



TESIS DOCTORAL

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Autor:

Lucía Galicia Sanguino

Director/es:

Ana Belén Alonso Conde

Javier Rojo Suárez

Programa de Doctorado en Ciencias Sociales y Jurídicas

Escuela Internacional de Doctorado

2023



**INFORME DEL DIRECTOR DE TESIS PARA LA AUTORIZACIÓN DE DEFENSA DE TESIS
DOCTORAL**

**THESIS SUPERVISOR'S REPORT ON AUTHORISATION OF THE DOCTORAL THESIS
DEFENCE**

(En el caso de existir más de un director de la tesis doctoral, deberá presentarse un informe de cada uno de los co-directores - *If there is more than one doctoral thesis supervisor, each co-supervisor must submit a report*)

D^a Ana Belén Alonso Conde

Director/a de la tesis doctoral de D/D^a - *Doctoral thesis supervisor for Mr/Mrs* Lucía Galicia Sanguino **informa favorablemente** la solicitud de autorización de defensa de la tesis doctoral con el - **reports favorably** *on the application for authorisation of the doctoral thesis defence with the*

Título - *Title*: Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales,

presentada por dicho/a doctorando/a - *presented by the aforementioned doctoral student.*

Programa de Doctorado - Doctoral Programme: Ciencias Sociales y Jurídicas

La tesis está sometida a procesos de confidencialidad - *The thesis is subject to confidentiality processes:*

SÍ - YES NO - NO X

Valoración - *Assessment:*



(aportaciones de la tesis, publicaciones a las que ha dado lugar, valoración global - *thesis contributions, publications as a result of the thesis, global assessment*)

La Tesis Doctoral se encuadra dentro de los modelos de valoración de activos que tienen como objeto mejorar la capacidad explicativa de los modelos de valoración de activos basados en el consumo y que permiten fortalecer el vínculo entre la macroeconomía y los mercados financieros mediante la identificación y cuantificación de las fuentes fundamentales de riesgo. Para ello se analiza empíricamente el impacto del riesgo idiosincrático en los mercados de capitales a través del Método Generalizado de los Momentos "Generalized Method of Moments" (GMM), presentando como uno de sus principales resultados, que la apertura comercial y la inversión en I+D son indicadores útiles del riesgo idiosincrático.

Resultados parciales de la Tesis Doctoral se han publicado en el siguiente artículo:

Galicia-Sanguino, L., Rojo-Suárez, J., Alonso-Conde, A.B. y López-Pérez, M.V. (2021). Trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns. *Pacific-Basin Finance Journal*, 68, 101623, doi:10.1016/j.pacfin.2021.101623.

(Q2 WOS (2021), índice de impacto: 3,239)

La valoración global es favorable al contar con todos los requisitos tanto formales como de resultados conseguidos con el trabajo de investigación.

Se autoriza la presentación de la tesis como compendio de publicaciones - *The presentation of the thesis as a compendium of publications is authorised*: SÍ - YES NO - NO X

Fecha - *Date*: 26 de mayo de 2023

Firma - *Signature*

(En el caso de que se trate de directores externos a la universidad, se incluirá a continuación la ratificación razonada del tutor - *If external supervisors are involved, the tutor's reasoned ratification will be included below*)

RATIFICACIÓN RAZONADA DE LA AUTORIZACIÓN DE DEFENSA DE LA TESIS DOCTORAL POR EL TUTOR

TUTOR'S REASONED RATIFICATION OF THE AUTHORISATION OF THE DOCTORAL THESIS DEFENCE

D^a - Ana Belén Alonso Conde,

Tutor/a de D/D^a - *Tutor of Mr/Mrs* Lucía Galicia Sanguino,



Universidad
Rey Juan Carlos

Escuela Internacional de Doctorado

en el programa de doctorado - *on the doctoral programme* Ciencias Sociales y Jurídicas,

A la vista de las razones expuestas en el informe del Director/es de las tesis, se ratifica el referido informe para la autorización de la defensa doctoral presentada por dicho/a doctorando/a - ***In view of the reasons given in the thesis Supervisor's/rs' report, the aforementioned report for the authorisation of the doctoral defence presented by the above mentioned doctoral student is ratified.***

Fecha - Date: 26 de mayo de 2023

Firma - Signature:



**INFORME DEL DIRECTOR DE TESIS PARA LA AUTORIZACIÓN DE DEFENSA DE TESIS
DOCTORAL**

**THESIS SUPERVISOR'S REPORT ON AUTHORISATION OF THE DOCTORAL THESIS
DEFENCE**

(En el caso de existir más de un director de la tesis doctoral, deberá presentarse un informe de cada uno de los co-directores - *If there is more than one doctoral thesis supervisor, each co-supervisor must submit a report*)

D/D^a - *Mr/Mrs* Javier Rojo Suárez

Director/a de la tesis doctoral de D/D^a - *Doctoral thesis supervisor for Mr/Mrs* Lucía Galicia Sanguino **informa favorablemente** la solicitud de autorización de defensa de la tesis doctoral con el - **reports favorably** *on the application for authorisation of the doctoral thesis defence with the*

Título - *Title*: Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales,

presentada por dicho/a doctorando/a - *presented by the aforementioned doctoral student.*

Programa de Doctorado - Doctoral Programme: Ciencias Sociales y Jurídicas

La tesis está sometida a procesos de confidencialidad - *The thesis is subject to confidentiality processes:*

SÍ - YES NO - NO X

Valoración - *Assessment:*



(aportaciones de la tesis, publicaciones a las que ha dado lugar, valoración global - *thesis contributions, publications as a result of the thesis, global assessment*)

La Tesis Doctotal realiza una valiosa contribución en el área de la valoración de activos y, en particular, del análisis del impacto de riesgo idiosincrático en las rentabilidades esperadas de los activos. A tal efecto, la investigación suaviza la premisa asociada a los mercados completos, asumiendo ausencia de perfecta compartición de riesgos para analizar el efecto del riesgo específico en la formación de rentabilidades en los mercados bursátiles. En este sentido, en la investigación se pone de manifiesto cómo magnitudes de orden puramente macroeconómico presentan un destacable poder explicativo sobre las rentabilidades bursátiles, en particular la inversión en I+D y la apertura comercial. Señalar que estas contribuciones son relevantes en el actual cuerpo de conocimiento, lo que destaca la relevancia del estudio.

Los resultados parciales de la Tesis Doctoral se han publicado en el siguiente artículo:
Galicia-Sanguino, L., Rojo-Suárez, J., Alonso-Conde, A.B. y López-Pérez, M.V. (2021). Trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns. *Pacific-Basin Finance Journal*, 68, 101623, doi:10.1016/j.pacfin.2021.101623.
(Q2 WOS (2021), índice de impacto: 3,239)

Con ello, la valoración global es favorable, por cumplir con todos los requisitos tanto formales como de resultados conseguidos con el trabajo de investigación.

Se autoriza la presentación de la tesis como compendio de publicaciones - *The presentation of the thesis as a compendium of publications is authorised*: SÍ - YES NO - NO X

Fecha - *Date*: 26 de mayo de 2023

Firma - *Signature*

(En el caso de que se trate de directores externos a la universidad, se incluirá a continuación la ratificación razonada del tutor - *If external supervisors are involved, the tutor's reasoned ratification will be included below*)

AUTORIZACIÓN DE COAUTORES EN CONTRIBUCIÓN ACEPTADA/PUBLICADA EN UN MEDIO DE IMPACTO DEL ÁMBITO DE CONOCIMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL
COAUTHORS' AUTHORISATION OF CONTRIBUTIONS ACCEPTED/PUBLISHED IN MEDIA WITH AN IMPACT IN THE FIELD OF KNOWLEDGE RELATED TO THE DOCTORAL THESIS

D/D.^a [Mr/Ms.] Javier Rojo Suárez, como coautor de la contribución [*as coauthor of the contribution*]

| | |
|--|---|
| Título - <i>Title</i> | Trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns. |
| Revista/libro, Año, Volumen, Número, Páginas. <i>Journal/book, Year, Volume, Number, Pages.</i> | En caso de estar aceptado y no publicado: indicar fecha de aceptación. <i>[If accepted but not yet published: indicate date of acceptance]</i> Pacific-Basin Finance Journal, 2021, Volume 68, 101623 |
| Autores (por orden de firma) <i>Authors (in order of signature)</i> | Lucía Galicia-Sanguino, Javier Rojo-Suárez, Ana Belén Alonso-Conde, María Victoria López-Pérez. |
| DOI | 10.1016/j.pacfin.2021.101623 |
| Indexación- indicadores de impacto <i>Indexation- impact indicators</i> | Indexada en JCR (<i>Journal Citation Reports</i>) CATEGORY BUSINESS, FINANCE JCR YEAR 2021 JIF RANK 42/111 JIF QUARTILE Q2 JIF PERCENTILE 62.61 |

autorizo para que dicha contribución sea utilizada en el ámbito de la Tesis Doctoral de D/D.^a [*I authorise the use of this contribution in the scope related to the DOCTORAL THESIS of Mr/Ms.*]
Lucía Galicia-Sanguino

En Madrid, a 26 de mayo de 2023

Fdo. [*Signed*]

AUTORIZACIÓN DE COAUTORES EN CONTRIBUCIÓN ACEPTADA/PUBLICADA EN UN MEDIO DE IMPACTO DEL ÁMBITO DE CONOCIMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL
COAUTHORS' AUTHORISATION OF CONTRIBUTIONS ACCEPTED/PUBLISHED IN MEDIA WITH AN IMPACT IN THE FIELD OF KNOWLEDGE RELATED TO THE DOCTORAL THESIS

D/D.^a [Mr/Ms.] Ana Belén Alonso Conde, como coautor de la contribución [as coauthor of the contribution]

| | |
|--|---|
| Título - Title | Trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns. |
| Revista/libro, Año, Volumen, Número, Páginas. <i>Journal/book, Year, Volume, Number, Pages.</i> | En caso de estar aceptado y no publicado: indicar fecha de aceptación. <i>[If accepted but not yet published: indicate date of acceptance]</i> Pacific-Basin Finance Journal, 2021, Volume 68, 101623 |
| Autores (por orden de firma) <i>Authors (in order of signature)</i> | Lucía Galicia-Sanguino, Javier Rojo-Suárez, Ana Belén Alonso-Conde, María Victoria López-Pérez. |
| DOI | 10.1016/j.pacfin.2021.101623 |
| Indexación- indicadores de impacto <i>Indexation- impact indicators</i> | Indexada en JCR (<i>Journal Citation Reports</i>) CATEGORY BUSINESS, FINANCE JCR YEAR 2021 JIF RANK 42/111 JIF QUARTILE Q2 JIF PERCENTILE 62.61 |

autorizo para que dicha contribución sea utilizada en el ámbito de la Tesis Doctoral de D/D.^a [I authorise the use of this contribution in the scope related to the DOCTORAL THESIS of Mr/Ms.]
Lucía Galicia-Sanguino

En Madrid, a 26 de mayo de 2023

Fdo. [Signed]

AUTORIZACIÓN DE COAUTORES EN CONTRIBUCIÓN ACEPTADA/PUBLICADA EN UN MEDIO DE IMPACTO DEL ÁMBITO DE CONOCIMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL
COAUTHORS' AUTHORISATION OF CONTRIBUTIONS ACCEPTED/PUBLISHED IN MEDIA WITH AN IMPACT IN THE FIELD OF KNOWLEDGE RELATED TO THE DOCTORAL THESIS

D/D.^a [Mr/Ms.] María Victoria López Pérez, como coautor de la contribución [*as coauthor of the contribution*]

| | |
|--|---|
| Título - <i>Title</i> | Trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns. |
| Revista/libro, Año, Volumen, Número, Páginas. <i>Journal/book, Year, Volume, Number, Pages.</i> | En caso de estar aceptado y no publicado: indicar fecha de aceptación. <i>[If accepted but not yet published: indicate date of acceptance]</i> Pacific-Basin Finance Journal, 2021, Volume 68, 101623 |
| Autores (por orden de firma) <i>Authors (in order of signature)</i> | Lucía Galicia-Sanguino, Javier Rojo-Suárez, Ana Belén Alonso-Conde, María Victoria López-Pérez. |
| DOI | 10.1016/j.pacfin.2021.101623 |
| Indexación- indicadores de impacto <i>Indexation- impact indicators</i> | Indexada en JCR (<i>Journal Citation Reports</i>) CATEGORY BUSINESS, FINANCE JCR YEAR 2021 JIF RANK 42/111 JIF QUARTILE Q2 JIF PERCENTILE 62.61 |

autorizo para que dicha contribución sea utilizada en el ámbito de la Tesis Doctoral de D/D.^a [*I authorise the use of this contribution in the scope related to the DOCTORAL THESIS of Mr/Ms.*]
Lucía Galicia-Sanguino

En Madrid, a 26 de mayo de 2023

Fdo. [*Signed*]

Es necesario entregar un ejemplar de este formulario por cada uno de los co-autores firmantes de la contribución o un ejemplar en el que firmen todos los co-autores conjuntamente.

[Each coauthor is required to sign a copy of this form or, alternatively, a copy in which all the co-authors sign jointly.]

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría dedicar la presente Tesis Doctoral a mis padres. A mi madre, por cuidarme y entenderme como solo una madre puede hacerlo. A mi padre, por el apoyo emocional y la colaboración gráfica en la tesis. También quiero dedicar esta tesis a Hugo, por ser mi cable a tierra en todo este proceso. Sin olvidarme del resto de mi familia Marimar, Pilar, Jesús y mis primos Victoria y Jesús.

Estoy profundamente agradecida a Ana y Javier, mis directores de tesis, por confiar en mí desde el principio y darme la oportunidad de trabajar con ellos. Gracias por inspirarme, orientarme y darme de vez en cuando un tirón de orejas. Por supuesto, también agradezco a mi compañero de fatigas y grandes momentos, Rubén.

Finalmente, quiero dar las gracias a todas aquellas personas que durante estos últimos cinco años han entrado y salido de mi vida, tanto en el ámbito personal como en el profesional, y de alguna forma han contribuido a la realización de este trabajo.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

| | |
|---|-----|
| PARTE I: PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN | 1 |
| 1. INTRODUCCIÓN | 3 |
| 1.1 Objetivos | 8 |
| 1.2 Metodología | 9 |
| PARTE II: MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA | 13 |
| 2. EL MODELO DE FACTOR DE DESCUENTO ESTOCÁSTICO | 15 |
| 2.1 Ecuación básica de fijación de precios | 15 |
| 2.2 Mercados completos y perfecta compartición del riesgo..... | 25 |
| 2.3 Mercados incompletos | 34 |
| 2.4 La frontera media-varianza y el modelo de betas | 42 |
| 2.5 El Teorema de la Equivalencia | 57 |
| 2.6 Información condicionada | 61 |
| 3. FUNCIONES DE UTILIDAD Y PREFERENCIAS DE LOS INVERSORES | 67 |
| 3.1 Funciones de utilidad clásicas..... | 68 |
| 3.2 Hábitos | 77 |
| 3.3 Utilidad recursiva y el modelo de Epstein y Zin..... | 86 |
| 3.4 Modelos de preferencias heterogéneas | 94 |
| 3.5 Modelos de riesgo idiosincrático | 100 |
| 4. RIESGO IDIOSINCRÁTICO Y DESIGUALDAD SALARIAL..... | 107 |
| 4.1 Riesgo idiosincrático..... | 107 |

| | | |
|--|--|-----|
| 4.2 | Desigualdad salarial | 118 |
| PARTE III: ANÁLISIS EMPÍRICO | | 137 |
| 5 | EVALUACIÓN EMPÍRICA DE LOS MODELOS DE VALORACIÓN DE ACTIVOS. EL MÉTODO GENERALIZADO DE LOS MOMENTOS | 139 |
| 5.1 | El método generalizado de los momentos | 139 |
| 5.2 | Modelos de regresión en serie temporal y en corte transversal | 149 |
| 5.3 | Evaluación empírica de los modelos lineales de valoración de activos y método generalizado de los momentos | 163 |
| 5.4 | Comparación de resultados de los modelos de valoración de activos | 169 |
| 6 | ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LA APERTURA COMERCIAL Y LA INVERSIÓN EN INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO EN EL MERCADO JAPONÉS DE ACCIONES | 181 |
| 6.1 | Evolución de la desigualdad salarial en Japón..... | 182 |
| 6.2 | Descripción de la metodología | 186 |
| 6.3 | Datos | 191 |
| 6.4 | Resultados y discusión..... | 196 |
| 6.5 | Análisis comparativo de los resultados del modelo propuesto | 206 |
| PARTE IV: CONCLUSIONES..... | | 211 |
| 7 | CONCLUSIONES | 213 |
| BIBLIOGRAFÍA | | 221 |
| ANEXO I: PUBLICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN | | 237 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| Figura 2.1. Espacio de recompensas generado por una o dos recompensas..... | 35 |
| Figura 2.2. Precios de los derechos contingentes en cada estado de la naturaleza..... | 36 |
| Figura 2.3. Representación de la frontera media-varianza..... | 49 |
| Figura 2.4. Descomposición ortogonal de la frontera media-varianza de Hansen y Richard (1987)..... | 52 |
| Figura 2.5. Teorema de la equivalencia..... | 57 |
| Figura 3.1. Función de sensibilidad del modelo de Campbell y Cochrane (1999)..... | 84 |
| Figura 3.2. Representación del espacio paramétrico de Epstein y Zin..... | 89 |
| Figura 4.1. Incremento de la desigualdad en los ingresos en los países de la OECD durante el periodo 1980-2019..... | 119 |
| Figura 4.2. Coeficientes de Gini como medida de la desigualdad en los ingresos de los países miembros de la OECD durante el periodo 1975-2008..... | 120 |
| Figura 4.3. Evolución de la integración del comercio y los mercados financieros y el progreso tecnológico en el periodo 1980-2008 (1980 = 100), promedio de los países miembros de la OECD..... | 123 |
| Figura 4.4. Evolución de la inversión en I+D de empresas del sector privado como porcentaje del PIB..... | 125 |
| Figura 4.5. Número total de patentes registradas en el periodo 1980-2007..... | 126 |
| Figura 4.6. Número de patentes registradas per cápita (por millones de personas)..... | 127 |
| Figura 4.7. Proporción de inversión en TIC en relación a la inversión total en capital fijo no residencial..... | 128 |

| | |
|--|-----|
| Figura 4.8. Proporción de empleo TIC sobre el total de empleo en el sector empresarial..... | 129 |
| Figura 4.9. Crecimiento del comercio internacional por país de origen en el periodo 1980-2008..... | 132 |
| Figura 4.10. Crecimiento del comercio internacional en los países emergentes clasificados por grupos según ingresos..... | 133 |
| Figura 5.1 Regresión de los rendimientos de los activos en corte transversal..... | 155 |
| Figura 6.1 Exceso de rentabilidad efectivo frente a valores ajustados..... | 201 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|-----|
| Tabla 3.1. Rendimientos de acciones y activo libre de riesgo y crecimiento del consumo a nivel internacional..... | 71 |
| Tabla 3.2. El puzle de la prima de riesgo | 73 |
| Tabla 3.3. El puzle del activo libre de riesgo..... | 76 |
| Tabla 6.1. Tendencias en la distribución de los ingresos disponibles en los países de la OECD. Coeficiente de Gini (multiplicado por 100)..... | 182 |
| Tabla 6.2. El impacto de las políticas fiscales y de gasto social sobre la pobreza en los países de la OCDE..... | 185 |
| Tabla 6.3. Resumen de estadísticos para Japón de excesos de rendimiento y variables macroeconómicas, periodo 1983-2019..... | 194 |
| Tabla 6.4. Correlaciones entre excesos de rendimientos y variables macroeconómicas para Japón, periodo 1983-2019..... | 195 |
| Tabla 6.5. Resultados de la regresión en corte transversal para el mercado japonés utilizando ΔT y ΔRD como variables explicativas, periodo 1983-2019..... | 197 |
| Tabla 6.6. Resultados de la regresión en corte transversal para el mercado japonés utilizando el ratio IK y CCI como instrumentos, periodo 1983-2019..... | 205 |
| Tabla 6.7. Prueba de igualdad de estadísticos R^2 de la regresión en corte transversal para el mercado japonés, periodo 1983-2019..... | 208 |

PARTE I: PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

1. INTRODUCCIÓN

La investigación financiera de los últimos 50 años ha dedicado grandes esfuerzos al estudio de los modelos de valoración de activos con el objetivo de mejorar su capacidad para explicar los precios. La cuantificación de la relación entre rentabilidad y riesgo es la base fundamental sobre la que se desarrolla el primer modelo de valoración “Capital Asset Pricing Model” (CAPM). Basado en la teoría de la eficiencia media-varianza desarrollada por Markovitz (1959), el CAPM determina que la rentabilidad esperada de un activo es función lineal y positiva de la covarianza entre su rentabilidad y la cartera de mercado (Lintner, 1965; Sharpe, 1964). Según este modelo, las variaciones en las rentabilidades de los activos dependen exclusivamente de su relación con el mercado, considerando dicha covarianza como una fuente de incertidumbre denominado riesgo de mercado o riesgo beta. A pesar de que los activos con betas más altas han demostrado proporcionar rendimientos mayores, la evidencia empírica no es suficiente para aceptar estadísticamente el modelo. Los contrastes de hipótesis realizados sobre el mismo así como su puesta a prueba en mercados internacionales, no han permitido validar el funcionamiento del CAPM (Black et al., 1972; Gibbons, 1982; Shanken, 1985).

Como respuesta a los pobres resultados empíricos del CAPM surgen los modelos APT e ICAPM. Una propuesta lógica para mejorar la capacidad explicativa del CAPM es la incorporación de múltiples factores de riesgo sistemático además de la cartera de mercado. Esta es precisamente la propuesta de la “Arbitrage Pricing Theory” (APT) desarrollado por Ross (1976). Por su parte, el “Intertemporal Asset Pricing Model” (ICAPM) propuesto por Merton (1973) permite solventar una de las grandes limitaciones del CAPM: su carácter estático. A diferencia del CAPM donde el inversor tiene un horizonte temporal de un solo periodo, el modelo ICAPM considera múltiples periodos de tiempo durante los cuales los factores de riesgo varían y con ello las

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

rentabilidades. Esto da lugar a nuevas oportunidades de inversión así como a la utilización de estrategias de cobertura por parte del inversor para reducir el riesgo. En un contexto de negociación continua, el ICAPM plantea una relación lineal entre la rentabilidad esperada de los activos y las covarianzas entre dicha rentabilidad y los factores que recogen las demandas de cobertura de los inversores. Un caso particular del ICAPM es el conocido “Consumption Capital Asset Pricing Model” (CCAPM), desarrollado por Lucas (1978) y Breeden (1979). El CCAPM utiliza la covarianza entre el rendimiento y el crecimiento del consumo agregado para explicar las variaciones en los rendimientos. Desafortunadamente, los resultados empíricos del CCAPM no son suficientes para validar el modelo (Breeden, 1979; Hansen & Singleton, 1982). La incapacidad del CCAPM para explicar la prima de riesgo histórica observada en el mercado da lugar a uno de los enigmas más conocidos y analizados por la investigación sobre el contraste del CCAPM: el puzle de la prima de riesgo (véase Mehra y Prescott (1985)).

A raíz del mal funcionamiento empírico del CCAPM en su formulación original surgen investigaciones que apuntan a los restrictivos supuestos de partida como causa principal de su bajo rendimiento. Algunos trabajos proponen mejorar la capacidad explicativa modificando la función de utilidad de los inversores (Campbell & Cochrane, 1999; Epstein & Zin, 1991) mientras que otros sugieren relajar el supuesto de mercados completos (Constantinides & Duffie, 1996) o modificar el perfil de los inversores (Gârleanu & Panageas, 2015). Los trabajos de Ross (1978) y Harrison y Kreps (1979) suponen un cambio de paradigma en la investigación al proponer una fórmula universal para valorar activos sin realizar apenas supuestos de partida: el modelo del factor de descuento estocástico. Este modelo permite valorar activos independientemente del horizonte temporal de los inversores, su función de utilidad o la propia estructura del

mercado, entre otros supuestos. La fórmula establece que, en equilibrio, el precio de un activo en un momento del tiempo debe ser igual a la esperanza condicionada a la información a ese momento, del producto entre el flujo de caja y el factor de descuento estocástico. Este factor de descuento se define como la tasa a la que los inversores renuncian a consumir hoy para consumir una porción más mañana, por lo que se la conoce como tasa marginal de sustitución. Ross (1978) y Harrison y Kreps (1979) demuestran la existencia de un factor de descuento único y positivo en el entorno de mercados incompletos a través de la ley de precio único y la condición de ausencia de arbitraje. Gracias a sus contribuciones y la de Harrison y Kreps (1979), el factor de descuento estocástico se ha convertido en el enfoque predominante en la investigación académica contemporánea sobre valoración de activos debido a su gran versatilidad para valorar una amplia gama de activos bajo diferentes supuestos. El Teorema de la Equivalencia (Dybvig & Ingersoll, 1982; Hansen & Richard, 1987; Roll, 1977; Ross, 1978) demuestra que el modelo del factor de descuento estocástico, el modelo de betas y el modelo de factores son tres representaciones de los precios de los activos que convergen entre sí. Las implicaciones del Teorema de la Equivalencia y la existencia de un factor de descuento estocástico único y positivo son directas en la investigación empírica ya que permiten evaluar el funcionamiento de un modelo económico mediante la selección de una serie de factores de riesgo.

En la aplicación de la ecuación fundamental de valoración de activos encontramos dos enfoques alternativos (Cochrane, 2005). El primer enfoque o “valoración absoluta” relaciona el precio de un activo con su exposición a fuentes de riesgo macroeconómico. Este enfoque es común en entornos académicos en los que se estudia el comportamiento de los precios o rendimientos con el fin de encontrar una explicación económica a su comportamiento, o bien para predecir su respuesta ante cambios en la política

económica. Algunos ejemplos de valoración absoluta son el CCAPM o los modelos de equilibrio general. El segundo enfoque o “valoración relativa” consiste en estimar el precio de un activo en base a los precios observables de otros activos. Bajo este segundo enfoque no se pretenden entender los mecanismos de formación de precios ni tampoco cuáles son los factores que producen las oscilaciones. En su lugar, la valoración relativa persigue identificar aquellos activos cuya cotización se encuentra por encima o por debajo de la media comparativa del sector, siendo aprovechado por el inversor para obtener un beneficio. Un ejemplo de valoración relativa lo encontramos en la popular metodología Black-Scholes. Ahora bien, generalmente la mayoría de modelos no utilizan un enfoque puramente absoluto o relativo para valorar activos sino que combinan ambos tipos. Aunque el CAPM y los modelos multifactoriales son teóricamente ejemplos de valoración absoluta, en su aplicación no es así ya que valoran los activos en relación a la cartera de mercado o diferentes factores de riesgo sin responder a la cuestión sobre qué determina la prima de riesgo del mercado o de los factores. En el otro extremo encontramos numerosas aplicaciones de ingeniería financiera que más allá del puro arbitraje requieren de la realización de hipótesis sobre los mercados para su funcionamiento.

La tarea principal de la valoración absoluta de activos es entender y medir las fuentes de riesgo agregado o macroeconómico que hacen oscilar los precios. Los lazos entre la macroeconomía y las finanzas se estrechan cada vez más documentados por una amplia variedad de trabajos empíricos que ponen de manifiesto la relación existente entre ambos campos. A día de hoy sabemos que existen variables macroeconómicas capaces de predecir la variación de los rendimientos en el tiempo y de activo en activo. También conocemos la importancia de los mercados financieros a la hora de identificar las señales de recesión económica o turbulencia financiera. Aunque el avance empírico en

los últimos años ha sido significativo, todavía no disponemos de un modelo teórico capaz de explicar los rendimientos a través de variables que representen de manera adecuada los riesgos de tipo macroeconómico (Cochrane, 2005).

En este sentido, el incesante incremento de la desigualdad salarial en los últimos 40 años (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011) es considerada actualmente como una de las principales fuentes de riesgo macroeconómico que afecta a millones de familias en todo el mundo. En el año 1980 solo el 10% de la población acumulaba 7 veces más riqueza que el 10% de la población más pobre. Según la OECD actualmente la riqueza acumulada es 10 veces mayor (OECD, 2021). Por su naturaleza de tipo idiosincrático, los modelos tradicionales como el CAPM no consideran la desigualdad como factor relevante en la valoración de activos. Sin embargo, trabajos empíricos que utilizan datos de consumo de los hogares en el modelo Constantinides-Duffie (Brav et al., 2002; Cogley, 2002; Jacobs & Wang, 2004; Vissing-Jørgensen, 2002), ponen en evidencia la importancia de incorporar los riesgos de tipo idiosincrático para resolver el puzle de la prima de riesgo.

La presente Tesis Doctoral trata sobre el estudio de las funciones de utilidad y las preferencias de los inversores en la valoración de activos al objeto de contribuir a esclarecer los mecanismos de fijación de precios en los mercados financieros. La estructura del contenido de la investigación se divide en seis capítulos. El primer capítulo estudia el factor de descuento estocástico en la valoración de activos. El segundo capítulo analiza las funciones de utilidad y preferencias de los inversores. El tercer capítulo se centra en el modelo de riesgo idiosincrático propuesto por Constantinides y Duffie (1996) y su relación con la desigualdad salarial como factor de riesgo a nivel macroeconómico. El cuarto capítulo desarrolla la metodología del método generalizado de los momentos o “Generalized Method of Moments” (GMM). El quinto

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

capítulo analiza el impacto del riesgo idiosincrático medido a través de los indicadores apertura comercial e inversión en investigación y desarrollo en el mercado de renta variable japonés. Finalmente, el sexto capítulo desarrolla las conclusiones de la Tesis Doctoral así como futuras líneas de investigación.

1.1 Objetivos

El objetivo general de la presente Tesis Doctoral es el análisis y cuantificación del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Con la presente investigación se pretende contribuir a mejorar la capacidad explicativa del modelo de valoración de activos basado en el consumo que permita fortalecer el vínculo entre la macroeconomía y los mercados financieros mediante la identificación y cuantificación de las fuentes fundamentales de riesgo.

Para el cumplimiento del objetivo general se definen en la investigación los siguientes objetivos específicos:

1. Conocer el modelo de factor de descuento estocástico utilizado en la valoración de activos con el fin de exponer la problemática asociada al bajo rendimiento empírico del modelo de consumo “Consumption Capital Asset Pricing Model” (CCAPM).
2. Explorar las funciones de utilidad y modelos de preferencias de los inversores más utilizadas en la valoración de activos (modelos de hábitos, utilidad recursiva, modelos de preferencias heterogéneas y modelos de riesgo idiosincrático).

3. Revisar las medidas de dispersión salarial utilizadas en la literatura para evaluar el funcionamiento del modelo de riesgo idiosincrático propuesto por Constantinides y Duffie (1996) en los mercados financieros.
4. Analizar la evolución de la dispersión salarial en los países de la OCDE en los últimos 50 años, así como los principales determinantes de la desigualdad como son la globalización y el progreso tecnológico (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011).
5. Evaluar empíricamente el impacto del riesgo idiosincrático en los mercados de capitales a través del Método Generalizado de los Momentos “Generalized Method of Moments” (GMM).
6. Considerar el conjunto de información disponible para los inversores que condiciona su toma de decisiones mediante la utilización de variables instrumento en la estimación o metodología *conditioning down*.

1.2 Metodología

La presente Tesis Doctoral utiliza el enfoque del factor de descuento estocástico para representar los precios de los activos y el método generalizado de los momentos (GMM) para la evaluación empírica del modelo. Ambos enfoques se pueden resumir en las siguientes fórmulas (Cochrane, 2005):

$$p_t = E(m_{t+1}x_{t+1}),$$

$$m_{t+1} = f(\text{datos}, \text{parámetros}),$$

La principal ventaja del enfoque del factor de descuento estocástico es su simplicidad y universalidad. Tradicionalmente en finanzas se han aplicado supuestos y desarrollado modelos de valoración distintos para las acciones, los bonos y las opciones. Sin

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

embargo, a través del factor de descuento estocástico se demuestra que es posible representar el universo de activos existente en los mercados financieros bajo unos supuestos generales adaptables a las características de cada contrato. De esta forma, las acciones, los bonos y las opciones no son más que casos especiales dentro de la teoría general de valoración cuya idea central es la equivalencia entre el precio de un activo y el producto entre sus flujos de caja y el factor de descuento estocástico.

En segundo lugar, la separación entre las fases de especificación del modelo (segunda ecuación) y de representación empírica (primera ecuación) supone otro argumento a favor de este enfoque. Gracias al Teorema de la Equivalencia (Dybvig & Ingersoll, 1982; Hansen & Richard, 1987; Roll, 1977; S. A. Ross, 1978) podemos elegir los factores $f(\cdot)$ para formular predicciones en términos de rentabilidad, momentos condicionales, betas, incluso elegir entre la versión discreta o continua del modelo, entre otras opciones. Aunque aparentemente distintas, estas representaciones se encuentran conectadas entre sí a través del factor de descuento estocástico facilitando la interpretación de los resultados empíricos en su forma más adecuada.

En tercer lugar, al utilizar factores de descuento en lugar de carteras de inversión se simplifica la demostración de los supuestos de partida del modelo. Por ejemplo, es más sencillo demostrar la existencia de un factor de descuento positivo que comprobar una a una que todas las posibles combinaciones de una cartera que es dominada por otra, tienen un precio superior (Cochrane, 2005).

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

PARTE II: MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

2. EL MODELO DE FACTOR DE DESCUENTO ESTOCÁSTICO

En el presente capítulo se estudia el enfoque dominante en la investigación académica contemporánea sobre valoración de activos: el factor de descuento estocástico (Hansen & Richard, 1987; Harrison & Kreps, 1979; S. Ross, 1978; Rubinstein, 1976). La sección 2.1 presenta la ecuación básica de fijación de precios en entornos de ausencia de incertidumbre y de riesgo. En la sección 2.2 se profundiza en el factor de descuento estocástico bajo la hipótesis de mercados completos lo que implica que existe perfecta compartición del riesgo entre los individuos. En la sección 2.3 ampliamos el estudio al caso de imperfecta compartición del riesgo a través del enfoque de Hansen y Richard (1987) conocido como diagrama de estados de la naturaleza. Esto permitirá demostrar la existencia del factor de descuento positivo en el entorno de mercados incompletos siempre que se cumplan la ley de precio único y la condición de ausencia de arbitraje. Para ello se presentan los argumentos siguiendo la organización de razonamientos planteada en el libro de Cochrane (2005). La sección 2.4 analiza modelo de betas y la representación media-varianza que convergen en el modelo del factor de descuento estocástico como demuestra el Teorema de la Equivalencia (Dybvig & Ingersoll, 1982; Hansen & Richard, 1987; Roll, 1977; Ross, 1978). Finalmente la sección 2.5 profundiza en el uso de información condicionada en los modelos de valoración de activos.

2.1 Ecuación básica de fijación de precios

La ecuación de fijación de precios se basa en la decisión más fundamental que un inversor debe tomar sobre su dinero: cuánto gastar y cuánto ahorrar Cochrane (2005). En el momento presente el inversor puede decidir consumir un poco menos con el fin de invertir ese dinero en el mercado y obtener así una recompensa futura. La pérdida de satisfacción o utilidad marginal por reducir hoy su consumo debe verse compensada por

la expectativa de recibir la recompensa. Si esta igualdad no se cumple, entonces el inversor deberá reajustar las cantidades a gastar o invertir hasta conseguir que la ganancia y pérdida en utilidad marginal sean equivalentes. En términos financieros, se dice que el precio de un activo debe ser igual al valor esperado de sus flujos de caja o recompensas descontadas, utilizando como tasa de descuento la utilidad marginal del inversor. Esta es la idea central que rige el funcionamiento de los mecanismos de fijación de precios en los mercados financieros y que a continuación se desarrollan mediante la adecuada formulación.

Comenzamos expresando la recompensa futura de un activo financiero como x_{t+1} . Si el activo es cuestión se tratara de una acción, por ejemplo, su recompensa estaría formada por el precio de venta de la acción más el dividendo correspondiente, es decir: $x_{t+1} = d_{t+1} + p_{t+1}$. La recompensa futura es una variable aleatoria ya que el inversor no conoce con certeza su cuantía, aunque sí se pueden estimar las probabilidades de algunos de sus resultados. Además, es necesario considerar la función de utilidad del inversor que determina cuánto de valioso es el activo para él o ella. En un primer paso definimos la relación entre el valor del consumo actual y futuro como:

$$U(c_t, c_{t+1}) = u(c_t) + \beta E_t[u(c_{t+1})] \quad (1.1)$$

donde c_t es el consumo en el momento t y β es el factor de descuento. La función de utilidad es creciente ya que un mayor nivel de consumo proporciona al inversor una mayor satisfacción. Otra característica es su concavidad lo que refleja la disminución de satisfacción o utilidad marginal por cada unidad de consumo adicional. El factor de descuento β recoge la primera de las características descritas: la impaciencia del inversor por consumir más hoy, mientras que la curvatura de la función de utilidad determina la aversión al riesgo o miedo a reducir la capacidad de consumo.

Asumimos ahora que el inversor puede comprar y vender libremente tanto del activo anterior como quiera a un precio p_t . La cuestión radica en cuánto del activo comprar y cuánto vender. Para ello planteamos el siguiente problema de optimización donde e es el nivel de consumo inicial y ξ es la cantidad del activo que decide comprar:

$$\max_{\xi} u(c_t) + E_t[\beta u(c_{t+1})] \quad (1.2)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} c_t &= e_t - p_t \xi \\ c_{t+1} &= e_{t+1} + x_{t+1} \xi \end{aligned} \quad (1.3)$$

Sustituyendo las restricciones en el problema (ecuación 1.2) e igualando a cero las derivadas respecto ξ , obtenemos la condición de primer orden del inversor:

$$p_t u'(c_t) = E_t[\beta u'(c_{t+1}) x_{t+1}] \quad (1.4)$$

O de manera equivalente,

$$p_t = E_t \left[\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1} \right] \quad (1.5)$$

La ecuación 1.4 expresa la relación fundamental de equilibrio explicada al comienzo del capítulo. En el nivel óptimo, la pérdida en utilidad que el inversor experimenta al comprar una unidad adicional del activo $p_t u'(c_t)$ es igual al incremento descontado y esperado en utilidad que obtiene por la recompensa $E_t[\beta u'(c_{t+1}) x_{t+1}]$. El inversor comprará más o menos del activo hasta que la condición de primer orden se cumpla, es

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

decir, hasta que se cumpla la igualdad. Despejando p_t obtenemos la ecuación 1.5 que nos permite obtener el precio de un activo dada una recompensa x_{t+1} y una decisión de consumo c_{t+1}, c_t .

2.1.1 La relación marginal de sustitución y el factor de descuento estocástico

El factor de descuento estocástico es la expresión que se utiliza para calcular el valor presente de una recompensa a obtener en el futuro (Cochrane, 2005). El término estocástico hace referencia a que el modelo no es determinista, es decir, las variables son susceptibles de cambiar aleatoriamente en el tiempo por lo que su resultado no se puede predecir con certeza. De esta forma, definimos el factor de descuento estocástico m_{t+1} :

$$m_{t+1} = \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \quad (1.6)$$

m_{t+1} se define como la tasa a la que los inversores renunciar a consumir c_t hoy para consumir c_{t+1} mañana. Por ello se conoce también como tasa marginal de sustitución.

Sustituyendo m_{t+1} en la ecuación 1.5:

$$p_t = E_t[m_{t+1}x_{t+1}] \quad (1.7)$$

donde el precio y la esperanza se encuentran condicionados al momento t mientras que la recompensa y el factor de descuento están referenciados al momento $t + 1$.

Si asumimos que no existe incertidumbre en el mercado, podemos expresar los precios a través de la fórmula del valor presente como:

$$p_t = \frac{1}{R^f} x_{t+1} \quad (1.8)$$

Donde R^f es el activo libre de riesgo bruto y $1/R^f$ es el factor de descuento. Generalmente $R^f > 1$ por lo que el activo se vendería bajo la par o con descuento.

Sin embargo, la mayoría de activos tienen precios menores al activo libre de riesgo debido a la existencia de incertidumbre en los mercados. De esta forma:

$$p_t^i = \frac{1}{R^i} E_t[x_{t+1}^i] \quad (1.9)$$

donde el exponente indica que cada activo de riesgo i debe ser descontado a una tasa específica ajustada a su nivel de riesgo $1/R^i$.

La ecuación 1.7 se conoce también como ecuación fundamental de precios porque permite incorporar los ajustes al riesgo de todos los activos a través de un único factor de descuento estocástico m_{t+1} . Es decir, todos los activos tienen el mismo m_{t+1} . Sin embargo, las correlaciones entre los componentes aleatorios de m y la recompensa que cada activo ofrece x^i no son las mismas, y esto es precisamente lo que da lugar a la fijación de diferentes precios.

2.1.2 El activo libre de riesgo

Podemos utilizar la ecuación 1.7 para expresar rendimientos en lugar de precios. Si invertimos un euro hoy, el rendimiento viene definido por la cantidad de euros que recibiremos mañana. Es decir, que un rendimiento es un activo de precio igual a uno (Cochrane, 2005). Adaptando la ecuación 1.7 al caso de rendimientos, se obtiene que:

$$1 = E(mR) \quad (1.10)$$

Donde R representa rendimientos brutos. Utilizando la fórmula anterior, podemos describir el activo libre de riesgo como:

$$R^f = 1/E(mR) \quad (1.11)$$

La expresión anterior implica que si R^f fuera negociado en un mercado, los inversores simplemente se mostrarían indiferentes a comprarlo o venderlo.

Para analizar el comportamiento de los tipos de interés reales en el mercado utilizamos la función isoelástica de utilidad o *power utility function* $u'(c) = c^{-\gamma}$. Asumiendo certeza absoluta sobre los rendimientos, tenemos que el activo libre de riesgo es:

$$R^f = \frac{1}{\beta} \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^\gamma \quad (1.12)$$

Identificamos en la ecuación anterior tres efectos de los tipos de interés sobre el consumo (Cochrane, 2005):

1. Primero, los tipos de interés reales son altos cuando los consumidores se comportan de manera impaciente. O lo que es lo mismo, cuando β es bajo. En otras palabras, si la impaciencia se adueñara de los consumidores empujándoles a gastar su dinero hoy, haría falta una subida de los tipos de interés lo suficientemente grande como para convencerles de que guarden su dinero.
2. Segundo, el crecimiento del consumo aumenta si los tipos de interés son altos. La subida de los tipos de interés premia el ahorro, es decir, motiva a los

inversores a recortar hoy su gasto e invertir el excedente para obtener una recompensa que le permita aumentar su consumo mañana.

3. Tercero, los tipos de interés reales son más sensibles al crecimiento del consumo a medida que aumenta el parámetro γ . A su vez, el parámetro γ regula la curvatura de la función de utilidad. De esta forma, si la pendiente de la curva es muy alta significa que los inversores prefieren mantener un patrón de consumo estable en el tiempo y si la pendiente es baja indicaría cierta predisposición del inversor a reajustar su consumo ante cambios en los tipos de interés. De esta forma, a medida que la curva es más pronunciada es necesario una mayor subida de los tipos de interés para convencer a los inversores de que adapten su patrón de consumo.

A continuación incorporamos la incertidumbre en el mercado suponiendo que el crecimiento del consumo sigue una distribución logarítmica normal. En este caso, el nuevo tipo de interés libre de riesgo es:

$$r_t^f = \delta + \gamma E_t(\Delta \ln c_{t+1}) - \frac{\gamma^2}{2} \sigma_t^2(\Delta \ln c_{t+1}) \quad (1.13)$$

Donde $r_t^f = \ln R_t^f$, $\beta = e^{-\delta}$ y $\Delta \ln c_{t+1} = \ln c_{t+1} - \ln c_t$.

Comprobamos que en la ecuación 1.13 se mantienen los tres efectos de los tipos de interés sobre el consumo analizados en el caso determinista. El parámetro δ que representa la impaciencia empuja a los consumidores a gastar más haciendo aumentar los tipos de interés para premiar el ahorro y provocar una subida en el consumo del mañana. Finalmente, γ mide la sensibilidad del crecimiento del consumo ante cambios en los tipos de interés, siendo más sensible cuanto mayor es el cambio. Aparece un tercer elemento en la ecuación 1.13 que recoge un nuevo efecto conocido como el

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

ahorro por precaución o *precautionary savings*. Cuando el consumo es más volátil, los consumidores sienten una mayor preocupación por los estados en los que el consumo es bajo (una crisis, por ejemplo), que placer por los estados en los que el consumo es alto (época de auge económico). Esto provoca que prefieran el ahorro frente al gasto produciendo una caída inmediata de los tipos de interés.

2.1.3 Activos de riesgo

Utilizando la definición de covarianza: $cov(m, x) = E(mx) - E(m)E(x)$ podemos reescribir $p = E(mx)$ como se indica a continuación:

$$p = E(m)E(x) + cov(m, x) \quad (1.14)$$

Sustituyendo el activo libre de riesgo de la ecuación 1.12:

$$p = \frac{E(x)}{R^f} + cov(m, x) \quad (1.15)$$

El primer término es la fórmula de descuento al momento presente en un entorno sin riesgo, es decir, si el consumo fuera constante y la función de utilidad lineal. El segundo término es la tasa de ajuste al riesgo. Un activo cuya covarianza con el factor de descuento es positiva tendrá un precio mayor, mientras que si la covarianza es negativa tendrá un precio menor. Si expresamos la covarianza en términos de consumo en la ecuación 1.15:

$$p = \frac{E(x)}{R^f} + \frac{cov[\beta u'(c_{t+1}), x_{t+1}]}{u'(c_t)} \quad (1.16)$$

podemos observar que la utilidad marginal $u'(c)$ disminuye a medida que el consumo aumenta. Este efecto se explica por la actitud de rechazo que experimenta un inversor ante la incertidumbre sobre el consumo. Tomemos como ejemplo un activo cuya covarianza con el consumo es positiva, es decir, aquel activo que recompensa cuando más afortunado te sientes y penaliza cuando más pobre te encuentras. La covarianza positiva de este activo contribuirá a aumentar la volatilidad en el consumo, lo que disuade al inversor de su compra a ese precio. En cambio, un activo cuya covarianza con el consumo sea negativa contribuye a reducir la volatilidad en tu cesta de la compra lo que lo convierte en muy valioso al margen de la rentabilidad que ofrezca. Un ejemplo de activo cuya covarianza es negativa lo encontramos en los seguros, cuya recompensa se materializa en caso de sufrir un robo o accidente. Aunque el precio del seguro sea mayor a su valor esperado en el momento presente, la cobertura que proporciona en caso de robo compensa el sobrepago a pagar.

Finalmente adaptamos la ecuación 1.16 para el caso de rendimientos:

$$1 = E(m)E(R^i) + \text{cov}(m, R^i) \quad (1.17)$$

Utilizando $R^f = 1/E(mR)$ tenemos que:

$$E(R^i) - R^f = -R^f \text{cov}(m, R^i) \quad (1.18)$$

o de manera equivalente:

$$E(R^i) - R^f = -\frac{\text{cov}[u'(c_{t+1}), R_{t+1}^i]}{E[u'(c_{t+1})]} \quad (1.19)$$

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

En resumen, la teoría de valoración de activos sugiere que, aunque puedan variar en el tiempo y de activo en activo, los rendimientos esperados y descontados al momento presente siempre deben ser igual a 1. Además, los activos siempre ofrecen una rentabilidad libre de riesgo R^f más una compensación ajustada al riesgo. Los activos cuya covarianza con el consumo es positiva hacen aumentar el riesgo de la cartera por lo que los inversores exigen una mayor compensación por ello. Al contrario, los activos cuya covarianza con el consumo es negativa ofrecen rentabilidades más bajas.

2.1.4 El riesgo idiosincrático

Asumimos un activo cuya recompensa es muy volátil, es decir, existe una gran incertidumbre sobre sus futuros pagos si decidimos adquirirlo. La intuición nos dice que este activo debería ser ajustado a una tasa por el riesgo mayor a la del resto de activos. Sin embargo, si no existe relación entre ese activo y su consumo, al activo no será ajustado por el riesgo y por tanto su rentabilidad esperada será igual a la del activo libre de riesgo. Es decir:

$$\text{cov}(m, x) = 0 \rightarrow p = \frac{E(x)}{R^f} \quad (1.20)$$

Sin importar la magnitud de la volatilidad del activo en cuestión, si la capacidad de consumo del inversor no se ve afectada entonces la recompensa por asumir ese riesgo para el inversor será nula. Aquella parte de x no correlacionada con m recibe el nombre de riesgo idiosincrático, mientras que la parte correlacionada se conoce con el nombre de riesgo sistemático. Obviamente, si la rentabilidad esperada por el riesgo idiosincrático es cero, su precio también será cero. En otras palabras, el riesgo

idiosincrático no tiene implicaciones en el precio de un activo, solo el riesgo sistemático es capaz de influir en el precio de los activos.

2.2 Mercados completos y perfecta compartición del riesgo

En esta sección profundizamos en la ecuación de fijación de precios $p = E(mx)$ bajo la estructura de mercado más simple: derechos contingentes o *contingent claims*, cuya explicación se realiza siguiendo los razonamientos de Cochrane (2005) y Campbell (2017). Este enfoque nos permite la representación de los precios de una manera más intuitiva y visual facilitando así la demostración de la existencia del factor de descuento estocástico positivo en un entorno de mercados completos.

