

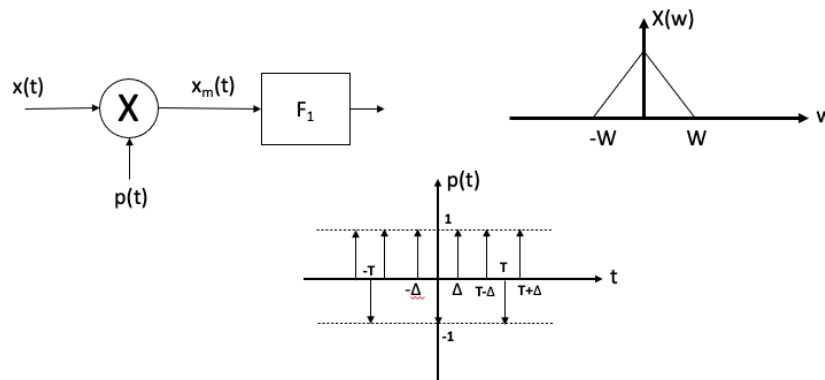
# Ejercicios Muestreo de señales y simulación de sistemas

ASIGNATURA: SEÑALES Y SISTEMAS

ÓSCAR CIORDIA ESCRIBANO

## EJERCICIO 1

En el sistema de la figura, la señal  $x[t]$  es muestreada con el tren periódico de impulsos  $p(t)$ :



- Calcule  $P(\omega)$
- Calcular y representar  $X_m(\omega)$  con  $\Delta = \frac{T}{3}$  y  $T = \frac{2\pi}{3W}$
- Determinar el valor mínimo de  $f_s = 1/T$  tal que nos permita recuperar  $x(t)$  a la salida del filtro  $F_1$ . Especifique  $F_1$

## EJERCICIO 2

Considere la senoide  $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$  con  $\omega_0 = 2000 \pi \text{ rad/s}$ , muestreada con un tren de deltas  $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$ . Con  $f_s = 1/T$

¿Qué señal se recuperaría a partir de  $x_m(t) = x(t) p(t)$ , en cada una de las siguientes situaciones y usando un filtro paso bajo ideal de frecuencia de corte 1,5 KHz?:

- $f_s = 2 \text{ KHz}, \varphi = 0 \text{ rad}$
- $f_s = 2 \text{ KHz}, \varphi = \pi \text{ rad}$
- $f_s = 1 \text{ KHz}, \varphi = 0 \text{ rad}$
- $f_s = 3 \text{ KHz}, \varphi = 0 \text{ rad}$
- $f_s = 3 \text{ KHz}, \varphi = \pi \text{ rad}$

## EJERCICIO 3

Se desea simular digitalmente un filtro analógico paso bajo ideal de ancho de banda  $B$  (Hz).

- Utilizando una frecuencia de muestreo de  $f_s = 2B$ , indique un esquema de la simulación e indique para qué señales es válida.
- Repita el diseño con  $f_s = 3B$

## EJERCICIO 4

Se desea simular digitalmente un filtro analógico donde la entrada  $x_a(t)$  se relaciona con la salida  $y_a(t)$  mediante la ecuación:

$$y_a(t) = x_a(t) + bx_a(t - t_r)$$

Siendo  $x_a(t)$  de banda limitada a  $-\frac{\pi}{T} < \omega < \frac{\pi}{T}$

Calcule la respuesta impulsiva  $h[n]$  del sistema discreto si la frecuencia de muestreo es  $f_m = 1/T$

- $t_r = 2T$
- $t_r = T/2$

## EJERCICIO 5

Se desea simular un filtro analógico cuya función de transferencia es:

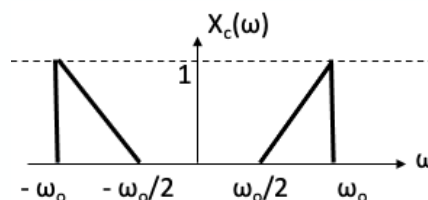
$$H_a(\omega) = \begin{cases} 1 + \cos \omega t_o & |\omega| < W \\ 0 & |\omega| > W \end{cases}$$

