantidad que se debe y el trabajo de la recta numérica. Esta última permite observar que el orden que tienen los números negativos es distinto a los positivos, son simétricos respecto al cero.

En la pantalla se proponen sumas y restas de números enteros cuyo resultado está entre -10 y 10, para que el usuario pueda utilizar la recta numérica como ayuda para resolver la operación. Al final de la pantalla se ha añadido un campo de texto en el que insertar el resultado y un botón para comprobar si es correcto o no.

9.2. Multiplicaciones y divisiones con números enteros

En relación con las estructuras multiplicativas y los números enteros, aparece una regla nemotécnica que facilita recordar el trabajo que se hace con los signos. Esta recibe el nombre de "el amigo de mi amigo" (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020) y se puede consultar en la pantalla en la parte de ayuda.

- El amigo de mi amigo es mi amigo, es decir, signo positivo y signo positivo da como resultado signo positivo.
- El amigo de mi enemigo es mi enemigo, es decir, signo positivo y signo negativo da como resultado signo negativo.
- El enemigo de mi amigo es mi enemigo, es decir, signo negativo y signo positivo da como resultado signo negativo.
- El enemigo de mi enemigo es mi amigo, es decir, signo negativo y signo negativo da como resultado signo positivo.

La estructura del resto de la pantalla es simple, porque solo se ha añadido un campo de texto en el que dar el resultado de la operación propuesta en el enunciado. Además, de los botones para comprobar ese resultado dado y volver a la pantalla de inicio del juego.

10. Potencias

10.1. Potencias cuadradas de números de una cifra

Una potencia de base 2 se puede representar como la multiplicación de un número por sí mismo. Por tanto, si este solo tiene una cifra, el resultado de la multiplicación anterior se ha practicado con las tablas de multiplicar.

Los alumnos deben ser capaces de dar este resultado directamente sin mayor complicación. En la pantalla solo aparece un campo de texto en el que insertar el valor final y un botón para comprobar si es correcto o no. En el primer caso se pintará un mensaje de éxito y en el segundo, un mensaje de error con la solución correcta. Además,

si el campo de texto está vacío cuando se pulsa el botón, se pinta un mensaje de aviso para que el usuario inserte un resultado.

10.2. Potencias cuadradas de números de dos cifras

Este caso es más complejo del anterior, por lo que desde el método ABN se propone un algoritmo para encontrar el resultado. Este consiste en descomponer el número, multiplicar por partes y sumar los resultados anteriores, es decir, si se quiere calcular $34^2 = 30 * 30 + 30 * 4 + 30 * 4 + 4 * 4$ (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

En la pantalla, representada en la Imagen 22, aparece una tabla con las multiplicaciones que se deben realizar y, a continuación, un campo de texto en el que insertar el resultado. Al igual que en los ejercicios anteriores, se pintará un mensaje que determina si el resultado es correcto o no cuando se pulsa en "Comprobar resultado".