2.2.1 Los derechos contingentes o *contingent claims*

Para introducir el concepto de derecho contingente consideramos un modelo en tiempo discreto con S estados de la naturaleza $s = 1 \dots S$ cuya probabilidad de ocurrencia $\pi(s)$ es positiva. Si el modelo realizara predicciones meteorológicas, por ejemplo, entonces se podrían proponer dos estados de la naturaleza $S = 2$ donde $s = sol$ o $s = lluvia$. Un derecho contingente o *contingent claim* es un activo que paga un euro (o una unidad del bien consumido) en un estado de la naturaleza s que sucederá mañana, y nada en cualquier otro estado de la naturaleza Cochrane (2005). Retomando el ejemplo anterior, el derecho contingente pagaría un euro si mañana amanece soleado o nada si lo hace lluvioso. El precio que tenemos que pagar hoy por adquirirlo es $ps(s)$ donde s indica el estado en el que el activo pagará.

La hipótesis de mercados completos implica que existe un derecho contingente para cada estado de la naturaleza Cochrane (2005). El inversor puede adquirirlo

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

directamente, o bien replicarlo a través de otros activos. Utilizando el ejemplo de las predicciones meteorológicas, es posible replicar el derecho contingente a través de una cartera que contenga dos activos. El primer activo paga 2 euros si mañana hace sol y 1 euro si amanece lluvioso, es decir, $x_1 = (2,1)$, y el segundo activo, que es libre de riesgo, paga un euro en ambos estados, $x_2 = (1,1)$.

Para demostrar de la existencia del factor de descuento estocástico en entornos de mercado completo es preciso la realización de dos supuestos: ausencia de oportunidades de arbitraje y precio único. En primer lugar, el asumir que no existen oportunidades de arbitraje en el mercado implica necesariamente que los precios de los derechos contingentes son positivos en cualquier estado de la naturaleza Cochrane (2005). Si los precios pudieran ser cero o negativos para ciertos estados se crearía una oportunidad de arbitraje. Ésta sería aprovechada rápidamente por los inversores que podrían adquirir el bien hoy a coste cero con probabilidad de recibir una recompensa mañana.

En segundo lugar, la ley del precio único afirma que dos activos que ofrecen recompensas idénticas en un estado de la naturaleza tienen que tener exactamente el mismo precio. En caso contrario, esto podría originar nuevas oportunidades de arbitraje mediante la compra del bien de precio bajo y la venta del bien de precio alto de forma que un inversor astuto ganaría un beneficio extra sin riesgo de pérdida.

Bajo la hipótesis de mercados completos y cumpliéndose las condiciones de ausencia de arbitraje y precio único, se puede afirmar que el factor de descuento $m(s)$ existirá y será igual al precio de los derechos contingentes entre su probabilidad de ocurrencia:

$$m(s) = \frac{pc(s)}{\pi(s)} \quad (1.21)$$

Según Cochrane (2005), un activo se puede representar como un conjunto de derechos contingentes cada uno de los cuales tiene su propio precio $p_c(s)$ y recompensa $x(s)$ en cada estado de la naturaleza s :

$$p(x) = \sum_s p_c(s)x(s) \quad (1.22)$$

Cochrane (2005) se refiere a la igualdad anterior de manera humorística como la “teoría del *Happy Meal*”. En un mercado sin costes ni restricciones a la transacción, el precio del *Happy Meal* debe ser igual al precio de la hamburguesa, las patatas fritas, la bebida y el juguete.

A continuación multiplicamos y dividimos la ecuación 1.22 por la probabilidad de ocurrencia $\pi(s)$. Al sustituir $m(s)$ y tomar esperanzas tenemos que:

$$p(x) = \sum_s \pi(s) \frac{p_c(s)}{\pi(s)} x(s) = \sum_s \pi(s) m(s) x(s) = E(mx) \quad (1.23)$$

La ecuación 1.23 es la conocida ecuación fundamental de valoración de activos y expresa el precio de un activo en función de las expectativas de recompensa futura ajustadas por un factor de descuento m . A continuación utilizamos la ecuación 1.23 para expresar algunas cuestiones clásicas financieras mediante el enfoque de los derechos contingentes presentado en esta sección.

2.2.2 El activo libre de riesgo

Se considera un activo sin riesgo cuya recompensa es $x(s) = 1$ en todos los estados de la naturaleza. El precio de este activo es igual a:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$p^f = \sum_s p c(s) = E(m) \quad (1.24)$$

Por tanto el tipo de interés libre de riesgo sería:

$$1 + R^f = \frac{1}{p^f} = \frac{1}{E(m)} \quad (1.25)$$

Si asumimos que los inversores son neutrales al riesgo, entonces las probabilidades de ocurrencia de los diferentes estados serán $\pi^*(s)$ en lugar de $\pi(s)$. Las probabilidades “neutrales al riesgo” se definen a continuación:

$$\pi^*(s) = (1 + R^f)m(s)\pi(s) \quad (1.26)$$

Finalmente reemplazamos en la fórmula de valoración de activos como sigue:

$$p(x) = \frac{1}{1 + R^f} \sum_s \pi^*(s)x(s) = \frac{E^*(x)}{1 + R^f} \quad (1.27)$$

Las probabilidades neutrales al riesgo otorgan mayor peso o importancia a los estados de la naturaleza en los que la utilidad marginal m es mayor. El caso contrario sería el de un inversor averso al riesgo que concede un mayor peso o importancia a los estados de la naturaleza menos placenteros, o en los que la utilidad marginal sea menor. Por ejemplo, un viajero con pánico a volar concederá una importancia superior a la probabilidad de sufrir un accidente de avión. A través del enfoque de derechos contingentes se pone de manifiesto que la toma de decisiones no se basa solo en priorizar las situaciones más probables, sino también aquellas situaciones improbables pero con consecuencias desastrosas Cochrane (2005).

2.2.3 Maximización de la utilidad

Dado un inversor que maximiza su función de utilidad en relación al consumo y otorga unas probabilidades de ocurrencia objetivas $\pi(s)$ a los diferentes estados de la naturaleza. El inversor maximizaría su utilidad conforme a la siguiente expresión:

$$\max_{\{c, c(s)\}} u(c) + \sum_s \beta \pi(s) u[c(s)] \quad (1.28)$$

Sujeto a la siguiente restricción presupuestaria:

$$c + \sum_s p c(s) c(s) = y + \sum_s p c(s) y(s) \quad (1.29)$$

donde c representa el consumo inicial del individuo, y representa su nivel inicial de riqueza e $y(s)$ es la riqueza que obtendría en cada estado de la naturaleza. La condición de primer orden para el inversor quedaría de la siguiente forma:

$$\beta \pi(s) u'[c(s)] = p c(s) u'(c) \quad (1.30)$$

La parte derecha de la igualdad (ecuación 1.30) se corresponde al incremento marginal en la utilidad del inversor resultante de la compra de una unidad adicional del derecho contingente en el estado de la naturaleza s . La parte izquierda de la igualdad se corresponde a la pérdida de utilidad del inversor causada por la reducción del consumo. En el nivel óptimo, ambos efectos marginales provocados por la adquisición del derecho contingente deben compensarse.

Reorganizando los términos en la ecuación anterior tenemos:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$\frac{pc(s)}{\pi(s)} = \beta \frac{u'[c(s)]}{u'(c)} = m(s) \quad (1.31)$$

donde $m(s)$ es la tasa marginal de sustitución que indica el nivel al cual los inversores renuncian a consumir en el estado 2 por consumir en el estado 1 a través de la compra y venta de derechos contingentes. También es conocida como factor de descuento estocástico y es el punto de partida del modelo de consumo o CCAPM que retomaremos más adelante.

2.2.4 Compartición del riesgo

Se considera dos inversores i y j cuyas expectativas o creencias sobre la probabilidad de ocurrencia de cada estado en el futuro coinciden. Si los precios son iguales para todos los inversores, entonces el crecimiento de la utilidad marginal también debe ser el mismo. Por tanto:

$$\beta^i \frac{u'(c_{t+1}^i)}{u'(c_t^i)} = \beta^j \frac{u'(c_{t+1}^j)}{u'(c_t^j)} \quad (1.32)$$

Si además se asume que los inversores i y j tienen la misma función de utilidad, entonces el crecimiento de sus consumos también coincide:

$$\frac{c_{t+1}^i}{c_t^i} = \frac{c_{t+1}^j}{c_t^j} \quad (1.33)$$

O bien de forma más general, las variaciones en el consumo de los inversores i y j se encuentran perfectamente correlacionadas. Esta situación conocida como perfecta

compartición del riesgo se da en mercados completos donde los inversores tienen las mismas expectativas o creencias homogéneas. En un mercado completo todos los inversores comparten los mismos riesgos en el sentido de que, si un activo sufre una caída en el precio, el impacto sobre el consumo será el mismo para todos los inversores. Esto no significa que todos los inversores tengan el mismo poder adquisitivo o nivel de consumo, sino que en un mercado perfecto los efectos de la caída los sufrirán tanto ricos como pobres en la misma medida (Cochrane, 2005).

Bajo el supuesto de perfecta compartición del riesgo se dice que la asignación del consumo es óptima en el sentido de Pareto. Suponiendo que un planificador social se encargara de maximizar la utilidad de todos los inversores en una economía a través del reparto de un determinado consumo a nivel agregado c_t^a . A continuación se plantea el problema de maximización:

$$\max \lambda_i E \sum_t \beta^t u(c_t^i) + \lambda_j E \sum_t \beta^t u(c_t^j) \quad (1.34)$$

sujeto a la condición presupuestaria $c_t^i + c_t^j = c_t^a$ donde λ_i y λ_j son los pesos o ponderaciones otorgadas por el planificador social a cada inversor para conseguir el objetivo propuesto de maximización de utilidad.

La condición de primer orden del planificador social equivale a:

$$\lambda_i u'(c_t^i) = \lambda_j u'(c_t^j) \quad (1.35)$$

Lo que lleva nuevamente a la situación de perfecta compartición del riesgo entre los inversores. Desde esta óptica, solo los riesgos o shocks agregados deben tener en cuenta en la valoración del precio de los activos ya que los riesgos de tipo idiosincrático serán

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

equitativamente compartidos entre los inversores. De hecho, solo $1/N$ de este riesgo se convertirá en shock agregado por lo que el factor de descuento realmente no se verá afectado por riesgos individuales. Aunque la realidad se aleja considerablemente del supuesto de perfecta compartición del riesgo (Cochrane, 1991; Mace, 1991), la utilidad principal de los mercados financieros para muchos inversores ha sido y sigue siendo hoy en día la de poder compartir riesgos individuales que afectan a sus negocios, familias o posesiones. Pensemos, por ejemplo, en contratos tan antiguos como el de futuros que nacen en Japón en 1600 con el objetivo de asegurarse el precio de la cosecha de arroz con el objetivo de protegerse ante una adversidad climatológica.

2.2.5 Creencias heterogéneas

En la sección anterior se asume que los inversores tienen las mismas creencias o expectativas sobre la probabilidad de ocurrencia de los diferentes estados de la naturaleza. En esta sección modificamos este supuesto para incluir a los inversores con creencias heterogéneas, aunque la función de utilidad se mantiene igual a para todos ellos. De acuerdo a Campbell (2017), el inversor j maximizaría su utilidad conforme a la siguiente expresión:

$$\max_{\{c, c(s)\}} u(c_j) + \sum_s \beta \pi_j(s) u[c_j(s)] \quad (1.36)$$

Sujeto a la restricción presupuestaria:

$$c_j + \sum_s p c(s) c_j(s) = y_j + \sum_s p c(s) y_j(s) \quad (1.37)$$

donde $\pi_j(s)$ representa la probabilidad subjetiva que el inversor j otorga a cada estado y $pc(s)$ los precios de los activos fijados por el mercado, es decir, los mismos precios para todos los inversores.

La condición de primer orden para el problema de maximización (ecuación 1.36) es:

$$\beta\pi_j(s)u'[c_j(s)] = pc(s)u'(c_j) \quad (1.38)$$

Por tanto, para cualquier estado de la naturaleza s y un inversor j tenemos que:

$$pc(s) = \frac{\beta\pi_j(s)u'[c_j(s)]}{u'(c_j)} \quad (1.39)$$

donde el precio para un estado s viene determinado por el producto entre las probabilidades subjetivas dadas por el inversor y la utilidad marginal obtenida en el estado s . Si dividimos la ecuación anterior entre las probabilidades de ocurrencia objetivas, tenemos que el factor de descuento m es igual a:

$$m(s) = \frac{pc(s)}{\pi(s)} = \left(\frac{\pi_j(s)}{\pi(s)}\right) \left(\frac{\beta u'[c_j(s)]}{u'(c_j)}\right) \quad (1.40)$$

De la ecuación 1.40 se desprende que la volatilidad del factor de descuento depende de la volatilidad de la desviación de $\pi_j(s)$ respecto a $\pi(s)$, o bien de la volatilidad de la utilidad marginal. En otras palabras, $m(s)$ depende de cuánto cambian las expectativas del inversor en relación a cada estado, y de la variabilidad de la utilidad marginal de estado en estado (Campbell, 2017). Podemos interpretar que los inversores ricos (o que más consumen) son lo que han apostado más dinero en los estados con menos

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

probabilidad de ocurrencia objetiva. Esto significa que su riqueza se debe a la combinación de un golpe de suerte y una apuesta arriesgada.

2.3 Mercados incompletos

En esta sección abandonamos la hipótesis de mercados completos para demostrar la existencia del factor de descuento estocástico en un entorno más parecido a la realidad. Si los mercados son incompletos, es decir, si los inversores no pueden cubrirse ante cualquier contingencia, entonces no existiría un factor de descuento único sino que encontraríamos multitud de ellos (Cochrane, 2005). El objetivo de esta sección es demostrar que al menos uno de ellos es positivo y cumple con la ecuación fundamental de precios $p = E(mx)$, para lo cual se exponen los argumentos conforme a los textos de Cochrane (2005) y Campbell (2017). La representación gráfica de los precios mediante el enfoque de Hansen and Richard (1987) cobrará una especial relevancia en esta sección debido a la mayor complejidad en la estructura del mercado, lo que introduce al cálculo matricial y a la representación vectorial de los activos.

2.3.1 Diagrama de estados de la naturaleza

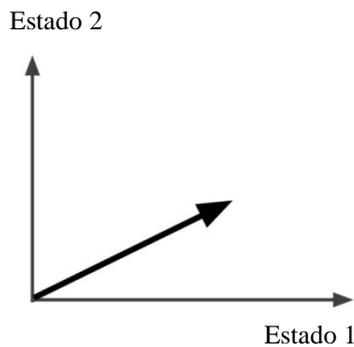
Para representar gráficamente los precios utilizamos vectores de forma que a cada estado de la naturaleza le corresponden una recompensa y un precio (Cochrane, 2005):

$$\begin{aligned} pc &= [pc(1) \quad \dots \quad pc(S)]' \\ x &= [x(1) \quad \dots \quad x(S)]' \end{aligned} \tag{1.41}$$

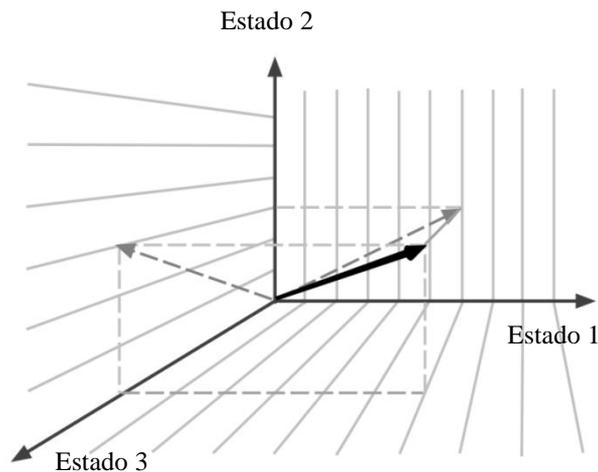
donde S representa el conjunto de estado de la naturaleza para $s = [1 \dots S]'$. En el siguiente gráfico representamos únicamente dos estados de la naturaleza R^2 donde el eje de abscisas representa la recompensa obtenida si sucede $s = 1$ y el eje de ordenadas la recompensa si sucede $s = 2$. Para la representación de tres estados de la naturaleza R^3 es necesaria la conversión de los vectores de líneas a planos, de forma que sea posible recoger las tres dimensiones.

Figura 2.1. Espacio de recompensas \underline{X} generado por una (izquierda) o dos recompensas (derecha).

Única recompensa x en R^2



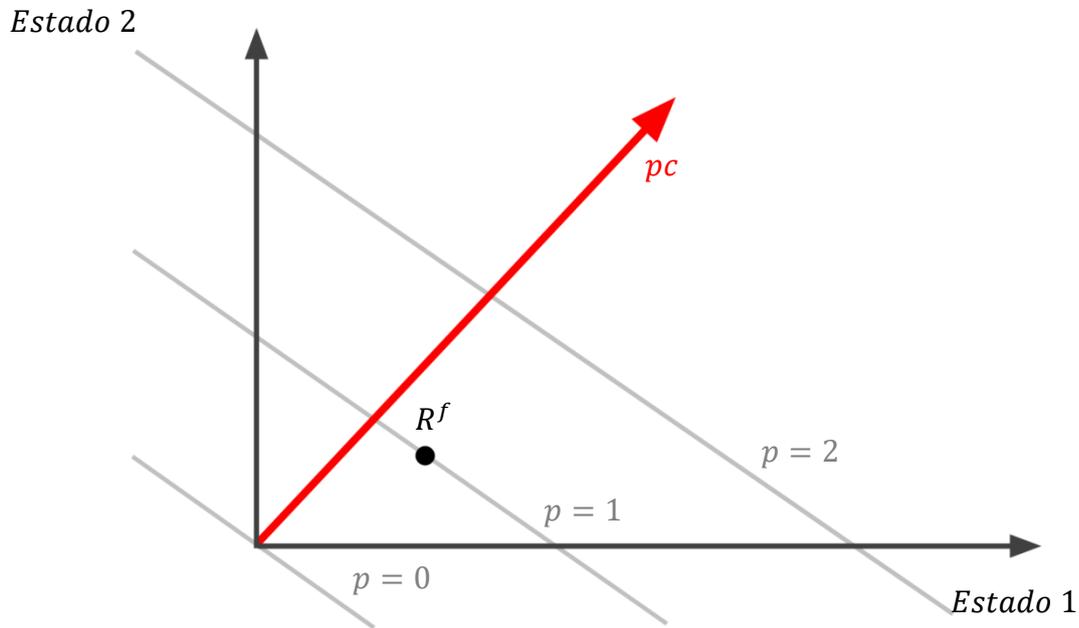
Dos recompensas x_1 y x_2 en R^3



Fuente: adaptado de Cochrane (2005).

Sabemos que el vector de precios de los derechos contingentes debe ser positivo ya que muestra la relación marginal de sustitución $m(s) = u'[c(s)]/u'(c)$ donde la función de utilidad del inversor es creciente y la utilidad marginal es siempre positiva. Como consecuencia, gráficamente el vector de precios se representará siempre en el primer cuadrante.

Figura 2.2. Precios de los derechos contingentes p_c en cada estado de la naturaleza.



Fuente: adaptado de Cochrane (2005).

Por otro lado, de la ecuación 1.22 se deduce que el precio de un activo viene dado por el producto entre su recompensa y el valor del derecho contingente. Gráficamente podemos representar los precios como hiperplanos perpendiculares al vector de derechos contingentes $pc(s)$. Por ejemplo, el primer plano $p = 0$ representa los excesos de rendimiento mientras que el plano por encima $p = 1$ representa los rendimientos entre los que naturalmente se encuentra el activo libre de riesgo R^f . Si consideramos pc y x como vectores, entonces el precio viene dado por el producto matricial entre el precio del derecho contingente y su recompensa:

$$p(x) = \sum_s pc(s)x(s) = |pc| \times |\text{proj}(x|pc)| \quad (1.42)$$

Es importante recordar que si dos vectores son ortogonales, es decir, si el punto de origen del primer vector crea un ángulo de 90° con respecto al otro vector, entonces su producto matricial es igual a cero. Precisamente esta es la razón por la que el primer plano de precios perpendicular al vector pc representa los excesos de rendimiento cuyo precio es igual a cero ($p = 0$).

2.3.2 La ley de precio único

Se define el espacio de recompensas o *payoff space* como el conjunto de todas las recompensas que el inversor puede obtener mediante la adquisición de activos. Siguiendo los textos del libro de Cochrane (2005) sobre los trabajos previos de Harrison y Kreps (1979), Ross (1978) y Rubinstein (1976), se exponen a continuación las hipótesis y teoremas para la demostración del factor de descuento en el entorno de mercados incompletos.

Hipótesis 1 (Formación de carteras) $x_1, x_2 \in \underline{X} \Rightarrow ax_1 + bx_2 \in \underline{X}$

La primera hipótesis permite a los inversores crear carteras libremente mediante la combinación lineal de activos que se encuentren en el espacio de recompensas \underline{X} . Se toma el ejemplo de un inversor cuya cartera contiene activos que cotizan en la bolsa de Nueva York. El espacio de recompensas estaría formado por todas las carteras o combinaciones lineales de los activos originales. En cambio, el espacio de recompensas del inversor sería $\underline{X} = \{c'x\}$ donde x es el vector de rendimientos y c el vector de proporciones o pesos de cada activo en la cartera.

Hipótesis 2 (Ley de un único precio) $p(ax_1 + bx_2) = ap(x_1) + bp(x_2)$

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

La segunda hipótesis permite expresar el precio de un activo como combinación lineal de otros dos activos de forma que el precio conjunto es igual al desembolso de ambos activos por separado. Siguiendo con el ejemplo anterior, el precio a pagar por adquirir la cartera del inversor neoyorquino debe ser exactamente igual al precio de los activos incluidos en la proporción en la que estos se encuentren. Este supuesto es clave para evitar la presencia en el mercado de dos activos exactamente iguales pero con precios diferentes lo que supondría una oportunidad de arbitraje o beneficio inmediato para los inversores más avisados. De esta forma, la ley de precio único describe un mercado en equilibrio en el que cualquier desajuste de precio entre activos sería rápidamente eliminado por los inversores que comprarían el activo barato y venderían el caro hasta igualar ambos precios.

Una vez establecidos los supuestos de partida a continuación se presenta la demostración algebraica de la existencia de un factor de descuento en el espacio de recompensas que satisface la ecuación $p = E(mx)$.

Dados S estados de la naturaleza y N recompensas o *payoffs* disponibles, nos encontramos en un mercado incompleto en el que $N < S$. Podemos representar el conjunto de recompensas como un vector $x = [x(1) \dots x(N)]'$ y al conjunto de precios como otro vector $p = [p(1) \dots p(N)]'$ ambos en el espacio R^N . Utilizando la hipótesis H1 relativa a la formación de carteras, podemos expresar el factor de descuento x^* como combinación lineal de los activos x pertenecientes al espacio \underline{X} :

$$x^* = c'x \quad (1.43)$$

De forma que seleccionando las proporciones adecuadas c es posible conseguir un factor de descuento que valore perfectamente los activos. O lo que es lo mismo, que el

factor de descuento cumpla igualdad $p(x) = E(xx'c)$. Despejando c en la igualdad anterior tenemos:

$$c = E(xx')^{-1}p \quad (1.44)$$

Siempre que $E(xx')$ sea una matriz no singular, c existirá y será único. A su vez, la hipótesis H2 garantiza que $E(xx')$ es no singular por lo que la existencia de x^* queda asegurada en la siguiente ecuación:

$$x^* = p'E(xx')^{-1}x \quad (1.45)$$

Es importante destacar que x^* no es la única combinación lineal que cumple $p = E(mx)$. En un mercado incompleto existen infinitos factor de descuento de la forma $m = x^* + \varepsilon$ siendo $E(x\varepsilon) = E[x(m - x^*)] = 0$. O viceversa, x^* puede ser interpretado como la proyección de cualquier factor de descuento en el espacio de recompensas. En otras palabras, es la cartera de activos disponible que mejor replica o simula el comportamiento del factor de descuento y es conocida como “*mimicking portfolio*”.

2.3.3 Ausencia de arbitraje

Una vez garantizada la existencia del factor de descuento estocástico en el entorno de mercados incompletos, en esta sección se demuestra que al menos uno de los factores de descuento es positivo. Se comienza definiendo la condición de ausencia de arbitraje para continuar con la demostración de $m > 0$ a través de dos teoremas. El primer teorema afirma que $m > 0$ implica ausencia de arbitraje. El segundo teorema utiliza la observación opuesta, afirmando que la ausencia de arbitraje asegura que $m > 0$ y la ley de precio único se cumplen.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Dado un espacio de recompensas \underline{X} y una función de precio $p(x)$ la ausencia de arbitraje garantiza con una cierta probabilidad positiva que no encontraremos recompensas positivas o iguales a cero $x \geq 0$ cuyos precios sean negativos $p(x) < 0$. En otras palabras, no se podrán obtener futuras recompensas sin incurrir en coste alguno. Los inversores deberán pagar un precio hoy por la posibilidad de obtener un beneficio mañana.

Esta condición es incluso más restrictiva que la ley de un único precio. Conforme a Campbell (2017), se toma el ejemplo de una economía cuyo mercado, completo o incompleto, ofrece un activo cuyo precio es negativo. Esto no incumpliría la ley de único precio pero sí la condición de no arbitraje ya que el inversor obtendría una recompensa inmediata sin coste alguno asociado. La oportunidad de inversión atraería enormemente a los inversores provocando un aumento en la demanda del activo. Para simular un entorno lo más realista posible en el que estudiar los precios se asume la ausencia de oportunidades de arbitraje.

Teorema 1 $m > 0$ implica ausencia de arbitraje

La ausencia de arbitraje es claramente una consecuencia directa de que el factor de descuento sea positivo, y que el factor de descuento sea positivo es el resultado de maximizar la utilidad marginal del individuo. Por tanto:

$$m(s) = \beta \frac{u'[c(s)]}{u'(c)} > 0 \quad (1.46)$$

Esta condición es indispensable para poder dar una explicación macroeconómica al comportamiento de los precios ya que asumimos que la utilidad marginal de los inversores no puede ser negativa en ningún estado de la naturaleza. En otras palabras, descartamos el caso en el que el inversor está tan saciado que renuncia a la posibilidad de poder ganar más dinero.

Formalmente, al asumir $m > 0$ sabemos que $x \geq 0$ en algunos estados de la naturaleza y en otros $x = 0$. Asimismo, $mx \geq 0$ en algunos estados de la naturaleza con probabilidad positiva y en otros $mx = 0$. Por todo ello, podemos concluir que con total seguridad $E(mx) > 0$.

Teorema 2. Ausencia de arbitraje implica $p = E(mx)$ y $m > 0$

Para la demostración del segundo teorema se utiliza la representación gráfica de los precios a través de vectores. En concreto, tenemos que demostrar que existe al menos un vector estado-precio positivo. La idea central de la demostración es que para cada plano existe una línea o vector perpendicular a él, en este caso el plano incluye precios y recompensas. De esta forma, el vector $p = 0$ sería el hiperplano que separa el primer cuadrante de recompensas positivas y el segundo cuadrante de recompensas negativas.

Se comienza con la definición del subespacio lineal Z en $R \times R^S$:

$$Z = \{(-p(x), x); x \in \underline{X}\} \quad (1.47)$$

También se define $C = R_+ \times R_+^S$ como el subconjunto de vectores no negativos en $R \times R^S$. La intersección entre los subespacios Z y C contiene únicamente el vector de ceros: $Z \cap C = \overrightarrow{\{0\}}$. El hecho de que los subespacios Z y C sean limítrofes y convexos y que Z sea un subespacio lineal en $R \times R^S$ permiten demostrar a través del “Teorema de Separación de Hiperplanos” que existe un función lineal $F: R \times R^S \rightarrow R$ tal que $F(a, b) > 0$. Como cualquier función lineal puede ser representada a través de productos matriciales por un vector, entonces existe un vector columna positivo $q \in R_{++}^S$ tal que $F(a, b) = a + q'b$. Finalmente, si $F(-p(x), x) = 0$ para todo $x \in \underline{X}$ tenemos que $p(x) = q'x$ para todo $x \in \underline{X}$.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

La clave de la demostración es la función lineal F representada por un vector positivo $(1, q)$ capaz de valorar cualquier activo x en R^S (no solo activos disponibles en \underline{X}) a través de $F(-p(x), x) = 0$ o $p(x) = q'x$. En otras palabras, siempre y cuando se cumpla la condición de ausencia de arbitraje en un conjunto observable de activos, existirá una economía de mercados completos que pueda generar los precios de nuestros activos. De hecho, existirán tantas economías de este tipo como factores de descuento estrictamente positivos (Campbell, 2017).

Finalmente, es importante remarcar que en un mercado incompleto pueden existir numerosos factores de descuento que cumplen con la ecuación fundamental de fijación de precios. Sin embargo, no todos ellos serán positivos. Por ello es tan importante la demostración de que al menos uno es estrictamente positivo.

2.4 La frontera media-varianza y el modelo de betas

Existe una larga tradición en finanzas de clasificar los activos en base a su valor medio y varianza. En la sección 1.1 vimos cómo se podía descomponer el rendimiento de un activo entre la tasa libre de riesgo y la tasa ajustada al riesgo cuyo valor es determinado por la covarianza entre el activo y el factor de descuento m . Esta sección se centra en la tasa ajustada al riesgo al objeto de identificar los factores que generan dicha rentabilidad.

2.4.1 La representación del rendimiento y el riesgo de los activos: el modelo de betas

En base a la ecuación 1.18 es posible expresar el rendimiento de un activo como:

$$E(R^i) = R^f + \left(\frac{\text{cov}(R^i, m)}{\text{var}(m)} \right) \left(-\frac{\text{var}(m)}{E(m)} \right) \quad (1.48)$$

O de manera análoga:

$$E(R^i) = R^f + \beta_{i,m}\lambda_m \quad (1.49)$$

Donde $\beta_{i,m}$ y λ_m son los parámetros de la regresión y R^f es la constante o intersección del modelo. Este es el conocido como “modelo de betas” o “*beta pricing model*” donde el rendimiento de un activo es proporcional a $\beta_{i,m}$. Mientras que λ_m es el mismo para todos los activos, ya que depende de la varianza y valor esperado de m , $\beta_{i,m}$ sí varía de activo en activo en función de su relación con m . Por ello, nos referimos a λ_m como el precio del riesgo y $\beta_{i,m}$ como la cantidad de riesgo de cada activo i . En la sección 2.1 de la presente Tesis Doctoral se describe el riesgo sistemático como aquella parte de la recompensa correlacionada con el factor de descuento estocástico, y que por tanto tiene implicaciones en el precio. Podemos comprobar mediante el modelo de betas que el rendimiento de un activo es proporcional a $\beta_{i,m}$, es decir, es proporcional a la “cantidad” de riesgo sistemático asumido. Por otra parte, el precio del riesgo λ_m es negativo ya que los rendimientos esperados se encuentran positivamente correlacionados con el crecimiento del consumo, y por tanto, negativamente correlacionados con el crecimiento en utilidad marginal.

Expresamos a continuación el modelo de betas (ecuación 1.49) reemplazando la utilidad marginal por el crecimiento en el consumo. De esta forma, siendo $m = \beta(c_{t+1}/c_t)^{-\gamma}$ tenemos que:

$$E(R^i) = R^f + \beta_{i,\Delta c}\lambda_{\Delta c} \quad (1.50)$$

$$\lambda_{\Delta c} = \gamma \text{ var}(\Delta c)$$

donde $\lambda_{\Delta c}$ es el precio del riesgo que esta vez viene determinado por la aversión al riesgo de los inversores γ y la volatilidad de su patrón de consumo o crecimiento en el consumo $\text{var}(\Delta c)$. Es decir, en ambientes de mayor incertidumbre se deberá pagar a los inversores una recompensa mayor por adquirir activos cuyas betas son altas.

2.4.2 Regresión de serie temporal y regresión de corte transversal

A continuación se explican los dos tipos de regresión más comunes utilizados para explicar rendimientos: temporal y transversal. Se parte de un modelo de betas (ecuación 1.49) generalizado para un conjunto de factores $f = a, b, \dots, F$. El objetivo del modelo es explicar la variación en los rendimientos entre activos $i = 1, 2, \dots, N$. Por ello, se denomina regresión de corte transversal:

$$E(R^i) = \gamma + \beta_{i,a}\lambda_a + \beta_{i,b}\lambda_b + \dots, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1.51)$$

Aquellos activos con betas más altas obtendrán una recompensa mayor, y viceversa. En este modelo las variables explicativas son las betas β_i mientras que γ y λ se corresponden con la intersección y la pendiente de la regresión de corte transversal. Además, al no llevar subíndice, γ y λ son iguales para todos los activos. Si existiera un activo libre de riesgo, entonces se reemplazaría $\gamma = R^f$ ya que el rendimiento libre de riesgo tiene un beta igual a cero.

A la hora de estimar las betas en la ecuación anterior, se debe utilizar una regresión de serie temporal donde los rendimientos de cada activo i son explicados por los factores

$f = a, b \dots, F$ en el tiempo $t = 1, 2, \dots, T$. Por ello, se conoce como regresión de serie temporal:

$$R_t^i = \alpha_i + \beta_{i,a}f_t^a + \beta_{i,b}f_t^b + \dots + \varepsilon_t^i, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (1.52)$$

Siendo los factores $f = a, b \dots, F$ indicadores que miden los cambios en la utilidad marginal del inversor. Aunque similares en apariencia, existe una diferencia crucial entre la regresión de corte transversal (ecuación 1.51) y de serie temporal (ecuación 1.52). Mientras que en la primera ecuación la intersección o intercepto γ es el mismo para todos los activos, en la segunda regresión dicho parámetro α_i es diferente para cada activo. Además, en la regresión de serie temporal los rendimientos R_t y los factores f_t son contemporáneos ya que el objetivo no es analizar la predecibilidad de las variables sino la exposición del activo ante diferentes riesgos en un momento t . Por ejemplo, al activo i en el momento t le corresponde una prima o compensación λ_a por cada unidad de exposición β al riesgo a . Algunos de los factores más populares para medir el riesgo del activo son el crecimiento del consumo (CCAPM) o el rendimiento sobre la cartera de mercado (CAPM).

En cuanto a los parámetros γ y λ , comunes a todos los activos, su estimación se realiza a través de una regresión de corte transversal de la siguiente forma:

$$E(R^i) = \gamma + \beta_{i,a}\lambda_a + \beta_{i,b}\lambda_b + \dots + \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1.53)$$

De nuevo, β_i son las variables explicativas del modelo mientras que γ y λ se corresponden con la intersección y la pendiente de la regresión de corte transversal. Sin embargo, a diferencia del modelo de betas (ecuación 1.51), en este caso vemos que aparecen los errores de estimación α_i . También son conocidos como errores en la estimación del precio o *pricing errors*. El modelo predice que no hay errores en la

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

estimación, es decir, $\alpha_i = 0$, por lo que estos deben ser estadísticamente no significativos en un test.

En relación a las betas β_i o variables explicativas del modelo, es importante tener en cuenta que no podemos utilizar para su estimación características específicas de un activo. Los factores deben ser un indicador fiable del crecimiento de la utilidad marginal o nivel de satisfacción que un activo proporciona a su dueño. Tomando un ejemplo de Cochrane (2005), suponga que se utilizan como factores el tamaño o ratio valor en libros-precio o *book-to-market ratio* para explicar rendimientos en base a la empíricamente probada correlación que existe entre ambos: los activos de menor tamaño tienen betas más altas que proporcionan rendimientos mayores, y viceversa. Al tratarse de características específicas del activo, estos factores no deberían tener peso alguno en la explicación de los rendimientos. De hecho si no fuera así, se podrían comprar muchos pequeños activos para formar otro de gran tamaño reduciendo así la beta de la inversión y con ello los rendimientos a pagar a los inversores. Muchos gestores encontrarían esta estrategia interesante si realmente funcionara para aumentar sus beneficios. Sin embargo, el mercado no reconoce la nueva naturaleza de la inversión. La beta seguirá siendo alta al tratarse de una agrupación de pequeños activos y no de un activo realmente grande. Por eso, se dice que las betas predominan por encima de las características de los activos de forma que el mercado compensará solo por el riesgo que las betas consigan reflejar (Cochrane, 2005).

Finalmente, es frecuente encontrar en distintos modelos de valoración que los factores seleccionados para explicar rendimientos son también rendimientos, e incluso excesos de rendimiento. Por ejemplo, en el CAPM se utiliza los rendimientos esperados de la cartera de mercado como único factor explicativo. Solo en este caso, la estimación de los parámetros λ se simplifica pudiendo realizarse directamente desde la ecuación 1.51

en lugar de a través de la regresión de corte transversal (ecuación 1.53). Cada factor tiene una beta igual a 1 consigo mismo y una beta igual a cero con el resto de factores, por lo que podemos reemplazar en la ecuación $\lambda_a = E(f^a)$. Como resultado, la ecuación de regresión cuando los factores son rendimientos sería:

$$E(R^i) = \gamma + \beta_{i,a}E(f^a) + \beta_{i,b}E(f^b) + \dots, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1.54)$$

Si además los factores son excesos de rendimiento de la forma $E(R^{ei}) = E(R^i) - R^f$, entonces no quedaría parámetros libres estimar por lo que el intercepto a_i desaparece de la regresión de serie temporal y el modelo de betas quedaría de la siguiente forma:

$$E(R^{ei}) = \beta_{i,a}E(f^a) + \beta_{i,b}E(f^b) + \dots, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1.55)$$

2.4.3 La frontera media-varianza para mercados completos

El modelo de betas nos permite explicar los rendimientos a través de la varianza del activo y de su covarianza con el factor de descuento m . Distinguíamos entre el precio del riesgo, igual para todos los activos, y la cantidad de riesgo, que depende del riesgo sistemático de cada activo. De esta forma, el rendimiento de un activo es proporcional a la cantidad de riesgo sistemático asumido, siendo la covarianza la que determina la correspondiente rentabilidad.

Al reemplazar las covarianzas por correlaciones, es posible apreciar que existen en el mercado un número limitado de combinaciones entre rentabilidad y riesgo. Utilizando la ecuación 1.17 es posible definir un rendimiento como:

$$1 = E(mR^i) = E(m)E(R^i) + \rho_{m,R^i}\sigma(R^i)\sigma(m) \quad (1.56)$$

donde si se reemplaza $R^f = 1/E(m)$:

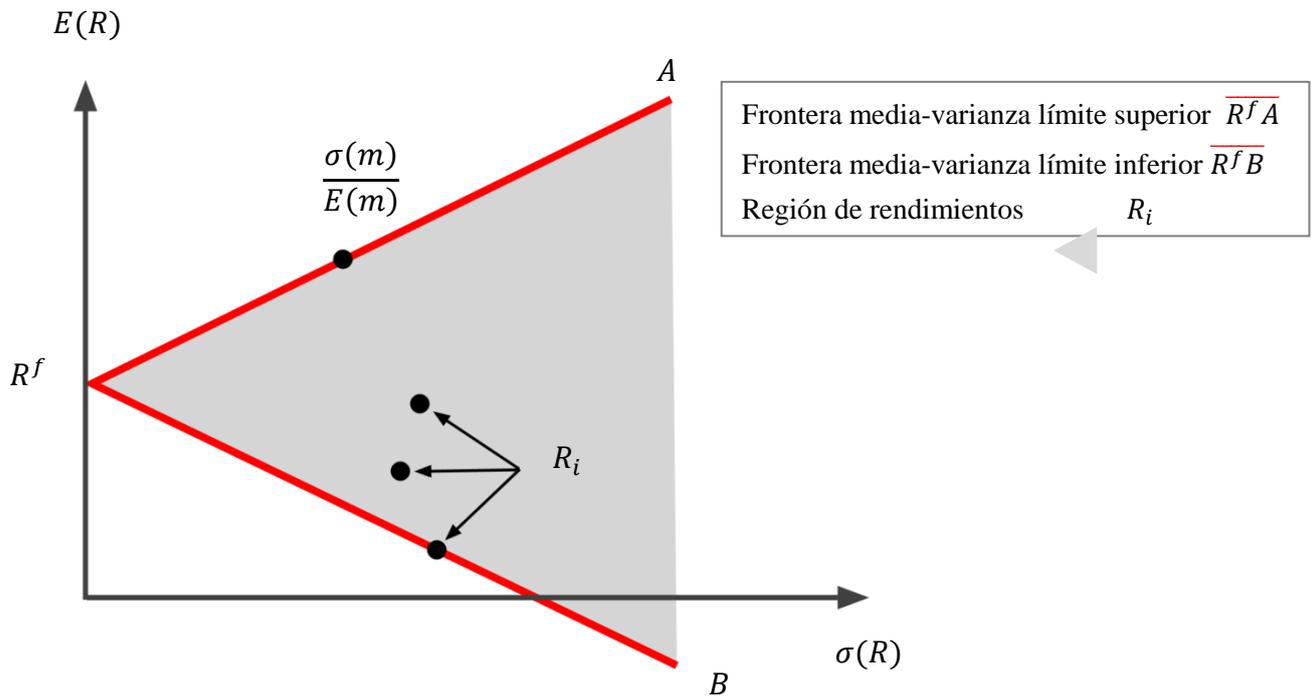
$$E(R^i) = R^f - \rho_{m,R^i} \frac{\sigma(m)}{E(m)} \sigma(R^i) \quad (1.57)$$

Los coeficientes de correlación no puede ser mayores a 1, por lo que:

$$|E(R^i) - R^f| \leq \frac{\sigma(m)}{E(m)} \sigma(R^i) \quad (1.58)$$

La figura 2.3 muestra la representación gráfica de los rendimientos de los activos en relación a su desviación típica. Todos los activos se encuentran ubicados en el interior de la cuña de acuerdo a su nivel de rentabilidad y riesgo, limitados por el coeficiente de correlación $|\rho| \leq 1$. El límite de la región en cuña es la conocida como “frontera media-varianza” y sobre ella se encuentran los activos de mínimo riesgo dado un nivel de rentabilidad. Los activos en el límite superior de la frontera guardan una correlación perfecta y negativa con el factor de descuento, y por tanto una correlación perfecta y positiva con el consumo ya que el nivel de satisfacción decrece a medida que aumenta la capacidad de consumo. Los activos sobre la frontera superior ofrecen rentabilidades más altas a costa de asumir un riesgo mayor que viene dada por la pendiente de la recta: $\sigma(m)/E(m)$ (ecuación 1.58). Por el contrario, la región inferior de la frontera representa a los activos que guardan una correlación perfecta y positiva con el factor de descuento, y perfecta y negativa con el consumo. Estos últimos proporcionan la mejor de las coberturas ante fluctuaciones en el consumo, por lo que son enormemente valiosos para los inversores.

Figura 2.3. Representación de la frontera media-varianza.



Fuente: adaptado de Cochrane (2005).

Los rendimientos situados sobre la frontera media-varianza están, además de con el factor de descuento m , perfectamente correlacionados unos con otros. Esto tiene importantes implicaciones en la generación de la frontera media-varianza ya que, dado un rendimiento conocido R^{mv} es posible generar otro rendimiento sobre la frontera de la siguiente forma:

$$R^{mv} = R^f + a(R^m - R^f) \quad (1.59)$$

siendo a una constante cualquiera y R^f el activo libre de riesgo. Cualquier rendimiento R^{mv} contiene toda la información necesaria para generar la frontera y por tanto para valorar el conjunto de activos que la forman. En otras palabras, dados R^{mv} y R^f es posible conocer el factor de descuento m .

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Finalmente, los rendimientos esperados de un activo también pueden ser representados utilizando un modelo de betas:

$$E(R^i) = R^f + \beta_{i,m}[E(R^{mv}) - R^f] \quad (1.60)$$

Este modelo de betas resulta muy conveniente ya que nos permite utilizar una sencilla línea recta para representar gráficamente el conjunto de rendimientos, donde la beta de R^{mv} es igual a 1 y el precio del riesgo $\lambda = E(R^{mv}) - R^f$.

2.4.4 La frontera media-varianza para mercados incompletos

En un mercado incompleto el conjunto de activos disponibles para generar la frontera media-varianza es menor que en un mercado completo. La cuestión que planteamos en esta sección es si ese conjunto de activos disponibles es suficiente para generar la frontera. Es decir, si existe la frontera media-varianza siendo los mercados son incompletos.

Se comienza descartando el caso de dos activos perfectamente correlacionados con distintas rentabilidades. Esta situación ofrecería la posibilidad a un inversor de obtener una rentabilidad infinita sin asumir ningún riesgo a través de una estrategia de venta al descubierto o venta en corto. También supondría un incumplimiento de la ley de único precio desarrollada en la sección 2.3, que además del factor de descuento garantiza la existencia de la frontera media-varianza. Matemáticamente, esto se traduce en que la matriz de varianzas y covarianzas no puede ser singular.

Para demostrar la existencia de la frontera media-varianza utilizamos el enfoque de Hansen y Richard (1987) basado en el espacio de recompensas que hemos estudiando

anteriormente. Para ello, definimos a continuación R^* como el rendimiento que corresponde al factor de descuento x^* cuyo precio es $p(x^*) = E(x^*x^*)$:

$$R^* = \frac{x^*}{p(x^*)} = \frac{x^*}{E(x^{*2})} \quad (1.61)$$

Sabemos también que los precios pueden ser representados como el producto matricial entre vectores:

$$p(x) = E(mx) = E[\text{proj}(m|X)x] = E(x^*x) \quad (1.62)$$

Aplicando la misma lógica es posible expresar el exceso de rendimiento R^{e*} mediante producto matricial:

$$E(R^e) = E(1 \times R^e) = E[\text{proj}(1|\underline{R^e}) \times R^e] = E(R^{e*}R^e) \quad (1.63)$$

Finalmente una vez definidos los elementos anteriores los utilizamos para expresar un rendimiento R^i de la siguiente forma:

$$R^i = R^* + w^i R^{e*} + n^i \quad (1.64)$$

donde w^i es un número cualquiera y n^i es un exceso de rendimiento que cumple con la propiedad $E(n^i) = 0$. También se conoce que los tres componentes de la ecuación son ortogonales, es decir: $E(R^*R^{e*}) = E(R^*n^i) = E(R^{e*}n^i) = 0$

La frontera media-varianza se deduce fácilmente de la ecuación anterior como:

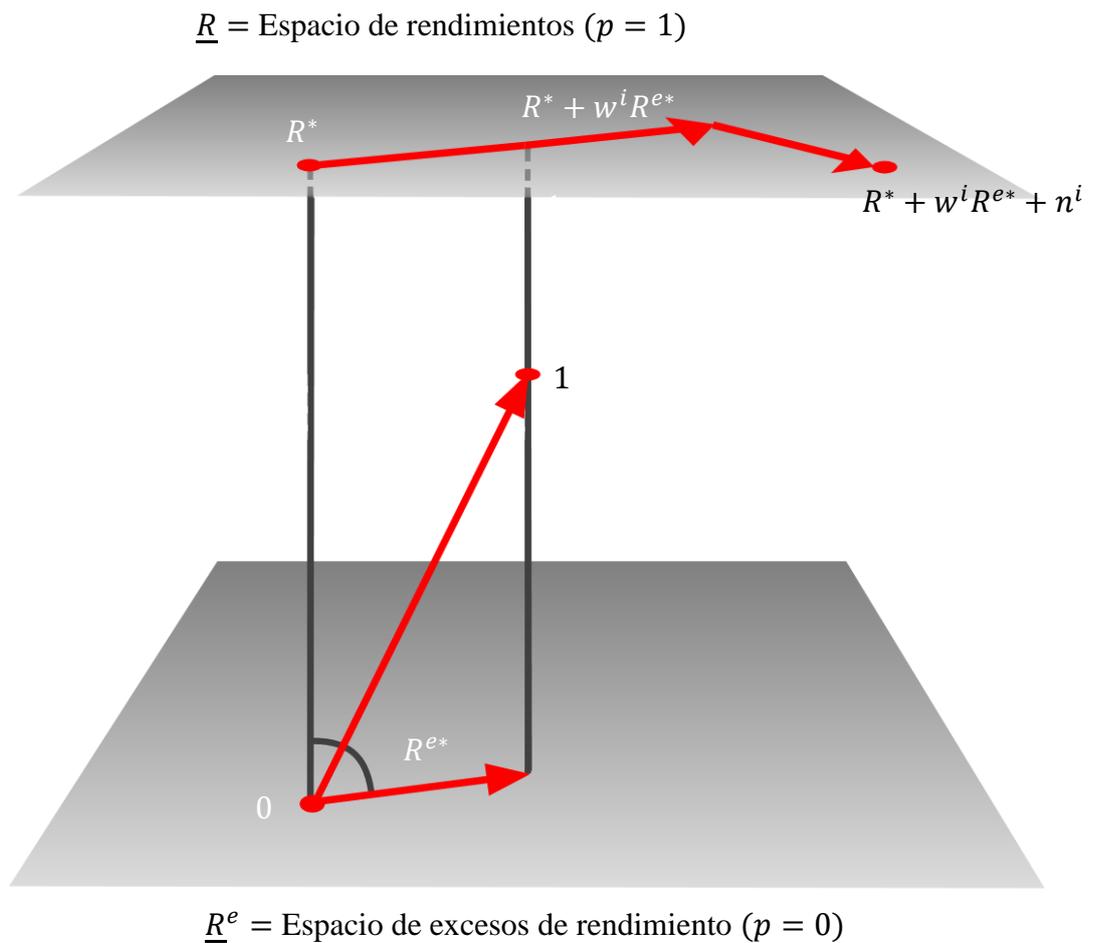
$$R^{mv} = R^* + wR^{e*} \quad (1.65)$$

De esta forma, modificando los pesos w es posible desplazarse sobre la frontera media-varianza definida como la cartera formada por R^* y R^{e*} , esta última en una determinada

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

proporción. Como R^{e*} es siempre diferente de cero, aseguramos que cada cartera situada sobre la frontera le corresponde un determinado nivel de rentabilidad y riesgo. Si $R^{e*} = 0$ nos encontramos con el caso de neutralidad al riesgo en el que la frontera dejaría de ser una línea y se resumiría en un único punto. Esta es la caracterización ortogonal de la frontera media-varianza propuesta por Hansen y Richard (1987) que, a través de un enfoque vectorial, nos permite ilustrar el “teorema de la separación” o “two-fund separation theorem”.