Y usarlo para filtrar digitalmente señales analógicas con un ancho de banda  $W$  y con un factor de sobre muestreo de  $3/2$  ( $\omega_s = 1,5 \omega_{Nyquist}$ )

- Calcular y dibujar  $H_d(\Omega)$ , función de transferencia del sistema discreto equivalente ( $t_o = \pi/W$ )
- Calcule  $h[n]$ , la respuesta al impulso del sistema equivalente

## EJERCICIO 6

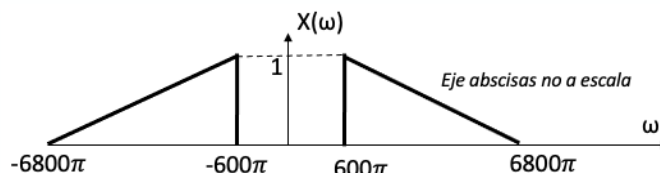
Una señal en tiempo continuo  $x_c(t)$  con transformada de Fourier  $X_c(\omega)$  mostrada en la figura, se muestrea con un periodo  $T_s = \frac{2\pi}{\omega_0}$  para formar la secuencia  $x[n] = x_c(nT_s)$ .



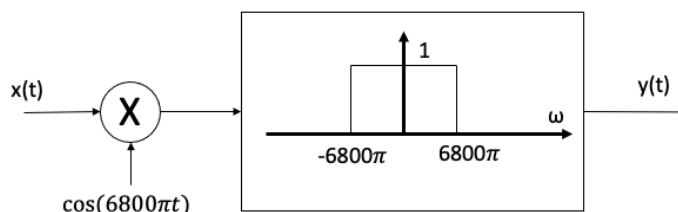
- Dibuje la transformada de Fourier de  $x[n]$ ,  $X(\Omega)$  para  $|\Omega| \leq \pi$
- La señal  $x[n]$  va a ser transmitida a través de un canal digital. En el receptor debe recuperarse la señal original  $x_c(t)$ . Dibuje un diagrama del sistema de recuperación y especifique sus características. Asuma que dispone de filtros ideales.
- En términos de  $\omega_0$  ¿Para qué rango de valores de  $T_s$  se puede recuperar  $x_c(t)$  a partir de  $x[n]$ ?

## EJERCICIO 7

Se desea transmitir a través de un canal de radio una señal  $x(t)$  con un espectro tal y como se muestra en la figura:



Para que no sea reconocida por un escucha ocasional, se transmite  $y(t)$ , obtenida a partir de  $x(t)$  mediante el siguiente esquema:



- Demuestre que  $y(t)$  tiene el espectro invertido, esto es, la información de  $x(t)$  en baja frecuencia se transforma en  $y(t)$  en alta frecuencia y viceversa.
- Diseñe el sistema que serviría en recepción para realizar la transformación inversa a la dada, es decir, para recuperar  $x(t)$  a partir de  $y(t)$ .
- Indique un sistema digital que pueda sustituir al filtro analógico usado en el apartado anterior si se usa una frecuencia de muestreo de 6800 Hz.

## EJERCICIO 8

Calcular la tasa de Nyquist de las siguientes señales:

- $x(t) = 1 + \cos(2\pi 10^3 t) + \text{sen}(4\pi 10^3 t)$
- $x(t) = \frac{\text{sen}(4\pi 10^3 t)}{\pi t}$
- $x(t) = \left[ \frac{\text{sen}(4\pi 10^3 t)}{\pi t} \right]^2$

## EJERCICIO 9

Dada una señal  $x(t)$  con tasa de Nyquist  $\omega_o$ , determinar las tasas de Nyquist de las siguientes señales:

- $x(t) + x(t - 1)$
- $\frac{dx(t)}{dt}$
- $x(t) x(t)$
- $x(t) \cos(\omega_o t)$

## EJERCICIO 10

Para cada una de las señales siguientes, indicar si pueden ser muestreadas con un periodo como el indicado en cada caso:

- $x(t) = u(t + T_0) - u(t - T_0) \quad T_s < 2T_0$
- $x(t)$  con un TF:  $X(\omega) = u(\omega + \omega_0) - u(\omega - \omega_0) \quad T_s < \pi/\omega_0$
- $x(t)$  con un TF:  $X(\omega) = u(\omega) - u(\omega - \omega_0) \quad T_s < 2\pi/\omega_0$

## EJERCICIO 11

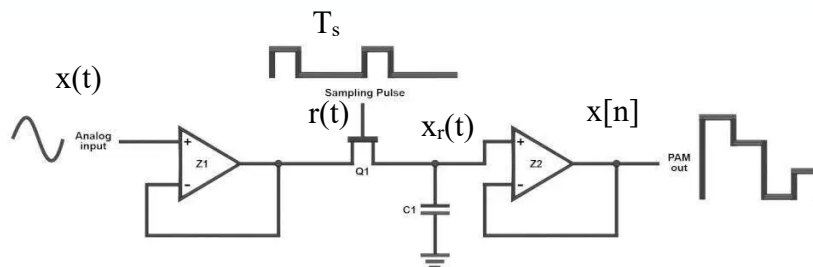
Obtener la respuesta al impulso discreto que implementa los siguientes sistemas analógicos para señales con una frecuencia máxima  $\omega_m < 2\omega_s$ :

- $y_c(t) = x_c(t - 2T_s)$
- $y_c(t) = \frac{d}{dt} x_c\left(t - \frac{T_s}{2}\right)$

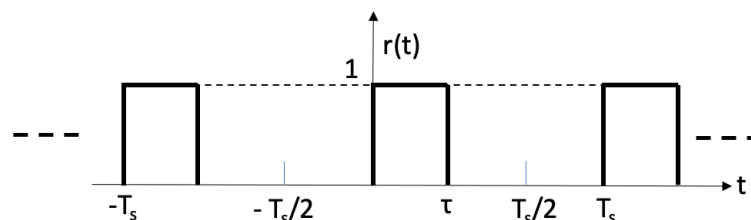
## EJERCICIO 12

(Muestreo práctico instantáneo)

El muestreo usando un tren de deltas, esto es, el muestreo ideal, es una abstracción útil para su estudio. En la práctica, la implementación del muestreo se basa en el uso de un circuito de muestreo-retención (simple & hold, S&H) como el de la figura. Este muestreo se denomina “práctico instantáneo” o “flat top” por resultar en una señal de pulsos modulados en amplitud (PAM):



En el muestreo práctico instantáneo se sustituye el tren de deltas por un tren de señales de soporte temporal en el intervalo  $(-T_s/2, T_s/2)$  tal y como se muestra en la figura:



- Expresar el tren de impulsos de muestreo en el dominio temporal.
- Si la expresión de la señal muestreada en el tiempo es:  $x_r(t) = \sum_n x(nT_s)r(t - nT_s)$  Describa con un diagrama de bloques y gráficas el proceso de muestreo.

- c) Escriba la expresión en frecuencia de la señal muestreada y dibuje su espectro.
- d) Proponga un diagrama de bloques para recuperar la señal original  $x(t)$  a partir de la secuencia.

## EJERCICIO 13

(Muestreo práctico natural)

La forma natural de estudiar el muestreo más allá de la primera aproximación ideal es el llamado muestreo práctico natural donde la señal es muestreada mediante la modulación (multiplicación) con un tren de pulsos de soporte temporal en el intervalo  $(-T_s/2, T_s/2)$ .

- a) Exprese la señal muestreada  $x_r(t)$  en el dominio del tiempo y dibuje un esquema de bloques del proceso de muestreo indicando las formas de onda en cada punto. Suponga una señal de muestreo como la utilizada en el ejercicio anterior. Indique la diferencia con el caso del muestreo práctico instantáneo.
- b) Exprese la señal muestreada en el dominio de la frecuencia y dibuje su espectro.
- c) ¿Cómo recuperaría la señal original a partir de sus muestras? ¿En qué se diferencia el proceso de recuperación del caso de muestreo natural instantáneo?