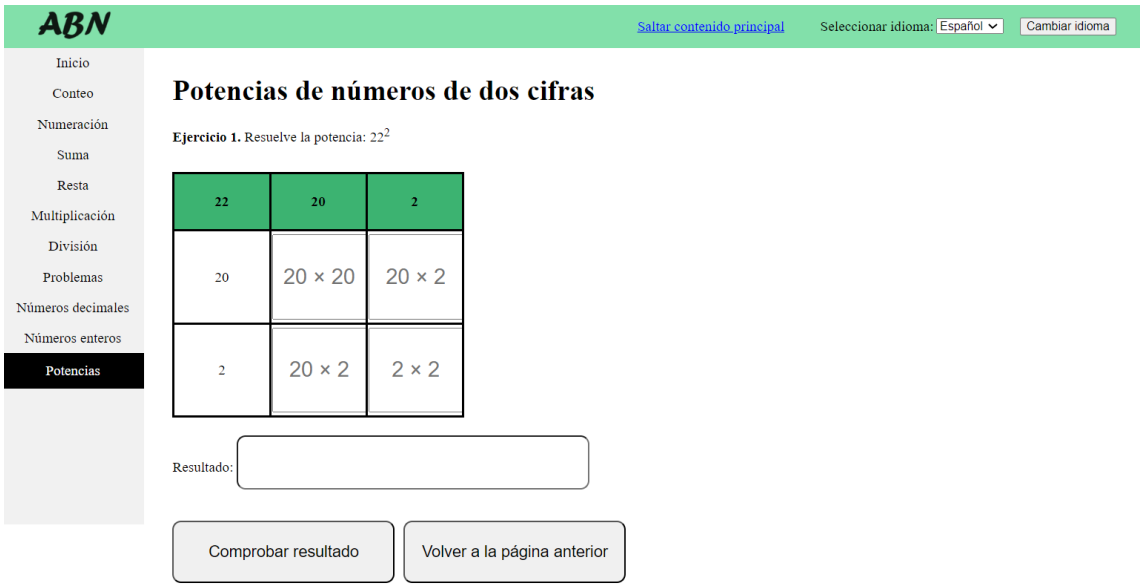

Imagen 22. Pantalla de potencias de números de dos cifras. Fuente: Elaboración propia.

V. Evaluación

Los usuarios de esta aplicación reciben diferentes mensajes para determinar si el resultado que han dado es correcto, no lo es o falta por completar algún campo de la pantalla. Estos aparecen cuando se pulsa en el botón "Comprobar" que aparece al final de cada pantalla. Para cumplir con el Diseño Universal, este mensaje es leído por el lector de pantalla utilizado de forma inmediata en cuanto aparece, para asegurar que todo el mundo recibe la información sobre la evaluación de los ejercicios.

Por un lado, el mensaje de éxito aparece cuando el resultado dado para el ejercicio es correcto y se caracteriza por ser tener un fondo verde y pasar el ejercicio siguiente. Por otro, el mensaje de error aparece cuando el resultado dado es incorrecto y se caracteriza

por tener el fondo rojo. Además, para que el usuario pueda encontrar el error que ha cometido, en el mensaje se especifica el resultado correcto del ejercicio. El último tipo, los mensajes de aviso, tiene un fondo de recuadro naranja con un texto explicativo sobre la acción que debe realizar el usuario para poder completar el ejercicio. Se caracteriza porque no se pasa al siguiente ejercicio, sino que simplemente se muestra el mensaje al principio de la pantalla. Los tres tipos se representan en la Imagen 23.

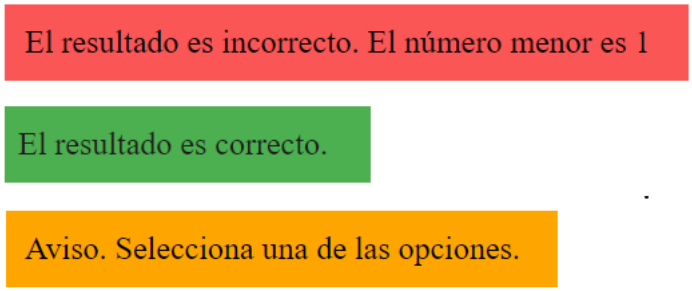

Imagen 23. Mensaje de error, éxito y aviso. Fuente: Elaboración propia.

Al no guardarse los resultados de las comprobaciones en ningún lado, no se puede usar la evaluación para hacer un análisis global, sino que sirve para que sea el propio usuario el que utilice la información de la evaluación para determinar si necesita subir de nivel o seguir trabajando el mismo. Por tanto, se convierte en el personaje principal del proceso de aprendizaje.

4. CONCLUSIONES Y POSIBLES CONTINUACIONES

En este proyecto se ha conseguido desarrollar una página web que tenga ejercicios de matemáticas relacionados con el método ABN que sea accesible para las personas con discapacidad visual. En este proceso, se han conseguido también todos los objetivos específicos. En esta web se pueden trabajar contenidos de toda la etapa de Educación Primaria desde actividades de conteo hasta resolver potencias de números de dos cifras. Los algoritmos del método ABN para resolver las diferentes operaciones siguen manteniendo la condición de ser abiertos y el usuario puede añadir tantas filas como sea necesario. Además, en algunos ejercicios más complejos, se ha incluido en la pantalla un botón para mostrar una ayuda con varios consejos.