Figura 2.4. Descomposición ortogonal de la frontera media-varianza de Hansen y Richard (1987).



Fuente: adaptado de Cochrane (2005)

2.4.5 La pendiente de la frontera media-desviación típica y el puzle de la prima de riesgo

El ratio de excesos de rendimiento entre desviación típica, también conocido como ratio de Sharpe, tiene la siguiente forma:

$$\frac{E(R^i) - R^f}{\sigma(R^i)} \quad (1.66)$$

El ratio de Sharpe ofrece una representación más interesante de un activo ya que, al utilizar excesos de rendimiento, permite conocer la rentabilidad adicional a obtener al asumir más riesgo en la cartera. Cuando el ratio de Sharpe es máximo, es decir, maximizamos la rentabilidad dado un nivel de riesgo, este coincide con la pendiente de la frontera media-desviación típica. Los activos situados sobre la frontera tienen todos ellos la misma pendiente o ratio de Sharpe ya que la desviación típica se incrementa a la misma tasa que el rendimiento medio.

A partir de la ecuación 1.58 consideramos un rendimiento sobre la frontera cuya pendiente es igual a:

$$\left| \frac{E(R^{mv}) - R^f}{\sigma(R^{mv})} \right| = \frac{\sigma(m)}{E(m)} = \sigma(m)R^f \quad (1.67)$$

donde la volatilidad del factor de descuento $\sigma(m)$ cobra una especial relevancia. Para una mejor interpretación desde un punto de vista económico se considera la función de utilidad isoelástica o “power utility function” $u'(c) = c^{-\gamma}$:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$\left| \frac{E(R^{mv}) - R^f}{\sigma(R^{mv})} \right| = \frac{\sigma[(c_{t+1}/c_t)^{-\gamma}]}{E[(c_{t+1}/c_t)^{-\gamma}]} \quad (1.68)$$

De la ecuación anterior se deduce que $\sigma(m)$ es mayor si aumenta la volatilidad del consumo o bien si γ es mayor. Para ser más precisos en la interpretación, se asume que el crecimiento del consumo sigue una distribución logarítmica normal:

$$\left| \frac{E(R^{mv}) - R^f}{\sigma(R^{mv})} \right| = \sqrt{e^{\gamma^2 \sigma^2 (\Delta \ln c_{t+1})} - 1} \approx \gamma \sigma(\Delta \ln c) \quad (1.69)$$

Es decir, la pendiente de la frontera media-desviación típica es mayor si la economía es más turbulenta, o el consumo más volátil, o bien si los inversores son más aversos al riesgo. En ambos casos, la compensación a los inversores deberá aumentar lo suficiente como para convencerles de que asuman un riesgo extra. Esto también aplica al modelo de betas (ecuación 1.50), cuya pendiente en la representación de rendimientos frente a betas también aumentaría en ambos casos al igual que el ratio de Sharpe.

Sin embargo, la evidencia empírica parece indicar que la relación 1.69 no se cumple (Mehra & Prescott, 1985). Concretamente, utilizando datos de los últimos 50 años en Estados Unidos, el rendimiento medio de una cartera de acciones es del 9% sujeto a una desviación típica del 16%. Siendo el rendimiento de los bonos del Tesoro del 1%, el ratio de Sharpe para el mercado americano es igual a 0,5. Por otro lado, la volatilidad del consumo de bienes perecederos y servicios para el mismo periodo es aproximadamente del 1%. Sustituyendo los datos reales en la ecuación 1.69, se verifica que para que la relación se cumpla sería necesario un parámetro de aversión al riesgo igual a 50. Este es el fenómeno conocido como puzle de la prima de riesgo o *equity risk premium*. Posibles soluciones a este puzle pasarían por reconocer que los inversores son

considerablemente más aversos de lo que hemos supuesto inicialmente, o bien que los rendimientos de los últimos 50 años son extraordinariamente más altos debido a un golpe de suerte. Aunque posibles, ambas opciones distan mucho de ser realistas lo que conduce a la tercera y última opción: reconocer que el modelo no funciona correctamente. A día de hoy esta tercera opción es la que prevalece, y es lo que ha motivado y motiva la búsqueda de modelos de valoración alternativos que permitan mejorar su capacidad explicativa. A continuación resumimos brevemente las principales alternativas que existen en la actualidad para abordar el puzle de la prima de riesgo (Cochrane, 2005).

En primer lugar se encuentra la línea de investigación que apuesta por utilizar funciones de utilidad alternativas. Quizá la función o incluso las variables que se incluyen en la función no reflejan correctamente los cambios en la utilidad marginal del inversor y esta es la razón de su baja capacidad explicativa. En segundo lugar encontramos los modelos de equilibrio general que relacionan el consumo con otras variables de tipo macroeconómico como los ingresos, la inversión o el comercio. De esta forma, la condición de primer orden del inversor ya no depende exclusivamente del consumo sino de otras variables agregadas cuya estimación quizá sea más precisa. Además, este enfoque ayudaría también a comprender el comportamiento de los precios en relación a cambios en las políticas regulatorias o en la comercialización de nuevos productos financieros, por ejemplo, ya que describen el funcionamiento de la economía en su conjunto. En tercer lugar, los modelos que utilizan la hipótesis de ausencia de arbitraje para deducir el precio de un activo en base a otro activo cuyas recompensas son diferentes. La clave es asumir que el factor de descuento es positivo $m \geq 0$ en todos los estados de la naturaleza y por tanto, una vez es conocido, es susceptible de aplicación para valorar otros activos. Uno de los ejemplos más reconocidos es el modelo Black-

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Scholes de valoración de opciones que utiliza una cartera de acciones y bonos para simular las futuras recompensas esperadas y el correspondiente precio.

En cuarto y último lugar encontramos la línea de investigación relativa a modelos factoriales. En lugar de modificar la función de utilidad, este enfoque identifica aquellas variables representativas del factor de descuento m para su estimación a través de la función lineal:

$$m_{t+1} = a + b_A f_{t+1}^A + b_B f_{t+1}^B + \dots \quad (1.70)$$

Donde f^i son factores y a y b_i parámetros. Por ejemplo, el popular modelo de valoración de activos CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) utiliza este enfoque:

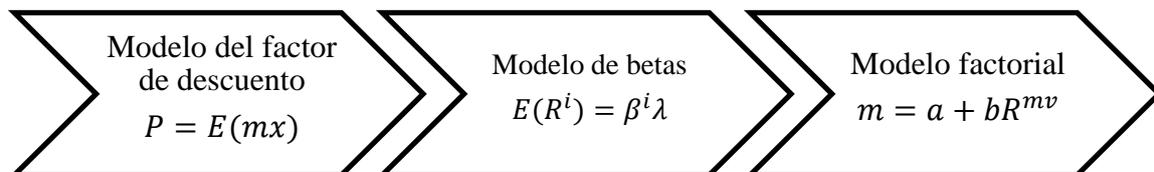
$$m_{t+1} = a + bR_{t+1}^M \quad (1.71)$$

donde R^M representa la cartera de mercado normalmente a través de un índice de mercado. Otro modelo también conocido es el APT (*Arbitrage Pricing Theory*) que analiza los factores con capacidad de predecir rendimientos en el tiempo para seleccionar aquellos de mayor relevancia, normalmente de tipo macroeconómico como la inflación o el Producto Interior Bruto (PIB) e incorporarlos a un modelo multifactorial. Para terminar es importante comentar que en ocasiones los modelos factoriales se encuentran estrechamente ligados a modelos de equilibrio general ya que incorporan como factores algunas de las variables macroeconómicas utilizadas para reemplazar al consumo.

2.5 El Teorema de la Equivalencia

El Teorema de la Equivalencia (Dybvig & Ingersoll, 1982; Hansen & Richard, 1987; Roll, 1977; Ross, 1978) demuestra que el modelo del factor de descuento, el modelo de betas y el modelo de factores son tres representaciones de los precios de los activos que convergen entre sí. Aunque el teorema es considerablemente más extenso (ver Cochrane (2005) pp.99), en esta sección nos centramos en la demostración de la equivalencia entre el factor de descuento con el modelo de betas, en primer lugar, y con el modelo factorial, en segundo lugar.

Figura 2.5. Teorema de la equivalencia



Fuente: adaptación de Cochrane (2005)

Hansen y Richard (1987) demuestran la existencia del factor de descuento estocástico a través de x^* o proyección de m sobre \underline{X} . En la sección 1.3 se define x^* como la cartera de activos disponible que mejor replica o simula el comportamiento del factor de descuento, también conocida como “*mimicking portfolio*”. Cochrane (2005) aplica la misma lógica para reemplazar $R^* = x^*/E(x^{*2})$ en un modelo de betas como factor de riesgo $E(f)$. Es importante recordar que al tratarse de un rendimiento $\lambda = E(f)$.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

En primer lugar se demuestra la equivalencia entre el modelo de descuento y el modelo de betas. El primer paso es reemplazar m por x^* en la ecuación 1.56:

$$1 = E(x^*R^i) = E(x^*)E(R^i) + \text{cov}(x^*, R^i) \quad (1.73)$$

Despejando para excesos de rendimiento tenemos que:

$$E(R^i) = \frac{1}{E(x^*)} - \frac{\text{cov}(x^*, R^i)}{E(x^*)} = \frac{1}{E(x^*)} - \frac{\text{cov}(x^*, R^i)}{\text{var}(x^*)} \frac{\text{var}(x^*)}{E(x^*)} \quad (1.74)$$

Finalmente se reemplaza $R^* = x^*/E(x^{*2})$ en la ecuación 1.74:

$$E(R^i) = \frac{E(R^{*2})}{E(R^*)} - \frac{\text{cov}(R^*, R^i)}{E(R^*)} = \frac{E(R^{*2})}{E(R^*)} + \left(\frac{\text{cov}(R^*, R^i)}{\text{var}(R^*)} \right) \left(-\frac{\text{var}(R^*)}{E(R^*)} \right) \quad (1.75)$$

O de manera equivalente:

$$E(R^i) = \gamma + \beta_{R^i, R^*} \lambda_{R^*} \quad (1.76)$$

Además, al tratarse R^* de un exceso de rendimiento es posible simplificar la fórmula de manera más conveniente donde γ es equiparable al activo libre de riesgo R^f :

$$E(R^i) = \gamma + \beta_{R^i, R^*} [E(R^*) - \gamma] \quad (1.78)$$

En segundo lugar, se demuestra la equivalencia entre el modelo de betas y el modelo factorial. Partiendo de la ecuación 1.73 y dado un rendimiento $1 = E(mR)$ se sustituyen los parámetros a y b en el modelo de la siguiente forma:

$$E(R) = \frac{1}{E(m)} - \frac{\text{cov}(m, R)}{E(m)} = \frac{1}{a} - \frac{E(Rf')b}{a} \quad (1.79)$$

siendo β_i el vector de los coeficientes de regresión:

$$\beta_i = E(ff')^{-1}E(fR^i) \quad (1.80)$$

Manipulando la fórmula anterior para despejar β tenemos que:

$$E(R) = \frac{1}{a} - \beta \frac{E(ff')b}{a} \quad (1.81)$$

A continuación se definen γ y λ :

$$\gamma = \frac{1}{E(m)} = \frac{1}{a}$$

$$\lambda = -\frac{1}{a} \text{cov}(f, f')b = -\gamma E(mf) \quad (1.82)$$

2.5.1 Implicaciones del Teorema de la Equivalencia

La demostración de la existencia de un factor de descuento capaz de valorar el conjunto de activos cuya representación es posible mediante un modelo de betas y un modelo de factores ha supuesto un antes y un después en la investigación empírica sobre valoración de activos.

Una característica distintiva del Teorema de la Equivalencia es que se cumple no solo en la valoración ex ante sino también en la valoración ex post. Es decir, las estimaciones

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

realizadas para el factor de descuento, las betas o los rendimientos son igual de válidas tanto si se utiliza una muestra de una población para su cálculo como si se basa en las probabilidades subjetivas de cada individuo. Es posible reemplazar una muestra observable de precios en la ecuación $p(x) = E(x^*x)$ para a continuación calcular la media $E(x^*x)$ de la misma muestra. De acuerdo a la ley de un solo precio, existe una cartera en la frontera media-varianza cuyos coeficientes de regresión beta se alinean perfectamente con $E(x^*x)$. Empíricamente, el éxito está garantizado sin necesidad de especificar el entorno del mercado o su estructura. Únicamente se deben escoger los factores que mejor explican los rendimientos de una muestra y demostrar que el modelo no es estadísticamente rechazable para un conjunto de carteras. Sin embargo, el hecho de que valorar una cartera utilizando una serie de factores en una muestra sea posible no significa que se obtengan los mismos buenos resultados en otra muestra diferente. Y mucho menos ayudará a conocer el precio de los activos en el futuro. Utilizando un ejemplo de Cochrane (2005), si hubiéramos comprado acciones de Microsoft en el año 1982 ahora mismo seríamos ricos pero esta información no es realmente útil para decidir cuánto invertir hoy en cada activo.

Según Cochrane (2005), a la hora de seleccionar las variables que expliquen los rendimientos debemos tener en cuenta dos aspectos. En primer lugar, debemos entender cuáles son las fuentes fundamentales de riesgo a nivel macroeconómico para escoger aquellas variables que mejor los representen. No es tan importante la cantidad de variables como la calidad, ya que cada variable debe ir acompañada de una explicación económica. El objetivo no es predecir rendimientos sino intentar explicarlos. En segundo lugar, debemos utilizar estadísticos que nos permitan comprobar la robustez del modelo tanto dentro como fuera de la muestra. A menudo nos encontramos con barreras como la disponibilidad de series largas de datos lo que limita enormemente el

estudio y desarrolla el ingenio de los investigadores. En la sección de metodología explicaremos en detalle los principales estadísticos utilizados para asegurar la robustez de los modelos de valoración de activos.

2.6 Información condicionada

La ecuación fundamental de valoración de activos (ecuación 1.83) determina los precios en función del valor esperado condicionado a la información disponible en el momento t . Es decir, el precio actual de un activo aumenta si existe información hoy (momento t) de que la recompensa a obtener mañana ($t + 1$) es mayor de lo esperado. De esta forma, expresamos la ecuación fundamental:

$$p_t = E_t(m_{t+1}x_{t+1}) \quad (1.83)$$

O de manera equivalente es posible eliminar el subíndice t de la esperanza indicando que ésta se encuentra condicionada al conjunto de información disponible I_t :

$$p_t = E(m_{t+1}x_{t+1}|I_t) \quad (1.84)$$

Si las recompensas de los activos y los factores de descuento estuvieran independiente e idénticamente distribuidos en el tiempo (i.i.d.), entonces las esperanzas condicionadas y no condicionadas coincidirían. Sin embargo, la realidad sobre la variabilidad de los precios de bonos, opciones y de los ratios como precio/dividendo parece indicar que sí existe cierta condicionalidad en las esperanzas (Cochrane, 2005).

Una forma directa de introducir esperanzas condicionadas en el modelo sería especificando las distribuciones de probabilidad condicionada de los activos y sus factores de descuento. Sin embargo, el número de parámetros a estimar por cada variable condicionada crecería exponencialmente con el número de observaciones complicando en gran medida la estimación. Al mismo tiempo, se estaría asumiendo que

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

los inversores utilizan para tomar sus decisiones la misma información condicionada que utiliza el modelo. Además de poco realista, la información incluida nunca llegaría a ser suficiente para representar los precios de manera precisa. Los precios son el resultado final del impacto diario de millones de noticias en los mercados que solo los inversores pueden conocer.

Otra forma de incluir información condicionada en el modelo es mediante la utilización de variables instrumentos en la estimación o metodología del “*conditioning down*”. Utilizando este enfoque no se tiene que realizar conjeturas sobre la información considerada por los inversores ni distribuciones de probabilidad específicas ya que la esperanza será no condicionada. A continuación se describe la metodología para seguidamente demostrar su aplicación.

2.6.1 Recompensas escaladas o *scaled payoffs*

Tomando esperanzas condicionadas en la ecuación fundamental de valoración (ecuación 1.83) de activos obtenemos:

$$E(p_t) = E(m_{t+1}x_{t+1}) \quad (1.85)$$

La técnica del *conditioning down* permite condicionar la esperanza de un inversor con acceso a un conjunto de información disponible I para un conjunto de información Ω más amplio observado:

$$p_t = E(m_{t+1}x_{t+1} | \Omega_t) \Rightarrow E(m_{t+1}x_{t+1} | I_t \in \Omega_t) \quad ; \quad p_t \in I_t \quad (1.86)$$

Además, si consideramos p como representación de $E(p_t)$ entonces la igualdad anterior es de aplicación a momentos no condicionados. De esta forma:

$$p_t = E(m_{t+1}x_{t+1} | \Omega) \Rightarrow E(m_{t+1}x_{t+1} | I \in \Omega) \quad (1.87)$$

Para la afirmación anterior hemos aplicado la ley de esperanzas iteradas que resumimos a continuación:

$$E(E_t(x_t)) = E(x)$$

$$E_{t-1}(E_t(x_t)) = E_{t-1}(x_{t+1}) \quad (1.88)$$

$$E[E(x|\Omega)|I \in \Omega] = E(x|I)$$

Adicionalmente, podemos considerar la utilización en el modelo de instrumentos z_t observados en el momento t de la siguiente forma:

$$E(p_t z_t) = E_t(m_{t+1}x_{t+1})z_t \quad (1.89)$$

La representación de los precios mediante instrumentos surge a raíz de la metodología del Método Generalizado de los Momentos o GMM y es una consecuencia directa de la gestión de carteras. Es decir, si los inversores condicionan sus decisiones a la observación de ciertas variables instrumento. Por ejemplo, si el valor del instrumento z_t es alto comprarán acciones, si el valor de z_t es bajo venderán. De esta forma, al utilizar carteras auto gestionadas o *managed portfolios* para probar el funcionamiento del modelo se estaría incluyendo información extra a través de los instrumentos sin necesidad de asumir esperanzas condicionadas.

2.6.2 Modelos condicionales y no condicionales

Cuando los parámetros de un modelo son constantes en el tiempo, o no susceptibles a cambios en la información, la versión condicionada y no condicionada del modelo son equivalentes:

$$p_t = E_t(m_{t+1}x_{t+1}) \Rightarrow E(p_t) = E(m_{t+1}x_{t+1}) \quad (1.90)$$

Sin embargo, en la mayoría de modelos de valoración como el de consumo (CCAPM) o el CAPM los parámetros sí son cambiantes en el tiempo, condicionados a cierta información disponible en cada momento. Por ejemplo, si consideramos el modelo CAPM cuyo factor explicativo es la cartera de mercado:

$$m = a - bR^M \quad (1.91)$$

siendo R^M la cartera de mercado y a y b los parámetros del modelo. Tomando dos rendimientos R^M y R^f y despejando a y b en la ecuación anterior tenemos que:

$$\begin{cases} 1 = E_t(m_{t+1}R_{t+1}^M) \\ 1 = E_t(m_{t+1})R_t^f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{R_t^f} + bE_t(R_{t+1}^M) \\ b = \frac{E_t(R_{t+1}^M) - R_t^f}{R_t^f \sigma_t^2(R_{t+1}^M)} \end{cases} \quad (1.92)$$

De lo que deducimos que a y b son positivos y cambiantes en el tiempo, al igual que $E_t(R_{t+1}^M)$, R_t^f y $\sigma_t^2(R_{t+1}^M)$ también son cambiantes en el tiempo. Esto significa que no es posible encontrar parámetros constantes a y b por lo que la versión condicionada del modelo no implica la versión no condicionada. Es decir:

$$1 = E_t(a_t - b_t R_{t+1}^M)R_{t+1} \not\Rightarrow 1 = E(a - b R_{t+1}^M)R_{t+1} \quad (1.93)$$

Sin embargo, al contrario sí es posible. La versión no condicionada del modelo implica la versión condicionada siempre y cuando se utilicen carteras autogestionadas o *managed portfolios* en las que los inversores toman sus decisiones de compra y venta en base a la observación de una serie de variables instrumento z_t .

Finalmente, es posible expresar la misma relación utilizando la representación de rendimientos frente a betas. De esta forma:

$$E_t(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_t^i \lambda_t \Leftrightarrow E_t(R_{t+1}^i) = \gamma + \beta^i \lambda \quad (1.94)$$

Al igual que en el caso anterior, si los parámetros son constantes en el tiempo entonces ambos modelos condicionados y no condicionados son equivalentes. En la representación de rendimiento frente a betas sabemos que $\lambda_t = \text{var}_t(f)b_t$. Para que el parámetro b sea constante, $b_t = b$, el precio del riesgo debe variar en la misma proporción que $\text{var}_t(f)$. Adicionalmente, existe un caso especial en este tipo de representaciones que también implica la convergencia de un modelo condicional a otro no condicional. Independientemente de que $b_t = b$, cuando la covarianza de los rendimientos con los factores es constante en el tiempo, entonces:

$$\begin{aligned} E_t(R^e) &= \beta_t' \lambda_t = \text{cov}_t(R^e, f') \text{var}_t(f)^{-1} \lambda_t = \text{cov}_t(R^e, f') E[\text{var}_t(f)^{-1} \lambda_t] \\ &= \text{cov}_t(R^e, f') \lambda \end{aligned} \quad (1.95)$$

Por tanto, salvo en las excepciones que hemos señalado, se concluye que el hecho de que un modelo sea condicional no implica necesariamente que podamos expresarlo en su versión no condicional.

2.6.3 Factores escalados o *scaled factors*

Anteriormente se planteaba el problema de cómo poder reflejar la variabilidad de los parámetros del modelo $m_{t+1} = a_t + b_t f_{t+1}$ en el tiempo. Una posible solución parcial es utilizar variables instrumento para reflejar dicha variabilidad en los parámetros, de forma que $a_t = a(z_t)$ y $b_t = b(z_t)$ donde z_t es un vector de variables observables en el momento t . Asumiendo un modelo de factores lineal en el que se utiliza un instrumento z_t es posible expresarlo de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 m_{t+1} &= a(z_t) + b(z_t)f_{t+1} \\
 &= a_0 + a_1 z_t + (b_0 + b_1 z_t)f_{t+1} \\
 &= a_0 + a_1 z_t + b_0 f_{t+1} + b_1 (z_t f_{t+1})
 \end{aligned} \tag{1.96}$$

Por tanto, un modelo de un solo factor con parámetros cambiantes en el tiempo se ha transformado en un modelo de tres factores $z_t, f_{t+1}, z_t f_{t+1}$ con parámetros constantes. Al conseguir que los parámetros no sean cambiantes es posible utilizar la versión no condicional del modelo, es decir:

$$\begin{aligned}
 p_t &= E_t[(a_0 + a_1 z_t + b_0 f_{t+1} + b_1 (z_t f_{t+1}))x_{t+1}] \Rightarrow E(p_t) \\
 &= E[(a_0 + a_1 z_t + b_0 f_{t+1} + b_1 (z_t f_{t+1}))x_{t+1}]
 \end{aligned} \tag{1.97}$$

Finalmente, cuando el número de factores e instrumentos aumenta, la expresión resultante se simplifica:

$$m_{t+1} = b'(f_{t+1} \otimes z_t) \tag{1.98}$$

utilizando el producto de Kronecker, $a \otimes b$, donde \otimes indica multiplicar cada elemento del vector a por cada elemento del vector b .

3. FUNCIONES DE UTILIDAD Y PREFERENCIAS DE LOS INVERSORES

En el presente capítulo se explican las principales funciones de utilidad y preferencias de los inversores utilizadas en el modelo del factor de descuento estocástico. La sección 3.1 estudia la función clásica de utilidad isoelástica o *power utility function* que utiliza el enfoque del inversor representativo. Sin embargo, el funcionamiento de este modelo no se ajusta perfectamente a la realidad del comportamiento de los precios lo que lleva a plantear tres puzzles: el puzzle de la prima de riesgo, el puzzle del activo libre de riesgo y puzzle de la volatilidad de las acciones. En los últimos 30 años han surgido modelos de valoración alternativos para resolver los puzzles mencionados a través de modificaciones en las preferencias de los inversores o cambios en la estructura del mercado. La sección 3.2 presenta el modelo de Campbell y Cochrane (1999) que propone la inclusión de hábitos en el consumo de los inversores. A medida que el nivel del consumo se acerca al hábito, el inversor se vuelve más averso al riesgo y por tanto demanda una rentabilidad mayor. En el modelo de hábitos los parámetros de elasticidad de sustitución intertemporal del consumo (EIS) y aversión al riesgo se encuentran vinculados, lo que convierte a la función de utilidad en no separable. En la sección 3.3 se analiza la función de utilidad recursiva o separable, en concreto el modelo de Epstein y Zin (1991), que sí permite desvincular ambas variables de forma que los inversores no son indiferentes a la resolución del riesgo. La sección 3.3 aborda el modelo de preferencias heterogéneas de Gârleanu y Panageas (2015) que modifica el perfil de los inversores manteniendo la estructura del mercado completo. Finalmente, la sección 3.4 estudia el modelo de riesgo idiosincrático (Constantinides & Duffie, 1996) que reconoce la incapacidad de los inversores para cubrirse ante cualquier riesgo y ruptura de la hipótesis de los mercados completos.

3.1 Funciones de utilidad clásicas

Se asume que existe en la economía un inversor representativo con función de utilidad isoelástica o *power utility function*:

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \quad (3.1)$$

La función isoelástica de utilidad o *power utility function*, que ha sido desarrollada en el capítulo 1, ha gozado de gran popularidad en la investigación debido a que dispone de una serie de propiedades muy convenientes para su aplicación a modelos macrofinancieros. En primer lugar, es una función invariante a cambios de escala lo que implica que los rendimientos de las acciones y el activo libre de riesgo siguen procesos estacionarios que no se ven alterados por los cambios en el crecimiento agregado de la economía. De hecho, la evidencia empírica indica que el crecimiento del consumo agregado no es estacionario (Mehra & Prescott, 1985).

En segundo lugar, la función de utilidad isoelástica permite agregar el consumo individual de una multitud de inversores heterogéneos de forma que sus decisiones de inversión para mantener óptima la composición de sus carteras permita establecer el mismo precio para cada activo al margen de la riqueza de cada individuo. Esto da lugar a la existencia de un único inversor representativo de la economía lo cual simplifica enormemente el estudio de la formación de precios y aporta robustez a los resultados. Por otro lado, es también una propiedad muy restrictiva ya que no tiene en cuenta la heterogeneidad de los inversores en la valoración de los activos.

En la función de utilidad isoelástica el parámetro γ que controla la aversión al riesgo es constante, por lo que es habitual identificarla por sus siglas en inglés CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*). De esta forma, el parámetro $1 - \gamma$ regula la elasticidad de

sustitución intertemporal o *Elasticity of Intertemporal Substitution* (EIS), es decir, cómo cambia la asignación del consumo total entre consumo presente y futuro.

La función de utilidad isoelástica implica que la utilidad marginal es igual a:

$$u'(c) = c^{-\gamma} \quad (3.2)$$

Y el factor de descuento estocástico equivale a:

$$M_{t+1} = \delta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \quad (3.3)$$

Asumiendo que el crecimiento del consumo se distribuye de acuerdo a una función logarítmica normal, podemos expresar el factor de descuento estocástico como sigue:

$$m_{t+1} = \ln \delta - \Delta \ln c_{t+1} \quad (3.4)$$

En el capítulo 2 se analiza la ecuación fundamental de precios particularizada para el caso del activo libre de riesgo. En este capítulo se retoma la expresión 1.7 asumiendo que la varianza del error condicional al consumo y a los rendimientos es constante, es decir, que ambas variables presentan homocedasticidad (Campbell, 2017). De esta forma, el activo libre de riesgo a partir de la ecuación 1.7 es igual a:

$$r_{t+1}^f = -\ln \delta + \gamma E_t(\Delta c_{t+1}) - \frac{\gamma^2 \sigma_t^2(\Delta c)}{2} \quad (3.5)$$

La ausencia de subíndice en la varianza del consumo, y como posteriormente veremos en la covarianza, se debe a que los segundos momentos condicionales y no condicionales coinciden bajo la hipótesis de homocedasticidad.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Bajo los mismos supuestos calculamos la prima de riesgo añadiendo $\sigma^2(R^i)/2$ como ajuste por la desigualdad de Jensen siguiendo la demostración de Campbell (2017):

$$E_t[R_{t+1}^i - R_{t+1}^f] + \frac{\sigma^2(R^i)}{2} = \gamma \text{cov}(R^i, \Delta c) \quad (3.6)$$

Como se deduce de la ecuación 3.6, un activo cuya covarianza con el consumo es alta tenderá a ofrecer rendimientos más bajos cuando el consumo también es bajo, o cuando la utilidad marginal es alta. De esta forma, dicho activo será considerado arriesgado por los inversores, que requerirán una compensación mayor por adquirirlo.

Una vez establecidas las ecuaciones 3.5 y 3.6 bajo los supuestos señalados, procedemos a explicar el puzle de la prima de riesgo (Mehra & Prescott, 1985). Para ello utilizaremos los resultados contenidos en Campbell (2017) que presentan evidencia empírica internacional del puzle de la prima de riesgo para una muestra amplia de mercados desarrollados. Es importante remarcar que, a diferencia del trabajo original de Mehra y Prescott (1985), se tomará para el análisis la covarianza $\text{cov}(R^i, \Delta c)$ en la ecuación 3.5 como variable exógena y por tanto estimada en la propia muestra de datos (Hansen & Singleton, 1983). Para posteriores análisis retomaremos la estimación de la covarianza de manera endógena (Mehra & Prescott, 1985) que se deriva del modelo en situación de equilibrio.

La tabla 3.1 recoge los resultados para cada país del rendimiento medio logarítmico \bar{r}^i en el mercado de acciones con periodicidad trimestral, la tasa de interés logarítmica a corto plazo \bar{r}^f , y el crecimiento logarítmico del consumo per cápita $\bar{\Delta c}$. Las tres variables anteriores son medidas en términos reales y base anualizada. Para cada una de las tres variables, la tabla 3.1 dispone a su vez de tres columnas que muestran la media, la desviación típica y el coeficiente de autocorrelación. Comenzando por la primera variable (columnas 3-5 de la tabla 3.1) podemos apreciar que el mercado de acciones

presenta altos rendimiento de media sujetos a una alta volatilidad, y se encuentran débilmente autocorrelacionados. Al contrario ocurre en el caso de los tipos de interés (columnas 6-8 de la tabla 3.1), cuyo rendimiento medio es comparativamente más bajo sujeto a una volatilidad moderada, y se encuentra positivamente autocorrelacionado. Finalmente, el crecimiento del consumo per cápita (columnas 9-11 de la tabla 3.1), es también bajo y estable de media, con coeficientes de autocorrelación que varían considerablemente para cada país.

Tabla 3.1. Rendimientos de acciones y activo libre de riesgo y crecimiento del consumo a nivel internacional.

| País | Periodo muestral | \bar{r}^i | $\sigma(r^i)$ | $\rho(r^i)$ | \bar{r}^f | $\sigma(r^f)$ | $\rho(r^f)$ | $\bar{\Delta c}$ | $\sigma(\Delta c)$ | $\rho(\Delta c)$ |
|--------------|------------------|-------------|---------------|-------------|-------------|---------------|-------------|------------------|--------------------|------------------|
| EEUU | 1947Q2-2011Q2 | 6.85 | 15.98 | 0.10 | 0.72 | 1.78 | 0.36 | 1.74 | 1.64 | 0.04 |
| Australia | 1970Q1-2011Q2 | 3.84 | 20.75 | 0.03 | 2.00 | 2.18 | 0.55 | 1.82 | 1.77 | -0.09 |
| Canadá | 1970Q1-2011Q2 | 5.47 | 17.85 | 0.15 | 2.07 | 1.64 | 0.66 | 1.69 | 1.93 | 0.07 |
| Francia | 1973Q2-2011Q2 | 7.06 | 23.10 | 0.08 | 2.08 | 1.53 | 0.74 | 1.38 | 1.80 | -0.13 |
| Alemania | 1978Q4-2011Q2 | 7.54 | 23.85 | 0.04 | 2.38 | 1.09 | 0.40 | 1.74 | 4.19 | -0.07 |
| Italia | 1971Q2-2011Q2 | 1.51 | 25.74 | 0.07 | 1.86 | 2.06 | 0.77 | 2.18 | 2.23 | 0.47 |
| Japón | 1970Q2-2011Q2 | 2.70 | 21.41 | 0.09 | 1.03 | 1.91 | 0.29 | 1.72 | 2.92 | -0.10 |
| Países Bajos | 1977Q2-2011Q2 | 8.57 | 19.76 | 0.09 | 2.29 | 1.42 | 0.45 | 1.05 | 2.21 | -0.11 |
| Suecia | 1970Q1-2011Q2 | 8.93 | 25.16 | 0.12 | 1.68 | 2.23 | 0.40 | 1.23 | 1.81 | -0.15 |
| Suiza | 1982Q2-2011Q2 | 8.14 | 20.05 | 0.01 | 0.87 | 1.32 | 0.03 | 0.75 | 1.30 | -0.22 |
| Reino Unido | 1970Q1-2011Q2 | 6.33 | 19.85 | 0.10 | 1.34 | 2.60 | 0.46 | 2.14 | 2.68 | -0.03 |

Fuente: Campbell (2017)

La tabla 3.2 utiliza los estadísticos de la tabla 3.1 para calcular el parámetro de aversión al riesgo γ implícito en la ecuación 3.6. El puzle de la prima de riesgo fue planteado originalmente por Mehra y Prescott en 1985. Los autores hallaron un exceso de rentabilidad en la prima de riesgo únicamente explicable por un parámetro de aversión al riesgo extraordinariamente alto. La tabla 3.2 recoge los cálculos necesarios para la

estimación del parámetro de aversión al riesgo. La tercera columna de la tabla 3.2 muestra la media aritmética del exceso de rendimiento logarítmico sobre el mercado de acciones \bar{r}^{ei} . Se calcula como la diferencia entre el rendimiento medio logarítmico de acciones \bar{r}^i y la tasa de interés a corto plazo \bar{r}^f (columnas 3 y 6 de la tabla 3.1, respectivamente), añadiendo además el ajuste por la desigualdad de Jensen como muestra el lado izquierdo de la ecuación 3.6. Para el cálculo de la desigualdad de Jensen se utiliza la desviación típica de los excesos de rendimiento $\sigma(r^{ei})$ (columna 4 de la tabla 3.2). La desviación típica del crecimiento del consumo $\sigma(\Delta c)$ y su correlación con los rendimientos $\rho(r^{ei}, \Delta c)$ se muestran en las columnas 5 y 6 de la tabla 3.2. Finalmente, si dividimos la parte izquierda de la ecuación 3.6 entre la covarianza entre los activos y el crecimiento del consumo, obtendremos el coeficiente de aversión al riesgo $RRA(1)$ (columna 7 de la tabla 3.2). Podemos comprobar que los coeficientes $RRA(1)$ son extremadamente altos para todos los países con la excepción de los países cuya covarianza con el consumo es negativa.

Adicionalmente, observamos que la tabla 3.2 incluye otra media de aversión al riesgo $RRA(2)$ (columna 8). La correlación entre rendimiento y crecimiento del consumo $\rho(r^i, \Delta c)$ es muy débil en la mayoría de países, lo que sugiere la estimación del parámetro de aversión asumiendo que la correlación es máxima, es decir $\rho(r^i, \Delta c) = 1$. De esta forma, la covarianza sería igual al producto de las desviaciones típicas $cov(r^i, \Delta c) = \sigma(r^i)\sigma(\Delta c)$. La columna 8 de la tabla 3.2 muestra el coeficiente de aversión al riesgo $RRA(2)$ resultante de dividir el lado izquierdo de la ecuación 3.6 entre $\sigma(r^i)\sigma(\Delta c)$. A pesar de asumir máxima correlación, podemos observar como nuevamente los parámetros $RRA(2)$ (columna 8 de la tabla 3.2) son extraordinariamente altos en la mayoría de países. Gracias a esta segunda estimación del coeficiente de

aversión al riesgo podemos descartar la correlación entre rendimientos y consumo como causante del puzle de la prima de riesgo. Esto indica que el principal responsable de este exceso de rentabilidad es la baja volatilidad en el crecimiento del consumo.

Tabla 3.2. El puzle de la prima de riesgo.

| País | Periodo muestral | \bar{r}^{ei} | $\sigma(r^{ei})$ | $\sigma(r^{ei})$ | $\rho(r^{ei}, \Delta c)$ | $RRA(1)$ | $RRA(2)$ |
|--------------|------------------|----------------|------------------|------------------|--------------------------|----------|----------|
| EEUU | 1947Q2-2011Q2 | 7.39 | 15.86 | 1.64 | 0.18 | 154.98 | 28.42 |
| Australia | 1970Q1-2011Q2 | 3.95 | 20.58 | 7.77 | -0.11 | <0 | 10.89 |
| Canadá | 1970Q1-2011Q2 | 5.01 | 17.93 | 1.93 | 0.09 | 166.97 | 14.51 |
| Francia | 1973Q2-2011Q2 | 7.68 | 23.22 | 1.80 | 0.00 | <0 | 18.34 |
| Alemania | 1978Q4-2011Q2 | 8.03 | 23.94 | 4.19 | -0.01 | <0 | 8.01 |
| Italia | 1971Q2-2011Q2 | 2.96 | 25.71 | 2.23 | 0.08 | 66.96 | 5.15 |
| Japón | 1970Q2-2011Q2 | 3.95 | 21.33 | 2.92 | 0.05 | 118.09 | 6.32 |
| Países Bajos | 1977Q2-2011Q2 | 8.22 | 19.70 | 2.21 | 0.13 | 141.29 | 18.90 |
| Suecia | 1970Q1-2011Q2 | 10.44 | 25.28 | 1.81 | 0.07 | 314.53 | 22.87 |
| Suiza | 1982Q2-2011Q2 | 9.27 | 20.01 | 1.30 | 0.07 | 483.74 | 35.60 |
| Reino Unido | 1970Q1-2011Q2 | 6.99 | 19.96 | 2.68 | -0.04 | <0 | 13.07 |

Fuente: Campbell (2017)

Un posible respuesta al puzle de la prima de riesgo es que los inversores son más aversos al riesgo de lo que intuitivamente creemos. A continuación estudiamos la relación entre el parámetro de aversión y la tasa de interés que ha dado lugar al conocido como puzle del activo libre de riesgo (Weil, 1989). Para ello vamos a descomponer la ecuación 3.5 en tres elementos:

$$r_{t+1}^f = -\ln\delta + \gamma E_t(\Delta c_{t+1}) - \frac{\gamma^2 \sigma_t^2(\Delta c)}{2} \quad (3.6)$$

El primer elemento, $-\ln\delta$, representa la preferencia temporal o impaciencia de los inversores por consumir. Cuando $\delta > 1$ los inversores prefieren consumir cuanto antes

en lugar de en un momento posterior. Por tanto, en un mundo sin incertidumbre y consumo constante, el tipo de interés libre de riesgo $R^f = 1/\beta$. El segundo término, $\gamma E_t(\Delta c_{t+1})$ surge precisamente de las variaciones en el consumo. Si existen expectativas de crecimiento en el consumo, los inversores aversos al riesgo querrán pedir prestado para hacer frente al aumento del gasto y poder así mantener un patrón de consumo estable en el tiempo. El aumento de la deuda provoca a su vez una subida de los tipos de interés. Cuando mayor sea la pendiente de la curva en la función de utilidad, es decir, cuanto más aversos al riesgo sean los inversores, mayor será su deseo de redistribuir el gasto en el tiempo de forma que puedan evitar grandes fluctuaciones en su nivel de consumo. La distribución del consumo total que realizan los inversores en el tiempo se conoce como elasticidad de sustitución intertemporal o *Elasticity of Intertemporal Substitution (EIS)*. El tercer término $-\frac{\gamma^2 \sigma_c^2(\Delta c)}{2}$ representa el efecto conocido como ahorro por precaución o *precautionary savings*. Ante la incertidumbre los inversores, recelosos de las expectativas de crecimiento, deciden guardar sus ahorros por precaución ante posibles desavenencias futuras, lo que a su vez provoca una baja en los tipos de interés.

Hemos analizado dos efectos contrarios de la aversión al riesgo sobre el consumo. En primer lugar, para niveles de aversión al riesgo bajo o moderado sería el segundo término el que domina en la ecuación provocando una subida de los tipos de interés consecuencia directa del aumento de la deuda. Ahora bien, para niveles altos de aversión al riesgo es el tercer término el que predomina en la ecuación, por lo que se produciría una caída de los tipos de interés motivada por la preferencia de los inversores hacia el ahorro. Ambos efectos sobre el tipo de interés asumen que la impaciencia o preferencia temporal $-\ln \delta$ se mantiene constante.

En la tabla 3.3 podemos observar los resultados de la estimación del parámetro $-\ln\delta$ para cada país. Los cálculos han sido realizados sustituyendo en la ecuación 3.5 los datos de la tabla 3.1 relativos a tipos de interés, crecimiento medio y desviación del consumo. Se realizan dos estimaciones de la tasa de preferencia temporal $TPR(1)$ y $TPR(2)$ que se corresponden con los coeficientes $RRA(1)$ y $RRA(2)$ de la tabla 3.2, respectivamente. De esta forma, podemos analizar cuál es el impacto de la correlación en la estimación del parámetro $-\ln\delta$. En primer lugar, podemos comprobar en la columna 9 de la tabla 3.3 que el parámetro de preferencia temporal $TPR(2)$ ajustada al coeficiente de aversión al riesgo $RRA(2)$ y a los tipos de interés \bar{r}^f es negativa para todos los países. En cambio, en el caso del coeficiente $RRA(1)$ el parámetro $TPR(1)$ es extremadamente alto y positivo al igual que los propios coeficientes de aversión al riesgo.

Aún en el caso de aceptar los resultados obtenidos en la tabla 3.3 en relación a $-\ln\delta$, el tipo de interés real seguiría siendo extremadamente sensible ante pequeños cambios en el crecimiento esperado del consumo o en la volatilidad del consumo. Asumiendo la función de utilidad isoelástica o *power utility function* y un parámetro de aversión al riesgo alto, mantener los tipos de interés en torno a valores razonables supondría un juego de equilibrio entre los dos efectos comentados de forma que la elasticidad de sustitución intertemporal y el ahorro por precaución lleguen a compensarse. Por otro lado, la evidencia empírica internacional muestra que las tasas de interés no son tan sensibles al crecimiento del consumo. Por ejemplo, en torno al año 1980 el crecimiento en el consumo de Corea del Sur era más elevado al de Estados Unidos pero no así su tipo de interés real, que se mantuvo comparativamente más bajo (Mehra & Prescott, 1985).

Tabla 3.3. El puzle del activo libre de riesgo.

| País | Periodo muestral | \bar{r}^f | $\bar{\Delta c}$ | $\sigma(\Delta c)$ | <i>RRA</i> (1) | <i>TPR</i> (1) | <i>RRA</i> (2) | <i>TPR</i> (2) |
|--------------|------------------|-------------|------------------|--------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| EEUU | 1947Q2-2011Q2 | 0.72 | 1.74 | 1.64 | 154.98 | 53.08 | 28.42 | -37.97 |
| Australia | 1970Q1-2011Q2 | 2.00 | 1.82 | 1.77 | <0 | N/A | 10.89 | -15.93 |
| Canadá | 1970Q1-2011Q2 | 2.07 | 1.69 | 1.93 | 166.97 | 236.67 | 14.51 | -18.55 |
| Francia | 1973Q2-2011Q2 | 2.08 | 1.38 | 1.80 | <0 | N/A | 18.34 | -17.80 |
| Alemania | 1978Q4-2011Q2 | 2.38 | 1.74 | 4.19 | <0 | N/A | 8.01 | -5.97 |
| Italia | 1971Q2-2011Q2 | 1.86 | 2.18 | 2.23 | 66.96 | -32.42 | 5.15 | -8.73 |
| Japón | 1970Q2-2011Q2 | 1.03 | 1.72 | 2.92 | 118.09 | 394.17 | 6.32 | -8.15 |
| Países Bajos | 1977Q2-2011Q2 | 2.29 | 1.05 | 2.21 | 141.29 | 340.11 | 18.90 | -8.86 |
| Suecia | 1970Q1-2011Q2 | 1.68 | 1.23 | 1.81 | 314.53 | 1230.28 | 22.87 | -17.84 |
| Suiza | 1982Q2-2011Q2 | 0.87 | 0.75 | 1.30 | 483.74 | 1617.47 | 35.60 | -15.24 |
| Reino Unido | 1970Q1-2011Q2 | 1.34 | 2.14 | 2.68 | <0 | N/A | 13.07 | -20.48 |

Fuente: Campbell (2017)

La tabla 3.1 también revela que los rendimientos en el mercado de acciones son considerablemente más volátiles que el crecimiento del consumo. Sin embargo, al utilizar la función de utilidad isoelástica asumimos que el crecimiento del consumo es una variable independiente e idénticamente distribuida, lo que significa que los rendimientos de los activos y el crecimiento del consumo deberían tener la misma volatilidad. La reconciliación de la teoría con la realidad es todavía más difícil si asumimos que el consumo se encuentra ligeramente y positivamente autocorrelacionado, lo que haría aumentar todavía más la prima de riesgo a medida que disminuye el parámetro de aversión. Este hecho es conocido como el puzle de la volatilidad de las acciones (Campbell, 2003) y, junto a los otros dos puzles anteriores, suponen un verdadero reto para la validación del CCAPM como modelo de valoración de activos. En los últimos 50 años se han propuesto diversas alternativas que intentan dar solución a los puzles comentados anteriormente. Algunas de ellas proponen utilizar

funciones de utilidad alternativas a la función isoelástica o *power utility function*. El modelo de utilidad recursiva (Epstein & Zin, 1991) propone la separación del parámetro de aversión al riesgo y la tasa de sustitución intertemporal (EIS), mientras que el modelo de hábitos (Campbell & Cochrane, 1999) propone introducir fluctuaciones en las preferencias de los inversores que permite añadir variabilidad al modelo que justifique el exceso de rentabilidad. Otros modelos asumen que los mercados son incompletos (Constantinides & Duffie, 1996) y que las preferencias heterogéneas de los inversores sí tienen implicaciones en el precio (Gârleanu & Panageas, 2015). En los siguientes capítulos explicaremos en detalle cada uno de los modelos mencionados.

3.2 Hábitos

Otra posible solución al puzzle de la prima de riesgo es introducir hábitos en el consumo de los inversores que modifiquen sus preferencias. La utilidad marginal del consumo depende del nivel de consumo en relación al proceso estocástico que determina el comportamiento del hábito. La distancia del consumo respecto al hábito será determinante en la actitud ante el riesgo del inversor, que será más averso al riesgo a medida que la distancia se acorte.

Considera la función de utilidad $u(C_t, X_t)$ donde X_t es el hábito. En los últimos años han surgido distintos modelos de hábitos que podemos clasificar de acuerdo a dos criterios. En primer lugar, la forma de la función de utilidad isoelástica. Abel (1990) propone la función de utilidad del ratio C_t/X_t , mientras que Constantinides (1990) Campbell y Cochrane (1999) y otros autores proponen la función de utilidad de la diferencia $C_t - X_t$. En segundo lugar, el efecto de la toma de decisiones por parte del inversor sobre el hábito. Constantinides (1990) propone un modelo en el que el hábito depende de la cantidad consumida por el individuo, que tiene en cuenta esta relación en

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

sus decisiones. Abel (1990) y Campbell y Cochrane (1999) proponen un modelo en el que el hábito depende del consumo agregado y no depende de las decisiones individuales de consumo. Los primeros se denominan modelos de hábito interno mientras que los segundos se conocen como modelos de hábito externo. A continuación comenzamos analizando el modelo de Abel (1990) para profundizar en el de Campbell y Cochrane (1999) cuyos buenos resultados y popularidad lo han convertido en el modelo de hábitos de referencia actualmente.

La elección entre C_t/X_t y $C_t - X_t$ en la función de utilidad del modelo de hábitos es relevante ya que en el primer caso la aversión al riesgo es constante y en el segundo caso la aversión al riesgo es cambiante en el tiempo. Considera la función de utilidad isoelástica de Abel (1990):

$$U_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \frac{(C_{t+j}/X_{t+j})^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \quad (3.7)$$

donde X_t determina la influencia del nivel de consumo del pasado en la utilidad actual. Por simplicidad asumiremos que el hábito X_t depende exclusivamente del logaritmo del consumo agregado y que el nivel de consumo del inversor representativo coincide con el nivel de consumo agregado:

$$X_t = C_{t-1}^k \quad (3.8)$$

donde C_{t-1} es el nivel de consumo del inversor representativo y k es el parámetro que controla el grado de dependencia de la aversión al riesgo a la tasa de sustitución intertemporal (EIS). Finalmente, en equilibrio el factor de descuento estocástico es igual a:

$$M_{t+1} = \beta \left(\frac{C_t}{C_{t-1}} \right)^{k(\gamma-1)} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \quad (3.9)$$

Asumiendo que existe homocedasticidad y que los rendimientos de los activos y el crecimiento del consumo se distribuyen de acuerdo a una función logarítmica normal, tenemos que el tipo de interés real es:

$$r_{f,t+1} = -\ln\delta - \frac{\gamma^2\sigma_c^2}{2} + \gamma E_t \Delta c_{t+1} - k(\gamma - 1)\Delta c_t \quad (3.10)$$

La ecuación 3.10 establece que el activo libre de riesgo real equivale a su valor bajo la función de utilidad isoelástica menos $k(\gamma - 1)\Delta c_t$. Es decir, manteniendo constantes el consumo de hoy y de mañana, un incremento en el consumo de ayer hace aumentar la utilidad marginal de hoy para cualquier parámetro de aversión al riesgo $\gamma > 1$. Finalmente, esto llevaría al inversor representativo a endeudarse empujando al alza los tipos de interés.