En este punto el proyecto solo está disponible a nivel local, es decir, lo pueden utilizar aquellas personas que tengan el código en su ordenador y que tengan los conocimientos para arrancar el proyecto. Debido a esto, el siguiente paso podría ser subir el proyecto a un servidor y que sea accesible a cualquier persona que tenga conexión a internet. Además, sería interesante probarlo con un grupo de personas con y sin discapacidad visual. Asimismo, la web estaría en su primera versión y esto implica varias limitaciones. En primer lugar, cumple los criterios de conformidad más bajo, por lo que se podría mejorar el desarrollo para poder satisfacer los requisitos del nivel AAA de accesibilidad. Además, existe la opción de trabajar más el diseño de las pantallas para que resulte una plataforma más atractiva para los usuarios que no tengan discapacidad visual o que puedan hacer uso del resto visual.

Por un lado, como se ha mencionado en al apartado de los ejercicios propuestos, los ejercicios desarrollados hasta ahora son solo una muestra de lo que se puede hacer. Por tanto, otra mejora que se puede hacer de la aplicación es añadir apartados que se encarguen, por un lado, de trabajar nuevos conceptos y, por otro, de proponer nuevos enfoques de los conceptos ya presentes. Además, se pueden determinar nuevos niveles de dificultad para algún ejercicio, que facilite a los usuarios seleccionar los ejercicios que quiere trabajar con más precisión. Si se añaden más secciones, se tendría que plantear un cambio de estructura en el menú lateral porque está desaconsejado que haya tantos elementos para facilitar la accesibilidad.

Por otro, se puede plantear la necesidad de guardar las evaluaciones de los diferentes enunciados que ha resuelto dentro de un ejercicio para que el usuario pueda hacer un balance global de su aprendizaje. Un siguiente paso, sería dar la opción al usuario de poder registrarse en la plataforma y guardar un progreso de las diferentes actividades que haga. Así como darle acceso a contenido a exclusivo como explicaciones de diferentes conceptos, posibilidad de hacer preguntas sobre las dudas que le han surgido durante las actividades, etc.

Por último, se puede plantear la necesidad de introducir nuevos idiomas a los que se pueden traducir las pantallas y así permitir a los usuarios trabajar en el lenguaje que más le convenga.

En resumen, la herramienta que se ha desarrollado cumple las características básicas para considerarse una página web accesible. A partir de esta aplicación base se pueden plantear multitud de mejoras en función de las necesidades que les surjan a los usuarios.

5. BIBLIOGRAFÍA

Alba Pastor, C. (2018). *El Diseño Universal para el Aprendizaje: Educación para todos y prácticas de Enseñanza Inclusivas.* Ediciones Morata S. L.

Alonso, A., Barrios, J.M., Fernández, J., Muñoz, J., Valencia, M.A., Estivil, P. y Martín, M.N. (2022). *Orientaciones para la intervención en el área de matemáticas.* https://educacion.once.es/

Cálculo ABN. (s.f.). *Método.* https://calculoabn.com/nosotros/metodo/

Contrast Finder. (s.f). *¿Qué es Contrast Finder?*. https://app.contrast-finder.org/?lang=es

De la Rosa Sánchez, J. M. (5 de febrero de 2017). Tipología de problemas multiplicativos I. *Algoritmos ABN. Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas.* https://algoritmosabn.blogspot.com/2017/02/tipologia-de-problemas-multiplicativos-i.html

Decreto 61/2022, de 13 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid la ordenación y el currículo de la etapa de Educación Primaria. *Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid, 169,* 18 de julio de 2022. https://www.bocm.es/*boletin*/CM_Orden_BOCM/2022/07/18/BOCM-20220718-1.PDF

Discapacitados Otros Ciegos de España. (s.f.). *Baja visión y discapacidad visual en España.* https://asociaciondoce.com/baja-vision-y-discapacidad-visual-en-espana/

Doble equipo. (s.f.). *Inclusión e integración: 10 diferencias*. https://www.dobleequipovalencia.com/wp-content/uploads/2013/10/exclusion-e1383054794270.jpg

Hyvärinen, L. (1988). *La visión normal y anormal en los niños.* Madrid, ONCE

Instituto Nacional de Estadística. (2023). *Encuesta de Discapacidad, Autonomía personal y Situaciones de Dependencia. Población residente en centros (EDAD centros).* https://www.ine.es/dyngs/INEbase/es/operacion.htm?c=Estadistica_C&cid=1254736176782&idp=1254735573175

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado, 340,* de 30 de diciembre de 2020. https://www.boe.es/eli/es/lo/2020/12/29/3