La volatilidad del activo libre de riesgo (ecuación 3.10) plantea un reto al modelo de hábitos de Abel (1990). Al utilizar preferencias no separables en el tiempo, la utilidad marginal cambia incluso cuando el patrón de consumo es estable. Esto ocurre porque los inversores toman sus decisiones en relación a su historial de consumo más reciente, de forma que en días consecutivos encontramos enormes fluctuaciones de la utilidad marginal que provocan importantes cambios en los tipos de interés.

Campbell y Cochrane (1999) argumentan que muchos aspectos del comportamiento de los precios de los activos se pueden explicar a través del enfoque del inversor representativo utilizando la función de utilidad isoelástica de la diferencia entre el consumo y el hábito en cada momento del tiempo. Para simplificar los cálculos los

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

autores asumen que el hábito es externo y que no es posible predecir la variación en el consumo por lo que el ratio consumo-riqueza es constante en el tiempo. De esta forma, el crecimiento del consumo sigue el proceso:

$$\Delta c_{t+1} = g + \varepsilon_{c,t+1} \quad (3.11)$$

donde $\varepsilon_{c,t+1}$ representa la innovación o shock que se distribuye normalmente con varianza σ_c^2 , es decir, presenta homocedasticidad.

La función de utilidad del inversor representativo adopta la siguiente forma:

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \frac{(C_{t+j} - X_{t+j})^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \quad (3.12)$$

donde X_t es el nivel del hábito, β es el factor de descuento subjetivo y γ es el parámetro que controla la pendiente de la función. De esta forma, la utilidad solo estará definida en la función cuando el consumo excede al hábito. Es conveniente expresar la relación entre hábito y consumo a través del ratio excedente de consumo:

$$S_t \equiv \frac{C_t - X_t}{C_t} \quad (3.13)$$

El ratio excedente de consumo S_t es la parte del consumo que excede al hábito y por tanto permite generar utilidad en la ecuación 3.12.

Si mantenemos constante el hábito X_t ante variaciones en el consumo C_t , entonces el coeficiente de aversión al riesgo relativo es:

$$\frac{-C u_{CC}}{u_C} = \frac{\gamma}{S_t} \quad (3.14)$$

Donde u_c y u_{cc} se corresponden con la primera y segunda derivada de la función de utilidad respecto al consumo. De esta forma, la aversión al riesgo aumenta a medida que el ratio excedente del consumo S_t disminuye, es decir, a medida que el consumo se aproxima al hábito. Esto se debe que los cambios en el consumo tienen mayor impacto en la utilidad cuando el ratio S_t es bajo. Es importante destacar que en el modelo de hábitos el parámetro γ representa la pendiente de la función de utilidad y no el coeficiente de aversión al riesgo como hemos visto en anteriores modelos.

A la hora de las preferencias es necesario especificar el comportamiento del hábito ante cambios en el consumo. Campbell y Cochrane (1999) sugieren utilizar un modelo $AR(1)$ para definir el comportamiento del hábito en el tiempo ante cambios en el consumo. Los autores definen el logaritmo del ratio excedente del consumo $s_t = \ln(S_t)$ como sigue:

$$s_{t+1} = (1 - \phi)\bar{s} + \phi s_t + \lambda(s_t)\varepsilon_{c,t+1} \quad (3.15)$$

El parámetro \bar{s} captura el valor de s_t en estado de equilibrio mientras que el parámetro ϕ regula la persistencia de s_t . La función $\lambda(s_t)$ determina la sensibilidad de s_{t+1} y por tanto del hábito x_{t+1} ante cambios en el consumo $\varepsilon_{c,t+1}$.

La puesta en práctica del modelo utilizando la ecuación 3.15 es difícil al tratarse de una función no lineal. Para facilitar su aplicación reemplazamos $s_t = \ln(1 - \exp(x_t - s_t))$ en la ecuación 3.15 y podemos expresar x_{t+1} como la siguiente función que reacciona de manera lenta y lineal al consumo logarítmico:

$$x_{t+1} \approx (1 - \phi)\alpha + \phi s_t + (1 - \phi)c_t = \alpha + (1 - \phi) \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j c_{t-j} \quad (3.16)$$

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Sin embargo, el modelo lineal (ecuación 3.16) adolece de dos defectos. Primero, cuando definimos el consumo en función del proceso exógeno de la ecuación 3.11 podría darse el caso de que el consumo sea menor al hábito, para cuyo caso la utilidad quedaría sin definir. Segundo, la utilización del modelo lineal provoca que los tipos de interés reales sean más volátiles que en el modelo no lineal (ecuación 3.15), en el que la función $\lambda(s_t)$ permite controlar o incluso eliminar dicha volatilidad.

Campbell y Cochrane (1999) definen la utilidad marginal de consumo como:

$$u'(C_t) = (C_t - X_t)^{-\gamma} = S_t^{-\gamma} - C_t^{-\gamma} \quad (3.17)$$

Y el factor de descuento estocástico:

$$M_{t+1} = \left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right)^{-\gamma} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} \quad (3.18)$$

Finalmente, el tipo de interés real expresado en logaritmos es:

$$r_{f,t+1} = -\ln\delta + \gamma g - \gamma(1 - \phi)(s_t - \bar{s}) - \frac{\gamma^2 \sigma_c^2}{2} (1 + \lambda(s_t))^2 \quad (3.19)$$

Los primeros dos términos en la igualdad derecha de la ecuación 3.19 son iguales a los de la función isoelástica en el modelo de Abel (1990). El tercer término $\gamma(1 - \phi)(s_t - \bar{s})$ representa la elasticidad de sustitución intertemporal. El cuarto término $\frac{\gamma^2 \sigma_c^2}{2} (1 + \lambda(s_t))^2$ recoge el efecto del ahorro por precaución. A medida que aumenta la incertidumbre, los consumidores son más predispuestos al ahorro provocando una disminución en los tipos de interés. Importante recalcar que lo que determina el ahorro por precaución es la incertidumbre sobre la utilidad marginal y no la incertidumbre sobre el consumo propiamente dicho. Aunque en este modelo el proceso del consumo es

homocedástico, la cercanía o lejanía del consumo con respecto al hábito sí hace aumentar o disminuir la incertidumbre sobre el consumo.

Finalmente, es interesante preguntarse qué condiciones tendrían que darse en la ecuación 3.19 para que los tipos de interés se mantuvieran estables. En primer lugar el parámetro ϕ que regula la persistencia del hábito debe tener un valor cercano a uno, ya que de esta forma se limita la fuerza del efecto sustitución intertemporal o tercer término en la ecuación. En segundo lugar, el efecto de sustitución intertemporal debe verse compensado por el efecto del ahorro por precaución o cuarto término de la ecuación si $\lambda(s_t)$ disminuye con s_t . Campbell y Cochrane (1999) calculan los parámetros de la función $\lambda(s_t)$ para que ambos efectos se compensen exactamente de forma que el tipo de interés sea constante. Haciendo esto, un cierto grado de incertidumbre en el consumo tendría un efecto más potente sobre la utilidad marginal que cuando el ratio s_t es bajo y $\lambda(s_t)$ es alto. En definitiva, esto implicaría una mayor volatilidad del factor de descuento y una mayor prima de riesgo cuando el ratio excedente del consumo es bajo.

La condición de mantener los tipos de interés estables no predetermina totalmente la función de sensibilidad $\lambda(s_t)$. Campbell y Cochrane (1999) eligen la función de forma que se satisfagan dos condiciones: (i) El hábito tomará un valor predeterminado ante variaciones infinitesimales en el consumo en estado de equilibrio, es decir, $dx/dc = 0$ cuando $s_t = \bar{s}$ y (ii) el hábito tomará un valor predeterminado ante dichas variaciones cuando se encuentre cerca del estado de equilibrio, es decir, $d(dx/dc)/ds = 0$ cuando $s_t = \bar{s}$. De esta forma, los autores consiguen que el hábito sea “lo más predeterminado posible” en el estado de equilibrio o bien cerca de él. También se aseguran que las variaciones en el consumo nunca podrán incrementar la riqueza ni tampoco reducir el

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

hábito. Campbell y Cochrane cumpliendo con las condiciones anteriores definen el ratio excedente del consumo en estado de equilibrio como función de otros parámetros del modelo:

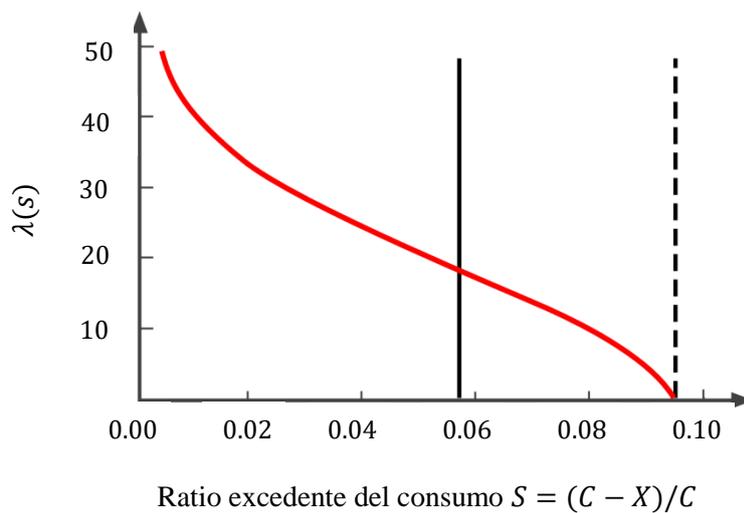
$$\bar{S} = \sigma_c \sqrt{\frac{\gamma}{1 - \phi}} \quad (3.20)$$

Y la función de sensibilidad $\lambda(s_t)$:

$$\lambda(s_t) = \frac{1}{\bar{S}} \sqrt{1 - 2(s_t - \bar{S})} - 1 \quad (3.21)$$

Para $\lambda(s_t) > 0$ o bien $\lambda(s_t) = 0$. El ratio excedente del consumo se encuentra limitado por el rango entre cero y el valor que iguala a cero la ecuación 3.21.

Figura 3.1. Función de sensibilidad del modelo de Campbell y Cochrane (1999)



Fuente: Campbell y Cochrane (1999)

La figura 3.1 representa la función de sensibilidad calibrada al cumplir con las condiciones del modelo. La función de sensibilidad disminuye con el ratio excedente de consumo, se iguala a cero en el límite superior y tiende a infinito en el límite inferior. El ratio excedente de consumo en estado de equilibrio se encuentra en el gráfico representado por una línea vertical. La derivada del hábito respecto a variaciones en el consumo dx/dc es cero en el estado de equilibrio lo que implica que siempre que el consumo se acerque o se aleje demasiado del hábito, éste se volverá más sensible a las variaciones en el consumo asegurando que se mantiene entre los límites establecidos.

Cumpliendo con las condiciones de la función de sensibilidad, las ecuaciones 3.18, 3.20 y 3.21 implican que la volatilidad del factor de descuento estocástico en relación a variaciones en el consumo es:

$$\sigma_m = \gamma\sigma_c(1 + \lambda(s_t)) = \frac{\gamma\sigma_c}{\bar{s}}\sqrt{1 - 2(s_t - \bar{s})} \quad (3.22)$$

En el estado de equilibrio $\sigma_m = \gamma\sigma_c/\bar{s}$ y si además el ratio excedente del consumo se encuentra en el límite superior entonces $\sigma_m = \gamma\sigma_c$. En este caso especial el modelo coincide con la función de utilidad isoelástica con parámetro de aversión γ . A medida que el ratio excedente del consumo se aproxima a cero, la volatilidad del factor de descuento se incrementa sin límite. Por tanto, el ratio de Sharpe en el modelo Campbell-Cochrane puede ser arbitrariamente mayor que bajo utilidad isoelástica.

Campbell y Cochrane (1999) calibran el modelo de hábitos ajustado al mercado americano en el periodo de la posguerra y frecuencia trimestral. Estiman la media de crecimiento del consumo $g = 1,89\%$ y la desviación típica anual $\sigma_c = 1,50\%$. Establecen un parámetro de persistencia $\phi = 0,87$ y $\gamma = 2$, lo que implica que en el estado de equilibrio, $\bar{s} = 0,057$ tal y como aparece indicado en la figura 3.1.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Finalmente, el factor de descuento $\delta = 0,89$ da como resultado un tipo de interés real por debajo del 1% al año.

En relación a la prima de riesgo, los autores calculan un parámetro de aversión al riesgo $\gamma/\bar{S} = 2/0,057 = 35$ y ratio de Sharpe $\sqrt{2(1 - 0,87)} = 0,51$. Como podemos apreciar, el modelo no resuelve el puzle de la prima de riesgo ya que, adolece de los mismos defectos que la utilidad isoelástica al utilizar un parámetro de aversión excesivamente alto para explicar los rendimientos. Sin embargo, el modelo de hábitos de Campbell-Cochrane sí consigue resolver el puzle del activo libre de riesgo al conseguir mantenerlo en niveles bajos y estables. La clave de su éxito es conseguir que la aversión al riesgo cambie en relación al nivel de consumo. La variación en el tiempo del parámetro provoca movimientos predecibles en los excesos de rendimiento de los activos permitiendo al modelo alcanzar la volatilidad de los activos aunque el patrón de consumo sea estable. Al tiempo que la prima de riesgo es alta y los precios bajos, se producen una serie de caídas en el consumo que provocan que se acerque peligrosamente al hábito. Este efecto anticíclico en la prima de riesgo es consistente con la evidencia empírica hallada por Fama y French (1989).

3.3 Utilidad recursiva y el modelo de Epstein y Zin

La función de utilidad isoelástica dispone de la propiedad de invariabilidad a cambios en la escala. Esta propiedad tiene importantes implicaciones sobre la prima de riesgo y el tipo de interés, que se comportan como procesos estacionarios a pesar de que la economía se encuentre en crecimiento. Un proceso estocástico estacionario es aquel cuya distribución de probabilidad varía de forma más o menos constante a lo largo de cierto periodo de tiempo, mientras que un proceso no estacionario varía de forma no contante. Sin embargo, entre las desventajas de la función isoelástica encontramos que

el parámetro de aversión al riesgo y la tasa de sustitución intertemporal (EIS) se encuentran relacionados de manera recíproca, es decir, no es posible aumentar la aversión al riesgo sin provocar la disminución en EIS. Precisamente para valores bajos de EIS encontramos que las tasas de interés no se ajustan a la realidad (Weil, 1989). Esta condición de no separabilidad entre ambas variables impide la resolución del puzle de la prima de riesgo por lo que algunos autores sugieren la utilización de funciones de utilidad que permitan la separación de ambos parámetros.

Epstein y Zin (1991) consiguen desvincular los parámetros de aversión al riesgo y EIS y proponen una función de utilidad separable basada en los trabajos previos realizados por Kreps y Porteus (1978) La función de utilidad de Epstein-Zin se engloba dentro del tipo de preferencias conocidas como recursivas de la forma:

$$U_t = f(C_t, \mu(U_{t+1})) \quad (3.23)$$

donde $f(\cdot)$ es una función de agregación que evalúa los intercambios entre el presente y el futuro, y $\mu(\cdot)$ es una función equivalente cierto que determina la actitud ante el riesgo. De esta forma, la función de utilidad Epstein-Zin asigna a $f(\cdot)$ la forma de equivalente cierto y a $\mu(\cdot)$ la forma isoelástica para mantener la propiedad de invariabilidad a cambio de escala mencionada anteriormente. De esta forma:

$$U_t = \left\{ (1 - \beta) C_t^{1 - \frac{1}{\psi}} + \beta (E_t U_{t+1}^{1-\gamma})^{\frac{1 - \frac{1}{\psi}}{1 - \gamma}} \right\}^{\frac{1}{1 - \frac{1}{\psi}}}$$

$$= \left\{ (1 - \beta) C_t^{\frac{1-\gamma}{\theta}} + \beta (E_t U_{t+1}^{1-\gamma})^{\frac{1}{\theta}} \right\}^{\frac{\theta}{1-\gamma}}$$

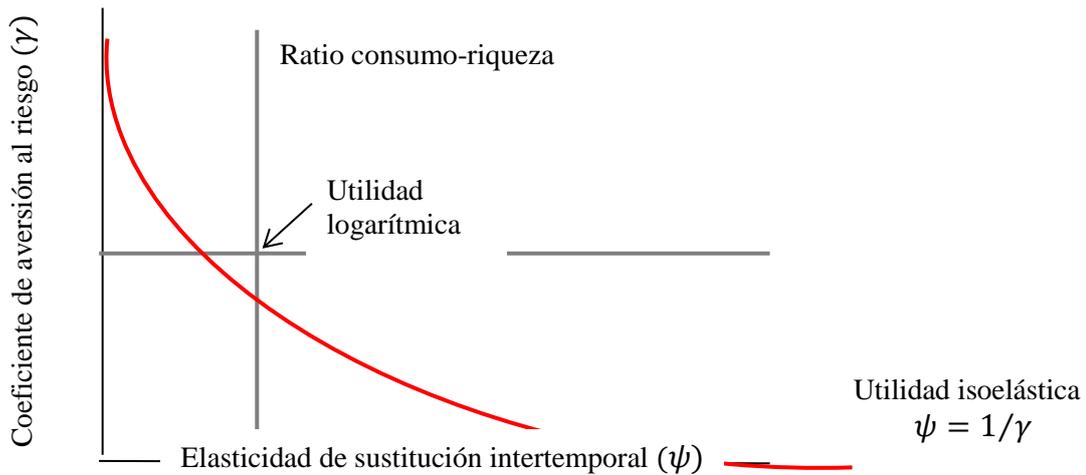
(3.24)

Donde γ es el parámetro de aversión al riesgo, ψ es la elasticidad de sustitución intertemporal y $\theta \equiv (1 - \gamma)/(1 - 1/\psi)$. Cuando $\gamma = 1/\psi$ el parámetro $\theta = 1$ y la función recursiva se convierte en lineal, es decir, retornamos a un modelo de utilidad isoelástica no separable. Para $\psi \rightarrow 1, \theta \rightarrow \infty$ la función de Epstein-Zin se simplifica considerablemente de la forma:

$$U_t = C_t^{1-\beta} (E_t U_{t+1}^{1-\gamma})^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \quad (3.25)$$

La figura 3.2 representa gráficamente las preferencias de Epstein-Zin a través de los parámetros de aversión al riesgo γ , representado en el eje de ordenadas, y la elasticidad de sustitución intertemporal ψ , en el eje de abscisas. La hipérbola representa la función isoelástica para el caso $\gamma = 1/\psi$. Los casos $\psi = 1$ y $\gamma = 1$ coinciden con la recta vertical y horizontal, respectivamente también son importantes. Cuando $\psi = 1$ el ratio consumo-riqueza es constante, mientras que cuando $\gamma = 1$ el horizonte de inversión no tiene ningún efecto sobre la elección de la cartera. Se conoce este último caso como elección de cartera miope. El punto de intersección de todas las líneas del gráfico es el caso concreto de utilidad logarítmica donde $\psi = \gamma = 1$.

Figura 3.2. Representación del espacio paramétrico de Epstein y Zin.



Fuente: adaptado de Campbell (2017).

Los individuos con preferencias del tipo Epstein-Zin no son indiferentes al momento de la resolución del riesgo. Cuando nos encontramos por encima de la hipérbola en la figura 3.2, es decir, cuando $\gamma > 1/\psi$, los agentes sienten una mayor preocupación por la incertidumbre o riesgo que por la variación prevista en el consumo. Por tanto, ellos prefieren que el riesgo se resuelva cuanto antes ya que de esta forma el riesgo se transformará en variación del consumo que pueden gestionar. Bansal y Yaron (2004) consiguen aplicar de manera exitosa preferencias del tipo Epstein-Zin en una economía en la que el crecimiento esperado del consumo presenta un componente persistente en el tiempo. Los autores consiguen obtener resultados razonables de la prima de riesgo y los tipos de interés para los casos $\psi = 1$ o $1,5$ y $\gamma = 7,5$ o 10 . Sin embargo, Epstein et al. (2014) sostienen que para valores de aversión al riesgo y EIS por encima de la hipérbola, los inversores mostrarían una predisposición a pagar por la resolución del riesgo que es poco realista.

Al contrario, si $\gamma < 1/\psi$ entonces nos encontramos por debajo de la hipérbola en la figura 3.2 y los agentes mostrarían preferencia por la resolución de la incertidumbre lo más tardía posible.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Aunque nos hemos referido a la función de utilidad de Epstein-Zin como separable, ya que permite desvincular los parámetros de aversión al riesgo y EIS, lo cierto es que esta función es no separable en el tiempo. Esto implica que debemos expresar la condición de primer orden del inversor para maximizar la utilidad en tiempo discreto. Para ello utilizamos la representación mediante derechos contingentes o *contingent claims* referenciados en el capítulo 1. El inversor maximizaría su utilidad de acuerdo a:

$$\beta\pi(s)u'[c(s)] = pc(s)u'(c) \quad (3.26)$$

donde $\pi(s)$ es la probabilidad de ocurrencia y $pc(s)$ es el precio del derecho contingente en el estado s de la naturaleza. La parte a la derecha en la igualdad anterior corresponde al incremento marginal en la utilidad del inversor causada por la compra de una unidad adicional del derecho contingente en el estado de la naturaleza s . La parte izquierda de la igualdad corresponde a la pérdida de utilidad del inversor causada por la reducción del consumo. En el nivel óptimo, ambos efectos marginales provocados por la adquisición del derecho contingente deben compensarse.

Asumiendo preferencias del tipo Epstein-Zin (ecuación 3.24) y sabiendo que $pc(s) = m(s)\pi(s)$ (ecuación 3.26), la condición de primer orden del inversor sería igual a:

$$\begin{aligned} M_{t+1} &= \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\psi}} \left(\frac{U_{t+1}}{E_t(U_{t+1}^{1-\gamma})^{\frac{1}{1-\gamma}}} \right)^{-\left(\gamma - \frac{1}{\psi}\right)} \\ &= \beta \Gamma_t \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{U_{t+1}}{C_{t+1}} \right)^{-\left(\gamma - \frac{1}{\psi}\right)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

donde:

$$\Gamma_t = E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{1-\gamma} \left(\frac{U_{t+1}}{C_{t+1}} \right)^{1-\gamma} \right]^{\frac{1-\theta}{\theta}} \quad (3.28)$$

La primera igualdad de la ecuación 3.27 muestra que la utilidad marginal en el momento $t + 1$ se ve afectada no solo por los cambios esperados en el consumo C_{t+1} sino también por los cambios esperados en la utilidad U_{t+1} . Nos referimos a U_{t+1} con el término “valor de continuación” o “*continuation value*” ya que hace referencia a la agregación de la utilidad en periodos futuros. La segunda igualdad de la ecuación 3.27 agrupa los términos conocidos en el momento t y cambiantes en el tiempo en la variable Γ_t . En el caso donde $\gamma = 1/\psi$, o bien $\theta = 0$, la variable Γ_t desaparece simplificando la ecuación 3.27.

Sin embargo, el factor de descuento estocástico en la ecuación 3.27 no se puede utilizar empíricamente ya que la utilidad de continuación U_{t+1} no es observable. Epstein y Zin (1991) proponen reemplazarlo por el crecimiento del consumo y el rendimiento de la cartera de mercado, ambas observables, utilizando la restricción presupuestaria intertemporal definida como:

$$W_{t+1} = (1 + R_{M,t+1})(W_t - C_t) \quad (3.29)$$

donde W_{t+1} es la riqueza del inversor representativo y $(1 + R_{M,t+1})$ es el rendimiento bruto de la cartera de mercado. Esta limitación presupuestaria se ajusta perfectamente a la hipótesis de mercados completos donde la riqueza incluye tanto capital humano como financiero.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Asumiendo esta restricción presupuestaria, Epstein y Zin (1991) redefinen el factor de descuento estocástico como:

$$M_{t+1} = \left(\beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\psi}} \right)^{\theta} \left(\frac{1}{1 + R_{M,t+1}} \right)^{1-\theta} \quad (3.30)$$

Tomando logaritmos y utilizando la tilde para indicar cambios o innovaciones tenemos que:

$$\tilde{m}_{t+1} = -\theta \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{\psi} \right) - (1 - \theta) \tilde{r}_{M,t+1} \quad (3.31)$$

El logaritmo del factor de descuento se encuentra negativamente relacionado con el crecimiento del consumo dividido entre ψ y con el rendimiento sobre la cartera de mercado. Ambos términos se encuentran combinados en una media ponderada por los pesos θ y $(1 - \theta)$, respectivamente. En el caso donde los parámetros $\gamma = 1/\psi$ y $\theta = 1$ volvemos a la función de utilidad isoelástica y la ecuación 3.31 equivale al modelo de consumo CCAPM.

Asumiendo que los rendimientos de los activos y el consumo son homocedásticos y se distribuyen de acuerdo a la función logarítmica normal, la ecuación 3.31 implica que el tipo de interés libre de riesgo es:

$$r_{f,t+1} = -\ln\beta + \frac{1}{\psi} E_t(\Delta c_{t+1}) - \frac{\theta}{2\psi^2} \sigma_c^2 + \frac{\theta - 1}{2} \sigma_w^2 \quad (3.32)$$

donde σ_c^2 es la varianza de la innovación sobre el consumo y σ_w^2 es la varianza de la innovación sobre el rendimiento de la riqueza. En el caso especial $\psi = 1$ entonces:

$$r_{f,t+1} = -\ln\beta + E_t(\Delta c_{t+1}) - \left(\gamma - \frac{1}{2}\right)\sigma_c^2 \quad (3.33)$$

En la ecuación 3.33 el activo libre de riesgo depende linealmente del parámetro de aversión γ . Este último caso permite explicar el puzle de la prima de la prima de riesgo utilizando preferencias de tipo Epstein-Zin ya que la tasa de sustitución intertemporal se mantiene en valores iguales o cercados a la unidad al incrementar el parámetro de aversión al riesgo. En este modelo $\gamma > 1/\psi$ por lo que existe preferencia por la resolución temprana de la incertidumbre.

Finalmente, la prima de riesgo incluyendo la cartera de mercado se puede obtener a partir de la ecuación 3.32:

$$E_t(r_{t+1}) - r_{f,t+1} + \frac{\sigma_i^2}{2} = \theta \frac{\sigma_{ic}}{\psi} + (1 - \theta)\sigma_{iw} \quad (3.34)$$

donde σ_{ic} y σ_{iw} se corresponden con las covarianzas entre las innovaciones sobre los rendimientos del activo i , y el crecimiento del consumo y los rendimientos de la riqueza, respectivamente. De nuevo, si el parámetro $\theta = 1$ el modelo equivale al CCAPM y función de utilidad isoelástica.

Aunque la condición presupuestaria (ecuación 3.39) permite simplificar y evaluar el funcionamiento del modelo de Epstein-Zin en la realidad, también limita considerablemente el comportamiento del consumo en relación al nivel de riqueza del individuo. Las innovaciones en el consumo están ligadas a las innovaciones en la riqueza de la misma forma que la covarianza del consumo σ_{ic} se encuentra vinculado a la covarianza de la riqueza σ_{iw} . Existe una versión extendida del modelo de consumo que sí permite desvincular ambas variables de forma que, a diferencia de la ecuación

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

3.34, para el caso $\psi = 1$ y $\gamma \neq 0$ tenemos que θ tienden a infinito. Los modelos que utilizan la versión extendida del modelo de consumo asumiendo la existencia de único inversor representativo con preferencias del tipo Epstein-Zin han logrado una gran popularidad en los últimos años. El éxito de estos modelos, conocidos como modelos de riesgo a largo plazo, se debe a que consiguen explicar conjuntamente el puzle de la prima de riesgo, el puzle del activo libre de riesgo y el puzle de la volatilidad, utilizando un nivel de aversión al riesgo moderado y un parámetro EIS mayor a la unidad. El consumo agregado se comporta de manera persistente y presenta heterocedasticidad condicionada, es decir, la varianza de los errores deja de ser constante en todas las predicciones. La literatura en este campo de investigación es voluminosa destacando los trabajos empíricos de Bansal y Yaron (2004), Hansen et al. (2008) y Bansal et al. (2012) elaborados a partir de la primera contribución de Kandel y Stambaugh (1991).

3.4 Modelos de preferencias heterogéneas

Gârleanu y Panageas (2015) estudian las implicaciones en el precio de la heterogeneidad en las preferencias de los inversores. Bajo la hipótesis de mercados completos, los autores modifican el perfil de los inversores con preferencias recursivas a través de los parámetros de aversión al riesgo y elasticidad de sustitución intertemporal (EIS). Gârleanu y Panageas consideran una economía formada por dos tipos de inversores A y B . Los inversores tipo A tienen un coeficiente de aversión al riesgo γ^A mientras que los inversores tipo B tienen un coeficiente de aversión al riesgo γ^B . Esta distinción permite caracterizar al inversor de acuerdo a sus preferencias sin modificar la estructura del mercado, lo que simplifica en gran medida los cálculos para resolver el problema de optimización del consumo.

Gârleanu y Panageas (2015) comienzan con un modelo en tiempo continuo, en el que los inversores optimizan su consumo:

$$E_t \int_t^\infty e^{-(\delta^i + \pi)(u-t)} \frac{c_{u,t}^{1-\gamma^i}}{1-\gamma^i} du \quad (3.35)$$

donde γ^i es el parámetro de aversión al riesgo y δ^i recoge la impaciencia del inversor $i \in \{A, B\}$. En cada momento del tiempo los agentes existentes se enfrentan a una tasa de mortalidad constante π . En términos generales, $\gamma^A < \gamma^B$ por lo que los agentes tipo A son menos aversos al riesgo que los agentes tipo B. En la economía existe una fracción v de agentes tipo A y una fracción $1 - v$ de agentes tipo B.

Los agentes nacidos en el momento t maximizan su consumo:

$$\max_{c_{u,t}} E_t \left\{ \int_t^\infty e^{\pi(u-t)} \left(e^{-(\delta^i + \pi)(u-t)} \frac{c_{u,t}^{1-\gamma^i}}{1-\gamma^i} du - \lambda H_u c_{u,t} \right) du \right\} + \lambda \frac{1}{\pi} H_t P_{t,t} \quad (3.36)$$

Sujeto a la siguiente restricción presupuestaria:

$$E_t \int_t^\infty e^{-\pi(u-t)} \frac{H_u}{H_t} c_{u,t}^i du = \frac{1}{\pi} P_{t,t} \quad (3.37)$$

donde H_t es el factor de descuento estocástico asociado y $\frac{1}{\pi} P_{t,t}$ es la dotación de acciones que los agentes reciben en el momento t .

La condición de primer orden resultante del problema de optimización anterior es:

$$e^{-\delta^i(u-t)} c_{u,t}^{-\gamma^i} = \lambda H_u \quad (3.38)$$

La ecuación 3.38 implica que $c_{t,t}^{-\gamma^i} = \lambda H_t$ y por tanto el crecimiento del consumo del agente tipo i es:

$$\frac{c_{u,t}^i}{c_{t,t}^i} = e^{-\frac{\delta^i}{\gamma^i}(u-t)} \left(\frac{H_u}{H_t} \right)^{-\frac{1}{\gamma^i}} \quad (3.39)$$

Si nos fijamos en el lado derecho de la ecuación 3.39 podemos comprobar que todos los consumidores del tipo i que pertenezcan a la generación nacida en el momento t tienen el mismo crecimiento del consumo entre los momentos u y t . Esto confirma que si los mercados son completos existe perfecta compartición del riesgo entre los inversores pertenecientes a la misma generación.

A continuación expresamos la parte del consumo correspondiente al inversor i en el momento t :

$$x_t^i \equiv \frac{v^i \int_{-\infty}^t \pi e^{-\pi(t-s)} c_{t,s}^i ds}{D_t} \quad (3.40)$$

donde D_t es la dotación de capital total de la economía. Cuando $i = A$ entonces $v^i = v$ y $v^i = 1 - v$ cuando $i = B$. La condición de equilibrio del mercado es:

$$x_t^A + x_t^B = 1 \quad (3.41)$$

Finalmente sustituyendo 3.40 en 3.41 tenemos que:

$$x_t^i \equiv \frac{H_t^{-\frac{1}{\gamma^i}} \times v^i \int_{-\infty}^t \pi e^{-\pi(t-s)} c_{s,s}^i e^{-\frac{\delta^i}{\gamma^i}(t-s)} H_s^{\frac{1}{\gamma^i}} ds}{D_t} \quad (3.42)$$

La ecuación 3.42 muestra la relación entre el consumo del agente i y el factor de descuento estocástico H_t dado por:

$$\frac{dH_t}{H_t} = -r_t dt - \kappa_t dB_t \quad (3.43)$$

donde r_t es el tipo de interés y κ_t es el precio del riesgo o ratio de Sharpe. Aplicando el Lema de Ito a la ecuación 3.42 y sustituyendo en la ecuación 3.43 se demuestra que x_t^i sigue un proceso de Markov en tiempo continuo de la forma $dx_t^i = \mu_t^i dt + \sigma_x^i dB_t$ donde:

$$\sigma_x^i = \left(\frac{\kappa_t}{\gamma^i} - \sigma_D \right) x_t^i \quad (3.44)$$

La condición de equilibrio del mercado (ecuación 3.41) implica que $\sigma_x^A + \sigma_x^B = 0$. Esto significa que cualquier movimiento en el consumo del agente tipo A es compensado por el mismo movimiento en la dirección opuesta en el consumo del agente tipo B . Combinando 3.41 y 3.44 tenemos que el ratio de Sharpe es igual a:

$$\kappa_t = \left(\sum_{i \in \{A,B\}} x_t^i (\gamma^i)^{-1} \right)^{-1} \times \sigma_D \quad (3.45)$$

La ecuación 3.45 muestra que el ratio de Sharpe es proporcional a la media armónica de las aversiones al riesgo de ambos tipos de agentes multiplicado por la volatilidad de la variación en la dotación de capital total de la economía σ_D .

Finalmente, sustituyendo 3.45 en 3.44:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$\sigma_x^i = \sigma_D \times \left(\frac{(\gamma^i)^{-1}}{\sum_{i \in \{A,B\}} x_t^i (\gamma^i)^{-1}} - 1 \right) x_t^i \quad (3.46)$$

La ecuación 3.46 muestra que x_t^A es procíclico y x_t^B es anticíclico. Dada la hipótesis de partida $\gamma^A < \gamma^B$, cuando $i = A$, el término entre paréntesis en la ecuación 3.46 es positivo, y negativo cuando $i = B$. Por tanto, un aumento en la dotación total de capital de la economía provocará un incremento en el consumo del agente tipo A y una disminución en el consumo del agente tipo B . El carácter procíclico del consumo de los agentes menos aversos al riesgo implica que el ratio de Sharpe es contracíclico, es decir, que disminuye a medida que aumenta el peso relativo en el consumo de los agentes tipo A . A través del parámetro de aversión al riesgo Gârleanu y Panageas consiguen vincular los cambios en la distribución de la riqueza y el carácter contracíclico del ratio de Sharpe, una característica básica de la mayoría de modelos con preferencias heterogéneas.

Gârleanu y Panageas (2015) también plantean el modelo de preferencias heterogéneas en el caso de utilidad recursiva donde, no solo la aversión al riesgo sino también la elasticidad de sustitución intertemporal (EIS), es diferente para cada inversor. En concreto, los agentes tipo A con aversión al riesgo γ^A tienen un parámetro EIS $(1 - \alpha^A)^{-1}$, mientras que los agentes tipo B con aversión γ^B tienen un parámetro EIS $(1 - \alpha^B)^{-1}$. De nuevo, Gârleanu y Panageas asumen que en términos generales $\gamma^A < \gamma^B$.

Asumiendo utilidad recursiva tenemos que el crecimiento del consumo del agente tipo i es:

$$\frac{c_{u,t}^i}{c_{t,t}^i} = e^{\frac{1}{\gamma^i} \int_t^u (\Xi_1^i (g_w^i)^{-1} + \Xi_2^i + \pi) dw} \left(\frac{g_u^i}{g_t^i} \right)^{\frac{\Xi_1^i}{\gamma^i}} \left(\frac{H_u}{H_t} \right)^{-\frac{1}{\gamma^i}} \quad (3.47)$$

donde $\Xi_1^i \equiv -\frac{\alpha^i + \gamma^i - 1}{\alpha^i}$, $\Xi_2^i \equiv -\frac{\delta + \pi}{\alpha} (1 - \gamma^i)$ y $g_t^i \equiv E_t \int_t^\infty e^{-\pi(u-t)} \left(\frac{H_u}{H_t} \right) \left(\frac{c_{u,t}^i}{c_{t,t}^i} \right) du$. En el caso especial de que la aversión al riesgo sea igual a la inversa de EIS, es decir, $1 - \alpha^i = \gamma^i$, la ecuación 3.47 se reduce en la ecuación 3.39 ya que $\Xi_1^i = 0$ y $\Xi_2^i = -(\delta + \pi)$.

Aplicando el Lema de Ito nuevamente y sustituyendo la ecuación 3.40 en 3.47 tenemos que el ratio de Sharpe para el caso de utilidad recursiva, dado un mercado en equilibrio es:

$$\kappa_t = \Gamma_t \sigma_D - \sum_{i \in \{A,B\}} \omega_t^i \left(\frac{1 - \gamma^i - \alpha^i}{\alpha^i} \right) \frac{g^{i'}(x_t^A)}{g^i(x_t^A)} \sigma_{x,t}^A \quad (3.48)$$

donde $\Gamma_t \equiv \left(\sum_{i \in \{A,B\}} x_t^i (\gamma^i)^{-1} \right)^{-1}$, $\omega_t^i \equiv (\gamma^i)^{-1} \Gamma_t x_t^i$ y $g^{i'}$ es la derivada parcial de g^i con respecto a x_t^A .

El ratio de Sharpe es la suma de dos elementos. El primer elemento $\Gamma_t \sigma_D$ es el mismo de la ecuación 3.45. El segundo elemento es una media ponderada del término que mide la diferencia en utilidad $\left(\frac{1 - \gamma^i - \alpha^i}{\alpha^i} \right)$ multiplicado por la volatilidad de ratio riqueza-consumo de los dos agentes.

Si los agentes son neutrales a la resolución del riesgo, es decir, $1 - \alpha^i = \gamma^i$, entonces la ecuación 3.48 simplifica en la ecuación 3.45. Cuando, sin embargo, $1 - \gamma^i - \alpha^i \neq 0$ y $\frac{g^{i'}}{g^i} \sigma_{x,t}^A \neq 0$ para un inversor i , el ratio de Sharpe deja de ser una media armónica para

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

incorporar un segundo elemento. El segundo elemento en la ecuación 3.48 recoge las fluctuaciones en la riqueza otorgando al crecimiento del consumo un componente de persistencia que afecta al ratio de Sharpe. El modelo de Gârleanu y Panageas (2015) demuestra analíticamente que el ratio de Sharpe es mayor en una economía con preferencias heterogéneas recursivas que en una economía con un único tipo de inversores aversos al riesgo.

3.5 Modelos de riesgo idiosincrático

La hipótesis de compartición del riesgo que asume una correlación perfecta en la utilidad marginal de los diferentes inversores parece no cumplirse en la realidad. Los resultados empíricos sí evidencian cierta correlación que, sin embargo, dista mucho de ser perfecta. Este hecho ha llevado a plantear nuevas líneas de investigación que reconocen la incapacidad de los inversores para cubrirse o protegerse ante cualquier riesgo a través de la compra y venta de activos, o lo que es lo mismo, que los mercados no son completos.

En el capítulo 2 se define el riesgo idiosincrático como aquella parte de la recompensa de un activo que no se encuentra correlacionada con el factor de descuento estocástico, y por tanto no tiene implicaciones en el precio. Grossman y Shiller (1982) argumentan que, aunque este tipo de riesgo estuviera correlacionado con m , tampoco afectaría a la prima de riesgo. Los autores lo demuestran utilizando un modelo de consumo en el que aproximan la condición de primer orden para un inversor k que se encuentra comparando dos activos alternativos i y j con rendimientos $R_{i,t+1}$ y $R_{j,t+1}$:

$$0 = E_t \left[(R_{i,t+1} - R_{j,t+1}) \frac{u'(C_{k,t+1})}{u'(C_{k,t})} \right]$$

$$\begin{aligned}
 &\approx E_t \left[(R_{i,t+1} - R_{j,t+1}) \frac{u'(C_{k,t}) + (C_{k,t+1} - C_{k,t})u''(C_{k,t})}{u'(C_{k,t})} \right] \\
 &= E_t [(R_{i,t+1} - R_{j,t+1})(1 - A_{k,t}\Delta C_{k,t+1})]
 \end{aligned}
 \tag{3.49}$$

donde $A_{k,t}$ es el parámetro de aversión al riesgo, que puede variar en el tiempo y con respecto al nivel de riqueza del inversor. La expresión 3.49 se cumple exactamente cuando el consumo y los precios de los activos siguen procesos o cadenas de Markov en tiempo continuo.

Reorganizando los términos en la ecuación 3.49 tenemos que:

$$\frac{1}{A_{k,t}} E_t (R_{i,t+1} - R_{j,t+1}) = E_t [(R_{i,t+1} - R_{j,t+1})\Delta C_{k,t+1}]
 \tag{3.50}$$

Y agregamos las variables para un conjunto de inversores:

$$E_t (R_{i,t+1} - R_{j,t+1}) = \left(\sum_k \frac{1}{A_{k,t}} \right)^{-1} E_t [(R_{i,t+1} - R_{j,t+1})\Delta C_{k,t+1}]
 \tag{3.51}$$

donde $\Delta C_{k,t+1} = \sum_k \Delta C_{k,t+1}$. Grossman y Shiller (1982) proponen un modelo de consumo en el que solo aquella parte del riesgo correlacionada con el consumo agregado tiene implicaciones en el precio. El riesgo idiosincrático por tanto queda relegado a un segundo plano por su falta de correlación con el consumo y su incapacidad para explicar rendimientos.

Constantinides y Duffie (1996) presentan un modelo alternativo de compartición del riesgo cuyos resultados y conclusiones difieren en gran medida del modelo anterior. Los

autores consideran una economía en la cual los inversores individuales k tienen diferentes niveles de consumo C_{kt} y el consumo se distribuye transversalmente entre los inversores de acuerdo con la función logarítmica normal. Los autores introducen en el modelo el riesgo idiosincrático a través de shocks permanentes que producen variaciones en los ingresos de los individuos. Previamente Telmer (1993) y Lucas (1994) ya habían propuesto modelos de este tipo con shocks transitorios en lugar de permanentes, lo que permitía a los astutos inversores deshacerse del riesgo idiosincrático a través del préstamo y del endeudamiento, o bien a través del ahorro acumulando capital de manera preventiva. Constantinides y Duffie (1996) consiguen resolver el problema haciendo que los shocks sobre los ingresos no se encuentren correlacionados con el consumo individual, es decir, que los inversores no puedan protegerse del riesgo ajustando la posición de su cartera. De esta forma, la varianza del consumo en corte transversal aumenta con los shocks de manera permanente.

En la economía propuesta por Constantinides y Duffie (1996) la función de utilidad de todos los inversores es isoelástica donde β representa la impaciencia de los inversores y γ es el coeficiente de aversión al riesgo relativa. Si agregamos las tasas marginales de sustitución intertemporal de todos los inversores y calculamos su media tenemos que:

$$M_{t+1}^* = \beta E_{t+1}^* \left[\left(\frac{C_{k,t+1}}{C_{k,t}} \right)^{-\gamma} \right] \quad (3.52)$$

donde E_t^* es la esperanza de corte transversal para cualquier $X_{k,t}$:

$$E_{t+1}^* X_{k,t} = \lim_{K \rightarrow \infty} (1/K) \sum_{k=1}^K X_{k,t} \quad (3.53)$$

Es importante destacar que $E_{t+1}^* X_{k,t}$ cambia en cada momento del tiempo y no necesariamente tiene que estar distribuido de acuerdo a una función logarítmica normal.

Ahora expresamos el factor de descuento estocástico en términos logarítmicos $m_{t+1}^* = \ln(M_{t+1}^*)$:

$$m_{t+1}^* = \delta - \gamma E_{t+1}^* \Delta c_{k,t+1} + \left(\frac{\gamma^2}{2}\right) \text{Var}_{t+1}^* \Delta c_{k,t+1} \quad (3.54)$$

donde Var_{t+1}^* se define como:

$$\text{Var}_{t+1}^* X_{k,t} = \lim_{K \rightarrow \infty} (1/K) \sum_{k=1}^K (X_{k,t} - E_t^* X_{k,t})^2 \quad (3.55)$$

A continuación calculamos el factor de descuento asumiendo que existe un único inversor representativo de la economía. Esta expresión coincide con la que ya se expuso en el modelo de preferencias recursivas (Epstein & Zin, 1989, 1991) o en el modelo de hábitos (Campbell & Cochrane, 1999):

$$M_{t+1}^{IR} = \beta \left(\frac{E_{t+1}^*[C_{k,t+1}]}{E_t^*[C_{k,t}]} \right)^{-\gamma} \quad (3.56)$$

Por lo que en términos logarítmicos el factor de descuento del inversor representativo es:

$$m_{t+1}^{IR} = \delta - \gamma E_{t+1}^* \Delta c_{k,t+1} - \left(\frac{\gamma}{2}\right) [\text{Var}_{t+1}^* \Delta c_{k,t+1}] \quad (3.57)$$

donde $c_{k,t+1} = c_{k,t} \Delta c_{k,t+1}$ sabiendo que $\Delta c_{k,t+1}$ no está correlacionado transversalmente con $c_{k,t}$.

La diferencia entre el factor de descuento en un mercado con inversores heterogéneos (ecuación 3.54) y el factor de descuento bajo el enfoque del inversor representativo (ecuación 3.57) es igual a:

$$m_{t+1}^* - m_{t+1}^{RA} = \frac{\gamma(\gamma + 1)}{2} \text{Var}_{t+1}^* \Delta c_{k,t+1} \quad (3.58)$$

Si la varianza en corte transversal del crecimiento del consumo Var_{t+1}^* es positiva, esto incrementaría la diferencia entre ambos factores estocásticos añadiendo variabilidad al modelo de Constantinides y Duffie (1996). Sin embargo, la clave fundamental del funcionamiento del modelo es que Var_{t+1}^* se encuentra negativamente correlacionada con el consumo agregado de forma que en épocas de recesión el nivel de riesgo idiosincrático aumenta. Este componente anticíclico o negativamente correlacionado del factor de descuento es más fuerte en el modelo de inversores heterogéneos que en el modelo del inversor representativo, lo que ofrece un posible solución al puzle de la prima de riesgo. La cuestión es si este movimiento anticíclico es lo suficientemente grande en la realidad como para explicar el exceso de rentabilidad.

Los trabajos empíricos sobre riesgo idiosincrático se enfrentan en primer lugar a la cuestión sobre cómo medir la heterogeneidad de los inversores. Esta medida debe cumplir con las características previamente descritas en el modelo de Constantinides-Duffie en relación a los shocks de tipo permanente y el componente anticíclico del factor de descuento. Por otro lado, la heterogeneidad debe ser lo suficientemente importante para poder influir en el factor de descuento estocástico. Por ejemplo, una desviación típica del consumo en corte transversal del 20% supone un varianza de corte transversal de solo 0,04. Es la variación de este último número en el tiempo la que ayudaría a explicar el puzle de la prima de riesgo. Finalmente, la aversión al riesgo juega un papel complementario ya que incrementa el efecto de la heterogeneidad ya que $\text{Var}_{t+1}^* \Delta c_{k,t+1}$ está multiplicado por $\gamma(\gamma + 1)/2$ en la fórmula 3.58.

En el modelo en tiempo discreto propuesto por Constantinides y Duffie, la varianza del consumo en corte transversal es cambiante en el tiempo con movimientos graduales y generalmente pequeños en el consumo de los inversores. Esto limita enormemente los efectos del riesgo idiosincrático sobre la prima de riesgo. Los trabajos recientes de Schmidt (2016) y Constantinides y Ghosh (2017) tratan de resolver el problema al incluir en el modelo la probabilidad de ocurrencia de fenómenos raros como por ejemplo los desastres naturales. Al incluir este tipo de eventos se consigue que la distribución del consumo e ingresos de los individuos sea más plana y asimétrica. En otras palabras, es más probable que este tipo de fenómenos raros ocurran en épocas de recesión económica incrementando así los efectos del riesgo idiosincrático en el modelo respecto a otros trabajos empíricos (Heaton & Lucas, 1996; Lettau, 2002).

Existen otros trabajos que proponen incluir los efectos de la heterogeneidad a través de fricciones en el mercado como limitar la capacidad de endeudamiento y de préstamo de los inversores o su participación en el mercado de renta variable. Heaton y Lucas (1996) y Krusell y Smith (1997) demuestran la importancia de incluir en el modelo las restricciones al endeudamiento y las comisiones de compra y venta de activos para poder explicar el exceso de rentabilidad en los mercados. Constantinides et al. (2002) estudian las diferencias demográficas en un modelo de generaciones solapadas donde los individuos más jóvenes prefieren invertir en el mercado de renta variable por su mayor ratio ingresos entre patrimonio financiero. Sin embargo, si esos individuos más jóvenes ven limitada su capacidad de endeudamiento, entonces no podrían acceder al mercado, lo que provocaría un exceso de rentabilidad. Finalmente, la participación limitada en el mercado también se plantea como posible explicación al puzle al incrementar el efecto del riesgo idiosincrático (Brav et al., 2002).

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

4. RIESGO IDIOSINCRÁTICO Y DESIGUALDAD SALARIAL

En el presente capítulo se revisan los trabajos empíricos más recientes que han puesto a prueba la capacidad del modelo de riesgo idiosincrático de Constantinides y Duffie (1996) para explicar el puzle de la prima de riesgo (Mehra y Prescott, 1985). En la segunda parte analizaremos la evolución del índice de Gini en los países de la OCDE en los últimos 50 años, así como los principales determinantes de la desigualdad como son la globalización y el progreso tecnológico (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011).

4.1 Riesgo idiosincrático

Uno de los trabajos recientes en analizar desde un punto de vista empírico el modelo de riesgo idiosincrático propuesto por Constantinides y Duffie (1996) es el realizado por Cogley (2002). El autor propone un modelo factorial de equilibrio similar al de Mankiw (1986) en el que la prima de riesgo depende de la covarianza entre el rendimiento de los activos y algunos momentos de la distribución en corte transversal del crecimiento del consumo. Cogley (2002) plantea un enfoque alternativo al de Heaton and Lucas (1996) y Storesletten et al. (1997) que solventa los problemas de estimación de la persistencia de los shocks que producen variaciones en los ingresos. El modelo de Constantinides y Duffie (1996) requiere que los shocks sean persistentes en lugar de transitorios para evitar que los inversores eliminen el riesgo idiosincrático de su cartera a través del préstamo y del endeudamiento, o bien a través del ahorro acumulando capital de manera preventiva (ver capítulo 3). Sin embargo, la evidencia empírica sobre el grado de persistencia de los shocks es confusa y depende de hipótesis auxiliares en el modelo. Por ejemplo, Heaton y Lucas (1996) estiman que la persistencia de los shocks es de 1,4 años mientras que Storesletten et al. (1997) encuentran un componente de persistencia desde 2,8 hasta 9,8 años dependiendo del tratamiento de los gastos. El modelo

propuesto por Cogley (2002) no requiere de la estimación del grado de persistencia ya que vincula directamente el modelo a los datos de consumo de los hogares. Además de permitir una mayor heterogeneidad en el tipo de riesgos idiosincráticos a los que los hogares se enfrentan, también reconoce la posibilidad de que los hogares dispongan de información privilegiada sobre dichos riesgos. Esto último adquiere especial relevancia en un entorno de mercados incompletos en el que la disponibilidad de información es clave para determinar los efectos del riesgo idiosincrático sobre el consumo de los hogares y el precio de los activos.

Para estimar los momentos en corte transversal, Cogley (2002) utiliza datos de EEUU recopilados por la encuesta de gastos del consumidor (CEX, *Consumer Expenditure Survey*). La encuesta de gastos del consumidor (CEX) es realizada por la Oficina de Estadísticas Laborales (*Bureau of Labor Statistics*) de EE. UU. de manera regular con el objetivo principal de actualizar la cesta de la compra en el Índice de Precios al Consumo (*Consumer Price Index*). Cada trimestre se seleccionan 5.000 familias al azar y se les pregunta por su gasto de los últimos tres meses en un conjunto variado de bienes y servicios. Otros trabajos anteriores (Cochrane, 1991; Mankiw and Zeldes, 1991; Jacobs, 1999) utilizan con el mismo propósito datos de panel de la dinámica en los ingresos (PSID, *Panel Study of Income Dynamics*), cuya principal desventaja frente al CEX es que incluye únicamente gastos en comida. Los gastos en educación son excluidos de la muestra por considerarse bienes de consumo duradero o de inversión a largo plazo al igual que las contribuciones al tratarse de una forma de ahorro. El trabajo de Cogley (2002) incluye dos muestras de la CEX para el periodo 1980-1994. La primera muestra incluye a todas las familias residentes en zonas urbanas mientras que la segunda muestra incluye solo a las familias que poseen inversiones financieras en acciones y/o

en bonos. Los excesos de rendimiento se calculan utilizando una cartera ponderada por los valores de la bolsa de Nueva York.

Los resultados del trabajo empírico de Cogley (2002) reflejan que, aunque efectivamente el consumo de las familias es más volátil que el consumo agregado, éste se encuentra débilmente correlacionado con el rendimiento de los activos. Concretamente, utilizando un parámetro de aversión al riesgo bajo ($\gamma = 10$), el modelo genera una prima de riesgo equivalente al 2%, lo cual es insuficiente para resolver el puzle de la prima de riesgo. Adicionalmente, Cogley (2002) valora si los resultados del modelo son robustos a posibles errores en la medición de la muestra. Al tratarse de una encuesta, una de las mayores preocupaciones es la diligencia con la que los entrevistados responden a las preguntas y completan los cuestionarios solicitados. Las pruebas indican que los resultados son robustos para $\gamma \leq 5$, y no concluyentes para parámetros mayores de aversión al riesgo. Esto significa que no hay peligro de que sesgos en la muestra hayan contaminado los resultados del modelo. Finalmente, Cogley (2002) sugiere incorporar al modelo de riesgo idiosincrático los costes de transacción y otras fricciones existentes en los mercados como el límite al endeudamiento para conseguir resolver el puzle de la prima de riesgo.

Brav et al. (2002) también utilizan la encuesta de gastos del consumidor (CEX) para incorporar el efecto del riesgo idiosincrático sobre los rendimientos en un modelo de consumo. Sin embargo, las conclusiones de ambos trabajos son diferentes ya que Brav et al. (2002) sí encuentran evidencia a favor del modelo de la hipótesis de mercados incompletos. Tal y como se expone en el capítulo 3, Constantinides and Duffie (1996) calculan el factor de descuento estocástico como la media ponderada de la tasa marginal de sustitución del consumo de los hogares:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$M_{t+1}^* = \beta E_{t+1}^* \left[\left(\frac{C_{k,t+1}}{C_{k,t}} \right)^{-\gamma} \right] \quad (4.1)$$

En cambio, asumiendo la hipótesis de mercados completos, el factor de descuento estocástico sería:

$$M_{t+1}^{IR} = \beta \left(\frac{E_{t+1}^*[C_{k,t+1}]}{E_t^*[C_{k,t}]} \right)^{-\gamma} \quad (4.2)$$

donde $E_t^*[C_{k,t}]$ se corresponde con el consumo per cápita del inversor representativo de la economía.

Brav et al. (2002) realiza n las estimaciones de M_{t+1}^* y M_{t+1}^{IR} y evalúan la capacidad de ambas medidas para explicar los rendimientos de las acciones cotizadas en el NYSE y AMEX, EE. UU., para el periodo 1982-1996. Los resultados muestran que el factor de descuento M_{t+1}^* es capaz de explicar los rendimientos de las acciones para parámetros de aversión al riesgo bajos ($2 \leq \gamma \leq 4$), mientras que bajo el enfoque del inversor representativo M_{t+1}^{IR} ofrece una baja capacidad explicativa independientemente del nivel de aversión. Los resultados son consistentes con estudios previos que utilizan el consumo per cápita como medida del factor de descuento estocástico con escaso éxito empírico (Ferson & Constantinides, 1991; Hansen & Jagannathan, 1991; Hansen & Singleton, 1982).

Jacobs y Wang (2004) utilizan los momentos de orden superior de la distribución como factores en un modelo de consumo (CCAPM) que supera considerablemente la capacidad explicativa del CAPM. A diferencia de los trabajos de Cogley (2002) y Brav et al. (2002) que estiman la varianza de corte transversal en el modelo de Constantinides y Duffie (1996), Jacobs and Wang (2004) pr oponen un nuevo enfoque del modelo de

riesgo idiosincrático asumiendo un factor de descuento lineal con el crecimiento y la dispersión del consumo inspirado en Cochrane (1996):

$$M_t = \beta_0 + \beta_1 mean\Delta c_t + \beta_2 var\Delta c_t \quad (4.3)$$

Donde $mean\Delta c_t = (1/K) \sum_{k=1}^K \Delta c_{k,t}$ y $var\Delta c_t = (1/K) \sum_{k=1}^K (\Delta c_{k,t} - mean\Delta c_t)^2$.

Este factor de descuento lineal M_t debe ser entendido como una aproximación de la función de utilidad del inversor. Una aplicación para el caso de la función de utilidad isoelástica se puede encontrar en Jacobs y Wang (2004). La ventaja de este enfoque radica en que evita los problemas derivados del carácter no lineal de la función, que complica los cálculos de optimización y la comparación con el modelo CAPM debido a la existencia del óptimo local.

Jacobs y Wang (2004) utilizan datos recopilados por la CEX para calcular los momentos que serán utilizados en el modelo. Los resultados del trabajo muestran que para el periodo 1984-1995 los factores propuestos $mean\Delta c_t$ y $var\Delta c_t$ consiguen mejorar la capacidad explicativa del modelo sobre la del CAPM. En concreto, los autores utilizan para evaluar los errores de estimación la distancia de Hansen y Jagannathan (1997) de forma que una menor distancia equivale a un mejor funcionamiento del modelo. Adicionalmente se evalúa también el desempeño en la muestra del modelo de tres factores de Fama y French (1993) que utiliza el factor tamaño, el factor *book-to-market* y la cartera de mercado para explicar los rendimientos. El factor de descuento estocástico en el modelo de Fama y French (1993) sería de la forma:

$$M_t = \beta_0 + \beta_1 R_{M,t} + \beta_2 SMB_t + \beta_3 HML_t \quad (4.4)$$

Donde $R_{M,t}$ es el rendimiento de la cartera de mercado en el momento t , SMB_t es el factor tamaño y HML_t es el factor *book-to-market*. SMB significa “empresas pequeñas

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

en capitalización bursátil menos grandes" (*Small Minus Big*) y HML significa "altos ratios *Book-to-Market* Menos Bajos" (*High Minus Low*) y miden el rendimiento de capitalizaciones pequeñas sobre capitalizaciones grandes y de los *value stocks* sobre los *growth stocks*, respectivamente.

En este último caso, Jacobs y Wang (2004) obtienen que el funcionamiento del modelo factorial de consumo es comparable al de Fama y French (1993), lo cual es favorable dados los buenos resultados de este último modelo para explicar determinados patrones en los rendimientos (Fama & French, 1996).

Adicionalmente se utiliza una segunda muestra de datos compuesta por el consumo de diferentes grupos de familias con el objetivo de detectar la presencia de errores en la encuesta. Jacobs y Wang (2004) obtienen que ambos factores $mean\Delta c_t$ y $var\Delta c_t$ son estadísticamente significativos si se utiliza para calcular los momentos, la segunda muestra de datos compuesta por subgrupos de familias, mientras que utilizando la primera muestra solo $mean\Delta c_t$ es significativo. Esto pone en evidencia la presencia de errores de medición en los datos de la encuesta de consumo (CEX).

Finalmente, Jacobs y Wang (2004) sugieren la utilización de modelos condicionales en la investigación sobre mercados incompletos. La sugerencia viene motivada por los resultados del trabajo de Lettau y Ludvigson (2001) que demuestran que la versión condicional del modelo de consumo (CCAPM) funciona mejor que la versión no condicional del modelo a la hora de explicar rendimientos. En el siguiente capítulo pondremos a prueba ambas versiones condicionada y no condicionada del modelo de consumo incorporando el riesgo idiosincrático como factor explicativo adicional.

Balduzzi y Yao (2007) proponen una nueva medida del factor de descuento estocástico que permite incorporar el efecto del riesgo idiosincrático a través de la agregación de la utilidad marginal de los individuos. Los trabajos previos sobre el modelo de riesgo

idiosincrático de Constantinides y Duffie (1996) calculan el factor de descuento agregando las tasas de sustitución intertemporal de los inversores (Brav et al., 2002; Cogley, 2002; Vissing-Jørgensen, 2002):

$$m_{t+1}^{IMRS} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{u'_k(c_{k,t+1})}{u'_k(c_{k,t})} \quad (4.5)$$

Asumiendo que el crecimiento del consumo se distribuye de acuerdo a una función logarítmica normal, el factor de descuento m_{t+1}^{IMRS} converge a:

$$m_t^{CD} = \exp\left(-\gamma \Delta c_{k,t} + \frac{\gamma(\gamma + 1)}{2} \text{Var}_t^{\Delta c}\right) \quad (4.6)$$

donde $\text{Var}_t^{\Delta c}$ es la varianza del crecimiento del consumo logarítmico de los inversores.

A diferencia de m_{t+1}^{IMRS} , el nuevo factor de descuento propuesto por Balduzzi y Yao (2007) se calcula mediante la agregación de la utilidad marginal de los individuos:

$$m_{t+1}^{MU} = \frac{(1/K) \sum_{k=1}^K u'_k(c_{k,t+1})}{(1/K) \sum_{k=1}^K u'_k(c_{k,t})} \quad (4.7)$$

Nuevamente asumimos que el consumo se distribuye de acuerdo a la función logarítmica por lo que:

$$m_{t+1}^{BY} = \exp\left(-\gamma \Delta c_{k,t+1} + \frac{\gamma(\gamma + 1)}{2} \Delta \text{Var}_{t+1}^c\right) \quad (4.8)$$

Donde $\Delta \text{Var}_{t+1}^c$ es el crecimiento de la varianza del consumo logarítmico de los inversores.

Aunque en apariencia similares, Balduzzi y Yao (2007) muestran que los factores de descuento m_t^{CD} y m_{t+1}^{BY} llevan a resultados diferentes utilizando la base de datos del

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

CEX y los rendimientos de acciones cotizadas en el NYSE, AMEX Y NASDAQ para el periodo 1982-1995. En concreto, utilizando m_t^{CD} en periodicidad mensual, los autores consiguen que el puzle de la prima de riesgo tome valores entre el 7% y el 9% para un parámetro de aversión al riesgo igual a 10. En contraste, para el mismo nivel de aversión, el factor de descuento m_{t+1}^{BY} consigue reducir el puzle de la prima de riesgo hasta alcanzar valores entre el 6,79% y el -0,03%. Balduzzi y Yao (2007) utilizan para evaluar los errores de estimación la distancia de Hansen y Jagannathan (1997) obteniendo nuevamente mejores resultados para el factor de descuento m_{t+1}^{BY} . Así, por ejemplo, al utilizar m_{t+1}^{BY} consiguen minimizar la distancia Hansen-Jagannathan hasta valores entre 0,37 y 0,38 tomando un parámetro de aversión al riesgo entre 10 y 8, mientras que tomando m_t^{CD} la distancia Hansen-Jagannathan se reduce hasta 0,48 aunque el parámetro de aversión requerido es igual a 0. Es importante destacar del trabajo de Balduzzi y Yao (2007) que, a pesar de los buenos resultados, el parámetro de aversión al riesgo utilizado por el nuevo factor de descuento para resolver el puzle de la prima de riesgo es excesivamente alto ($\gamma \geq 10$).

Para el caso específico de Japón, Kubota et al. (2008) utilizan datos de consumo mensual ordenados por decil de renta de la encuesta japonesa de ingresos y gastos por familia (*Japanese Family Income and Expenditure Survey*). A diferencia de los estudios anteriores, Kubota et al. (2008) no consiguen explicar el puzle de la prima de riesgo en Japón utilizando el modelo de riesgo idiosincrático (Constantinides & Duffie, 1996). Asimismo, a diferencia de la encuesta CEX normalmente utilizada para este tipo de trabajos empíricos, la encuesta japonesa de gastos e ingresos en el hogar tiene periodicidad mensual lo que alarga considerablemente las series de datos. Por contra, la encuesta japonesa no dispone de datos a nivel individual como en el caso de la encuesta CEX sino que la información se encuentra ordenada por deciles de renta. Esto supone

un impedimento para la estimación de la varianza de corte transversal en el modelo de Constantinides y Duffie (1996) que los autores solucionan multiplicando cada varianza estimada por el número de familias en cada decil y ajustando por la información no observable de consumo a nivel individual. En concreto, Kubota et al. (2008) utilizan la siguiente expresión para estimar la varianza en corte transversal del consumo de los inversores:

$$var\Delta c_t = n_t var \left[\ln \left(\frac{c_{i,t+1}/c_{0,t+1}}{c_{i,t}/c_{0,t}} \right) \right] \quad (4.9)$$

Donde n_t es el número de familias entrevistadas cada mes (5.000) dividido entre el número de subgrupos en la muestra (10). A diferencia de Constantinides y Duffie (1996), en este caso $c_{i,t+1}$ es el consumo de las familias ordenadas por decil de renta.

Kubota et al. (2008) obtienen que la varianza en corte transversal, utilizando datos de consumo por decil de renta, se encuentra débilmente correlacionado con los rendimientos del mercado japonés. Concretamente, para el periodo 1986-1998 la correlación es igual a $-0,07$, pequeña y negativa, lo cual entra en conflicto con la premisa del modelo de Constantinides y Duffie (1996) que requiere de una correlación alta y positiva para poder explicar los rendimientos con un parámetro de aversión bajo (ver capítulo 3).

A nivel internacional, Sarkissian (2003) estudia los efectos de la imperfecta compartición del riesgo entre países en la formación de precios en el mercado de divisas. Para ello propone una versión internacional del modelo de Constantinides y Duffie (1996) que calcula la varianza del crecimiento del consumo entre países como medida del riesgo idiosincrático. La mayoría de los trabajos empíricos en este campo se ven limitados por disponibilidad de información. Las encuestas sobre el consumo por

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

unidad familiar ofrecen series temporales de datos cortas, normalmente no más de 14 años. La ventaja del enfoque propuesto por Sarkissian (2003) es que permite alargar las series de datos al utilizar el consumo agregado de cada país para computar la varianza.

Partiendo del modelo de Constantinides y Duffie (1996), Sarkissian (2003) propone el siguiente factor de descuento estocástico:

$$m_t^{CD} = \exp\left(\frac{\gamma(\gamma + 1)}{2} d_{j,t}^w\right) \quad (4.6)$$

donde $C_{j,t}$ es el consumo agregado del país j en el momento t , y $d_{j,t}^w = \text{var}_i[\ln(C_{ij,t}/C_{ij,t-1})]$ es la varianza en corte transversal del crecimiento del consumo de los países, y C_{ij} es el consumo del inversor i en el país j .

Cuando los inversores no pueden cubrirse completamente ante los riesgos o shocks en el consumo de un país en particular, entonces la heterogeneidad será relevante para la valoración de activos no solo dentro de un país sino también entre países. Sarkissian (2003) asume que los mercados son libres e incompletos, lo que significa que un inversor puede comprar y vender libremente activos cotizados en otros países. Sin embargo, el conjunto de activos disponible no le proporcionarán una cobertura total ante el riesgo de fluctuaciones en el consumo.

De acuerdo a Sarkissian (2003), el consumo de inversor i en el país j es igual a $C_{ij,t} = \delta_{ij,t} \delta_{j,t} C_t$ donde $\delta_{ij,t}$ es la parte del consumo del país j correspondiente al inversor i y $\delta_{j,t}$ es la parte de consumo mundial correspondiente al país j . Aplicando el teorema central del límite, Sarkissian (2003) define $\delta_{ij,t}$ y $\delta_{j,t}$ a continuación:

$$\delta_{ij,t} = \delta_{ij,t-1} \exp\left(\eta_{ij,t} \sqrt{d_{j,t}^w} - \frac{d_{j,t}^w}{2}\right) \quad (4.7)$$

$$\delta_{j,t} = \delta_{j,t-1} \exp\left(\eta_{j,t} \sqrt{d_t} - \frac{d_t}{2}\right)$$

donde $\eta_{ij,t}$ y $\eta_{j,t}$ son los shocks sobre el consumo del inversor i y sobre el consumo del país j , respectivamente y $d_t = \text{var}_j[\ln(C_{j,t}/C_{j,t}C_{j,t-1})]$ es la varianza de corte transversal del crecimiento del consumo. Es importante destacar que $\eta_{ij,t}$, $\eta_{j,t}$, $d_{j,t}^w$ y d_t son independientes entre los diferentes inversores, países y en el tiempo.

Aplicando la ley de las esperanzas iteradas, el factor de descuento estocástico agregado para el país j es:

$$m_t^S = \exp\left(\frac{\gamma(\gamma + 1)}{2}(d_t + d_{j,t}^w)\right) \quad (4.8)$$

La ecuación 4.8 relaciona los rendimientos de los activos con el crecimiento del consumo mundial y con el crecimiento del consumo dentro de cada país. Sarkissian (2003) limita el trabajo a la primera relación debido a las dificultades para obtener datos individuales de cada país. Esto implica que d y d_j^w no pueden ser identificados por separado. Teniendo esto último en cuenta, Sarkissian (2003) reescribe la ecuación 4.8 como sigue:

$$m_t^S = \exp\left(k \frac{\gamma(\gamma + 1)}{2} d_{t+1}\right) \quad (4.8)$$

Donde k es el factor escalado que representa la dispersión en el consumo de cada país. En otras palabras, k es el exceso de dispersión respecto a la varianza del crecimiento del consumo entre países. Este último aspecto tiene un papel importante en la ecuación fundamental de precios ya que k no puede afectar la prima de riesgo. Solo la covarianza

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

de la dispersión entre los rendimientos y el crecimiento del consumo agregado es determinante en el cálculo de la prima de riesgo.

Sarkissian (2003) utiliza una muestra de 8 países desarrollados: Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, Suiza, Reino Unido y Estados Unidos para el periodo 1973-1995. Los resultados del trabajo de Sarkissian (2003) reflejan que la medida de dispersión del consumo entre países es anticíclica, lo cual es uno de los requisitos para que el modelo de Constantinides-Duffie sea capaz de explicar los rendimientos con un parámetro bajo de aversión al riesgo. Adicionalmente, las betas estimadas con los parámetros del modelo propuesto por Sarkissian (2003) permiten mejorar la capacidad explicativa del modelo en un 20% frente al 2% del modelo CCAPM, reduciendo así el puzle de la de la prima de riesgo en el mercado de divisas (Fama, 1984).

4.2 Desigualdad salarial

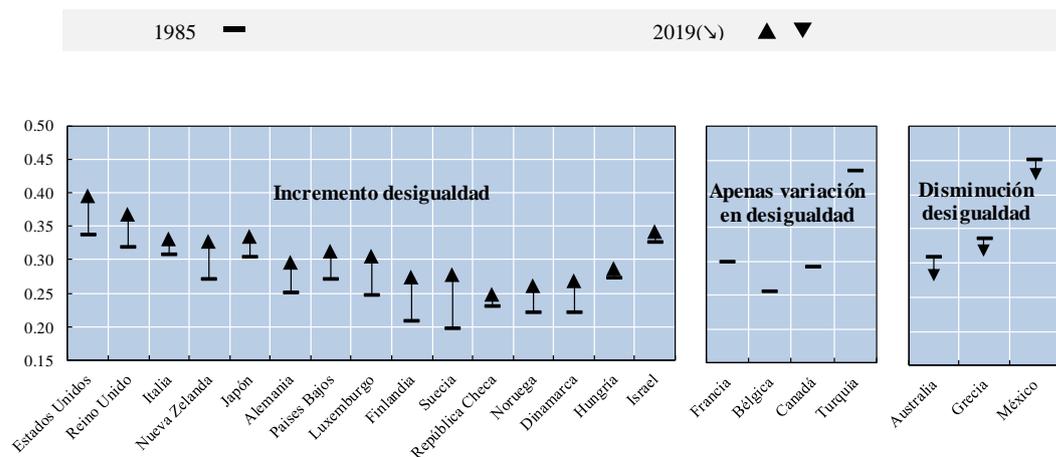
La desigualdad salarial se ha incrementado de manera alarmante en los últimos 40 años (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011) y la percepción actual de la población no refleja un compromiso claro de cambiar esta tendencia (OECD, 2021). En el año 1980 solo el 10% de la población acumulaba 7 veces más riqueza que el 10% de la población más pobre. Según la OECD actualmente la riqueza acumulada es 10 veces mayor. Si añadimos las propiedades inmobiliarias al cálculo la situación es aún peor. En 2012, solo el 10% de la población más rica acumulaba más de la mitad del total de la riqueza de los hogares (Brian, 2015). En contraste, el 40% de la población más pobre solo acumula el 3% de la riqueza a nivel global.

El coeficiente de Gini es una medida económica que utiliza la proporción acumulada de población e ingresos para determinar la desigualdad de renta en un país. Cuando más se aleje la curva de Lorenz de la línea de equidad perfecta, mayor es la desigualdad de

renta, y viceversa. De esta forma, el coeficiente de Gini puede tomar valores entre 0 y 1, siendo 0 la situación de máxima igualdad en la que todos los individuos tienen idénticos ingresos y 1 la situación opuesta donde los ingresos van a parar a una única persona.

Según datos de la OECD, en el año 1980 el índice de Gini medio de los países miembros era 0,29. En el año 2000, sin embargo, el índice de Gini se incrementó un 10% hasta alcanzar 0,316. Actualmente el índice se mantiene prácticamente al mismo nivel (0,313) según los últimos datos de la OECD. En la figura 4.1 podemos analizar el impacto de la desigualdad a través del índice de Gini en cada uno de los países de la OECD. Resulta destacable el hecho de que 15 de los 22 países de la OECD que disponen de series largas de datos hayan sufrido un aumento de la desigualdad salarial mayor al 4% entre el año 1980 y 2019. Los países que no registran aumentos ni disminuciones de la desigualdad son únicamente Francia, Hungría, Bélgica, Canadá, Israel y Turquía.

Figura 4.1. Incremento de la desigualdad en los ingresos en los países de la OECD durante el periodo 1980-2019.

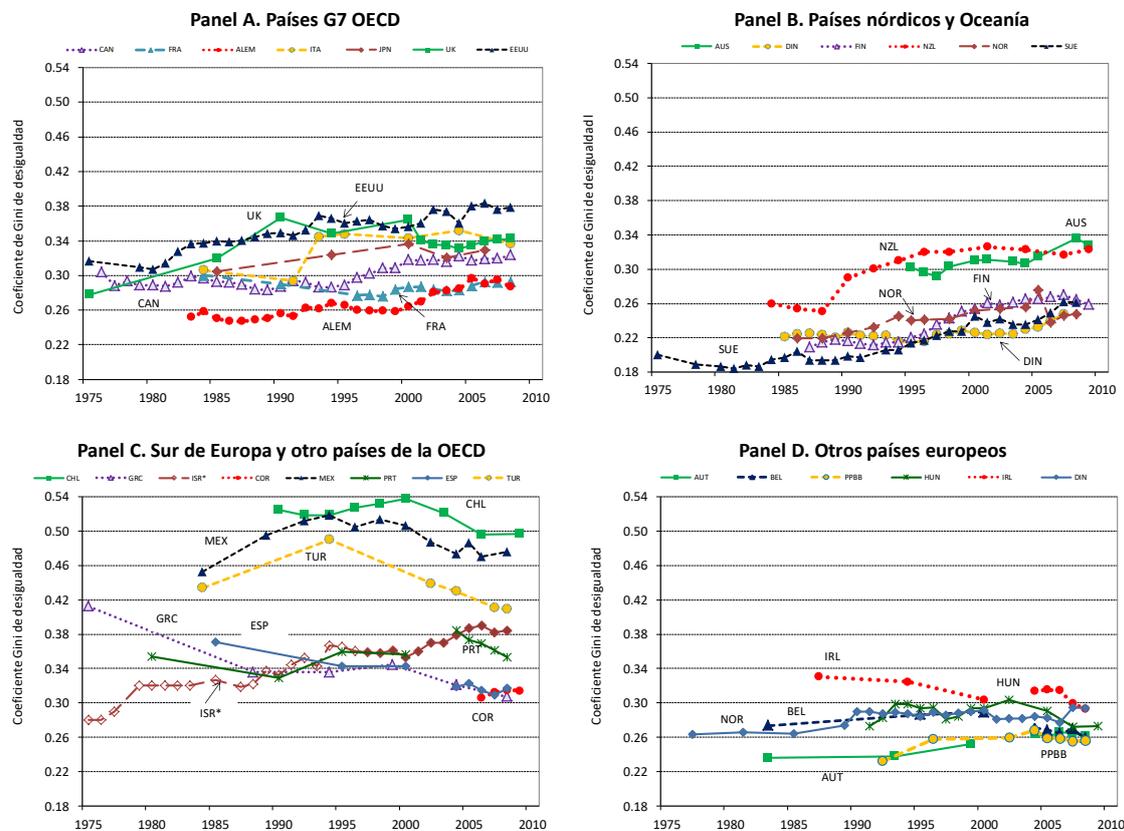


Notas: “Apenas variación” en desigualdad se refiere a cambios por debajo de 4 puntos porcentuales. Fuente: OECD, base de datos de pobreza y distribución del ingreso en el hogar (www.oecd.org/els/social/inequality).

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Adicionalmente, la desigualdad salarial ha evolucionado en el tiempo de manera diferente en cada país de la OECD (Figura 4.2). En los años 1970 y 1980 tiene lugar un incremento notable en la brecha salarial entre ricos y pobres en Reino Unido, Estados Unidos e Israel. A partir de 1980 esta tendencia se extiende a otros países que tradicionalmente habían mostrado niveles bajos de desigualdad como Alemania, Dinamarca, Suecia y otros países nórdicos, creciendo a un ritmo incomparable en los años 2000. Al mismo tiempo, Chile, México, Grecia, Turquía y Hungría ven disminuir el nivel de desigualdad salarial considerablemente, aunque el punto de partida en estos países eran niveles comparativamente más altos.

Figura 4.2. Coeficientes de Gini como medida de la desigualdad en los ingresos de 27 países miembros de la OECD durante el periodo 1975-2008.



Notas: Se han utilizado bases de datos nacionales para completar la base de datos de la OECD para Australia, Chile, Finlandia, Noruega, Nueva Zelanda y Suecia. Su metodología ha sido ajustada al máximo de acuerdo a los estándares definidos por la OECD. Interrupción en la serie de datos entre 2000 y 2004 para Austria, Bélgica, Irlanda, Portugal y España. Interrupción en la serie de datos en 1997 para Israel. Fuente: OCDE, base de datos de pobreza y distribución del ingreso (www.oecd.org/els/social/inequality).

El incremento generalizado de la desigualdad en los países de la OECD ha sido motivado principalmente por cambios en la distribución salarial, que a su vez explica un 75% de los ingresos en el hogar. Esto significa que, salvo las excepciones de Francia, Japón y España, los salarios del 10% de trabajadores mejor pagados en los países de la OECD ha crecido con relación al 10% de los trabajadores con sueldos más bajos (OECD, 2011). No solo los trabajadores peor remunerados han visto reducido su salario, sino que además el crecimiento de los salarios más altos ha sido comparativamente más rápido (Atkinson et al., 2011). El alarmante crecimiento del índice de Gini en los últimos 40 años ha propiciado la investigación en este campo señalando factores como la globalización, el avance tecnológico, la inversión extranjera de capital o la segregación por géneros como factores determinantes de la desigualdad salarial (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011; Campos-Soria et al., 2009).

En relación al efecto de la globalización sobre los ingresos, este ha sido objeto de amplio debate en los últimos 40 años. En primer lugar, el proceso de descentralización ha supuesto un aumento de la productividad y beneficio empresarial que en los países desarrollados ha favorecido mayoritariamente a los trabajadores cualificados (Kremer & Maskin, 2006). Otros estudios a nivel internacional apuntan al grado de apertura comercial de un país como factor determinante en la desigualdad salarial (Jaumotte et al., 2013; Milanovic & Squire, 2005). Jaumotte et al. (2013) concluyen tras analizar una muestra de 51 países que el aumento en las importaciones realizadas por los países

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

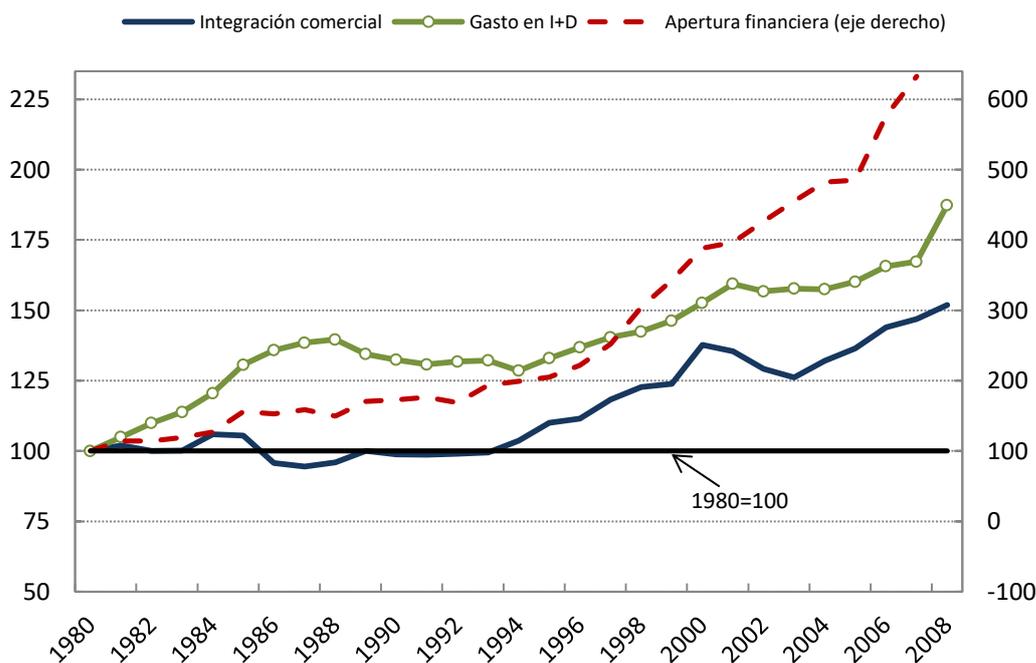
desarrollados han producido una disminución de la desigualdad, mientras que la inversión extranjera directa (FDI) ha producido el efecto contrario, contribuyendo a aumentar la desigualdad durante el periodo 1981-2003. Milanovic y Squire (2005) defienden, sin embargo, que los países más pobres también sufren los efectos de una mayor apertura comercial, en particular una reducción en los aranceles, que incrementa las diferencias en los salarios de los trabajadores pertenecientes a diferentes industrias.

Junto a la globalización, el avance tecnológico se alza como un factor determinante en el aumento de la desigualdad salarial. El desarrollo de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) ha producido un aumento en la demanda de mano de obra cualificada contribuyendo a aumentar las diferencias en la retribución de los trabajadores en función de su cualificación. Algunos estudios apuntan a la revolución de las TIC como explicación principal del aumento de la desigualdad, con un impacto incluso mayor al de la globalización (FMI, 2007; OECD, 2007). En la práctica, sin embargo, tratar de esclarecer cuál es el impacto de ambos factores por separado no es tarea fácil. El proceso de globalización ha ido de la mano del desarrollo tecnológico favoreciendo, por ejemplo, la fragmentación y deslocalización de la actividad productiva (Freeman, 2009).

La figura 4.3 muestra la evolución en el periodo 1980-2008 de los factores determinantes de la desigualdad: la apertura comercial, la inversión en investigación y desarrollo (I+D) y la apertura financiera (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011). Las cifras de comercio internacional crecieron en los últimos 40 años hasta llegar a la mitad del PIB mundial en 2008 (FMI, 2007). Ese mismo año la suma de importaciones y exportaciones en relación al PIB se duplicaron en la mayoría de países miembros de la OECD. En relación a la apertura financiera, la inversión de capital en el extranjero ha crecido desde un 5% en el año 1980 hasta el 50% a partir del año 2000 (OECD, 2011).

La razón de este crecimiento sin precedentes ha sido el intenso proceso de internacionalización de las empresas y la externalización de los procesos de producción, tendencias que siguen perdurando en la actualidad. Finalmente, la inversión en Investigación y Desarrollo (I+D) se ha incrementado gracias a la mayor apertura comercial entre países, que a su vez se ha visto favorecido por la mejora de las tecnologías de la comunicación.

Figura 4.3. Evolución de la integración del comercio y los mercados financieros y el progreso tecnológico en el periodo 1980-2008 (1980 = 100), promedio de los países miembros de la OECD.



Notas: la integración comercial se define como la suma de exportaciones e importaciones como porcentaje del PIB. La apertura financiera se define como la suma de pasivos y activos transfronterizos como porcentaje de PIB. El gasto en I+D se corresponde a la inversión en investigación y desarrollo de empresas del sector privado como porcentaje del PIB.

Fuente: OECD, Base de datos de indicadores comerciales; FMI, Base de datos externa Wealth of Nations Mark II (EWN II); OECD, Principales indicadores de ciencia y tecnología.

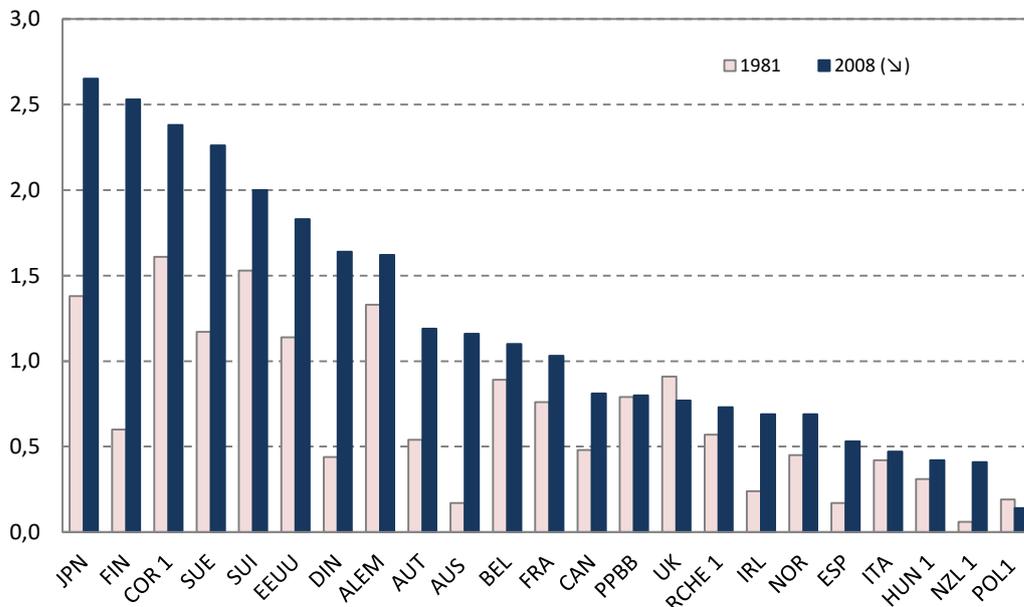
4.2.1 Inversión en investigación y desarrollo

El rápido avance tecnológico ha sido una característica notable de las economías de la OECD durante las últimas décadas. Este desarrollo ha estado ligado al proceso de globalización, lo que dificulta el análisis de su impacto sobre la desigualdad. Acemoglu (1998) defiende que el cambio tecnológico y la automatización de las tareas pueden provocar un aumento desproporcionado de la demanda de capital y mano de obra especializada en perjuicio del empleo en aquellos sectores de menor cualificación. Siguiendo esta teoría, Acemoglu (1998) sugiere que el rápido incremento en la proporción de estudiantes graduados en Estados Unidos durante los años 1970 quizá haya sido la causa del aumento de la desigualdad en los años 1980. Card y DiNardo (2002) analizan la evidencia empírica a favor de esta teoría concluyendo que no es capaz de explicar la estabilización de la desigualdad en el año 1990 a pesar de los grandes avances de la tecnología computacional. Además, Card y DiNardo (2002) alertan de que la teoría del cambio tecnológico (*Skill-Biased Technological Change*, SBTC) no permite incluir otras dimensiones de la desigualdad como la discriminación salarial por razón de género o de raza o incluso el factor edad en los estudios. Adicionalmente, la falta de consenso en relación a la medición del avance tecnológico complica aún más el análisis. En general, el grado de avance tecnológico de un país se puede medir a través de la inversión en innovación (por ejemplo, el gasto en investigación y desarrollo), los resultados de la aplicación del conocimiento (patentes) o el grado de informatización (uso de TIC en las empresas).

La figura 4.4 muestra que el gasto en investigación y desarrollo de las empresas del sector privado (*Business Enterprise R&D expenditure*, BERD) como porcentaje del PIB ha crecido desde 1980 en la gran mayoría de países de la OECD. Este crecimiento es más llamativo incluso si tenemos en cuenta que el gasto en I+D del sector público y de

las empresas financiadas por fondos públicos ha disminuido en el tiempo. El incremento de la inversión en I+D por el sector privado favorece la demanda de trabajadores cualificados tales como científicos, técnicos o investigadores. Parte de este gasto en I+D resultará eventualmente en innovaciones tecnológicas lo cual demandará nuevas habilidades y una mayor formación de los trabajadores, y que podría resultar en una mayor dispersión salarial. Los países escandinavos, Japón y Australia son las regiones que mayor inversión han realizado en I+D, en contraste con Italia y Países Bajos que presentan los niveles más bajos de inversión. Reino Unido y Polonia son los únicos países que registran una caída en sus recursos. En concreto, en Reino Unido la inversión en I+D, como porcentaje del PIB, ha disminuido desde el 0,91% hasta el 0,76% en 2008.

Figura 4.4. Evolución de la inversión en I+D de empresas del sector privado como porcentaje del PIB.

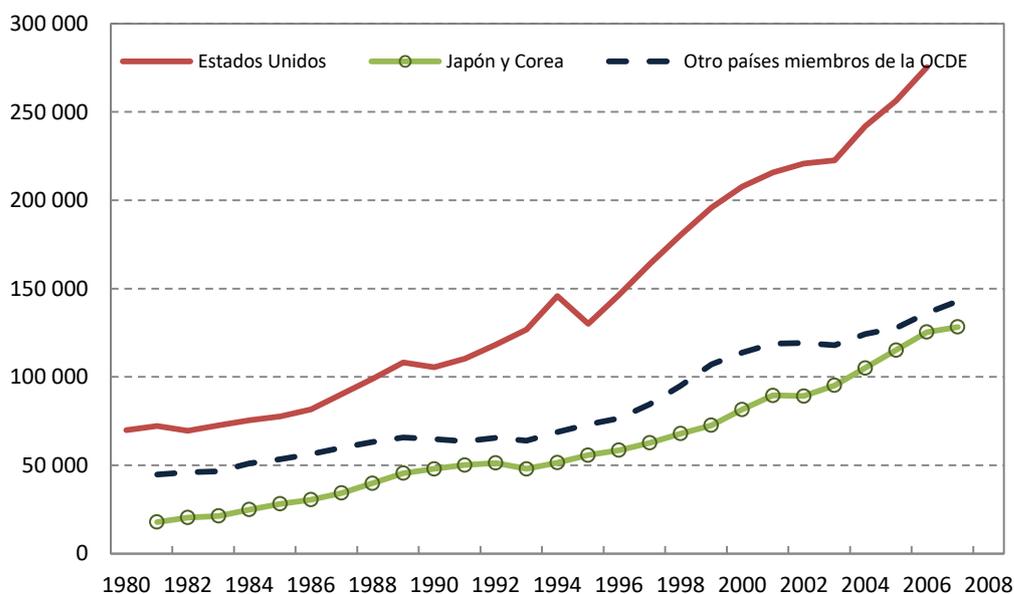


Notas: 1. La serie de datos comienza en 1990. Fuente: OECD, Principales indicadores en ciencia y tecnología.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

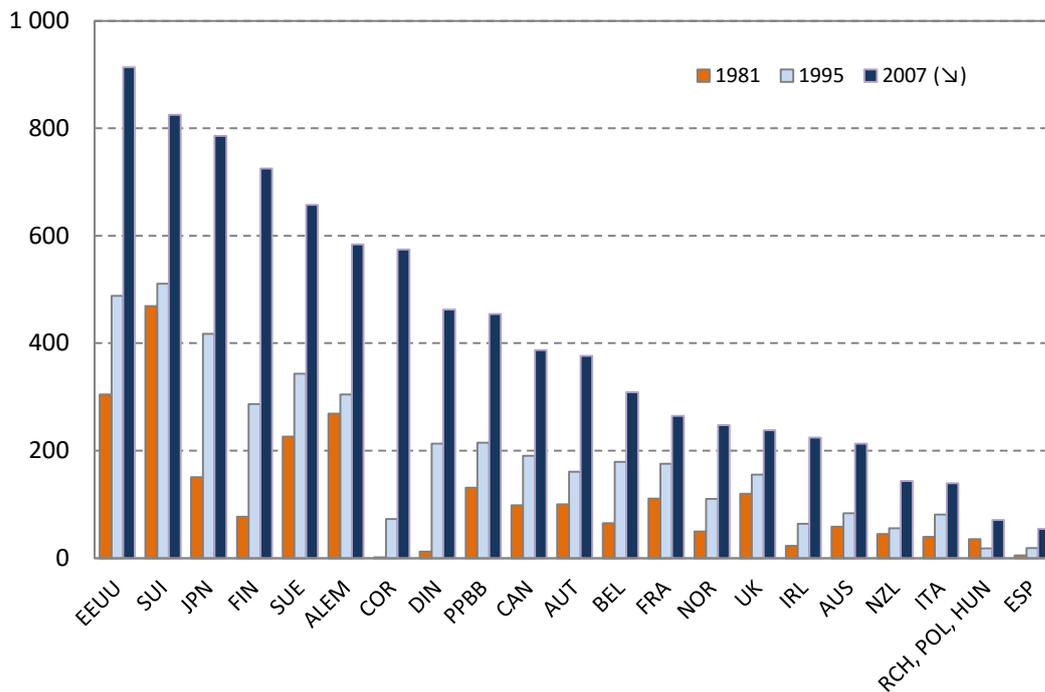
Adicionalmente a los recursos destinado al I+D, existen otras medidas para reflejar los resultados de las actividades de tipo científico y tecnológico. Un indicador ampliamente utilizado en la literatura son las patentes (Griliches, 1991). La figura 4.5 refleja un claro incremento en el número total de patentes registradas en los países de la OECD. En Estados Unidos, por ejemplo, el número de patentes registrado entre la oficina europea de patentes (*European Patent Office, EPO*) y por la oficina norteamericana de patentes y marcas (*United States Patent and Trademark Office, UPSTO*) se ha cuadruplicado desde 70.000 en 1981 hasta 280.000 en 2007. El ritmo de crecimiento de patentes se ha acelerado a partir de mediados de 1990, y teniendo en cuenta el tamaño del país (Figura 4.6) podemos observar que se trata de una tendencia generalizada. El caso de Corea es especialmente llamativo ya que el número de patentes registradas por millones de personas fue de 600 en 2007 partiendo de prácticamente cero en 1980.

Figura 4.5. Número total de patentes registradas en el periodo 1980-2007.



Notas: El número total de patentes registradas en la Oficina Europea de Patentes y en la Oficina Norteamericana de Patentes y Marcas. Fuente: OECD, Estadísticas sobre patentes.

Figura 4.6. Número de patentes registradas per cápita (por millones de personas).



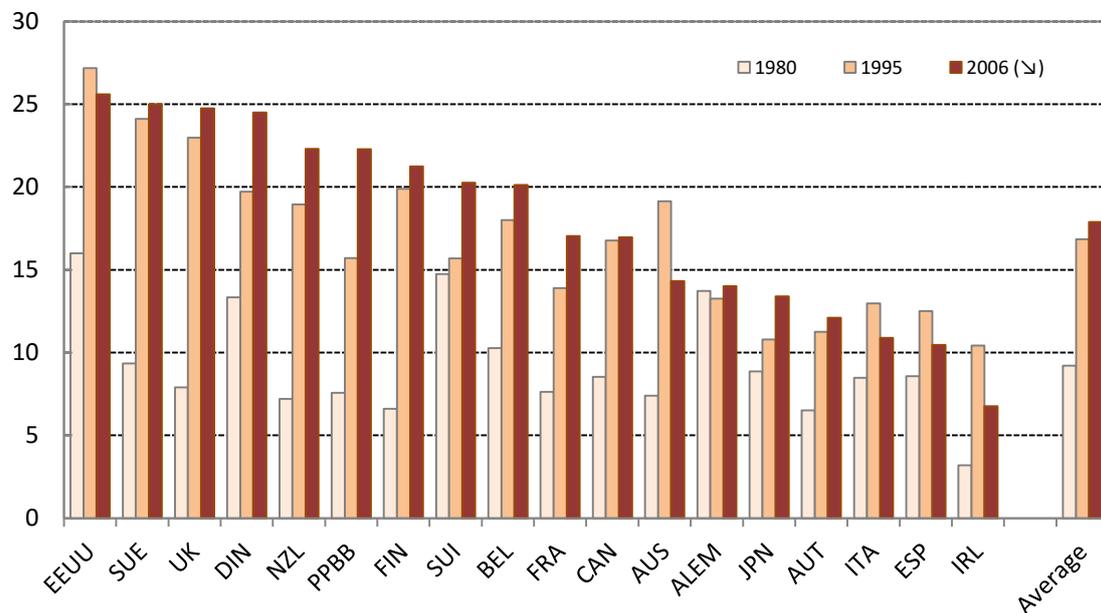
Notas: El número total de patentes registradas en la Oficina Europea de Patentes y en la Oficina Norteamericana de Patentes y Marcas. Fuente: OECD, Estadísticas sobre patentes.