Martín Andrade, P. (2014). La educación de las personas con ceguera y deficiencia visual. En Santos (Ed.), *La discapacidad visual. Implicaciones en el desarrollo. El reto de la Inclusión Educativa.* (pp. 3-23). Sanz y Torres

Martín Andrade, P., Santos Plaza, C.M. y Matas Martín, Y. (2014). Ayudas técnicas y tecnológicas de apoyo. En Santos (Ed.), *La discapacidad visual. Implicaciones en el desarrollo. El reto de la Inclusión Educativa.* (pp. 239-257). Sanz y Torres

Martínez Montero, J. (2017). *Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales.* Wolters Kluwer. https://legalteca.aranzadilaley.es/my-reader/SMTX2017098_00000000_0?fileName=content%2FCOVER.HTML&location=pi-1

Martínez Montero, J., Sánchez Cortés, C. y de la Rosa Sánchez J.M. (2020). *Enseñar matemáticas con el método ABN.* Wolters Kluwer. https://legalteca.aranzadilaley.es/my-reader/SMTX2020048_00000000_0?fileName=content%2FCOVER.HTML&location=pi-1

Ministerio de Derechos Sociales, Consumo y Agenda 2030. (s.f.). *ODS 4. Educación de calidad.* https://www.mdsocialesa2030.gob.es/agenda2030/index.htm

Organización Nacional de Ciegos Españoles y Centro de Investigación, Desarrollo y Aplicación Tiflotécnica. (2013). *Guía de referencia: Accesibilidad de páginas web.* https://www.once.es/cti/biblioteca/Accesibilidad/webs/AccesibilidadWeb2013.pdf

Organización Nacional de Ciegos Españoles. (2005). *Pautas para el diseño de entornos educativos para personas con discapacidad visual.* https://educacion.once.es/documentacion-1/accesibilidad/Pautas_Ent_Educ_2005_cast.pdf

Organización Nacional de Ciegos Españoles. (2023). *Datos visuales y sociodemográficos de las personas afiliadas a la ONCE*. https://www.once.es/dejanos-ayudarte/afiliacion/datos-de-afiliados-a-la-once

Real Academia Española. (2023). *Algoritmo.* https://dle.rae.es/algoritmo

Real Decreto 926/1999, de 28 de mayo, sobre el traspaso de funciones y servicios de la Administración del Estado a la Comunidad de Madrid en material de enseñanza no universitaria. *Boletín Oficial del Estado, 149,* de 23 de junio de 1999. https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-1999-13820

Santos Plaza, C.M. y Ramos Martínez, M.A. (2014). La visión. En Santos (Ed.), *La discapacidad visual. Implicaciones en el desarrollo. El reto de la Inclusión Educativa.* (pp. 25-51). Sanz y Torres

Tengo baja visión. (s.f). *Qué es*. https://www.tengobajavision.com/baja-vision/que-es/

World Wide Web Consortium. (2023). *Web Content Accesibility Guidelines. (WCAG) 2.1*. https://www.w3.org/TR/WCAG21/

6. ANEXOS

ANEXO I. Contenidos matemáticas por cursos

Ejercicio	Niveles	Curso
Juego de la Oca	1, 2, 3, 4	Primer ciclo
Recorrido del tren	Todos los niveles	Primer ciclo
Comparar dos números	Todos los niveles	Primer ciclo
Descomponer en órdenes	1, 2/3, 4	Primer ciclo/Segundo ciclo
Descomponer en órdenes vetado	1, 2/3, 4	Primer ciclo/Segundo ciclo
Comparar dos descomposiciones	1, 2/3, 4	Primer ciclo/Segundo ciclo
Descomposición usando soles	1/2	Todos los ciclos/Segundo y Tercer ciclo
Descomposición sistema sexagesimal	Todos los niveles	Tercer ciclo
Convertir al sistema binario y al revés	Todos los niveles	Primer ciclo
Amigos de los números		Primer ciclo
Sumas usando el algoritmo	1-10/11	Primer ciclo/Segundo ciclo
Sumas posicionales	Todos los niveles	Tercer ciclo
Sumas en el sistema sexagesimal		Tercer ciclo
Determinar sumando perdido	Todos los niveles	Primer ciclo
Restas usando el algoritmo	1-6/7	Primer ciclo/Segundo ciclo
Restas en el sistema sexagesimal		Tercer ciclo
Restas posicionales	Todos los niveles	Tercer ciclo
Tablas multiplicar	Todos los niveles	Segundo ciclo
Tablas multiplicar extendidas	Todos los niveles	Segundo ciclo
Algoritmo con multiplicador de una cifra	Todos los niveles	Segundo ciclo
Algoritmo con multiplicador de dos cifras	Todos los niveles	Tercer ciclo
Algoritmo números decimales	Todos los niveles	Tercer ciclo
Completar multiplicación	Todos los niveles	Segundo ciclo
Escalas	Todos los niveles	Segundo ciclo
Divisiones con números naturales	1/ 2	Segundo ciclo/Tercer ciclo
Divisiones con números decimales	Todos los niveles	Tercer ciclo
Problemas	Cambio, Combinación, Igualación y Comparación	Primer ciclo
	Isomorfismo de Medidas y Escalares/Producto cartesiano	Primer ciclo/Segundo ciclo
	Dos operaciones	Tercer ciclo
Obtener común denominador		Tercer ciclo
Problemas con fracciones		Tercer ciclo
Problemas con porcentajes		Tercer ciclo
Conversiones entre números decimales, fracciones y porcentajes		Tercer ciclo
Sumas y restas de enteros		Tercer ciclo
Multiplicación y división de enteros		Tercer ciclo
Potencias de una cifra		Tercer ciclo
Potencias de dos cifras		Tercer ciclo

ANEXO II. Categorías semánticas aditivas y multiplicativas

1. Cambio

Tipos de problemas de la categoría semántica de cambio (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

ID.	MODELO	CI	CA	CF	TP	SN	CG
CA1	Marcos tiene 5 canicas. Gana 3. ¿Cuántas tiene ahora?	5	3	?	+	+	sí
CA2	Marcos tiene 5 canicas. Pierde 3. ¿Cuántas le quedan?	5	3	?	-	-	sí
CA3	Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 8. ¿Cuántas ha ganado?	5	?	8	-	+	no
CA4	Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar le quedan 2. ¿Cuántas ha perdido?	5	?	2	-	-	sí
CA5	Marcos ha ganado 3 canicas. Ahora tiene 8. ¿Cuántas tenía antes de empezar a jugar?	?	3	8	-	+	no
CA6	Marcos ha perdido 3 canicas. Ahora tiene 2. ¿Cuántas tenía antes de empezar a jugar?	?	3	2	+	-	no

2. Comparación

Tipos de problemas de la categoría semántica de comparación (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

ID.	MODELO	CC	RF	DF	TP	SN	CG
CM1	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más tiene Marcos?	8	5	?	-	+	no
CM2	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros menos tiene Raquel?	5	8	?	-	-	sí
AM3	Raquel tiene 5 €. Marcos tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos € tiene Marcos?	?	5	3	+	+	Sí
CM4	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 3€ menos que Marcos. ¿Cuántos € tiene Raquel?	?	8	3	-	-	sí
CM5	Marcos tiene 8€, y tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos € tiene Raquel?	8	?	3	-	+	no
CM6	Raquel tiene 5 €, y tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos € tiene Marcos?	5	?	3	+	-	no

3. Igualación

Tipos de problemas de la categoría semántica de igualación (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

ID.	MODELO	CI	RF	DF	TP	SN	CG
IG1	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más necesita Raquel para tener los mismos que Marcos?	5	8	?	-	+	no
IG2	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros tiene que perder Marcos para tener los mismos que Raquel?	8	5	?	-	-	sí
IG3	Marcos tiene 8 €. Si a Raquel le dieran 3 € más, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuánto dinero tiene Raquel?	?	8	3	-	+	no
IG4	Raquel tiene 5 €. Si Marcos perdiera 3 €, le quedarían los mismos que a Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?	?	5	3	+	-	no
IG5	Raquel tiene 5 €. Si le dieran 3, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?	5	?	3	+	+	sí
IG6	Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3, tendría los mismos que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?	8	?	3	-	-	sí

4. Combinación

Tipos de problemas de la categoría semántica de combinación (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

ID.	MODELO	PT1	PT2	TOT	TP	SN	CG
CO1	Tengo 3 caramelos de menta y 4 de fresa. ¿Cuántos caramelos tengo en total?	3	4	?	+	+	sí
CO2	Tengo 7 caramelos. 3 son de fresa, y los demás de menta. ¿Cuántos tengo de menta?	3	?	7	-	=	=

5. Isomorfismo de Medidas

Según De La Rosa (2017) las claves que aparecen en las tablas de los apartados 5, 6 y 7 representan:

- ID: Identificación.
- MD: Multiplicando.
- MR: Multiplicador.
- PR: Producto.
- NR: Naturaleza del resultado.
  - MN: Misma naturaleza que el multiplicando o el dividendo.
  - DN: Distinta naturaleza que la del multiplicando o la del divisor.
- TIP: Tipo del problema.
  - M: Multiplicar.
  - P: División partición.
  - C: División cuotición.