La literatura reciente que relaciona la desigualdad con el progreso tecnológico también analiza el papel de las TIC. Autor et al. (2003) argumentan que un aumento en el uso de los ordenadores y nuevas tecnologías de la información puede recortar las diferencias salariales al reducir el número de horas de trabajo rutinario y tareas manuales e incrementar la demanda de trabajadores para realizar tareas no rutinarias que requieran mayor complejidad, independientemente de su formación y remuneración. La figura 4.7 refleja un importante crecimiento de las TIC con respecto a la inversión y el empleo. En general, el porcentaje de inversión en TIC en relación a la inversión total en capital fijo no residencial se ha incrementado del 9,2% en 1980 hasta alcanzar el 18% en 2006. Nuevamente, se aprecia un crecimiento acelerado a partir del año 1990. El incremento mayor se ha dado en Estados Unidos (16,8 puntos), Suecia (15,7) y Nueva Zelanda (15,1). En Estados Unidos, Australia, Italia, España e Irlanda la intensidad de la inversión en TIC se ha rebajado desde 1990 hasta nuestros días. En el lado de la

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

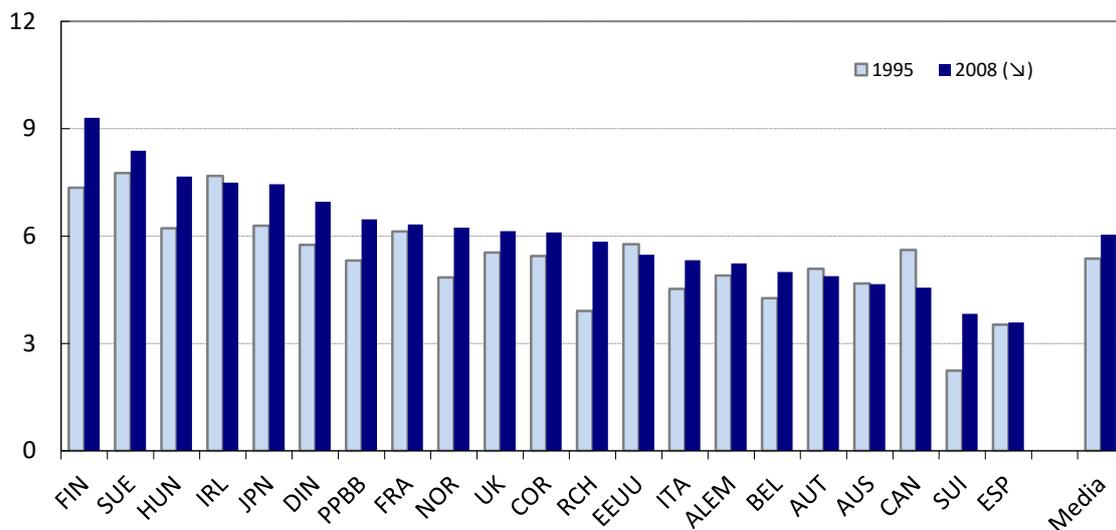
empleabilidad, el uso de las TIC también se ha extendido, aunque de manera modesta, desde 1995 en la mayoría de países de la OECD. Finlandia, República Checa y Suiza registran el mayor crecimiento, mientras Canadá muestra un notable descenso en el uso de las TIC en el trabajo durante el periodo.

Figura 4.7. Proporción de inversión en TIC en relación a la inversión total en capital fijo no residencial.



Notas: El año de inicio es 1981 para Canadá, 1991 para Alemania y 1990 para Japón, en lugar de 1980. El año de finalización es 2004 para Bélgica y 2005 para Finlandia, en lugar de 2006. Fuente: OECD, Base de datos sobre productividad.

Figura 4.8. Proporción de empleo TIC sobre el total de empleo en el sector empresarial.



Notas: 2007 en lugar de 2008 para Estado Unidos; 2000 en lugar de 1995 Para Hungría. Fuente: OECD, Perspectivas de tecnología de la información 2010.

4.2.2 Integración comercial

El comercio internacional ha crecido de manera sustancial desde el año 1980 en adelante. La participación en el comercio en relación al PIB aumentó en prácticamente todos los países miembros de la OECD, aunque gran parte de este incremento se ha dado en los últimos 20 años (OECD, *Macro Trade Indicators*). Un factor importante detrás de la rápida expansión en la importación de mercancías en los países de la OECD durante este periodo es el crecimiento significativo en las exportaciones de los países emergentes de la región de Asia.

En relación a la literatura tradicional sobre el comercio internacional, la teoría predominante fue propuesta por Stolper y Samuelson (1941). El teorema de Stolper-Samuelson afirma que el comercio beneficia a los países desarrollados, con abundancia de recursos y mano de obra especializada, en donde los trabajadores cualificados verían aumentar sus salarios en relación a los trabajadores con una baja formación. De acuerdo a esta teoría, un aumento del comercio a nivel internacional puede provocar una mayor

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

desigualdad en los países desarrollados. Lo contrario ocurre en los países en vías de desarrollo, con mano de obra más barata y baja cualificación de los trabajadores. Teóricamente, un aumento de la liberalización comercial en estos países podría incrementar los salarios en general y disminuir la brecha salarial y la desigualdad (Stolper & Samuelson, 1941).

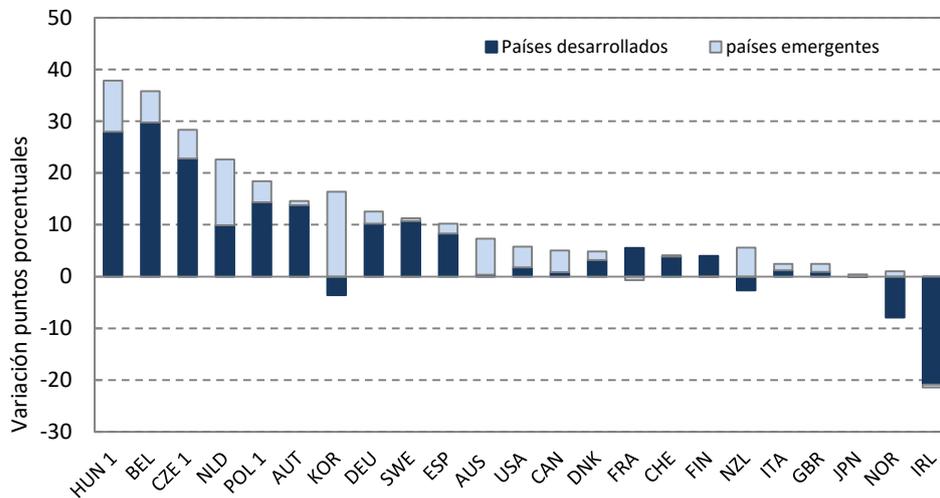
Asimismo, estudios más recientes que incorporan la heterogeneidad en las empresas apuntan a que la desigualdad salarial a menudo aumenta con el grado de apertura comercial del país (Amiti & Davis, 2012; Egger & Kreickemeier, 2009; Verhoogen, 2008). Verhoogen (2008) investiga la relación entre el comercio y la desigualdad utilizando datos de panel de plantas de producción en México. En el modelo propuesto las plantas con mayor nivel de producción fabrican bienes de mayor calidad, y pagan mejores salarios a sus trabajadores. Estas plantas también son las que exportan los bienes de mejor calidad a otros países desarrollados, mientras que los bienes de calidad más baja se comercializan en el mercado doméstico. Al mismo tiempo, la devaluación del tipo de cambio acentúa todavía más las diferencias entre plantas, aumentando las exportaciones de las más productivas y las diferencias salariales entre los trabajadores de la industria. Egger y Kreickemeier (2009) incorporan las preferencias salariales de los trabajadores en un modelo de equilibrio con empresas heterogéneas donde la productividad alcanzada determina la remuneración. Los autores concluyen que solo si los costes de entrada al mercado extranjero son lo suficientemente altos y la actividad exportadora genera beneficios, entonces la integración comercial podría contribuir a reducir la desigualdad salarial entre trabajadores y la tasa de desempleo. Sin embargo, altas barreras a la exportación podrían provocar la situación inversa, es decir, un aumento de la desigualdad y del desempleo (Egger & Kreickemeier, 2009). Amiti y Davis (2012) consideran el efecto de los aranceles a la importación y exportación sobre

el salario de los trabajadores dado el nivel de internacionalización de una empresa. El estudio concluye, utilizando datos de empresas manufactureras en Indonesia, que una bajada de los aranceles a la exportación perjudica a los trabajadores de empresas importadoras, que ven reducido su salario, mientras que el efecto contrario se produce en los salarios de las empresas exportadoras.

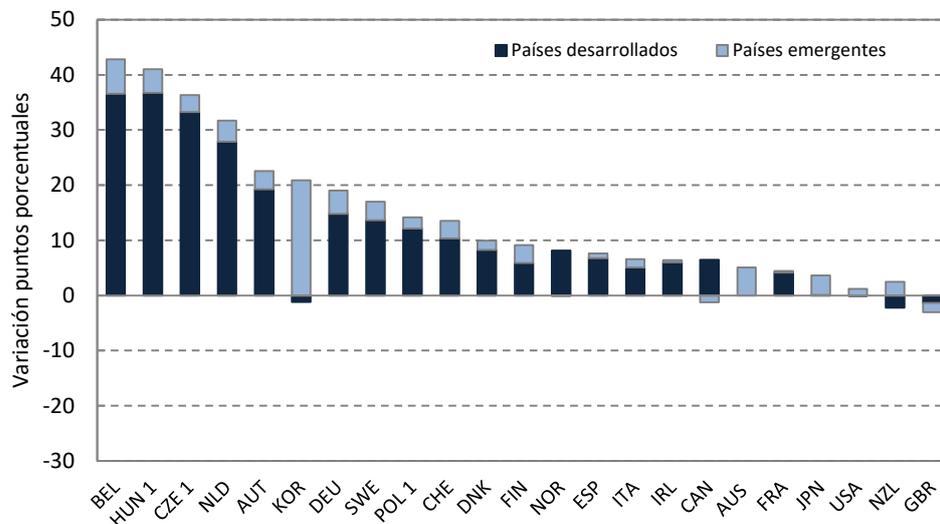
La figura 4.9 revela que en la mayoría de países de la OECD el crecimiento en la intensidad comercial proveniente de países en desarrollo supone menos de un cuarto del incremento total en importaciones comerciales. El proceso de integración comercial ha sido considerablemente más notable fuera de la Unión Europea, prácticamente el incremento total en las exportaciones e importaciones de Australia, Nueva Zelanda, Corea y Japón durante el periodo son atribuidas al aumento del comercio internacional con los países emergentes. Esta tendencia en las importaciones se repite en el caso de Estados Unidos y otros países de la UE como Países Bajos o Italia. Únicamente Francia e Irlanda registran un modesto descenso en las importaciones provenientes de países emergentes durante el periodo, y lo mismo ocurre con las exportaciones en el caso de Canadá y Reino Unido.

Figura 4.9. Crecimiento del comercio internacional por país de origen en el periodo 1980-2008.

Panel A. Importaciones/PIB



Panel B. Exportaciones/PIB



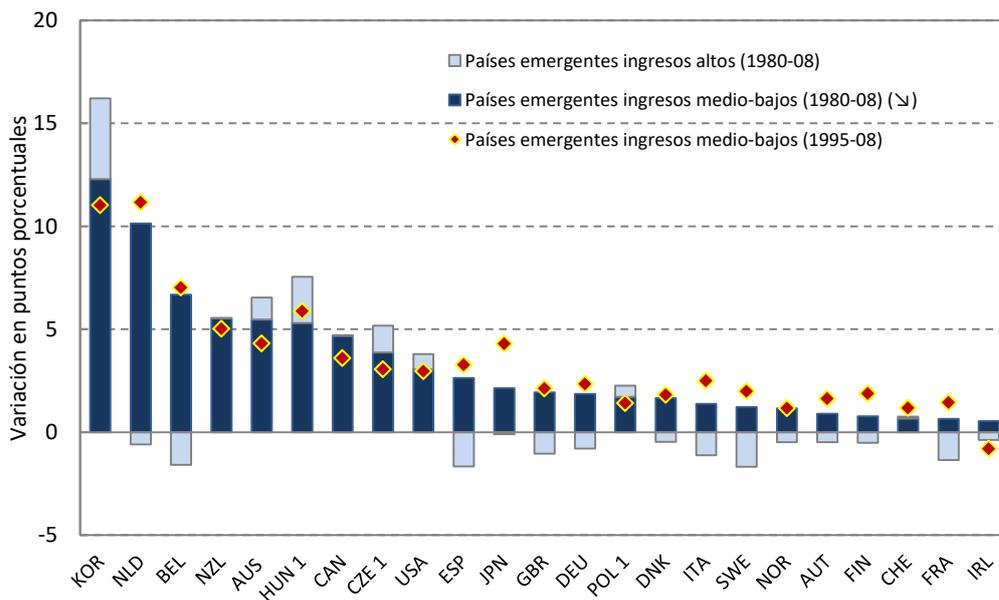
Notas: No incluido el comercio internacional de servicios. 1. Las series de datos comienzan en el año 1990. Fuente: United Nation Conference on Trade and Development (UNCTAD), Handbook of Statistics.

Con el objetivo de investigar cuánto del incremento comercial entre los países de la OECD se debe a una mejora de los intercambios con países emergentes como China o India, la figura 4.10 clasifica los países emergentes en dos grupos en función de los

ingresos medios: altos ingresos e ingresos medio-bajos. El análisis revela un aumento global en las importaciones provenientes de países emergentes que pertenecen al grupo de ingresos medio-bajos en los 23 países de la OECD analizados. Por otro lado, más de una docena de países registran un descenso en las importaciones provenientes del grupo de países en desarrollo con ingresos medios altos. El aumento de las exportaciones hacia países emergentes con ingresos medio-bajos ha sido menos pronunciado aunque aun así representa dos veces el incremento en las exportaciones hacia los países con ingresos altos. Resulta interesante que países como Irlanda que habían registrado tradicionalmente un descenso en sus cifras de comercio internacional también ahora mejoren sus relaciones con los países emergentes. El fortalecimiento de las relaciones comerciales con los países en desarrollo con ingresos medio-bajos se ha convertido en la tendencia que domina el panorama comercial global de los últimos 25 años.

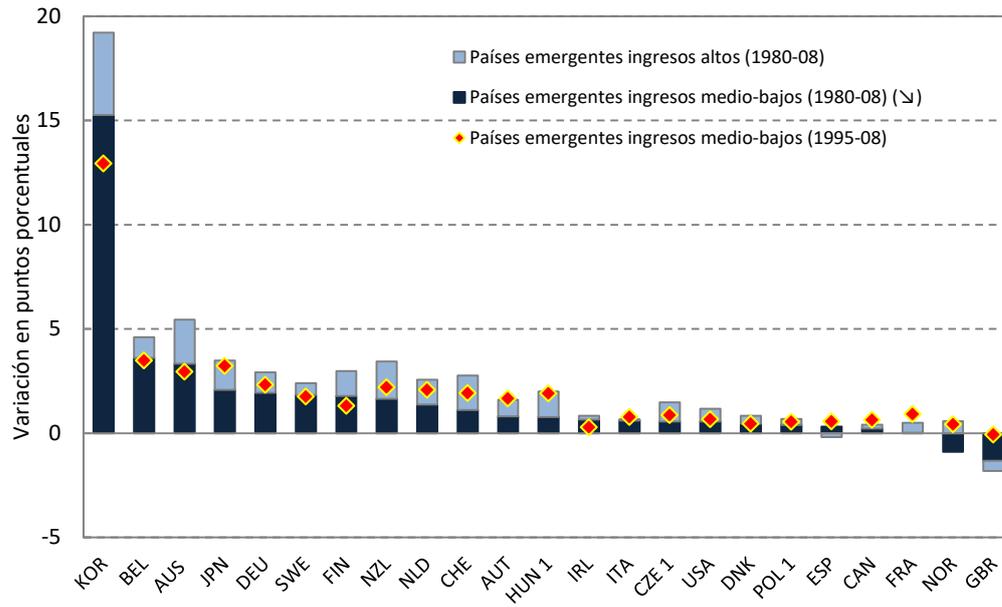
Figura 4.10. Crecimiento del comercio internacional en los países emergentes clasificados por grupos según ingresos.

Panel A. Importaciones/PIB



Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Panel B. Exportaciones/PIB



Notas: No incluido el comercio internacional de servicios. 1. Las series de datos comienzan en el año 1990. Fuente: *United Nation Conference on Trade and Development (UNCTAD), Handbook of Statistics.*

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

PARTE III: ANÁLISIS EMPÍRICO

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

5 EVALUACIÓN EMPÍRICA DE LOS MODELOS DE VALORACIÓN DE ACTIVOS. EL MÉTODO GENERALIZADO DE LOS MOMENTOS

El enfoque inicial del método generalizado de los momentos (*Generalized Method of Moments*, GMM) desarrollado por Hansen y Singleton (1982) se basa en la idea de que cualquier modelo requiere de parámetros y de datos para su estimación. De esta forma, el modelo de valoración de activos predice:

$$E(p_t) = E[m(\text{datos}_{t+1}, \text{parametros})x_{t+1}] \quad 5.1$$

La manera más natural de confirmar esta predicción es analizar el valor promedio de la muestra. Siguiendo con la ecuación anterior, se debe calcular:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T p_t \quad y \quad \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [m(\text{datos}_{t+1}, \text{parametros})x_{t+1}] \quad 5.2$$

GMM estima los parámetros haciendo que los resultados de los promedios anteriores sean lo más próximos entre sí como sea posible. Una vez seleccionados los parámetros que mejor se ajustan al modelo, se procede a la evaluación de su funcionamiento examinando la diferencia entre el valor real y su predicción también conocida como error de estimación. En los siguientes apartados analizamos en detalle las etapas en la estimación utilizando GMM.

5.1 El método generalizado de los momentos

Para introducir al método generalizado de los momentos o GMM utilizaremos la pauta básica propuesta por Hansen y Singleton (1982). Por simplicidad comenzaremos el análisis de GMM centrándonos en el modelo de consumo para posteriormente estudiar su aplicación a modelos factoriales lineales.

5.1.1 Errores de estimación

El modelo de factor de descuento estocástico requiere de una serie de parámetros y de datos para su funcionamiento. Para recalcar este hecho utilizamos la notación $m_{t+1}(b)$ cuando sea relevante. De esta forma, si $m_{t+1} = \beta(c_{t+1}/c_t)^{-\gamma}$, entonces $b \equiv [\beta \ \gamma]'$. Adicionalmente, utilizamos \hat{b} para indicar que se trata de una estimación.

Partimos de la ecuación fundamental de fijación de precios que debe cumplir cualquier modelo de valoración:

$$E(p_t) = E[m_{t+1}(b)x_{t+1}] \quad 5.3$$

De manera equivalente, podemos expresar la ecuación anterior:

$$E[m_{t+1}(b)x_{t+1} - p_t] = 0 \quad 5.4$$

Los errores de estimación $u_t(b)$ se definen a continuación como el valor absoluto de las diferencias entre la estimación y el valor del parámetro:

$$u_{t+1}(b) = m_{t+1}(b)x_{t+1} - p_t \quad 5.5$$

Definimos $g_T(b)$ como el promedio de los errores u_t para un vector de b en una muestra de tamaño T :

$$g_T(b) \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T u_t(b) = E_T[u_t(b)] = E_T[m_{t+1}(b)x_{t+1} - p_t] \quad 5.6$$

La segunda igualdad introduce la notación E_T para indicar que se trata de una media muestral:

$$E_T(\cdot) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\cdot) \quad 5.7$$

Generalmente se utiliza un conjunto de activos para evaluar el funcionamiento de un modelo, lo que da lugar a la serie de ecuaciones $g_T(b)$ que reciben el nombre de “momentos condicionales”:

$$g_T(b) = E_T[m_{t+1}(b)x_{t+1}] - E_T[p_t] \quad 5.8$$

Cada momento es igual a la diferencia entre el precio real $E_T(p)$ y su predicción $E_T(mx)$. O lo que es lo mismo, es igual al error de estimación. Para la evaluación del modelo escogeremos los parámetros que consigan reducir al máximo la diferencia entre el precio real y su predicción. El tamaño de los errores de estimación determinará el buen funcionamiento del modelo.

Ahora bien, si en lugar de precios calculamos la diferencia entre el rendimiento real y el esperado obtendremos el alfa de Jensen, una conocida medida de la habilidad de un gestor de carteras para obtener rentabilidades por encima del índice bursátil. Los momentos $g_T(b)$ son proporcionales al alfa de Jensen, y para comprobarlo utilizamos la relación $0 = E(mR^e)$:

$$E(R^e) = -\frac{\text{cov}(m, R^e)}{E(m)} \quad 5.9$$

Finalmente, reescribimos los errores de estimación como:

$$\begin{aligned} g(b) = E(mR^e) &= E(m) \left(E(R^e) - \left(-\frac{\text{cov}(m, R^e)}{E(m)} \right) \right) \\ &= \frac{1}{R^f} (R^e \text{ real} - R^e \text{ predicción}) \end{aligned} \quad 5.10$$

Podemos expresar la ecuación anterior como un modelo de betas de la forma:

$$E(R^{ei}) = \alpha_i + \beta_i' \lambda \quad 5.11$$

A continuación comprobamos que los momentos son proporcionales al alfa de Jensen:

$$g(b) = \frac{1}{R^f} \alpha_i \quad 5.12$$

5.1.2 Primera etapa de la estimación

La primera etapa en la estimación de b minimiza los errores cuadráticos de la media muestral de la forma:

$$\hat{b}_1 = \operatorname{argmin}_{\{b\}} g_T(b)' W g_T(b) \quad 5.13$$

Donde W es la matriz de pesos que indica la relevancia de cada momento en la estimación. El estimador \hat{b}_1 es consistente y asintóticamente normal, lo que significa que su error se aproxima a cero y su distribución se acerca a la normal a medida que aumenta el tamaño T de la muestra.

Normalmente concederemos el mismo peso o importancia a cada momento condicional con el objetivo de minimizar los errores cuadráticos de estimación. Para ello utilizamos la matriz $W = I$ también conocida como “matriz identidad”. Ahora bien, si quisiéramos priorizar la valoración de unos activos o combinación lineal de activos sobre otro, entonces $W \neq I$ como veremos en la segunda etapa de la estimación.

El objetivo en esta primera etapa es conseguir encontrar valores para el parámetro b tal que $g_T(b) = 0$. Cuando esto ocurre se dice que la valoración de los activos en la muestra seleccionada es perfecta. Normalmente trabajaremos con mayor número de momentos condicionales que de parámetros. Cuando el número de parámetros excede al de momentos se dice que la teoría es insustancial.

5.1.3 Segunda etapa de la estimación

En esta segunda etapa de la estimación seleccionamos una matriz de pesos W que prioriza la valoración de algunos momentos o combinaciones lineales de momentos respecto a otros. La elección de diferentes pesos se justifica cuando existe una mayor veracidad en la información sobre determinados activos, por ejemplo, o cuando algunos activos son más relevantes para el propósito de la valoración.

Generalmente encontramos que los rendimientos de unos activos presentan una varianza mayor a la de otros. Para esos activos, la media muestral $g_T = E_T(m_t R_t - 1)$ será una medida menos precisa de la media poblacional $E(mR - 1)$. Por esta razón, se recomienda para estos casos utilizar una matriz de pesos que dé prioridad a la valoración de activos con menor varianza de $m_t R_t - 1$. Como los rendimientos de los activos se encuentran correlacionados, podemos utilizar para este propósito la matriz de covarianzas de $E_T(m_t R_t - 1)$. De esta forma podemos seleccionar a través de la matriz de pesos los momentos para los que se disponga de una mayor cantidad de información.

Para el cálculo de la matriz de covarianzas partimos del supuesto $E(u_t) = 0$ y de que u_t es un suceso estacionario, es decir, $E(u_1 u_2) = E(u_t u_{t+1})$ depende únicamente del intervalo de tiempo entre los dos errores. De esta forma:

$$\begin{aligned} \text{var}(g_T) &= \text{var}\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T u_{t+1}\right) \\ &= \frac{1}{T^2} [TE(u_t u'_t) + (T-1)(E(u_t u'_{t-1}) + E(u_t u'_{t+1})) + \dots] \end{aligned} \quad 5.14$$

Cuando $T \rightarrow \infty$, $\frac{(T-j)}{T} \rightarrow 1$, entonces:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$\text{var}(g_T) \rightarrow \frac{1}{T} \sum_{j=-\infty}^{\infty} E(u_t u'_{t-j}) = \frac{1}{T} S \quad 5.15$$

En la última igualdad de la ecuación anterior encontramos S que es la matriz de varianzas y covarianzas de g_T para un parámetro concreto b , también conocida como “matriz de densidad espectral”.

En la segunda etapa de la estimación utilizamos la matriz \hat{S} en su forma cuadrática:

$$\hat{b}_2 = \text{argmin}_b g_T(b)' \hat{S}^{-1} g_T(b) \quad 5.16$$

\hat{b}_2 es un estimador consistente, asintóticamente normal y asintóticamente eficiente del parámetro b . “Eficiente” significa que su matriz de varianzas y covarianzas es menor que la del resto de estimadores consistentes o que la del resto de valores posibles para la matriz W . Hansen (1982) demuestra formalmente que la elección de $W = S^{-1}$ es la matriz de pesos óptima desde el punto de vista estadístico, lo que significa que genera las estimaciones con la menor varianza asintótica.

Ahora bien, si los errores u_t no se encuentran correlacionados en el tiempo, entonces $E_t(u_t u'_{t-j}) \neq 0, j \neq 0$ por lo que la ecuación anterior se simplifica:

$$\text{var}\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T u_{t+1}\right) = \frac{1}{T} E(uu') = \frac{\text{var}(u)}{T} \quad 5.17$$

Es probable que la primera y segunda etapa de la estimación recuerden a los modelos de regresión lineal. Comenzamos por la regresión OLS cuyos errores no son independientes ni se encuentran idénticamente distribuidos. Esto significa que los estimadores OLS son consistentes pero no eficientes. Para obtener estimadores eficientes debemos utilizar OLS para generar una serie de residuos a partir de los cuales

calculamos la matriz de varianzas y covarianzas. Finalmente aplicamos GLS para reducir al máximo la variación en los parámetros estimados en la muestra.

5.1.4 Errores estándar

La fórmula de los errores estándar de la estimación es:

$$\text{var}(\hat{b}_2) = \frac{1}{T} (d' S^{-1} d)^{-1} \quad 5.18$$

donde:

$$d \equiv \frac{\partial g_T(b)}{\partial b} \quad 5.19$$

La ecuación 5.18 puede ser interpretada como una aplicación del “método delta” para aproximar la distribución de probabilidad de una función asintóticamente normal $f(x)$ cuya varianza es $f'(x)^2$. Suponiendo que existe un solo parámetro y un solo momento, entonces S/T es la matriz de varianzas del momento g_T . De esta forma, $d^{-1} = [\partial g_T / \partial b]^{-1} = \partial b / \partial g_T$. La fórmula de la varianza aplicando el método delta sería:

$$\text{var}(\hat{b}_2) = \frac{\partial b}{\partial g_T} \text{var}(g_T) \frac{\partial b}{\partial g_T} \quad 5.20$$

La ecuación 5.18 traslada esta misma idea al cálculo vectorial.

5.1.5 Prueba de sobre identificación de restricciones o Test J_T

Finalmente, la prueba de sobre identificación de restricciones o prueba de Sargan-Hansen (Hansen, 1982; Sargan, 1958) determina el grado de ajuste general del modelo. Para ello asume que el resultado de minimizar los residuos en la segunda etapa de

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

estimación se encuentra distribuido de acuerdo a una variable chi-cuadrado χ^2 con grados de libertad igual al número de momentos menos el número de parámetros estimados:

$$TJ_T = T \min_{\{b\}} [g_T(b)' S^{-1} g_T(b)] \sim \chi^2(\#momentos - \#parámetros) \quad 5.21$$

Siendo S la matriz de varianzas-covarianzas de g_T , TJ_T son los errores mínimos de estimación entre la matriz de varianzas-covarianzas. Concretamente, nos preguntaremos con qué frecuencia obtendríamos una suma de errores de estimación tan grande en caso de que el modelo fuera cierto. Si la respuesta es que no tan frecuentemente, entonces el modelo sería rechazado.

La reducción de los grados de libertad corrige el hecho de que S es realmente la matriz de covarianzas de g_T para un parámetro concreto de b . En cada muestra establecemos que una combinación lineal de g_T sea igual a cero, por lo que la matriz de covarianzas es singular con rango $\#momentos - \#parámetros$.

5.1.6 Notación, instrumentos y rendimientos

GMM se basa en la idea de utilizar una notación general adaptable a multitud de problemas de carácter específico. De esta forma, se parte de la ecuación fundamental de fijación de precios:

$$E[m_{t+1}(b)x_{t+1} - p_t] = 0 \quad 5.22$$

A menudo trabajamos utilizando rendimientos, por lo que podemos adaptar la ecuación 5.22:

$$E[m_{t+1}(b)R_{t+1} - 1] = 0 \quad 5.23$$

También es común añadir instrumentos al modelo. Para ello podemos multiplicar ambos lados de la ecuación por la variable z_t observable en el momento t :

$$E(z_t) = E[m_{t+1}(b)R_{t+1}z_t] \quad 5.24$$

Expresando el resultado de la forma $E(\cdot) = 0$ tenemos que:

$$0 = \{E[m_{t+1}(b)R_{t+1} - 1]z_t\} \quad 5.25$$

Podemos repetir el mismo procedimiento para un vector de rendimientos e instrumentos. Por ejemplo, supongamos un vector formado por dos rendimientos $R = [R^a \ R^b]'$ y un solo instrumento z_t . La ecuación X anterior particularizada a este ejemplo concreto es igual a:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} m_{t+1}(b) & R_{t+1}^a \\ m_{t+1}(b) & R_{t+1}^b \\ m_{t+1}(b) & R_{t+1}^a \\ m_{t+1}(b) & R_{t+1}^b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ z_t \\ z_t \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.26$$

Podemos simplificar la ecuación anterior utilizando el producto de Kronecker \otimes que representa el producto tensorial de las transformaciones lineales asociadas a cada una de las matrices. De esta forma:

$$\{E[m_{t+1}(b)R_{t+1} - 1] \otimes z_t\} = 0 \quad 5.27$$

5.1.7 Procesos estacionarios

La aplicación del GMM no requiere de la realización de hipótesis estadísticas (Hansen, 1982; Ogaki, 1993). La única condición que debe cumplirse para su aplicación es que m , p y x sean variables estacionarias. Es importante tener en cuenta que un proceso estacionario no implica que sea constante o i.i.d. Estadísticamente, un proceso es

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

estacionario cuando la distribución conjunta de x_t, x_{t-j} depende exclusivamente de j y no de t . El hecho de que m, p y x sean variables estacionarias implica que la media muestral convergerá a la media poblacional.

Sin embargo, al trabajar con procesos estacionarios debemos tener en cuenta la propia naturaleza de las variables. Por ejemplo, no es conveniente utilizar la siguiente ecuación:

$$p_t = E_t[m_{t+1}(d_{t+1} + p_{t+1})] \quad 5.28$$

Ya que p y d son procesos típicamente no estacionarios. Una posible solución es dividir la ecuación anterior entre p_t expresando el modelo de la forma:

$$1 = E_t \left[m_{t+1} \frac{d_{t+1} + p_{t+1}}{p_t} \right] = E_t [m_{t+1} R_{t+1}] \quad 5.29$$

Al dividir entre p_t nos aseguramos que el rendimiento sigue un proceso estacionario. Una alternativa para trabajar con precios y asegurar que sigan procesos estacionarios es utilizar los dividendos:

$$\frac{p_t}{d_t} = E_t \left[m_{t+1} \left(1 + \frac{p_{t+1}}{d_{t+1}} \right) \frac{d_{t+1}}{d_t} \right] \quad 5.30$$

Esta opción es más recomendable de utilizar, agrupando los activos en carteras, ya que no siempre los activos individuales pagan un dividendo regular.

Para finalizar es importante a la hora de seleccionar los activos para la evaluación del modelo que éstos también sean estacionarios. Los activos individuales sufren cambios a lo largo del tiempo, por ejemplo aumentando o disminuyendo su tamaño, su exposición al riesgo, el grado de apalancamiento, incluso la naturaleza del propio negocio al que pertenecen. Por esta razón es común utilizar carteras de activos ordenados por características como betas, tamaño, ratio *book-to-market*, o el sector, entre otros

criterios. Desde el punto de vista estadístico, las carteras de inversión nos ofrecen una mayor estabilidad que los activos individuales, que entran y salen de las carteras respondiendo a factores internos o externos.

5.2 Modelos de regresión en serie temporal y en corte transversal

Esta sección estudia la aplicación de GMM para evaluar modelos lineales de factores de la forma $p = E(mx)$, $m = b'f$ o, de manera equivalente, $E(R^e) = \beta'\lambda$. Este tipo de modelos son con diferencia los más utilizados en los trabajos empíricos de investigación sobre valoración de activos. Aunque existen diversas técnicas econométricas para estimar y evaluar el funcionamiento de los modelos lineales, la mayoría tratan de responder las mismas preguntas: cómo estimar los parámetros, cómo calcular los errores estándar de los parámetros estimados, cómo calcular los errores estándar de los errores de estimación, y cómo evaluar el modelo en su conjunto. A continuación responderemos a las preguntas anteriores utilizando dos enfoques diferentes: la regresión en serie temporal y la regresión en corte transversal.

5.2.1 Regresión en serie temporal

Comenzamos con el modelo lineal de un solo factor. El único factor elegido equivale a un exceso de rendimiento R^e . Por ejemplo, en el caso del modelo CAPM el factor es $R^{em} = R^m - R^f$. A continuación expresamos el modelo de factores utilizando la representación de rendimientos esperados frente a betas:

$$R_t^{ei} = \alpha_i + \beta_i f_t + \varepsilon_t^i \quad 5.31$$

Donde las betas representan los coeficientes de regresión. El modelo predice que los rendimientos esperados son directamente proporcionales a las betas:

$$E(R^{ei}) = \beta_i E(f) \quad 5.32$$

Tanto los activos valorados como el factor f del modelo son excesos de rendimiento.

De esta forma, si utilizamos el modelo para predecir el propio factor tenemos que

$$E(f) = 1 \times \lambda.$$

Comparando el modelo (ecuación 5.32) con la regresión en serie temporal (ecuación 5.31) podemos comprobar que el parámetro α_i o intercepto de la regresión desaparece.

Esto significa que α_i debe ser igual a cero en la regresión o, dicho de otra forma, debe ser igual a los errores de estimación. (Black et al., 1972) sugieren una forma de solventar este problema ejecutando regresiones de una serie temporal de datos para cada activo. Una vez hecho esto se utiliza el promedio como medida del factor de riesgo:

$$\hat{\lambda} = E_T(f) \quad 5.33$$

El siguiente paso es la elaboración de una teoría sobre la distribución de los parámetros.

Para ello es conveniente utilizar la prueba t de Student para comprobar si los errores de estimación α son realmente iguales a cero. Aunque este contraste se aplica bajo la hipótesis de homocedasticidad y ausencia de correlación entre los residuos de la regresión, Cochrane (2005) pp. 209 muestra como calcular los errores estándar cuando existe heterocedasticidad y correlación entre ellos.

También interesa conocer si los errores de estimación son conjuntamente iguales a cero.

Este estadístico se puede considerar como un contraste general de bondad del ajuste del modelo. En este caso, no podremos utilizar la ecuación de regresión 5.31 ya que pretendemos conocer la distribución conjunta de los coeficientes α provenientes de regresiones diferentes, una para cada activo, pero cuyos residuos se encuentran correlacionados entre sí ($E(\varepsilon_t^i \varepsilon_t^j) \neq 0$). Al dividir los coeficientes de regresión $\hat{\alpha}$ entre

la matriz de varianzas-covarianzas obtenemos que los resultados siguen una distribución chi-cuadrado χ_N^2 :

$$T \left[1 + \left(\frac{E_T(f)}{\hat{\sigma}(f)} \right)^2 \right]^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \sim \chi_N^2 \quad 5.34$$

Donde $E_T(f)$ representa la media muestral, $\hat{\sigma}(f)$ representa la varianza muestral, $\hat{\alpha}$ es el vector de interceptos estimados,

$$\hat{\alpha} = [\hat{\alpha}_1 \quad \hat{\alpha}_2 \quad \cdots \quad \hat{\alpha}_N]' \quad 5.35$$

$\hat{\Sigma}$ es la matriz de covarianzas de los residuos, es decir, la estimación de $E(\varepsilon_t, \varepsilon_t') = \Sigma$ donde

$$\varepsilon_t = [\varepsilon_t^1 \quad \varepsilon_t^2 \quad \cdots \quad \varepsilon_t^N]' \quad 5.36$$

Como suele ser habitual en los contrastes de hipótesis con coeficientes de regresión, los resultados del contraste son válidos asintóticamente. Esto significa que $\sigma^2(f)$ y Σ convergen a sus límites de probabilidad conforme aumenta el tamaño de la muestra. También es habitual utilizar la distribución F de Snedecor para contrastar la hipótesis de si los errores de estimación son conjuntamente iguales a cero,

$$\frac{T - N - 1}{N} \left[1 + \left(\frac{E_T(f)}{\hat{\sigma}(f)} \right)^2 \right]^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \sim F_{N, T-N-1} \quad 5.36$$

Este contraste es conocido como test “GRS” ya que fue propuesto por Gibbons et al. (1989). La distribución F es capaz de detectar si existe variación en $\hat{\Sigma}$ mientras que la distribución chi-cuadrado (ecuación 5.34) no incluye esta variación. Esta distribución

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

requiere que los errores ε se distribuyan normalmente, además de homocedasticidad y ausencia de correlación.

Las ecuaciones 5.34 y 5.36 presentan una estructura común $\hat{\alpha}'\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\alpha}$ que utiliza los errores de estimación en su forma cuadrática entre la matriz de varianzas-covarianzas. Si no existiera βf en el modelo, entonces $\hat{\alpha}$ sería igual a la media de los errores ε_t .

En el caso de existir tantos factores como excesos de rendimiento, se deben realizar una serie de ajustes a las fórmulas anteriores comenzando por el modelo de betas:

$$R^{ei} = \alpha_i + \beta'_i f_t + \varepsilon_t^i \quad 5.37$$

El modelo de valoración de activos:

$$E(R^{ei}) = \beta'_i E(f) \quad 5.38$$

Asumiendo que los coeficientes α son igual a cero y que los errores se distribuyen normalmente y son i.i.d., tenemos que $\hat{\alpha}'\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\alpha}$ se distribuye de acuerdo a la siguiente función:

$$\frac{T - N - K}{N} \left(1 + E_T(f)' \hat{\Omega}^{-1} E_T(f) \right)^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \sim F_{N, T-N-K} \quad 5.39$$

donde:

N = número de activos,

K = número de factores,

$$\hat{\Omega} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [f_t - E_T(f)] [f_t - E_T(f)]',$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t' \quad 5.40$$

La principal diferencia entre la ecuación 5.36 y 5.39 es que el ratio de Sharpe, cuando existe un único factor, es reemplazado por su generalización $E_T(f)' \widehat{\Omega}^{-1} E_T(f)$.

Aunque la ecuación 5.34 es la fórmula tradicional para aplicar GMM, ésta solo es válida cuando los errores son i.i.d. o independientes de los factores. Cuando los errores se encuentran correlacionados entre sí o con los factores, debemos aplicar GMM utilizando la siguiente formulación.

Expresamos el modelo para un vector N de activos de la forma:

$$R_t^e = \alpha + \beta f_t + \varepsilon_t. \quad 5.41$$

Utilizamos los momentos OLS tradicionales para estimar los coeficientes,

$$g_T(b) = \begin{bmatrix} E_T(R_t^e - \alpha - \beta f_t) \\ E_T(R_t^e - \alpha - \beta f_t) f_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ f_t \varepsilon_t \end{bmatrix} = 0 \quad 5.42$$

Como el número de momentos coincide exactamente con el número de parámetros (α, β) , la matriz a en $ag_T(\hat{b})$ es la matriz identidad. Resolviendo obtenemos los coeficientes GMM (o estimaciones OLS):

$$\hat{\alpha} = E_T(R_t^e) - \hat{\beta} E_T(f_t),$$

$$\hat{\beta} = \frac{E_T[(R_t^e - E_T(R_t^e)) f_t]}{E_T[(f_t - E_T(f_t)) f_t]} = \frac{\text{cov}_T(R_t^e, f_t)}{\text{var}_T(f_t)}. \quad 5.43$$

La matriz d en la formulación general del GMM es:

$$d \equiv \frac{\partial g_T(b)}{\partial b'} = - \begin{bmatrix} I_N & I_N E(f_t) \\ I_N E(f_t) & I_N E(f_t^2) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & E(f_t) \\ E(f_t) & E(f_t^2) \end{bmatrix} \otimes I_N, \quad 5.44$$

donde I_N es la matriz de identidad $N \times N$. La matriz S es:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$S = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} E(\varepsilon_t \varepsilon'_{t-j}) & E(\varepsilon_t \varepsilon'_{t-j} f_{t-j}) \\ E(f_t \varepsilon_t \varepsilon'_{t-j}) & E(f_t \varepsilon_t \varepsilon'_{t-j} f_{t-j}) \end{bmatrix}. \quad 5.45$$

Finalmente utilizando $\text{var}(\hat{b}) = \frac{1}{T} (ad)^{-1} a S a' (ad)^{-1}$ y $a = I$, tenemos que:

$$\text{var} \left(\begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{T} d^{-1} S d^{-1'}. \quad 5.46$$

5.2.2 Regresión en corte transversal

Expresamos el modelo factorial (ecuación 5.32):

$$E(R^{ei}) = \beta' \lambda, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad 5.47$$

La cuestión que se plantea en el modelo es por qué los rendimientos varían de activo en activo. En el caso del CAPM, el rendimiento esperado de un activo debe ser mayor si la beta del activo o su exposición al riesgo es mayor. La figura 5.1 muestra los rendimientos esperados explicados por un único factor, las betas en el caso del CAPM, donde cada punto representa un activo i . Este modelo predice que rendimientos medios deben ser proporcionales a las betas, aunque para conocer cuánto de bien se ajustan los puntos en el gráfico de dispersión debemos aplicar los siguientes dos pasos.

En primer lugar, realizamos la estimación de las betas a través de la regresión en serie temporal:

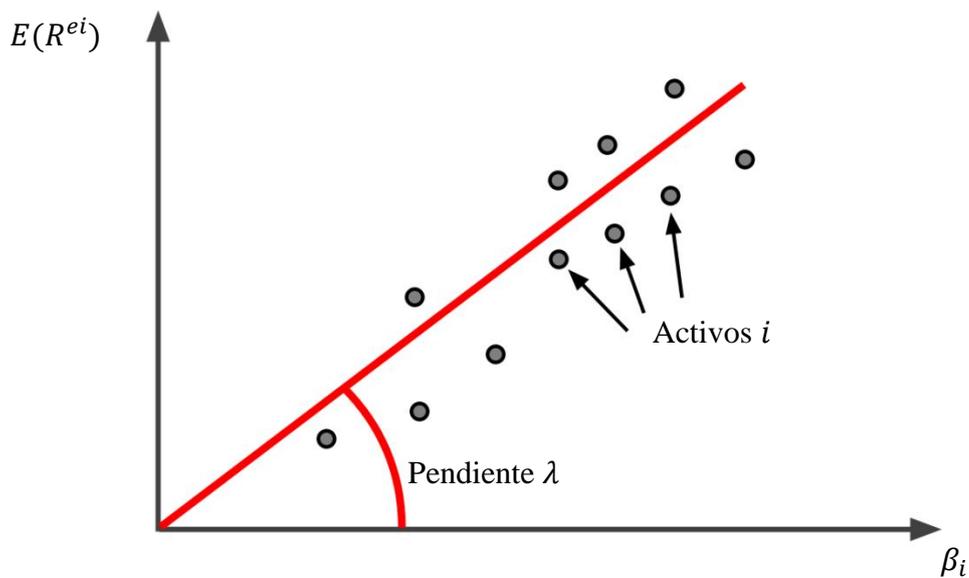
$$R_t^{ei} = \alpha_i + \beta'_i f_t + \varepsilon_t^i, \quad t = 1, 2, \dots, T \text{ para cada } i \quad 5.48$$

En segundo lugar, estimamos el factor de riesgo λ a través de una regresión en corte transversal de rendimientos frente a las betas:

$$E_T(R^{ei}) = \beta'_i \lambda + \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad 5.49$$

Es importante tener en cuenta que, en este tipo de regresión, β son las variables explicativas, λ son los coeficientes de regresión y α_i son los residuos. A la hora de ejecutar la regresión en corte transversal puedes hacerlo con o sin constante. De acuerdo con el modelo CAPM un activo cuya beta es cero debe tener un rendimiento cero, por lo que la constante debería ser igual a cero. Sin embargo, en algunos casos puede ser interesante incluir la constante a modo de comprobación del grado de eficiencia del modelo.

Figura 5.1 Regresión de los rendimientos de los activos en corte transversal.



Fuente: adaptado de Cochrane (2005)

5.2.3 Regresión en corte transversal de mínimos cuadrados (OLS)

Comenzamos planteando el modelo de regresión para un solo factor con el objetivo de simplificar la notación utilizada. El caso para múltiples factores tiene la misma

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

apariencia exceptuando el hecho de que encontramos vectores en lugar de números escalares. Por simplicidad ejecutaremos las regresiones en corte transversal sin constante o intercepto. De esta forma, los estimadores de la regresión OLS en corte transversal son:

$$\hat{\lambda} = (\beta' \beta)^{-1} \beta' E_T(R^e)$$

$$\hat{\alpha} = E_T(R^e) - \hat{\lambda} \beta$$

5.50

Posteriormente procedemos a elaborar la teoría sobre la distribución de los parámetros estimados. Para ello lo más sencillo es comenzar asumiendo que los errores se encuentran idénticamente distribuidos en el tiempo y son independientes entre sí y respecto a los factores. En la regresión OLS $Y = X\beta + u$ y $E(uu') = \Omega$. La varianza de la estimación de β es $(X'X)^{-1}X'\Omega X(X'X)^{-1}$. La matriz de covarianzas de los residuos es $(I - X(X'X)^{-1}X')\Omega(I - X(X'X)^{-1}X)'$.

Para aplicar las fórmulas anteriores necesitamos calcular $\text{cov}(\alpha, \alpha')$ o covarianza de los errores en la regresión en corte transversal. Bajo la hipótesis de que los errores y factores son i.i.d. en el tiempo, la respuesta es $\text{cov}(\alpha, \alpha') = \frac{1}{T} \beta' \Sigma_f \beta + \Sigma$, donde $\Sigma_f = \text{cov}(f_t, f_t')$ y $\Sigma = \text{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_t')$. Finalmente, las fórmulas para la matriz de covarianzas de los estimadores OLS y los residuos teniendo en cuenta la correlación de los errores son:

$$\sigma^2(\hat{\lambda}) = (\beta' \beta)^{-1} \beta' \Sigma \beta (\beta' \beta)^{-1} + \Sigma_f \quad 5.51$$

$$\text{cov}(\hat{\alpha}) = \frac{1}{T} [I - \beta(\beta' \beta)^{-1} \beta'] \Sigma [I - \beta(\beta' \beta)^{-1} \beta']' \quad 5.52$$

Para comprobar si los errores son igual a cero debemos aplicar siguiente estadístico:

$$\hat{\alpha}' \text{cov}(\hat{\alpha})^{-1} \hat{\alpha} \sim \chi_{N-1}^2. \quad 5.53$$

La distribución es χ_{N-1}^2 y no χ_N^2 porque la matriz es singular. La singularidad y los términos extra en la ecuación 5.46 provienen de la estimación de coeficientes λ para lo que hemos utilizado la inversa generalizada de matrices.

5.2.4 Regresión en corte transversal de mínimos cuadrados (GLS)

Cuando los residuos de la regresión en corte transversal (ecuación 5.43) se encuentran correlacionados entre sí, los estándares estadísticos recomiendan ejecutar la regresión GLS en lugar de OLS utilizando $E(\alpha\alpha') = \frac{1}{T}(\Sigma + \beta\Sigma_f\beta')$ como matriz de covarianzas de los errores:

$$\hat{\lambda} = (\beta'\Sigma^{-1}\beta)^{-1}\beta'\Sigma^{-1}E_T(R^e)$$

$$\hat{\alpha} = E_T(R^e) - \hat{\lambda}\beta \quad 5.54$$

Siendo la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores utilizando GLS:

$$\sigma^2(\hat{\lambda}) = \frac{1}{T} [(\beta'\Sigma^{-1}\beta)^{-1} + \Sigma_f] \quad 5.55$$

$$\text{cov}(\hat{\alpha}) = \frac{1}{T} [\Sigma - \beta(\beta'\Sigma^{-1}\beta)^{-1}\beta'] \quad 5.56$$

El procedimiento GLS permite mejorar la “eficiencia” de la estimación gracias a sus propiedades asintóticas que permiten reducir los errores estándar. Sin embargo, en algunos casos GLS puede resultar ser un procedimiento menos robusto que OLS. En

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

concreto, si el número de activos incluido en la regresión en corte transversal es lo suficientemente grande, la matriz de covarianzas de los errores Σ puede ser difícil de calcular y de invertir. Si la matriz de covarianzas Σ no ha sido correctamente calculada entonces los resultados de las estimaciones GLS serían imprecisos, incluso por debajo del procedimiento OLS. En el caso en que la información disponible no sea un condicionante de los resultados estadísticos del modelo, Cochrane (2005) recomienda utilizar OLS corrigiendo la heterocedasticidad o autocorrelación de los errores estándar a través de la generalización de la fórmula de la varianza de $\hat{\beta}$:

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \frac{1}{T} E(x_t x_t')^{-1} \left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} E(\varepsilon_t x_t x_t' \varepsilon_{t-j}) \right] E(x_t x_t')^{-1} \quad 5.57$$

Nuevamente procedemos a contrastar la hipótesis de que todos los parámetros α son igual a cero utilizando la ecuación 5.47. Aunque la apariencia del estadístico es la misma, en el caso de GLS la matriz de covarianzas es de menor tamaño lo que refleja su mayor precisión. Al igual que en el caso del J_T (ecuación 5.21), se propone un contraste equivalente que no requiere esta vez de la inversa generalizada:

$$T \hat{\alpha}' \Sigma^{-1} \hat{\alpha} \sim \chi_{N-1}^2. \quad 5.58$$

5.2.5 Corrección de β por su naturaleza estimada

Aplicando las fórmulas del procedimiento OLS a la regresión en corte transversal hemos asumido que las variables explicativas β toman un valor fijo. Sin embargo, las β en este tipo de regresión no toman valores fijo sino que son estimados en la regresión en serie temporal. Esto tiene importantes implicaciones estadísticas, incluso asintóticamente, por lo que debemos corregir las fórmulas de los errores estándar de forma que recojan este hecho.

Asumiendo que los errores ε se distribuyen idénticamente y son independientes en el tiempo y respecto de los factores, los errores estándar resultantes corrigiendo el hecho de que β son estimaciones son:

$$\begin{aligned}\sigma^2(\hat{\lambda}_{OLS}) &= (\beta' \beta)^{-1} \beta' \Sigma \beta (\beta' \beta)^{-1} (1 + \lambda' \Sigma_f^{-1}) + \Sigma_f \\ \sigma^2(\hat{\lambda}_{GLS}) &= \frac{1}{T} [(\beta' \Sigma^{-1} \beta)^{-1} (1 + \lambda' \Sigma_f^{-1}) + \Sigma_f]\end{aligned}\tag{5.59}$$

Donde Σ_f es la matriz de varianzas-covarianzas de los factores. Esta corrección fue propuesta por Shanken (1992). Al comparar los errores estándar con las ecuaciones 5.45 y 5.49 podemos comprobar que la corrección es $(1 + \lambda' \Sigma_f^{-1})$.

La matriz de varianzas-covarianzas asintótica de los errores de estimación es:

$$\begin{aligned}\text{cov}(\hat{\alpha}_{OLS}) &= \frac{1}{T} (I_N - \beta (\beta' \beta)^{-1} \beta') \Sigma (I_N - \beta (\beta' \beta)^{-1} \beta') \times (1 + \lambda' \Sigma_f^{-1} \lambda) \\ \text{cov}(\hat{\alpha}_{GLS}) &= \frac{1}{T} (\Sigma - \beta (\beta' \Sigma^{-1} \beta)^{-1} \beta') (1 + \lambda' \Sigma_f^{-1} \lambda).\end{aligned}\tag{5.60}$$

$$\tag{5.61}$$

Al comparar los resultados con las fórmulas 5.46 y 5.50 encontramos la misma corrección (Shanken, 1992).

Finalmente, el contraste χ^2 de los errores de estimación se obtiene dividiendo entre la matriz de varianzas-covarianzas $\hat{\alpha}' \text{cov}(\hat{\alpha})^{-1} \hat{\alpha}$. En este caso la ecuación 5.52 se simplifica resultando en:

$$T \hat{\alpha}' \Sigma^{-1} \hat{\alpha} \sim \chi_{N-1}^2.\tag{5.62}$$

5.2.6 Formulación para errores que no son i.i.d.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Tal y como vimos en la regresión en serie temporal, presentamos a continuación la formulación para aplicar GMM cuando los errores no son independientes ni se distribuyen idénticamente.

Para que la formulación sea manejable analizaremos el caso de un único factor. Los momentos utilizados en la estimación son:

$$g_T(b) = \begin{bmatrix} E(R_t^e - a - \beta f_t) \\ E[(R_t^e - a - \beta f_t)f_t] \\ E(R_t^e - \beta \lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.63$$

Los primeros dos momentos coinciden con el número de parámetros a y β , es decir, que cumple con la condición de orden para la identificación ya que el número de parámetros es igual al número de momentos. Es importante recordar que a no es equivalente a α ya que el intercepto de la regresión en serie temporal no coincide necesariamente con el error de estimación en la regresión en corte transversal. El tercer y último momento es el modelo de valoración de activos. En este caso sí encontramos un problema de sobre identificación ya que existe un único parámetro adicional λ frente a N momentos condicionales. Si utilizamos el vector de pesos β' en esta condición, obtendremos el parámetro λ a través de la regresión OLS en corte transversal. Si reemplazamos β' por $\beta'\Sigma^{-1}$, entonces ejecutaremos la regresión GLS en corte transversal para estimar λ . Recogeremos ambos casos a través del vector de pesos γ' , que reemplazamos por $\gamma' = \beta'$ o bien $\gamma' = \beta'\Sigma^{-1}$ cuando sea preciso.

A continuación se presenta la fórmula de los errores estándar y covarianzas necesarios para aplicar el procedimiento GMM. Para ello definimos el vector de parámetros:

$$b' = [a' \quad \beta' \quad \lambda] \quad 5.64$$

La matriz a selecciona los momentos condicionales que se igualarán a cero en la estimación:

$$a = \begin{bmatrix} I_{2N} & 0 \\ 0 & \gamma' \end{bmatrix} \quad 5.65$$

La matriz d mide la sensibilidad de los momentos condicionales en relación a los parámetros.

$$d = \frac{\partial g_T}{\partial b'} = \begin{bmatrix} -I_N & -I_N E(f) & 0 \\ -I_N E(f) & -I_N E(f^2) & 0 \\ 0 & -\lambda I_N & -\beta \end{bmatrix} \quad 5.66$$

Finalmente la matriz S es la matriz de covarianzas de los momentos:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\partial g_T}{\partial b'} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E \left(\begin{bmatrix} R_t^e - a - \beta f_t \\ (R_t^e - a - \beta f_t) f_t \\ R_t^e - \beta \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{t-j}^e - a - \beta f_{t-j} \\ (R_{t-j}^e - a - \beta f_{t-j}) f_{t-j} \\ R_{t-j}^e - \beta \lambda \end{bmatrix}' \right) \\ &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} E \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_t f_t \\ \beta(f_t - E f) + \varepsilon_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{t-j} \\ \varepsilon_{t-j} f_{t-j} \\ \beta(f_{t-j} - E f) + \varepsilon_{t-j} \end{bmatrix}' \right) \end{aligned} \quad 5.67$$

Dado un vector f , los momentos son:

$$\begin{bmatrix} I_N \otimes I_{K+1} \\ \gamma' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_T(R^e - a - \beta f) \\ E_T[(R^e - a - \beta f) \otimes f] \\ E_T(R^e - \beta \lambda) \end{bmatrix} = 0 \quad 5.68$$

Donde $\beta_i = N \times 1$ y $\gamma' = \beta'$ para OLS y $\gamma' = \beta'(\Sigma^{-1})$ para GLS.

Al no asumir los errores como i.i.d. la regresión GLS en corte transversal ya no proporciona la estimación óptima. Los estimadores eficientes GMM de los momentos de la ecuación 6.53 es $d' S^{-1} g_T = 0$. La matriz d es:

$$d = \frac{\partial g_T}{\partial [\alpha' \beta'_1 \beta'_2 \lambda']} = \begin{bmatrix} 1 & E(f') \\ E(f) & E(ff') \\ 0 & \lambda' \end{bmatrix} \otimes I_N \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta \end{bmatrix} \quad 5.69$$

5.2.7 Regresión en serie temporal frente a regresión en corte transversal

Una vez estudiamos ambos tipos de regresiones nos detendremos para analizar las diferencias. La principal diferencia es que la regresión en corte transversal puede ser ejecutada cuando los factores no son rendimientos, mientras que esto no es posible en serie temporal. Cuando los factores no son rendimientos se debe estimar el factor de riesgo mediante la fórmula $\hat{\lambda} = E_T(f)$ (ecuación 5.33). El hecho de que $E(R^{ei}) = \beta'_i \lambda$ se considera una restricción y como tal puede ser contrastada reescribiendo la ecuación 5.42 en forma de regresión temporal:

$$R_t^{ei} = \beta'_i \lambda + \beta'_i (f_t - E(f)) + \varepsilon_t^i, \quad t = 1, 2, \dots, T \text{ para cada } i \quad 5.70$$

Donde la restricción del intercepto es:

$$a_i = \beta'_i (\lambda - E(f)) \quad 5.71$$

Además, si el factor es un rendimiento, la regresión GLS en corte transversal, incluyendo el factor como activo de comprobación, es idéntica a la regresión en serie temporal. La regresión en serie temporal del factor es:

$$f_t = 0 + 1f_t + 0 \quad 5.72$$

Lo que significa que en cada muestra el factor tiene un intercepto igual a cero, una beta igual a uno y un residuo igual a cero. La matriz de varianzas-covarianzas residual de los rendimientos, incluyendo el factor, es:

$$E \left(\begin{bmatrix} R^e - a - \beta f \\ f - 0 - 1f \end{bmatrix} [\cdot]' \right) = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 5.73$$

Al tener el factor una varianza residual igual a cero, la regresión GLS prioriza el peso o importancia de ese activo. Por tanto, obtenemos que $\hat{\lambda} = E_T(f)$ que equivale a la restricción en la regresión en serie temporal.

5.3 Evaluación empírica de los modelos lineales de valoración de activos y método generalizado de los momentos

En esta sección estudiaremos la estimación y contrastación del modelo lineal del factor de descuento estocástico expresado $p = E(mx)$ para posteriormente centrarnos en el caso de los excesos de rendimiento.

5.3.1 Estimación de los errores estándar

Al tratar la constante $a \times 1$ como un factor, el modelo del factor de descuento puede expresarse de la forma:

$$m = b'f \quad 5.74$$

$$E(p) = E(mx)$$

O simplemente:

$$E(p) = E(xf')b \quad 5.75$$

Donde p y x son $N \times 1$ vectores de precios y recompensas, respectivamente, f es $K \times 1$ vector de factores y b es un $K \times 1$ vector de parámetros.

Para implementar GMM necesitamos seleccionar un conjunto de momentos. Aunque la selección es libre, es común utilizar los errores de estimación:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$g_T(b) = E_T(xf'b - p) \quad 5.76$$

De esta forma, la estimación GMM equivale a:

$$\min_b g_T(b)'Wg_T(b) \quad 5.77$$

Sujeto a la condición de primer orden:

$$d'Wg_T(b) = d'WE_T(xf'b - p) = 0 \quad 5.78$$

donde:

$$d' = \frac{\partial g_T'(b)}{\partial b} = E_T(fx') \quad 5.79$$

La ecuación 5.66 es la matriz de segundos momentos de factores y recompensas. La primera etapa de la estimación presenta $W = I$ mientras que en la segunda etapa $W = S^{-1}$. Al tratarse de un modelo lineal, podemos resolver analíticamente para obtener el estimador GMM como se indica a continuación:

$$\text{Primera etapa: } \hat{b}_1 = (d'd)^{-1}d'E_T(p) \quad 5.80$$

$$\text{Segunda etapa: } \hat{b}_2 = (d'S^{-1}d)^{-1}d'S^{-1}E_T(p)$$

La primera etapa se corresponde con la estimación OLS en corte transversal de los precios sobre los segundos momentos de factores y recompensas. La segunda etapa de la estimación se corresponde con una regresión GLS en corte transversal. El modelo de la ecuación 5.62 predice que los precios medios deben ser equivalentes a la función lineal de los segundos momentos de las recompensas x sobre los factores f . Estas regresiones son de corte transversal ya que el objetivo es explicar la variación de los

precios entre activos. Finalmente, se escoge el parámetro b que proporcione el mejor ajuste del modelo, es decir, que sea capaz de explicar los precios de los activos lo mejor posible.

A continuación elaboramos la teoría sobre la distribución de los errores estándar siguiendo el procedimiento GMM. Sabiendo que en la primera etapa $a = d'$, las fórmulas de las covarianzas de \hat{b} son:

$$\begin{aligned} \text{Primera etapa: } \text{cov}(\hat{b}_1) &= \frac{1}{T} (d'd)^{-1} d' S d (d'd)^{-1} \\ \text{Segunda etapa: } \text{cov}(\hat{b}_2) &= \frac{1}{T} (d'S^{-1}d)^{-1} \end{aligned} \tag{5.81}$$

Al utilizar S en ambas etapas, las fórmulas OLS o GLS coinciden. Los errores de estimación se encuentran correlacionados al igual que las recompensas de los activos. Por tanto, los errores estándar de la regresión OLS deben ser corregidos por correlación en la fórmula 5.68. Una vez hecho esto ya se puede calcular el estimador eficiente como en GLS. En este punto la analogía con GLS es fácil ya que S es la matriz de covarianzas de los errores en corte transversal: $E(p) - E(xf')b$.

La matriz de covarianzas de los errores de estimación correspondiente a cada etapa es:

$$\begin{aligned} \text{Primera etapa: } T\text{cov}[g_T(\hat{b})] &= (I - d(d'd)^{-1}d')S(I - d(d'd)^{-1}d') \\ \text{Segunda etapa: } T\text{cov}[g_T(\hat{b})] &= S - d(d'S^{-1}d)^{-1}d' \end{aligned} \tag{5.82}$$

Finalmente, la contrastación del modelo se realiza de la forma:

$$g_T(\hat{b})' \text{cov}(g_T)^{-1} g_T(\hat{b}) \sim \chi^2(\#\text{momentos} - \#\text{parámetros}) \tag{5.83}$$

Particularizando para la segunda etapa de estimación como:

$$Tg_T(\hat{b})'S^{-1}g_T(\hat{b}) \sim \chi^2(\#\text{momentos} - \#\text{parámetros}) \quad 5.84$$

5.3.2 Excesos de rendimiento

En esta sección estudiaremos la aplicación de GMM particularizado al caso de excesos de rendimiento. El análisis de la sección anterior requiere que exista al menos un activo cuyo precio sea distinto de cero. Ahora bien, al trabajar con excesos de rendimiento $\hat{b}_1 = (d'd)^{-1}d'E_T(p) = 0$. Los modelos lineales de factores se aplican principalmente para excesos de rendimiento, por lo que analizar las diferencias que se presentan para este caso es importante.

El problema principal se produce porque la ecuación del factor de descuento no está identificada, es decir, si $E(mR^e) = 0$ entonces $E((2 \times m)R^e) = 0$. Al expresar el modelo en su forma $m = a - b'f$ no podemos identificar de manera independiente a y b por lo que la única opción es normalizar. Si igualamos $a = 1$ la ecuación quedaría:

$$g_T(b) = -E_T(mR^e) = -E_T(R^e) + E(R^e f')b \quad 5.85$$

La matriz de segundos momentos de rendimientos y factores es:

$$d = -\frac{\partial g_T'(b)}{\partial b'} = E_T(R^e f') \quad 5.86$$

La condición de primer orden para $\min g_T'Wg_T$ es:

$$-d'W[E_T(R^e) - db] = 0 \quad 5.87$$

Finalmente, las estimaciones GMM de b son:

$$\text{Primera etapa: } \hat{b}_1 = (d'd)^{-1}d'E_T(R^e) \quad 5.88$$

$$\text{Segunda etapa: } \hat{b}_2 = (d'S^{-1}d)^{-1}d'S^{-1}E_T(R^e)$$

El estimador GMM es una regresión en corte transversal de los excesos de rendimiento sobre los segundos momentos de los rendimientos con los factores. A continuación se procedería con la teoría de la distribución de manera idéntica a como lo hicimos en la sección anterior.

Alternativamente, podemos utilizar una regresión en corte transversal de los excesos de rendimiento sobre las covarianzas. Para ello elegimos $a = 1 + b'E(f)$ en lugar de $a = 1$. De esta forma, el modelo equivale a $m = 1 - b'[f - E(f)]$ donde $E(m) = 1$.

Los errores de estimación son:

$$g_T(b) = E_T(mR^e) = E_T(R^e) - E_T(R^e \tilde{f}')b \quad 5.89$$

Donde $\tilde{f} \equiv f - E(f)$. Adicionalmente tenemos que:

$$d = \frac{\partial g_T(b)}{\partial b'} = E(R^e \tilde{f}') \quad 5.90$$

Que en este caso representa la matriz de covarianzas de rendimientos y factores. La condición de primer orden para $\min g_T'Wg_T$ es ahora:

$$-d'W[E_T(R^e) - db] = 0 \quad 5.91$$

Por lo que las estimaciones GMM de b son:

$$\text{Primera etapa: } \hat{b}_1 = (d'd)^{-1}d'E_T(R^e) \quad 5.92$$

$$\text{Segunda etapa: } \hat{b}_2 = (d'S^{-1}d)^{-1}d'S^{-1}E_T(R^e)$$

Como podemos comprobar, las fórmulas son idénticas a las de la regresión en corte transversal descrita en la sección anterior. La formulación del modelo $p = E(mx)$ para excesos de rendimiento es equivalente a $E(R^e) = -cov(R^e, f')b$ donde las covarianzas aparecen en el lugar de las betas.

Para terminar de adaptar la metodología para el caso de excesos de rendimiento queda todavía una última pieza por ajustar. El promedio del factor $E(f)$ es una estimación, y la teoría de distribución elaborada debe reflejar este hecho. Tal y como vimos con la corrección de las betas en la regresión en corte transversal de la sección anterior, se debe incorporar dicha variación en la muestra. Tenemos que los momentos son:

$$g_T = \begin{bmatrix} E_T[R^e - R^e(f' - Ef')b] \\ E_T[f - Ef] \end{bmatrix} \quad 5.93$$

Donde Ef es el promedio de los factores, un parámetro estimado al igual que b . Podemos representar la primera y segunda etapa de la estimación a través de la matriz de pesos:

$$a_T = \begin{bmatrix} E_T(\tilde{f}R^{e'})W & 0 \\ 0 & I_K \end{bmatrix} \quad 5.94$$

Donde $W = I$ o $W = S_{11}^{-1}$. Utilizamos S_{11} para indicar que se trata del primer bloque de los momentos $E_T[R^e - R^e\tilde{f}'b]$ de la matriz de densidad espectral. El primer bloque de estimaciones proporciona los coeficientes b de la regresión en corte transversal, mientras que la matriz identidad proporciona en el segundo bloque de estimación el valor promedio de la muestra $Ef = E_T(f)$. De esta forma, la fórmulas del error estándar y $cov(g_T)$ ya incorporan la corrección por el hecho de que Ef es un valor estimado.

5.4 Comparación de resultados de los modelos de valoración de activos

A la hora de evaluar los resultados de diferentes modelos de valoración de activos se plantean una serie de dificultades que impiden su comparación directa a través de los estadísticos R^2 , el error absoluto medio (MAE) o el Test J . La principal dificultad a la que nos enfrentamos al realizar la comparativa son las diferencias en la especificación de los modelos. Es frecuente asumir que los modelos cumplen con las mismas restricciones o características. Sin embargo, esto puede no ser así. Por ejemplo, las diferencias en la medición de determinadas variables nos impedirán la correcta comparación de los modelos. La omisión de factores económicos relevantes tales como los impuestos o costes de transacción en el modelo también impedirán dicha comparativa. A este respecto, Kan et al. (2013) desarrollan una prueba que permite la comparación directa de modelos considerando el impacto de las diferencias de especificación en los resultados de los estadísticos. Para ello los autores investigan las propiedades asintóticas de la distribución del estadístico R^2 . Su aplicación permite replicar la distribución real de una muestra de datos mensuales con duración 50 años. A la hora de comparar dos modelos, los autores determinan la distribución asintótica de la *diferencia* entre estadísticos R^2 de los modelos para evaluar su funcionamiento. En el procedimiento se tienen en cuenta la naturaleza estimada de los parámetros del modelo así como la posible correlación de estimaciones entre modelos. A continuación explicaremos en detalle los pasos a seguir para implementar la prueba propuesta por Kan et al. (2013) que permite la comparativa entre dos modelos de betas en base al R^2 particularizada para el caso de excesos de rendimiento.

Dado un vector de K factores denominado f y un vector de excesos de rendimiento sobre el activo libre de riesgo R_f denominado R^e . Los coeficientes de regresión beta de

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

N activos respecto de K factores se definen como $\beta = \text{Cov}(R^e, f)\text{Var}_f^{-1}$. A

continuación expresamos el modelo de factores que establece una relación lineal entre los excesos de rendimiento y los factores de la forma:

$$E(R^{ei}) = \beta' \lambda, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad 5.95$$

donde λ es el vector de K factores de riesgo. Cuando el modelo no se encuentra correctamente especificado, entonces el vector $E(R^{ei}) - \beta' \lambda$ será distinto de cero para cualquier valor de λ . En ese caso, es conveniente seleccionar valores de λ que minimicen el conjunto de errores de estimación. Dada una matriz de pesos W simétrica de dimensión $N \times N$, el factor de riesgo es:

$$\lambda = (\beta' W \beta)^{-1} \beta' W E(R^e) \quad 5.96$$

Los errores de estimación correspondientes a N activos vienen dados por:

$$u = E(R^{ei}) - \lambda \beta \quad 5.97$$

Y los estadísticos R^2 de la regresión en corte transversal son:

$$\rho^2 = 1 - \frac{Q}{Q_0} \quad 5.98$$

donde:

$$Q_0 = E(R^e)' W E(R^e) \quad 5.99$$

$$Q = \alpha' W \alpha = E(R^e)' W E(R^e) - E(R^e)' W \beta (\beta' W \beta)^{-1} \beta' W E(R^e) \quad 5.100$$

Las betas estimadas en la primera etapa de la regresión en serie temporal vienen dadas por la matriz $\text{Cov}(R^e, f)\text{Var}_f^{-1}$. A continuación, ejecutamos una regresión en corte

transversal de $\hat{E}(R^e)$ sobre $\hat{\beta}$ para estimar λ en la segunda etapa. Cuando la matriz W es conocida, podemos estimar λ en 5.83 de la forma:

$$\hat{\lambda} = (\hat{\beta}'W\hat{\beta})^{-1}\hat{\beta}'W\hat{E}(R^e) \quad 5.101$$

En la segunda fase de la regresión en corte transversal reemplazamos $\hat{\beta}$ por $\text{Cov}(R^e, f)$.

La estimación del parámetro de esta nueva regresión es:

$$\hat{\delta} = (\widehat{\text{Cov}}_{f,R^e}W\widehat{\text{Cov}}_{R^e,f})^{-1}\widehat{\text{Cov}}_{f,R^e}W\hat{E}(R^e) \quad 5.102$$

En el procedimiento GLS la matriz W incluye parámetros desconocidos por lo que para su estimación reemplazamos $\widehat{W} = \widehat{\text{Var}}_{R^e}^{-1}$ en 5.88 y 5.89.

Finalmente se estimará ρ^2 en una muestra de datos utilizando la expresión 5.85:

$$\hat{\rho}^2 = 1 - \frac{\hat{Q}}{\hat{Q}_0} \quad 5.103$$

Donde \hat{Q}_0 y \hat{Q} son estimadores consistentes de Q_0 y Q , respectivamente.

5.4.1 Estimación del factor de riesgo

A continuación se describe el proceso recogido en Kan et al. (2013) para la estimación del factor de riesgo que permite la comparación directa de resultados de los modelos.

PROPOSICIÓN 1. Dadas las ecuaciones $H = (\beta'W\beta)^{-1}$, $A = H\beta'W$ y $\lambda_t = AR_t$. Ante una posible errónea especificación del modelo, la distribución asintótica de $\hat{\lambda} = (\hat{\beta}'W\hat{\beta})^{-1}\hat{\beta}'W\hat{E}(R^e)$ viene dada por:

$$\sqrt{T}(\hat{\lambda} - \lambda) \sim N(0_K, \text{Var}(\hat{\lambda})) \quad 5.104$$

donde:

$$\text{Var}(\hat{\lambda}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E[h_t h'_{t+j}] \quad 5.105$$

siendo

$$h_t = (\lambda_t - \lambda) - (\phi_t - \phi)w_t + Hz_t \quad 5.106$$

$$\phi_t = \lambda_t - f_t, \phi = \lambda - E(f), \varpi_t = u'W(R_t - E(R^e)), w_t = \lambda' \text{Var}_f(f_t - E(R^e)) \quad \text{y}$$

$$z_t = \text{Var}_f^{-1}(f_t - E(R^e))\varpi_t$$

Cuando no existen errores de especificación en el modelo entonces:

$$h_t = (\lambda_t - \lambda) - (\phi_t - \phi)w_t \quad 5.107$$

En el procedimiento GLS reemplazamos $W = \text{Var}_{R^e}^{-1}$ por lo que las ecuaciones anteriores se modifican a continuación.

PROPOSICIÓN 2. Dadas las ecuaciones $H = (\beta' \text{Var}_{R^e}^{-1} \beta)^{-1}$, $A = H\beta' \text{Var}_{R^e}^{-1}$ y $\lambda_t = AR_t$. Ante una posible errónea especificación del modelo, la distribución asintótica de $\hat{\lambda} = (\hat{\beta}' \widehat{\text{Var}}_{R^e}^{-1} \hat{\beta})^{-1} \hat{\beta}' \widehat{\text{Var}}_{R^e}^{-1} \hat{E}(R^e)$ viene dada por:

$$\sqrt{T}(\hat{\lambda} - \lambda) \sim N(0_{K+1}, \text{Var}(\hat{\lambda})) \quad 5.108$$

donde:

$$\text{Var}(\hat{\lambda}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E[h_t h'_{t+j}] \quad 5.109$$

siendo:

$$h_t = (\lambda_t - \lambda) - (\phi_t - \phi)w_t + Hz_t - (\lambda_t - \lambda)\varpi_t \quad 5.110$$

$$\phi_t = \lambda_t - f_t, \phi = \lambda - E(f), \varpi_t = u' \text{Var}_{R^e}^{-1}(R_t - E(R^e)), w_t = \lambda' \text{Var}_f^{-1}(f_t - E(R^e))$$

y $z_t = \text{Var}_f^{-1}(f_t - E(R^e))\varpi_t$

Cuando no existen errores de especificación en el modelo entonces:

$$h_t = (\lambda_t - \lambda) - (\phi_t - \phi)w_t \quad 5.111$$

LEMA 1. En el caso de que los factores y rendimientos sean i.i.d., multivariable y elípticamente distribuidos con parámetro κ de curtosis, la matriz de covarianzas asintótica de $\hat{\lambda} = (\hat{\beta}'W\hat{\beta})^{-1}\hat{\beta}'W\hat{E}(R^e)$ viene dada por:

$$\text{Var}(\hat{\lambda}) = Y_w + Y_{w1} + Y'_{w1} + Y_{w2}, \quad 5.112$$

donde:

$$Y_w = A\text{Var}_{R^e}A' + (1 + \kappa)\lambda'\text{Var}_f^{-1}\lambda A\Sigma A' \quad 5.113$$

$$Y_{w1} = -(1 + \kappa)H\text{Var}_f^{-1}\lambda u'W\text{Var}_{R^e}A' \quad 5.114$$

$$Y_{w2} = (1 + \kappa)u'W\text{Var}_{R^e}WuH\text{Var}_f^{-1}H \quad 5.115$$

Nuevamente reemplazamos $W = \text{Var}_{R^e}^{-1}$ para ejecutar la regresión GLS por lo que las ecuaciones anteriores se modifican a continuación.

LEMA 2. En el caso de que los factores y rendimientos sean i.i.d., multivariables y elípticamente distribuidos con un parámetro de curtosis κ , la matriz de covarianzas asintótica de $\hat{\lambda} = (\hat{\beta}'\widehat{\text{Var}}_{R^e}^{-1}\hat{\beta})^{-1}\hat{\beta}'\widehat{\text{Var}}_{R^e}^{-1}\hat{E}(R^e)$ viene dada por:

$$\text{Var}(\hat{\lambda}) = Y_w + Y_{w2}, \quad 5.116$$

donde:

$$Y_w = H + (1 + \kappa)\lambda'\text{Var}_f^{-1}\lambda(\beta'\Sigma^{-1}\beta)^{-1}, \quad 5.117$$

$$Y_{w2} = (1 + \kappa)Q[H\text{Var}_f^{-1}H - H], \quad 5.118$$

donde $H = (\beta'\text{Var}_{R^e}^{-1}\beta)^{-1}$ y $Q = u'\text{Var}_{R^e}^{-1}u$.

A continuación se detalla el procedimiento para la estimación de δ en la segunda fase de la regresión en corte transversal.

PROPOSICIÓN 3. Ante una posible errónea especificación del modelo, la distribución asintótica de δ viene dada por:

$$\sqrt{T}(\hat{\delta} - \delta) \sim N(0_K, \text{Var}(\hat{\delta})) \quad 5.119$$

donde:

$$\text{Var}(\hat{\delta}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E[\tilde{h}_t \tilde{h}'_{t+j}] \quad 5.120$$

Para simplificar la expresión de \tilde{h}_t definimos a continuación $\tilde{G}_t = (R_t^e - E(R^e))(f_t - E(R^e))' - \text{Cov}(R^e, f)$, $\tilde{H} = (\text{Cov}_{f,R^e} W \text{Cov}_{R^e,f})^{-1}$, $\tilde{A} = \tilde{H} \text{Cov}_{f,R^e} W$, $\delta' = \tilde{A} R_t^e$, $\varpi_t = u' W (R_t^e - E(R^e))$, y $\tilde{z}_t = (f_t - E(R^e)) \varpi_t$.

Distinguimos a continuación dos casos en la definición de \tilde{h}_t :

(1) Cuando la matriz W es conocida, $\hat{\delta} = (\widehat{\text{Cov}}_{f,R^e} W \widehat{\text{Cov}}_{R^e,f})^{-1} \widehat{\text{Cov}}_{f,R^e} W \hat{E}(R^e)$ y

$$\tilde{h}_t = (\delta_t - \delta) - \tilde{A} \tilde{G}_t \delta + \tilde{H} \tilde{z}_t \quad 5.121$$

(2) Para la estimación GLS, $\hat{\delta} = (\widehat{\text{Cov}}_{f,R^e} \widehat{\text{Var}}_{R^e}^{-1} \widehat{\text{Cov}}_{R^e,f})^{-1} \widehat{\text{Cov}}_{f,R^e} \widehat{\text{Var}}_{R^e}^{-1} \hat{E}(R^e)$ y

$$\tilde{h}_t = (\delta_t - \delta) - \tilde{A} \tilde{G}_t \delta + \tilde{H} \tilde{z}_t - (\delta_t - \delta) \varpi_t \quad 5.122$$

Cuando el modelo se encuentran correctamente especificado entonces:

$$\tilde{h}_t = (\delta_t - \delta) - \tilde{A}\tilde{G}_t\delta \quad 5.123$$

5.4.2 Estimación del estadístico R^2

PROPOSICIÓN 4. Asumiendo $W = \text{Var}_{R^e}^{-1}$ para el procedimiento GLS, se distinguen tres casos en función del valor de ρ^2 :

(1) Cuando $\rho^2 = 1$,

$$T(\hat{\rho}^2 - 1) = -\frac{T\hat{Q}}{\hat{Q}_0} \sim -\sum_{j=1}^{N-K} \frac{\xi_j}{Q_0} x_j, \quad 5.124$$

donde x_j son χ_1^2 variables aleatorias independientes y ξ_j son los autovalores de la matriz:

$$P'W^{\frac{1}{2}}SW^{\frac{1}{2}}P, \quad 5.125$$

donde P es una matriz ortogonal de tamaño $N \times (N - K)$ cuyas columnas son ortogonales con respecto a $W^{\frac{1}{2}}\text{Cov}_{R^e, f}$, S es la matriz de covarianzas asintótica de $\frac{1}{\sqrt{T}}\sum_{t=1}^T \epsilon_t y_t$, $\epsilon_t = R_t^e - E(R^e) - \beta(f_t - E(f))$ y $y_t = 1 - \delta'(f_t - E(f))$ es el factor de descuento estocástico normalizado.

(2) Cuando $0 < \rho^2 < 1$

$$T(\hat{\rho}^2 - \rho^2) \sim N\left(0, \sum_{j=-\infty}^{\infty} E[n_t n_{t+j}]\right), \quad 5.126$$

donde:

$$n_t = 2[-\bar{\omega}_t y_t + (1 - \rho^2)\omega_t]/Q_0 \quad \text{para una matriz } W \text{ conocida,} \quad 5.127$$

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$n_t = [\varpi_t^2 - 2\varpi_t y_t + (1 - \rho^2)(2\omega_t - \omega_t^2)]/Q_0 \quad \text{para } W = \text{Var}_{R^e}^{-1}, \quad 5.128$$

siendo $\varpi_t = u'W(R_t - E(R^e))$ y $\omega_t = E(R^e)'W(R_t - E(R^e))$.

(3) Cuando $\rho^2 = 0$,

$$T\hat{\rho}^2 \sim - \sum_{j=1}^K \frac{\xi_j}{Q_0} x_j, \quad 5.129$$

donde x_j son χ_1^2 variables aleatorias independientes y ξ_j son los autovalores de la matriz:

$$(\beta'W\beta)\text{Var}(\hat{\lambda}) \quad 5.130$$

donde $\text{Var}(\hat{\lambda})$ viene dada por la ecuación 5.92 (para una matriz W conocida) o 5.96 (para estimación GLS).

5.4.3 Comparativa de modelos

Considera dos modelos de betas que compiten por ofrecer los mejores resultados en la valoración. Siendo f_1 , f_2 y f_3 tres conjuntos de factores distintos donde f_i es de la dimensión $k_i \times 1$, $i = 1, 2, 3$. El modelo A utiliza f_1 y f_2 , mientras que el modelo B utiliza f_1 y f_3 como factores. Por tanto, el modelo A requiere que los rendimientos esperados de los activos de prueba sean lineales en las betas o covarianzas con respecto de f_1 y f_2 , es decir:

$$E(R^e) = \text{Cov}[R^e, f_1']\delta_{A,1} + \text{Cov}[R^e, f_2']\delta_{A,2} = C_A\delta_A \quad 5.131$$

donde $C_A = [\text{Cov}[R^e, f_1'] \quad \text{Cov}[R^e, f_2']]$ y $\delta_A = [\delta'_{A,1} \quad \delta'_{A,2}]'$. El modelo B requiere que los rendimientos esperados sean lineales con las betas o covarianzas con respecto de f_1 y f_2 , es decir:

$$E(R^e) = \text{Cov}[R^e, f_1']\delta_{B,1} + \text{Cov}[R^e, f_3']\delta_{B,3} = C_B\delta_B \quad 5.132$$

Dada una matriz de pesos W , el parámetro δ_i que maximiza ρ^2 del modelo i viene dado por:

$$\delta_i = (C_i'WC_i)^{-1}C_i'WE(R^e), \quad 5.133$$

donde C_i presenta dos columnas $i = A, B$. Para cada modelo, el vector de errores de estimación u_i , la medida de errores de estimación agregados Q_i , y la correspondiente medida de la bondad del ajuste ρ_i^2 se encuentran definidos al comienzo de la sección (ecuaciones 5.85 y 5.90).

Kan et al. (2013) distinguen entre modelos anidados y no anidados para determinar la distribución, así como si el modelo se encuentra correctamente especificado o no. El contraste de igualdad de varianzas que a continuación se detalla está basado en los trabajos previos de Kan y Robotti (2009), Li et al. (2010) y Gospodinov et al. (2013) que utilizan la distancia de Hansen y Jagannathan en lugar del estadístico R^2 .

5.4.4 Modelos anidados

Un modelo A se encuentra anidado a un modelo B cuando el primero contiene un subconjunto de variables explicativas o restricciones del segundo. Es común asumir, cuando esto ocurre, que el poder explicativo del modelo mayor excederá al del modelo menor siempre que los rendimientos esperados sean explicados a través de un modelo de betas. Asumimos $K_2 = 0$ cuando el modelo A anida o agrupa al modelo B .

LEMA 3: $\rho_A^2 = \rho_B^2$ si y solo si $\delta_{A,2} = 0_{K_2}$.

PROPOSICIÓN 5: Desagregamos $\tilde{H}_A = (C_A'WC_A)^{-1}$ en:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$\tilde{H}_A = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{A,11} & \tilde{H}_{A,12} \\ \tilde{H}_{A,21} & \tilde{H}_{A,22} \end{bmatrix} \quad 5.134$$

donde $\tilde{H}_{A,22}$ es una matriz $K_2 \times K_2$. Asumiendo la hipótesis nula $H_0: \rho_A^2 = \rho_B^2$,

$$T(\hat{\rho}_A^2 - \hat{\rho}_B^2) \sim \sum_{j=1}^{K_2} \frac{\xi_j}{Q_0} x_j, \quad 5.135$$

donde x_j son χ_1^2 variables aleatorias independientes y ξ_j son los autovalores de $\tilde{H}_{A,22}^{-1} \text{Var}(\hat{\delta}_{A,2})$.

5.4.5 Modelos no anidados

El factor de descuento estocástico normalizado para los modelos A y B se define como:

$$y_A = 1 - (f_1 - E[f_1])' \delta_{A,1} - (f_2 - E[f_2])' \delta_{A,2}, \quad 5.136$$

$$y_B = 1 - (f_1 - E[f_1])' \delta_{B,1} - (f_3 - E[f_3])' \delta_{B,3}. \quad 5.137$$

LEMA 3: Para modelos no anidados, $y_A = y_B$ si y solo si $\delta_{A,2} = 0_{K_2}$ y $\delta_{B,3} = 0_{K_3}$.

PROPOSICIÓN 6: Siendo $\tilde{H}_A = (C_A' W C_A)^{-1}$ y $\tilde{H}_B = (C_B' W C_B)^{-1}$, desagregamos en:

$$\tilde{H}_A = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{A,11} & \tilde{H}_{A,12} \\ \tilde{H}_{A,21} & \tilde{H}_{A,22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{H}_B = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{B,11} & \tilde{H}_{B,13} \\ \tilde{H}_{B,31} & \tilde{H}_{B,33} \end{bmatrix} \quad 5.138$$

donde $\tilde{H}_{A,11}$ y $\tilde{H}_{B,11}$ son matrices $K_1 \times K_1$. Asumiendo la hipótesis nula $H_0: y_A = y_B$,

$$T(\hat{\rho}_A^2 - \hat{\rho}_B^2) \sim \sum_{j=1}^{K_2+K_3} \frac{\xi_j}{Q_0} x_j, \quad 5.139$$

donde x_j son χ_1^2 variables aleatorias independientes y ξ_j son los autovalores de:

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_{A,22}^{-1} & 0_{K_2+K_3} \\ 0_{K_3+K_2} & \tilde{H}_{B,33}^{-1} \end{bmatrix} \text{Var}(\psi) \quad 5.140$$

PROPOSICIÓN 7: Siendo $n_A = N - K_1 - K_2$ y $n_B = N - K_1 - K_3$. Definimos P_A como una matriz ortogonal de dimensión $N \times n_A$ cuyas columnas son ortogonales a $W^{\frac{1}{2}}C_A$ y P_B como una matriz ortogonal de dimensión $N \times n_B$ cuyas columnas son ortogonales a $W^{\frac{1}{2}}C_B$. Siendo ϵ_{At} y ϵ_{Bt} los residuos de los modelos A y B , respectivamente, definimos:

$$g_t(\theta) = \begin{bmatrix} g_{At}(\delta_A) \\ g_{Bt}(\delta_B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{At} y_A \\ \epsilon_{Bt} y_B \end{bmatrix}, \quad 5.141$$

Donde $\theta = (\delta'_A, \delta'_B)$, y

$$S \equiv \begin{bmatrix} S_{AA} & S_{AB} \\ S_{BA} & S_{BB} \end{bmatrix} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E[g_t(\theta)g_{t+j}(\theta)']. \quad 5.142$$

PROPOSICIÓN 8: Si $y_A \neq y_B$ y se cumple la hipótesis nula $H_0: \rho_A^2 = \rho_B^2$, entonces:

$$T \begin{bmatrix} \hat{P}'_A \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{u}_A \\ \hat{P}'_B \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{u}_B \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \hat{P}'_A \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{S}_{AA} \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{P}_A & \hat{P}'_A \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{S}_{AB} \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{P}_B \\ \hat{P}'_B \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{S}_{BA} \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{P}_A & \hat{P}'_B \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{S}_{BB} \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{P}_B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{P}'_A \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{u}_A \\ \hat{P}'_B \hat{W}^{\frac{1}{2}} \hat{u}_B \end{bmatrix} \sim \chi^2_{n_A+n_B}, \quad 5.143$$

Donde \hat{u}_A y \hat{u}_B son los errores de estimación de la muestra para los modelos A y B , y \hat{P}_A , \hat{P}_B y \hat{S} son estimadores consistentes de P_A , P_B y S , respectivamente.

PROPOSICIÓN 9: Utilizando la notación de la proposición 8, si $y_A \neq y_B$ y se cumple la hipótesis nula $H_0: \rho_A^2 = \rho_B^2 = 1$, entonces:

$$T(\hat{\rho}_A^2 - \hat{\rho}_B^2) \sim \sum_{j=1}^{n_A+n_B} \frac{\xi_j}{Q_0} x_j, \quad 5.144$$

Donde x_j son χ^2_1 variables aleatorias independientes y ξ_j son los autovalores de:

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

$$\begin{bmatrix} -P'_A W^{\frac{1}{2}} S_{AA} W^{\frac{1}{2}} P_A & -P'_A W^{\frac{1}{2}} S_{AB} W^{\frac{1}{2}} P_B \\ -P'_B W^{\frac{1}{2}} S_{BA} W^{\frac{1}{2}} P_A & -P'_B W^{\frac{1}{2}} S_{BB} W^{\frac{1}{2}} P_B \end{bmatrix} \quad 5.145$$

PROPOSICIÓN 10: Utilizando la notación de la proposición 9, suponiendo que $y_A \neq y_B$ y $0 < \rho_A^2 = \rho_B^2 < 1$, entonces:

$$\sqrt{T}(\hat{\rho}_A^2 - \hat{\rho}_B^2) \sim N\left(0, \sum_{j=-\infty}^{\infty} E[d_t d_{t+j}]\right). \quad 5.146$$

Cuando la matriz W es conocida:

$$d_t = 2Q_0^{-1}[\bar{\omega}_{Bt} y_{Bt} - \bar{\omega}_{At} y_{At} - (\rho_A^2 - \rho_B^2)v_t], \quad 5.147$$

donde $\bar{\omega}_{At} = u'_A W(R_t - E(R^e))$, $\bar{\omega}_{Bt} = u'_B W(R_t - E(R^e))$, y $v_t = E(R^e)'W(R_t - E(R^e))$. Utilizando la matriz $W = \text{Var}_{R^e}^{-1}$ en el procedimiento GLS:

$$d_t = Q_0^{-1}[\bar{\omega}_{At}^2 - 2\bar{\omega}_{At} y_{At} - \bar{\omega}_{Bt}^2 + 2\bar{\omega}_{Bt} y_{Bt} - (\rho_A^2 - \rho_B^2)(2v_t - v_t^2)], \quad 5.148$$

donde $\bar{\omega}_{At} = u'_A \text{Var}_{R^e}^{-1}(R_t - E(R^e))$ y $\bar{\omega}_{Bt} = u'_B \text{Var}_{R^e}^{-1}(R_t - E(R^e))$.

En esta sección se han descrito en detalle los pasos a seguir para implementar la prueba propuesta por Kan et al. (2013) que permite la comparativa entre dos modelos de betas en base al R^2 particularizada para el caso de excesos de rendimiento. En el siguiente capítulo de la presente Tesis Doctoral se aplicará la prueba propuesta por Kan et al. (2013) para el caso de modelos anidados, ya que el modelo de riesgo idiosincrático de encuentra anidado al modelo CCAPM al compartir la variable del incremento del consumo.

6 ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LA APERTURA COMERCIAL Y LA INVERSIÓN EN INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO EN EL MERCADO JAPONÉS DE ACCIONES

En el presente capítulo se procede a la evaluación empírica del modelo de riesgo idiosincrático propuesto por Constantinides y Duffie (1996) en el mercado japonés de acciones a través de los indicadores apertura comercial y progreso tecnológico (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011). La utilización de Japón para estudiar el funcionamiento del modelo de riesgo idiosincrático se justifica por dos razones. En primer lugar, según datos de la OECD, Japón ha experimentado un incremento de la desigualdad salarial del 13% significativamente más alto que en el resto de países de la OECD (7% de media). Dicho incremento de la dispersión salarial juega un papel importante en el modelo de Constantinides-Duffie ya que se utiliza como estimación de la varianza en corte transversal. En segundo lugar, la disponibilidad de series de datos macroeconómicos para Japón nos permite abarcar en el estudio el periodo desde 1983 hasta 2019, lo que no ocurre con otros países de la OECD donde la disponibilidad de información es limitada.

La sección 6.1 analiza la evolución de la desigualdad salarial en Japón como medida del riesgo idiosincrático. La sección 6.2 expone la metodología y planteamiento del modelo a contrastar en su versión condicional y no condicional. La sección 6.3 recoge las fuentes de información y la recopilación de datos de tipo macroeconómico y de mercado. La sección 6.4 presenta las principales conclusiones y análisis de los resultados. Finalmente la sección 6.5 muestra una comparativa de los resultados obtenidos para cada modelo de acuerdo a la metodología propuesta por Kan et al. (2013).

6.1 Evolución de la desigualdad salarial en Japón

Según estimaciones realizadas por la OECD, el coeficiente de Gini, una medida económica de la desigualdad, se incrementó en Japón de un 0,278 en 1985 hasta un 0,314 en 2000. Este aumento del 13% es significativamente más alto que en el resto de países de la OECD con un 7% de media. Se concluye por tanto que el nivel de desigualdad salarial en Japón fue superior a la media de la OECD en 2000 (Förster, 2005; Jones, 2007). Los últimos datos publicados por la OECD no muestran un cambio en la tendencia ya que el coeficiente de Gini para Japón en el año 2018 asciende al 0,334.

Tabla 6.1. Tendencias en la distribución de los ingresos disponibles en los países de la OECD. Coeficiente de Gini (multiplicado por 100).

| Panel A. Población total | | | |
|---------------------------------|---------------|---------------|-------------|
| Coeficiente de Gini | | | |
| | Mediados 1980 | Mediados 1990 | 2000 |
| Australia | 31.2 | 30.5 | 30.5 |
| Austria | 23.6 | 23.8 | 25.2 |
| Canadá | 29.0 | 28.3 | 30.1 |
| República Checa | 23.2 | 25.8 | 26.0 |
| Dinamarca | 22.9 | 21.3 | 22.5 |
| Finlandia | 20.7 | 22.8 | 26.1 |
| Francia | 27.5 | 27.8 | 27.3 |
| Alemania | 26.3 | 27.7 | 27.5 |
| Grecia | 33.6 | 33.6 | 34.5 |
| Hungría | 27.1 | 29.2 | 29.3 |
| Irlanda | 33.1 | 32.5 | 30.4 |
| Italia | 30.6 | 34.8 | 34.7 |
| Japón | 27.8 | 29.5 | 31.4 |
| Luxemburgo | 24.7 | 25.9 | 26.1 |
| México | 43.9 | 50.8 | 46.7 |
| Países Bajos | 23.4 | 25.5 | 25.1 |

Tabla 6.1 (continuación). Tendencias en la distribución de los ingresos disponibles en los países de la OECD. Coeficiente de Gini (multiplicado por 100).

| Panel A. Población total | | | |
|---|---------------|---------------|-------------|
| Coeficiente de Gini | | | |
| | Mediados 1980 | Mediados 1990 | 2000 |
| Nueva Zelanda | 27.0 | 33.1 | 33.7 |
| Noruega | 23.4 | 25.6 | 26.1 |
| Portugal | 32.9 | 35.9 | 35.6 |
| Suecia | 19.8 | 21.2 | 24.3 |
| Turquía | 43.5 | 49.1 | 43.9 |
| Reino Unido | 28.7 | 31.2 | 32.6 |
| Estados Unidos | 33.8 | 36.2 | 35.7 |
| *Media | 28.6 | 30.5 | 30.7 |
| Panel B. Población en edad de trabajar | | | |
| Australia | 30.4 | 29.4 | 29.5 |
| Canadá | 28.6 | 28.7 | 30.5 |
| Dinamarca | 22.0 | 21.4 | 22.6 |
| Finlandia | 20.5 | 23.4 | 26.0 |
| Francia | 26.7 | 27.7 | 27.2 |
| Alemania | 25.4 | 27.0 | 27.2 |
| Italia | 30.5 | 34.9 | 34.5 |
| Japón | 27.6 | 29.0 | 31.0 |
| Países Bajos | 23.3 | 25.4 | 25.0 |
| Nueva Zelanda | 26.3 | 32.4 | 33.0 |
| Noruega | 22.2 | 24.9 | 26.0 |
| Suecia | 22.4 | 21.6 | 24.2 |
| Reino Unido | 27.7 | 30.4 | 31.9 |
| Estados Unidos | 32.6 | 35.1 | 34.6 |
| *Media | 26.2 | 27.9 | 28.8 |

Notas: *Media calculada utilizando los 23 países en el panel A y los 14 países en el panel B. Para obtener el año exacto utilizado para cada país consultar Förster y Mira D'Ercole (2005). Fuente: Förster y Mira D'Ercole (2005).

Por otra parte, el mayor peso relativo de la población anciana en Japón respecto a otros países de la OECD, junto con la aceleración de la tendencia de envejecimiento poblacional, son factores que explican solo parcialmente el incremento de la desigualdad en Japón (Jones, 2007). Como muestra la tabla 6.1, el coeficiente de Gini para las edades comprendidas entre 18 y 65 años muestra la misma tendencia que para el resto de la población.

En relación a la distribución de la renta, resulta especialmente preocupante el hecho de que, mientras las rentas situadas en el extremo superior de distribución vieron aumentar sus ingresos en el periodo 1980-2000, las rentas situadas en el extremo inferior experimentaron una reducción de ingresos. En consecuencia, el ratio entre los quintiles superior e inferior creció de un 4,4 a mediados del 1980 hasta un 5,6 en el año 2000. Este mismo crecimiento fue más moderado (4,5) en el resto de países de la OECD (Förster & Mira D'Ercole, 2005)

En términos de pobreza, Förster (2005) señala que la proporción de la población que vive en la escasez absoluta aumentó un 5% entre 1980 y 2000 en Japón, el único país de la OCDE que registró un aumento. Se entiende escasez absoluta como un ingreso inferior a la mitad del ingreso medio disponible en 1985 y ajustado por los aumentos de precios en los años siguientes. En relación a la pobreza relativa, definida como menos de la mitad del ingreso familiar disponible medio, esta cifra superó el 15% en 2000 en Japón. Estas cifras sitúan a Japón como el quinto país más desigual en el área de la OCDE y muy por encima del promedio del 10%. Como se muestra en la tabla 6.2, la pobreza relativa también es alta entre la población en edad de trabajar.