ID	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
IM1	Un niño tiene un álbum con 13 cromos por página. ¿Cuántos cromos tiene en 6 páginas?	13	6	¿?	MN	M
IM2	Un niño tiene 78 cromos en un álbum. Si rellena 6 páginas, ¿cuántos cromos hay en cada página?	¿?	6	78	MN	P
IM3	Un niño tiene 78 cromos en un álbum. En cada página hay 13 cromos, ¿cuántas páginas ha rellenado?	13	¿?	78	DN	C

6. Escalares

6.1. Escala decreciente

Tipos de problemas de la categoría semántica de escalares decreciente (De La Rosa, 2017).

ID	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
EP1	Luis tiene 12 euros y tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Irene?	12	5	¿?	MN	M
EP2	Irene tiene 60 euros y Luis tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Luis?	¿?	5	60	MN	P
EP3	Irene tiene 60 euro. Luis tiene 12 euros. ¿Cuánto dinero tiene Irene?	12	¿?	60	DN	C

6.2. Escala creciente

Tipos de problemas de la categoría semántica de escalares creciente (De La Rosa, 2017).

ID	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
EG1	Luis tiene 12 euros y tiene 5 veces más dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Irene?	12	5	¿?	MN	M
EG2	Irene tiene 60 euro, que es 5 veces más que lo que tiene Luis. ¿Cuánto dinero tiene Luis?	¿?	5	60	MN	P
EG3	Irene tiene 60 euro. Luis tiene 12 euros. ¿Cuánto veces más dinero tiene Irene que Luis?	12	¿?	60	DN	C

7. Producto Cartesiano

Tipos de problemas de la categoría semántica de producto cartesiano (De La Rosa, 2017).

ID	MODELO	C1	C2	PC	NR	TIP
PC1	Andrea tiene 4 faldas y 3 blusas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir con esas prendas?	4	3	¿?	DN	M
PC2	Andrea puede combinar sus faldas y blusas de 12 maneras distintas. Si tiene 4 faldas, ¿cuántas blusas tendrá?	4	¿?	12	DN	D

ANEXO III. Problemas con fracciones

Tipos de problemas con fracciones (Martínez, Sánchez y de la Rosa, 2020).

TIPO	ENUNCIADO		
FN1	«Los 3/8 del alumnado de una clase va a aprender judo. Si la clase tiene 24 alumnos y alumnas, ¿cuántos de ellos van a aprender judo?»		
	PLANTEAMIENTO	1ª OPERACIÓN	2ª OPERACIÓN
	3/8 DE 24 = ¿?	24 : 8 = 3	3 x 3 = 9
TIPO	ENUNCIADO		
FN2	«Una clase tiene 24 alumnos. Se ha dividido en varias partes, todas con el mismo número de alumnos. Se han cogido tres partes, que son en total 9 alumnos. ¿En cuántas partes se ha dividido la clase?»		
	PLANTEAMIENTO	1ª OPERACIÓN	2ª OPERACIÓN
	3/¿? DE 24 = 8	9 : 3 = 3	24 : 3 = 8
TIPO	ENUNCIADO		
FN3	«Una clase tiene 24 alumnos. Se ha dividido en 8 partes, todas con el mismo número. ¿Cuántas partes se necesitan para reunir 9 alumnos?».		
	PLANTEAMIENTO	1ª OPERACIÓN	2ª OPERACIÓN
	¿?/8 DE 24 = 3	24 : 8 = 3	9 : 3 = 3
TIPO	ENUNCIADO		
FN4	«Los 3/8 de una clase son 9 niños y niñas. ¿Cuántos niños y niñas hay en total en esa clase?».		
	PLANTEAMIENTO	1ª OPERACIÓN	2ª OPERACIÓN
	3/8 DE ¿? = 9.	9 : 3 = 3	3 x 8 = 24