Además, el ingreso promedio de aquellos en pobreza relativa es bajo en comparación con otros países de la OCDE (Förster & Mira D'Ercole, 2005). En consecuencia, la brecha de pobreza es la diferencia entre el ingreso promedio de las personas en situación

de pobreza y el valor de la línea de pobreza, es la tercera más grande en el área de la OCDE.

Tabla 6.2. El impacto de las políticas fiscales y de gasto social sobre la pobreza en los países de la OCDE. Pobreza relativa de ingresos como porcentaje de la población en edad de trabajar.

| | Mediados 1990 | | | 2000 | | |
|--------------|--------------------------------------|---|---------------------------------------|--------------------------------------|--|---------------------------------------|
| | Tasa de pobreza: ingresos de mercado | Reducción de la pobreza debido a impuestos/prestaciones | Tasa de pobreza: ingresos disponibles | Tasa de pobreza: ingresos de mercado | Reducción de la pobreza debido a impuestos/sistema de prestaciones | Tasa de pobreza: ingresos disponibles |
| Rep. Checa | 17.7 | 14.6 | 3.0 | 19.5 | 15.7 | 3.8 |
| Dinamarca | 20.5 | 16.0 | 4.5 | 18.5 | 13. | 5.0 |
| Suecia | 18.6 | 14.5 | 4.2 | 16.2 | 11.0 | 5.1 |
| Países Bajo | 17.6 | 11.4 | 6.2 | 14.9 | 9.0 | 5.9 |
| Francia | 26.1 | 19.4 | 6.8 | 24.1 | 18.1 | 6.0 |
| Noruega | 14.2 | 7.5 | 6.7 | 14.5 | 8.5 | 6.0 |
| Finlandia | 18.1 | 12.7 | 5.4 | 15.3 | 8.8 | 6.4 |
| Alemania | 18.6 | 11.3 | 7.2 | 20.5 | 12.5 | 8.0 |
| Australia | 20.5 | 13.0 | 7.5 | 20.5 | 11.9 | 8.6 |
| Reino Uni. | 20.4 | 12.4 | 8.0 | 19.9 | 11.2 | 8.7 |
| Nueva Zel. | 18.2 | 11.2 | 7.0 | 18.3 | 8.8 | 9.5 |
| Portugal | 16.6 | 6.6 | 10.0 | 15.7 | 6.1 | 9.6 |
| Canadá | 17.8 | 8.4 | 9.4 | 16.0 | 5.7 | 10.3 |
| Italia | 23.6 | 10.9 | 12.7 | 21.8 | 10.3 | 11.5 |
| Irlanda | 26.6 | 18.0 | 8.6 | 18.8 | 6.9 | 11.9 |
| Japón | 14.0 | 2.2 | 11.9 | 16.5 | 3.0 | 13.5 |
| EEUU | 18.7 | 5.2 | 13.5 | 18.0 | 4.3 | 13.7 |
| *Media | 19.3 | 11.5 | 7.8 | 18.2 | 9.7 | 8.4 |

Notas: Los países están clasificados según la tasa de pobreza del ingreso disponible en 2000. *Media calculada utilizando los 17 países de la tabla. Fuente: Förster y Mira D'Ercole (2005).

6.2 Descripción de la metodología

En conformidad con Constantinides y Duffie (1996) y OECD (2011), asumimos en el presente trabajo que la dispersión de la distribución en corte transversal de los ingresos proviene de la desigualdad salarial, medida a través de la apertura comercial como la suma de importaciones y exportaciones, y la inversión bruta en investigación y desarrollo (I+D).

Para evaluar el funcionamiento del modelo utilizamos dos enfoques distintos. En primer lugar, la versión lineal del modelo de Constantinides y Duffie (1996) en su forma no condicional mediante un modelo de betas donde el crecimiento del consumo agregado y la desigualdad, medida a través de la apertura comercial o la inversión en I+D, son los factores explicativos. En segundo lugar, incluimos información condicionada en el modelo mediante la utilización de las variables instrumento apertura comercial e inversión en I+D en la estimación (Cochrane, 1996). Para evaluar el funcionamiento de los modelos utilizamos carteras de inversión ordenadas de acuerdo con tres criterios diferentes: 25 carteras tamaño-*book to market* (tamaño-BE/ME), 20 carteras *momentum*, y 61 carteras sectoriales. Adicionalmente, incluimos los resultados del modelo clásico CCAPM con fines comparativos.

De acuerdo a Constantinides y Duffie (1996), se asume una economía en la cual los inversores i presentan diferentes niveles de consumo C_{it} en el momento t . El crecimiento del consumo de cada individuo está determinado por el shock independiente y normalmente distribuido η_{it} . Se cumple la relación:

$$\ln\left(\frac{C_{it+1}/C_{t+1}}{C_{it}/C_t}\right) = \eta_{it}y_{t+1} - \frac{1}{2}y_{t+1}^2 \quad 6.1$$

donde C_t es el consumo agregado y y_{t+1}^2 es la varianza en corte transversal del crecimiento del consumo. Cuando los shocks idiosincráticos η_{it} no se encuentran correlacionados con los rendimientos, entonces no producen efecto alguno sobre los precios (Grossman & Shiller, 1982). Por el contrario, cuando existe correlación entre η_{it} y los rendimientos, los consumidores pueden cubrirse ante riesgo a través de la compra-venta de activos. Según Constantinides y Duffie (1996), siempre que la función de utilidad sea no lineal los shocks sobre el consumo producen cambios en la utilidad marginal del individuo que sí consiguen generar un exceso de rentabilidad. Asumiendo la función de utilidad isoelástica, Constantinides y Duffie (1996) demuestran que la condición de primer orden del inversor resulta en la siguiente función de precios, particularizada para el caso de excesos de rendimiento:

$$\mathbf{E}_t \left\{ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \left[e^{\frac{\gamma(\gamma+1)}{2} y_{t+1}^2} \right] \mathbf{R}_{t+1}^e \right\} = \mathbf{0}_N \quad 6.2$$

donde \mathbf{E}_t es la esperanza condicionada a la información disponible en el momento t , β es el factor de descuento subjetivo, γ es el coeficiente de aversión al riesgo relativo, y \mathbf{R}_{t+1}^e es el vector de excesos de rendimiento de dimensión N . De forma sintética, la ecuación 6.2 se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{E}_t(m_{t+1} \mathbf{R}_{t+1}^e) = \mathbf{0}_N \quad 6.3$$

donde m_{t+1} es el factor de descuento estocástico. Es importante destacar que la varianza en corte transversal del crecimiento del consumo logarítmico y_{t+1}^2 se presupone negativamente correlacionada con el consumo agregado, lo que significa que el riesgo idiosincrático aumenta en los momentos de recesión económica y disminuye en los momentos de prosperidad. Este supuesto refuerza la naturaleza contra cíclica del

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

factor de descuento estocástico, ayudando al modelo a mitigar el puzle de la prima de riesgo.

El factor de descuento estocástico de la ecuación 6.3 puede expresarse en su forma lineal como un vector de K factores como sigue (para una revisión completa del procedimiento que permite expresar linealmente el factor de descuento de un modelo de valoración consultar Cochrane (2005) (pág. 161-165):

$$\mathbf{E}_t(a_t + \mathbf{b}_t' \mathbf{f}_{t+1}) \mathbf{R}_{t+1}^e = \mathbf{0}_N \quad 6.4$$

donde a_t y \mathbf{b}_t son parámetros, y \mathbf{f}_{t+1} es el vector de factores. Por tanto, cualquier modelo de valoración lineal se identifica por un vector específico de factores \mathbf{f}_{t+1} . Por ejemplo, el modelo clásico CCAPM utiliza $\mathbf{f}_{t+1} = \Delta C_{t+1}$, donde ΔC_{t+1} es el crecimiento del consumo agregado. De acuerdo a la ecuación 6.2, la expresión 6.4 nos permite reescribir el vector de factores de la versión lineal del modelo de Constantinides y Duffie (1996) como función del consumo agregado y la varianza en corte transversal:

$$\mathbf{f}_{t+1} = (\Delta C_{t+1} \quad y_{t+1}^2) \quad 6.5$$

El modelo del factor de descuento estocástico expresado en la ecuación 6.4 puede ser transformado a un modelo de betas. En concreto, según el Teorema de la Equivalencia (Dybvig & Ingersoll, 1982; Hansen & Richard, 1987; Roll, 1977; Ross, 1978) podemos reescribir la expresión 6.4:

$$\mathbf{E}_t(\mathbf{R}_{t+1}^e) = \beta_t(\mathbf{R}_{t+1}^e, \mathbf{f}_{t+1}) \lambda_t(\mathbf{f}_{t+1}) \quad 6.6$$

donde $\beta_t(\mathbf{R}_{t+1}^e, \mathbf{f}_{t+1})$ es la matriz de pendientes de la regresión de excesos de rendimiento sobre factores \mathbf{f}_{t+1} , y $\lambda_t(\mathbf{f}_{t+1})$ es el vector de precios del riesgo. De manera análoga, la versión no condicional de la ecuación 6.4 puede ser escrita como sigue, asumiendo que los coeficientes del modelo son constantes en el tiempo:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}_{t+1}^e) = \beta(\mathbf{R}_{t+1}^e, \mathbf{f}_{t+1})\lambda(\mathbf{f}_{t+1}) \quad 6.7$$

Los factores utilizados en el modelo de riesgo idiosincrático son el aumento de la apertura comercial como la suma de exportaciones e importaciones, y el incremento en la inversión en I+D como el gasto bruto en investigación y desarrollo. Ambos factores aproximan la varianza en corte transversal del crecimiento en el consumo logarítmico. De esta forma, a continuación se procede a evaluar el funcionamiento de la ecuación 6.7 utilizando los siguientes vectores de factores:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Modelo 1: } \mathbf{f}_{t+1} = \Delta C_{t+1} \\ \text{Modelo 2: } \mathbf{f}_{t+1} = (\Delta C_{t+1} \quad \Delta T_{t+1})' \\ \text{Modelo 3: } \mathbf{f}_{t+1} = (\Delta C_{t+1} \quad \Delta RD_{t+1})' \end{array} \right\} \text{Modelos no condicionales} \quad 6.8$$

donde ΔT_{t+1} es el aumento del comercio de bienes y servicios y ΔRD_{t+1} es el aumento del gasto en investigación y desarrollo.

El bajo poder explicativo del CCAPM y del CAPM en el análisis empírico ha motivado la investigación sobre sus posibles causas. En concreto, parte de la literatura lo atribuye a la variabilidad de los coeficientes de la ecuación 6.4 en el tiempo. A este respecto, Hansen y Richard (1987) analizan el efecto de la información condicionada sobre la formación de precios concluyendo que los modelos condicionales no son evaluables empíricamente ya que no es posible conocer la información de la que los inversores disponen. Sin embargo, Cochrane (1996) propone una solución parcial que permite evaluar de manera dinámica los modelos condicionales de factores. Cochrane (1996) expresa el factor de descuento como función de las variables instrumento que representan el conjunto de la información utilizado por el inversor para la toma decisiones. A la hora de seleccionar las variables instrumento a incluir en el modelo es imprescindible que demuestren capacidad para predecir los rendimientos Cochrane, (2005) (pág. 135). Por ello, en base a la evidencia empírica que demuestra el carácter

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

predictivo de la apertura comercial y la inversión en I+D (Ciccone & Jarociński, 2010; Frankel & Romer, 1999; Hirshleifer et al., 2013; Hsu, 2009; Hsu & Huang, 2010; Wacziarg & Welch, 2008) estudiamos el poder explicativo de ambas variables como instrumentos. De acuerdo a Cochrane (1996), podemos expresar los coeficientes del modelo en base a su dependencia de la variable instrumento z_t observable en el momento t . De esta forma, reescribimos la ecuación 6.4 en su forma no condicional como sigue:

$$\mathbf{E}\{[(a_0 + a_1 z_t) + (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 z_t)' \mathbf{f}_{t+1}] \mathbf{R}_{t+1}^e\} = \mathbf{0}_N \quad 6.9$$

Finalmente, aplicando la ecuación 6.9 es posible expresar el modelo de betas en su versión condicional:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{R}_{t+1}^e) &= \beta(\mathbf{R}_{t+1}^e, \mathbf{f}_{t+1}) \lambda(\mathbf{f}_{t+1}) + \beta(\mathbf{R}_{t+1}^e, z_t) \lambda(z_t) \\ &+ \beta(\mathbf{R}_{t+1}^e, z_t \mathbf{f}_{t+1}) \lambda(z_t \mathbf{f}_{t+1}) \end{aligned} \quad 6.10$$

De las ecuaciones 6.7 y 6.10 se deduce que el uso de información condicionada añade dos términos adicionales al factor de descuento estocástico: el instrumento z_t y el producto del instrumento y los factores $z_t \mathbf{f}_{t+1}$. Además de los modelos 1–3 recogidos en la ecuación 6.8, a continuación se utilizan la apertura comercial e inversión en I+D como parte del conjunto de información utilizada por el inversor para definir los siguientes vectores de factores:

$$\left. \begin{aligned} \text{Modelo 4: } \mathbf{f}_{t+1} &= (\Delta C_{t+1} \quad \Delta T_t \quad \Delta T_t \Delta C_{t+1})' \\ \text{Modelo 5: } \mathbf{f}_{t+1} &= (\Delta C_{t+1} \quad \Delta RD_t \quad \Delta RD_t \Delta C_{t+1})' \end{aligned} \right\} \text{ Modelos condicionales} \quad 6.11$$

Una vez definidos los modelos, procedemos a examinar los datos utilizados para poner a prueba su funcionamiento.

6.3 Datos

El funcionamiento de los modelos definidos anteriormente se evalúa utilizando diferentes criterios de clasificación de carteras, que incluyen todos los activos cotizados en el mercado japonés de renta variable durante el periodo 1983-2019. En concreto, se consideran los activos negociados en las bolsas de Tokio, Osaka, Fukuoka, Nagoya y Sapporo. Las series de datos recopiladas en frecuencia mensual son: (i) índice de rendimiento total (serie RI), (ii) valor de mercado (serie MV), (iii) valor de mercado-valor contable (serie PTBV), y (iv) códigos SIC principales. De acuerdo con Griffin et al. (2010) se excluyen los activos no comunes de la base datos Datastream. Adicionalmente, se eliminan las empresas con menos de 12 observaciones en la serie RI para el periodo analizado. Finalmente, la muestra comprende 5.627 activos, incluyendo las empresas que comienzan a cotizar o han finalizado su cotización durante el periodo analizado. Se utiliza la rentabilidad de los bonos del Tesoro de Japón a 3 meses proveniente de la base de datos de la OECD, como indicador del activo libre de riesgo.

Dado el uso generalizado de las 25 carteras tamaño-BE/ME en la investigación sobre valoración de activos, algunos autores sugieren utilizar criterios diferentes de clasificación de carteras para evaluar el funcionamiento de los modelos (Lewellen et al., 2010). Por esta razón, se incluyen en el estudio 20 carteras *momentum* y 61 carteras sectoriales, además de las clásicas 25 tamaño-BE/ME. Las carteras han sido creadas siguiendo el procedimiento propuesto por Fama & French (1993), excepto para las carteras *momentum*. Aunque Fama & French (1993) sugieren el rebalanceo de carteras *momentum* en frecuencia mensual, en este análisis reajustamos los pesos de los activos que componen dicha cartera en junio de cada año. Como se muestra más adelante, esto nos permite incrementar considerablemente la diferencia de rentabilidad o el *spread* entre los ganadores y perdedores del periodo anterior, lo que mejora la evaluación del

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

modelo. Los datos en su totalidad se pueden consultar públicamente en Rojo-Suárez y Alonso-Conde (2021).

En relación con los datos macroeconómicos, éstos provienen en su totalidad de la base de datos de estadísticas de la OECD. La disponibilidad limitada de series de datos de consumo en bienes no duraderos y servicios para Japón ha motivado el uso de la serie de consumo total en el hogar. En cualquier caso, Parker y Julliard (2005) demuestran que el consumo total de las familias es capaz de representar más fielmente el comportamiento de los rendimientos bursátiles que el consumo en bienes no duraderos y servicios. Por otro lado, los datos sobre exportaciones, importaciones e inversión en I+D para Japón provienen de las siguientes series de datos: “P6: Exports of goods and services” y “P7: Imports of goods and services” de OECD Estadísticas sobre Producto Interior Bruto (PIB), y “Gross Domestic Expenditure on R&D” de OECD Principales Indicadores Científicos y Tecnológicos, respectivamente.

La tabla 6.3 resume los estadísticos principales tanto para los rendimientos de los activos como para las variables explicativas. Como se muestra en el Panel A, en general, el efecto tamaño, es decir, el hecho de que las acciones pequeñas tiendan a tener rendimientos más altos que las acciones grandes, se manifiesta correctamente en los datos. Sin embargo, el efecto valor –el hecho de que las acciones con un BE/ME alto generalmente brinden rendimientos más altos que las acciones con un BE/ME bajo– exhibe un patrón irregular, lo cual es consistente con los resultados de la literatura reciente sobre anomalías en los mercados bursátiles internacionales. Específicamente, utilizando acciones del mercado japonés, (Daniel et al., 2001) encuentran una prima por efecto valor significativa para las acciones del quintil de mayor tamaño, donde las acciones de mayor BE/ME superan a las acciones de menor BE/ME en un 0,994% mensual. Al contrario ocurre con las acciones de tamaño menor, para las que Daniel et

al. (2001) encuentran que la prima no es significativa. Fama y French (2012) proporcionan resultados similares utilizando una muestra de 23 mercados desarrollados divididos en 4 áreas regionales, donde los autores obtienen primas por efecto valor más altas en Japón para las acciones del quintil de mayor tamaño. Por el contrario, Fama y French (2006) detectan en el mercado estadounidense la existencia de primas por efecto valor significativas en todos los grupos de acciones independientemente del tamaño, excepto para el grupo de mayor capitalización. Para el cálculo de la prima, Fama y French (2006), utilizan la diferencia de rentabilidad entre los dos primeros quintiles BE/ME y los dos últimos quintiles BE/ME. Para los datos combinados de 14 mercados nacionales desarrollados fuera de EE. UU., los autores encuentran que la prima de valor es prácticamente igual independientemente del tamaño.

El Panel B en la tabla 6.3 muestra los rendimientos medios y las desviaciones estándar para las 20 carteras *momentum*. Las carteras *momentum* muestran una diferencia significativa entre ganadores y perdedores, lo que contrasta con los resultados obtenidos por Fama y French (2012) que encuentran un efecto *momentum* no significativo para Japón. Asness et al. (2013) también detectan que el efecto *momentum* en el mercado de acciones japonés es mucho más débil que en otros países. La razón de la discordancia se encuentra en la periodicidad del rebalanceo de carteras *momentum*, que se realiza una vez al año en el presente estudio mientras que en otros trabajos se realiza con periodicidad mensual. De hecho, se ha comprobado en el presente estudio que al reequilibrar las carteras mensualmente, el efecto *momentum* desaparece (no se muestra en la tabla 6.3), en consonancia con los estudios mencionados anteriormente.

El Panel C de la tabla 6.3 muestra los deciles del promedio y la desviación estándar de los excesos de rendimiento de las 61 carteras sectoriales. Como es habitual en este tipo de carteras, los rendimientos esperados no muestran un patrón claro y su variabilidad

entre industrias es relativamente baja. En cuanto a las correlaciones, la tabla 6.3 muestra que mientras los rendimientos de la cartera están correlacionados positivamente con el crecimiento del consumo, tanto ΔT como ΔRD mantienen una correlación más débil, obteniendo resultados positivos o negativos dependiendo de la cartera. Cabe señalar que, de acuerdo con la ecuación 6.6, el funcionamiento de los modelos analizados no depende de estas correlaciones, sino de la correlación de los rendimientos esperados con la covarianza entre los rendimientos y los factores, como se demuestra en la siguiente sección.

Tabla 6.3. Resumen de estadísticos para Japón de excesos de rendimiento y variables macroeconómicas, periodo 1983-019.

| Panel A: 25 carteras tamaño-BE/ME | | | | | | | | | | | |
|--|------------|-------|------------|-------------|-------|---------------------|---------------------|------------|-------------|------|-------|
| Tamaño | Bajo | 2 | 3 | 4 | Alto | | Bajo | 2 | 3 | 4 | Alto |
| | Media | | | | | | Desviación Estándar | | | | |
| Pequeño | 2,97 | 2,51 | 2,91 | 1,81 | 1,90 | Pequeño | 12,39 | 8,80 | 8,81 | 6,88 | 6,27 |
| 2 | 1,59 | 1,65 | 1,47 | 1,26 | 1,57 | 2 | 9,75 | 7,53 | 7,11 | 6,34 | 6,19 |
| 3 | 0,92 | 1,03 | 1,06 | 1,07 | 1,62 | 3 | 8,91 | 7,09 | 6,55 | 6,16 | 6,56 |
| 4 | 0,65 | 0,97 | 0,93 | 1,03 | 1,18 | 4 | 7,82 | 6,62 | 6,05 | 5,99 | 6,50 |
| Grande | 0,35 | 0,63 | 1,00 | 0,95 | 0,93 | Grande | 6,32 | 5,83 | 5,65 | 5,91 | 7,25 |
| Panel B: 20 carteras <i>momentum</i> | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | Media | | | | | | Desviación Estándar | | | | |
| Bajo-5 | -2,09 | -0,96 | -0,53 | -0,19 | -0,06 | Bajo-5 | 10,72 | 8,65 | 7,80 | 7,48 | 7,08 |
| 6-10 | 0,05 | 0,20 | 0,41 | 0,61 | 0,66 | 6-10 | 6,86 | 6,97 | 6,97 | 7,04 | 6,63 |
| 11-15 | 0,67 | 0,73 | 1,10 | 1,06 | 1,38 | 11-15 | 6,62 | 6,18 | 6,44 | 6,41 | 6,22 |
| 16-Alto | 1,53 | 1,86 | 2,16 | 2,81 | 4,30 | 16-Alto | 6,14 | 6,44 | 6,63 | 7,67 | 9,43 |
| Panel C: 61 deciles de carteras industriales | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | Media | | | | | | Desviación Estándar | | | | |
| Media | 0,53 | 0,61 | 0,67 | 0,68 | 0,71 | Media | 0,75 | 0,79 | 0,83 | 0,89 | 1,31 |
| Desv. Std. | 5,81 | 6,13 | 6,25 | 6,68 | 6,96 | Desv. Std. | 7,25 | 7,81 | 8,63 | 9,20 | 20,03 |
| Panel D: Series macroeconómicas | | | | | | | | | | | |
| | Media | | | | | Desviación Estándar | | | | | |
| | ΔC | RF | ΔT | ΔRD | | ΔC | RF | ΔT | ΔRD | | |
| | 1,41 | 1,26 | 3,04 | 2,69 | | 1,58 | 1,64 | 10,10 | 4,4 | | |

Notas: Series mensuales obtenidas de la base de datos Datastream incluyendo el total de acciones cotizadas en el mercado japonés de renta variable, desde enero de 1983 hasta diciembre de 2019. Para estimar el exceso de rendimiento, se utiliza la rentabilidad de letras del Tesoro a tres meses para Japón. Los datos de consumo total de los hogares, exportaciones e importaciones de bienes y servicios e inversión en I+D provienen de la base de la OCDE. Todos los resultados se expresan en porcentaje en frecuencia mensual, excepto los de series de datos macroeconómicos que son porcentajes anuales.

Tabla 6.4. Correlaciones entre excesos de rendimientos y variables macroeconómicas para Japón, periodo 1983-2019.

| Panel A: 25 carteras tamaño-BE/ME | | | | | | | | | | | |
|--|------------|-------|-------|-------|-------|---------|-------------|-------|-------|-------|-------|
| Tamaño | Bajo | 2 | 3 | 4 | Alto | | Bajo | 2 | 3 | 4 | Alto |
| | ΔC | | | | | | RF | | | | |
| Pequeño | 0,14 | 0,14 | 0,20 | 0,15 | 0,21 | Pequeño | -0,28 | -0,27 | -0,22 | -0,22 | -0,14 |
| 2 | 0,07 | 0,14 | 0,12 | 0,24 | 0,27 | 2 | -0,32 | -0,27 | -0,20 | -0,17 | -0,10 |
| 3 | 0,11 | 0,13 | 0,11 | 0,27 | 0,26 | 3 | -0,26 | -0,22 | -0,23 | -0,17 | -0,13 |
| 4 | 0,07 | 0,16 | 0,23 | 0,28 | 0,23 | 4 | -0,26 | -0,21 | -0,18 | -0,13 | -0,13 |
| Grande | 0,16 | 0,20 | 0,29 | 0,28 | 0,21 | Grande | -0,18 | -0,09 | -0,10 | -0,14 | -0,08 |
| | ΔT | | | | | | ΔRD | | | | |
| Pequeño | 0,12 | 0,14 | 0,10 | -0,01 | 0,01 | Pequeño | 0,04 | 0,02 | 0,13 | -0,02 | 0,11 |
| 2 | 0,09 | 0,09 | -0,16 | 0,03 | 0,03 | 2 | -0,04 | 0,01 | -0,04 | 0,07 | 0,13 |
| 3 | 0,07 | -0,01 | -0,01 | 0,05 | -0,03 | 3 | 0,02 | 0,00 | 0,00 | 0,11 | 0,09 |
| 4 | -0,08 | 0,03 | -0,01 | -0,01 | -0,03 | 4 | -0,07 | 0,06 | 0,11 | 0,11 | 0,09 |
| Grande | -0,15 | -0,26 | -0,11 | -0,05 | -0,09 | Grande | 0,02 | 0,05 | 0,12 | 0,07 | 0,05 |
| Panel B: 20 carteras <i>momentum</i> | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | ΔC | | | | | | RF | | | | |
| Bajo-5 | 0,15 | 0,21 | 0,23 | 0,24 | 0,31 | | -0,06 | -0,13 | -0,06 | -0,03 | -0,06 |
| 6-10 | 0,24 | 0,35 | 0,29 | 0,35 | 0,4 | | -0,03 | -0,02 | -0,04 | -0,01 | 0,14 |
| 11-15 | 0,34 | 0,22 | 0,26 | 0,27 | 0,23 | | -0,01 | -0,12 | -0,09 | -0,11 | -0,12 |
| 16-Alto | 0,23 | 0,29 | 0,21 | 0,09 | 0,02 | | -0,12 | -0,03 | -0,11 | -0,15 | -0,18 |
| | ΔT | | | | | | ΔRD | | | | |
| Bajo-5 | -0,28 | -0,18 | -0,23 | -0,19 | -0,13 | | -0,03 | 0,03 | -0,01 | 0,09 | 0,1 |
| 6-10 | -0,1 | -0,03 | -0,16 | -0,01 | -0,11 | | 0,1 | 0,2 | 0,12 | 0,2 | 0,26 |
| 11-15 | 0,01 | 0,04 | 0,01 | 0,03 | 0,07 | | 0,26 | 0,2 | 0,2 | 0,21 | 0,22 |
| 16-Alto | -0,02 | -0,07 | -0,01 | 0,03 | -0,08 | | 0,16 | 0,25 | 0,19 | 0,17 | -0,06 |
| Panel C: 61 deciles de carteras industriales | | | | | | | | | | | |
| | ΔC | | | | | | RF | | | | |
| 1-5 | 0,05 | 0,1 | 0,13 | 0,18 | 0,21 | | -0,22 | -0,18 | -0,15 | -0,13 | -0,12 |
| 6-10 | 0,22 | 0,25 | 0,26 | 0,27 | 0,34 | | -0,1 | -0,08 | -0,06 | -0,02 | 0,06 |
| Deciles | ΔT | | | | | | ΔRD | | | | |
| 1-5 | -0,22 | -0,16 | -0,13 | -0,1 | -0,07 | | -0,09 | -0,03 | 0,02 | 0,05 | 0,07 |
| 6-10 | -0,04 | -0,02 | 0,03 | 0,05 | 0,21 | | 0,11 | 0,13 | 0,17 | 0,19 | 0,31 |

Notas: Series mensuales obtenidas de la base de datos Datastream incluyendo el total de acciones cotizadas en el mercado japonés de renta variable, desde enero de 1983 hasta diciembre de 2019. Para estimar el exceso de rendimiento, se utiliza la rentabilidad de letras del Tesoro a tres meses para Japón. Los datos de consumo total de los hogares, exportaciones e importaciones de bienes y servicios e inversión en I+D provienen de la base de la OCDE. La correlaciones se estiman utilizando series anuales.

6.4 Resultados y discusión

Los resultados que se exponen a continuación se encuentran parcialmente recogidos en Galicia-Sanguino et al. (2021). La tabla 6.5 muestra los resultados de la regresión para los modelos considerados en frecuencia anual. Dependiendo del modelo concreto y su naturaleza no condicional o condicional, utilizamos el vector de factores de las ecuaciones 6.8 y 6.11, respectivamente. Más específicamente, el modelo 1 en la tabla 6.5 muestra los resultados obtenidos por el CCAPM no condicional, mientras que los modelos 2 y 3 ofrecen los resultados alcanzados por el modelo Constantinides-Duffie usando ΔT y ΔRD como indicadores del riesgo idiosincrásico, respectivamente. Los modelos 4 y 5 muestran los resultados obtenidos por el CCAPM condicional utilizando ΔT y ΔRD como instrumentos, respectivamente. Los modelos condicionales aplican un retardo de un año en los instrumentos ΔT y ΔRD de la ecuación 6.10.

El método generalizado de momentos (GMM) es utilizado para estimar simultáneamente las betas y lambdas en las ecuaciones 6.7 y 6.10 a través del procedimiento de regresión en corte transversal. Se aplica en el procedimiento la corrección a los errores estándar por autocorrelación y a los coeficientes de la regresión beta por su naturaleza estimada. Específicamente, de acuerdo a Cochrane (2005) (págs. 241–243), usamos los siguientes momentos:

$$\mathbf{g}_T(\mathbf{b}) = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}(\mathbf{R}_t^e - \mathbf{a} - \beta \mathbf{X}_t) = 0 \\ \mathbf{E}[(\mathbf{R}_t^e - \mathbf{a} - \beta \mathbf{X}_t) \mathbf{X}_t] = 0 \\ \mathbf{E}(\mathbf{R}_t^e - \beta \lambda) = 0 \end{array} \right\} \quad 6.12$$

Tabla 6.5. Resultados de la regresión en corte transversal utilizando ΔT y ΔRD como variables explicativas.

| | Intercept | Modelo 1 $\lambda(\Delta C_{t+1})$ | Modelo 2-3 $\lambda(\Delta T_{t+1})$ $\lambda(\Delta RD_{t+1})$ | | Modelo 4-5 $\lambda(\Delta T_t)$ $\lambda(\Delta T_t \Delta C_{t+1})$ $\lambda(\Delta RD_t)$ $\lambda(\Delta RD_t \Delta C_{t+1})$ | | | R^2 | MAE (%) | J-test |
|--------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|--|-----------------------------|---|--------------------------------|--------------------------------|-----------------|--------------------------------|-------------------|
| Panel A: 25 carteras tamaño-BE/ME | | | | | | | | | | |
| 1 | -0,056 (-0,339) (-0,069) | 0,058 (1,228) (0,496) | | | | | | 0,592 0,365 | 6,61 | 23,229 (0,447) |
| 2 | -0,135 (-0,800) (-0,166) | 0,043 (1,838) (0,314) | 0,144 (1,147) (0,414) | | | | | 0,804 0,730 | 4,05 | 34,501 (0,044) |
| 3 | -0,192 (-0,945) (-0,182) | 0,041 (1,669) (0,356) | | 0,115 (1,532) (0,341) | | | | 0,863 0,522 | 3,30 | 34,661 (0,042) |
| 4 | 0,017 (0,100) (0,146) | 0,042 (1,851) (0,385) | | | 0,175 (0,998) (0,194) | 0,003 (1,013) (0,723) | | 0,769 0,031 | 4,77 | 33,297 (0,043) |
| 5 | -0,158 (-0,776) (-0,222) | 0,061 (1,233) (0,474) | | | | | 0,044 (0,595) (0,075) | 0,708 0,519 | 4,94 | 13,061 (0,906) |
| Panel B: 20 carteras <i>momentum</i> | | | | | | | | | | |
| 1 | 0,293 (1,246) (0,169) | -0,034 (-1,029) (-0,086) | | | | | | 0,059 -0,078 | 15,04 | 86,201 (0,000) |
| 2 | -0,513 (-1,567) (-0,186) | 0,049 (1,614) (0,143) | 0,376 (1,481) (0,302) | | | | | 0,483 -0,319 | | 23,461 (0,135) |
| 3 | -0,593 (-1,643) (-0,374) | 0,041 (1,260) (0,161) | | ,178 (1,795) (0,306) | | | | 0,655 -0,192 | | 21,027 (0,225) |
| 4 | 0,242 (0,724) (0,398) | -0,023 (-0,484) (-0,192) | | | 0,051 (0,274) (0,090) | -0,023 (-1,181) (-0,673) | | 0,885 0,507 | | 20,257 (0,209) |
| 5 | 0,217 (0,483) (0,177) | -0,018 (-0,314) (-0,113) | | | | | -0,001 (-0,010) (-0,003) | 0,818 0,388 | -0,023 (-0,831) (-0,297) | 11,312 (0,790) |

Notas: La tabla muestra tres filas para cada modelo, donde la primera fila recoge los coeficientes estimados, la segunda fila los estadísticos t estimados por GMM y la tercera fila los estadísticos t determinadas utilizando la metodología sugerida por Kan et al. (2013). Los estadísticos R^2 OLS y GLS aparecen en la primera y segunda fila de cada modelo, respectivamente

Tabla 6.5 (continuación). Resultados de la regresión en corte transversal utilizando ΔT y ΔRD como variables explicativas.

| | Intercept | Modelo 1 $\lambda(\Delta C_{t+1})$ | Modelo 2-3 $\lambda(\Delta T_{t+1})$ $\lambda(\Delta RD_{t+1})$ | | Modelo 4-5 $\lambda(\Delta T_t)$ $\lambda(\Delta T_t \Delta C_{t+1})$ $\lambda(\Delta RD_t)$ $\lambda(\Delta RD_t \Delta C_{t+1})$ | | | R^2 | MAE (%) | J-test |
|--|-----------------------------|---------------------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------------------|--------------------------------|-----------------|---------|-------------------|
| Panel C: 61 deciles de carteras industriales | | | | | | | | | | |
| 1 | 0,086 (1,606) (0,426) | 0,004 (0,495) (0,072) | | | | | | 0,067 0,057 | 2,25 | 47,076 (0,868) |
| 2 | 0,040 (0,082) (0,160) | 0,003 (0,370) (0,079) | 0,042 (1,296) (0,403) | | | | | 0,461 -0,009 | 1,94 | 38,544 (0,997) |
| 3 | 0,024 (0,458) (0,091) | 0,000 (0,024) (0,005) | | 0,014 (0,878) (0,302) | | | | 0,445 0,239 | 1,76 | 26,596 (1,000) |
| 4 | 0,076 (1,417) (0,433) | 0,005 (0,604) (0,131) | | | -0,017 (-0,354) (-0,064) | 0,001 (0,822) (0,265) | | 0,374 0,348 | 1,98 | 37,137 (0,981) |
| 5 | 0,086 (1,657) (0,501) | 0,003 (0,434) (0,073) | | | | | -0,001 (-0,033) (-0,005) | 0,239 0,177 | 2,11 | 29,408 (0,963) |

Notas: La tabla muestra tres filas para cada modelo, donde la primera fila recoge los coeficientes estimados, la segunda fila los estadísticos t estimados por GMM y la tercera fila los estadísticos t determinadas utilizando la metodología sugerida por Kan et al. (2013). Los estadísticos R^2 OLS y GLS aparecen en la primera y segunda fila de cada modelo, respectivamente.

donde a, β y λ son parámetros y x_t es el vector de variables explicativas. Para cada modelo, la tabla 6.5 proporciona tres filas. La primera fila muestra las estimaciones de los coeficientes, la segunda fila los estadísticos t estimados mediante GMM y la tercera fila los estadísticos t determinados utilizando la metodología sugerida por Kan et al. (2013). Según Kan et al. (2013), la incorrecta especificación del modelo puede generar distorsiones importantes en los errores estándar de los coeficientes de regresión. Los autores proporcionan la formulación necesaria para calcular la varianza asintótica de los coeficientes asumiendo una posible incorrecta especificación del modelo. La tercera fila de cada modelo en la tabla 6.5 muestra los resultados aplicando la corrección sugerida por Kan et al. (2013) de forma que podemos evaluar el impacto de una errónea especificación en la significancia estadística del modelo.

Conforme a Lewellen et al. (2010), la tabla 6.5 también incluye los estadísticos R^2 de mínimos cuadrados ordinarios (OLS) y mínimos cuadrados generalizados (GLS), en ese orden, para cada modelo. Adicionalmente, la tabla 6.5 muestra el error absoluto medio (MAE) y los resultados proporcionados por el test- J o prueba de sobre identificación. Como se muestra en la tabla 6.5, en términos generales, el funcionamiento del CCAPM (modelo 1) es aceptable para las carteras de tamaño BE/ME en el Panel A, mientras para las carteras *momentum* o sectoriales su desempeño es inferior. Por el contrario, las variables ΔT y ΔRD demuestran un gran poder explicativo para todas las carteras consideradas al incluirse tanto como factores en el CCAPM (modelos 2 y 3) como instrumentos (modelos 4 y 5). Como referencia, el estadístico R^2 del modelo CCAPM no condicional (Panel A, tabla 6.5) es del 59,2% y el MAE del 6,61% para carteras de tamaño-BE/ME. Al incluirse ΔT y ΔRD como variables explicativas adicionales, ambos modelos mejoran sustancialmente. En concreto, el modelo Constantinides-Duffie

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

proporciona un estadístico R^2 OLS y un MAE de 80,4 % y 4,05 %, respectivamente, al utilizar ΔT como representante del riesgo idiosincrático (modelo 2), mientras que los resultados empeoran al utilizar ΔT como instrumento en el modelo 4, obteniendo un estadístico R^2 OLS y un MAE de 76,9% y 4,77%, respectivamente. Paralelamente, el Panel A de la tabla 6.5 muestra que ΔRD es especialmente informativo al utilizarse como factor (modelo 3), permitiendo al modelo de Constantinides-Duffie alcanzar un estadístico R^2 OLS de 86,3% y un MAE igual a 3,3%. Sin embargo, la última columna de la tabla 6.5 muestra que el test- J rechaza la mayoría de los modelos del Panel A, con la excepción de los modelos 1 y 5.

La Figura 6.1 representa gráficamente la relación entre el exceso de rendimiento observado en los datos y los valores ajustados proporcionados por los modelos de la tabla 6.5. En concreto, la Figura 6.1 muestra que, especialmente para los modelos 2-4, los valores ajustados obtenidos para las carteras tamaño BE/ME se encuentran próximos a aquellos observados. Esto sugiere que el motivo de rechazo de los modelos 2 a 4 en el test- J (Tabla 6.5, Panel A) se debe principalmente a la baja variabilidad de los errores de estimación entre las carteras, más que a su alto valor absoluto.

El Panel B en la tabla 6.5 recoge los resultados de la regresión para las carteras *momentum*, que suponen un reto más exigente para el CCAPM que las carteras tamaño BE/ME. De hecho, el CCAPM proporciona un estadístico R^2 OLS de 5,9%, mientras que su MAE asciende a 15,04%. Es importante destacar que tanto ΔT como ΔRD ayudan a mejorar significativamente el rendimiento del modelo, ya sea mediante su incorporación al modelo como factores (modelos 2 y 3) o como instrumentos (modelos 4 y 5). En concreto, al utilizar ΔT como instrumento en el modelo 4 se logran los mejores resultados para las carteras momento, obteniendo un estadístico R^2 OLS de

88,5% y un MAE de 5,44%. Aunque el poder explicativo de ΔT persiste al utilizarse como factor (modelo 2), su desempeño es más modesto, obteniendo un estadístico R^2 OLS y un MAE de 48,3% y 11,37%, respectivamente.

Figura 6.1 Exceso de rentabilidad efectivo frente a valores ajustados.

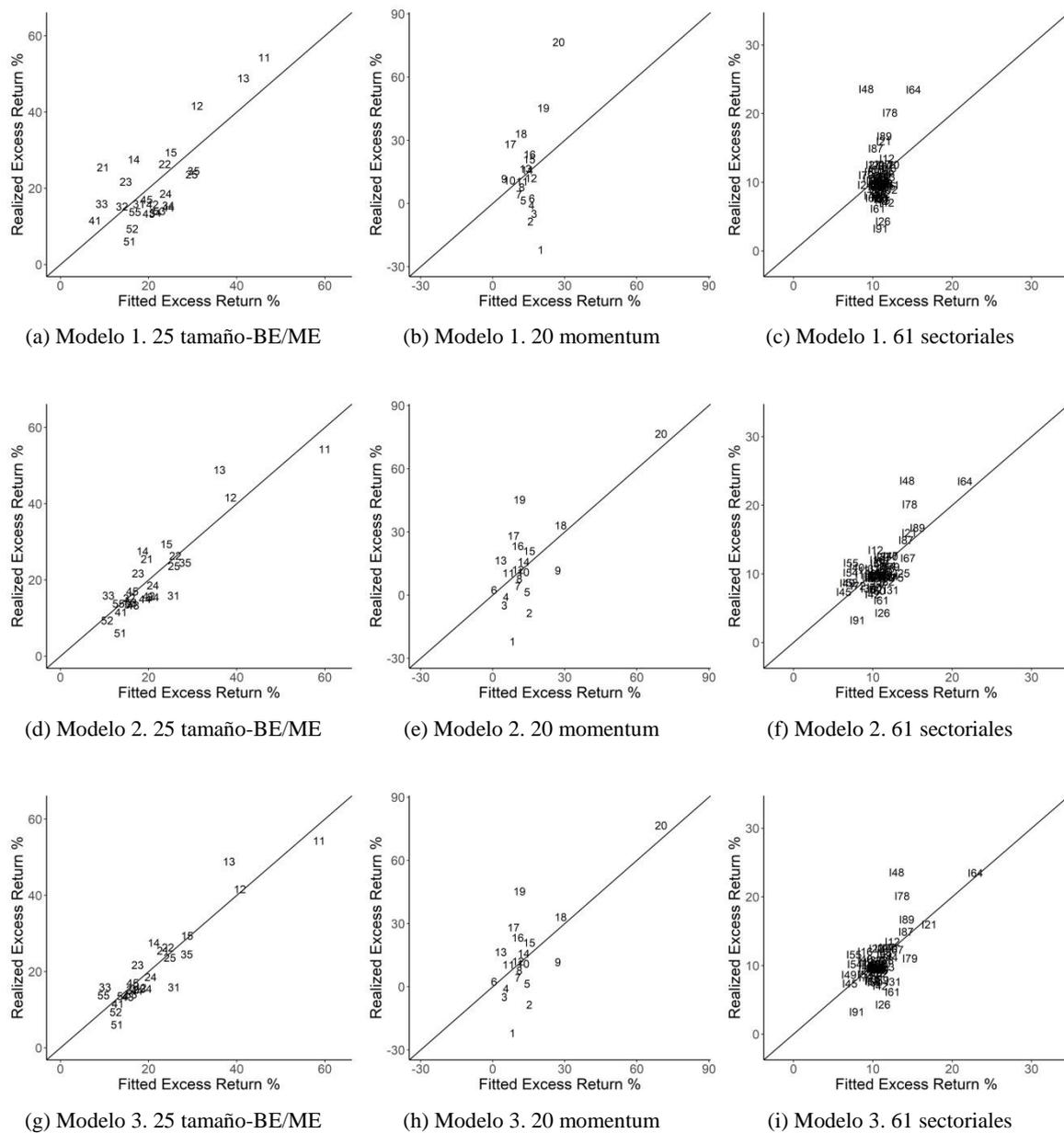
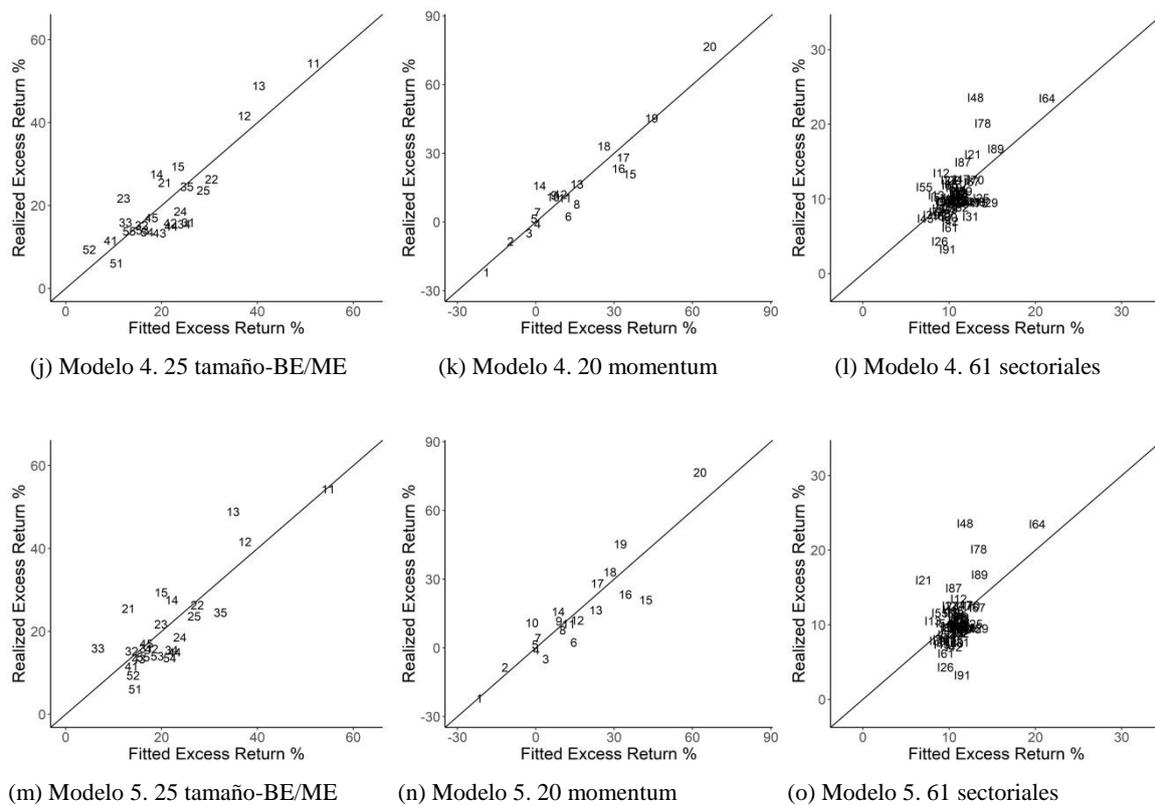


Figura 6.1 (continuación) Exceso de rentabilidad efectivo frente a valores ajustados.



Notas: Se representan 25 carteras de tamaño BE/ME de acuerdo con un código de dos números, el primer número es el código de tamaño (siendo 1 el más pequeño y 5 el más grande) y el segundo número es el código de relación BE/ME (con 1 representa una relación baja y 5 una relación alta). Las carteras *momentum* se representan por un número del 1 al 20, donde 1 denota la cartera que comprende las últimas acciones perdedoras y 20 denota la cartera que comprende las últimas acciones ganadoras. Las carteras de sectoriales se representan de acuerdo con la letra 'I' seguida de los dos primeros dígitos del código SIC.

Los resultados en la tabla 6.5, Panel B, muestran que ΔRD es un fiel indicador del riesgo idiosincrático en el modelo Constantinides Duffie (modelo 3), pero funciona especialmente bien como instrumento en el modelo 5. Específicamente, el modelo Constantinides-Duffie obtiene un estadístico R^2 OLS más bajo (65,5 %) y un MAE más alto (9,22 %) que el CCAPM condicional, que obtiene un estadístico R^2 OLS y un MAE de 81,8 % y 6,89 %, respectivamente. En este sentido, la Figura 6.1 muestra que las carteras *momentum* ofrecen valores ajustados más dispersos cuando ΔT y ΔRD se usan como factores en los modelos 2 y 3 que cuando se usan como instrumentos en los modelos 4 y 5. Esto es consistente con el hecho de que los estadísticos R^2 GLS de los

modelos 2 y 3 son extremadamente bajos, lo que significa que sus “carteras réplica” o *mimicking portfolios* no son eficientes según el criterio media-varianza (Lewellen et al., 2010). En cualquier caso, cabe señalar que el test $-J$ o prueba de sobre identificación no rechaza los modelos 2 a 5 del Panel B.

En cuanto a las carteras sectoriales, el Panel C de la tabla 6.5 muestra que, al igual que en el caso de carteras *momentum*, ΔT y ΔRD contribuyen a mejorar claramente el desempeño del CCAPM, aunque estas variables exhiben una menor capacidad explicativa en el Panel C que en los Paneles A y B, en parte debido a la escasa variabilidad de los rendimientos esperados entre sectores. De hecho, las carteras sectoriales han sido tradicionalmente un gran reto para la mayoría de los modelos de valoración de activos, ya que sus rendimientos esperados a menudo presentan una baja correlación con los factores principales (Fama & French, 1997). En concreto, los resultados en la tabla 6.5, Panel C, muestran que tanto ΔT como ΔRD ofrecen mejores resultados cuando se usan como factores en el modelo de Constantinides-Duffie (modelos 2 y 3) que cuando se usan como instrumentos en el CCAPM condicional (modelos 4 y 5). Así, mientras que el CCAPM proporciona un estadístico R^2 OLS y un MAE de 6,7 % y 2,25 %, respectivamente, al incluir ΔT se mejoran los resultados del modelo Constantinides-Duffie hasta alcanzar un estadístico R^2 OLS de 46,1 % y un MAE de 1,94 %. Paralelamente, ΔRD proporciona los mejores resultados en el modelo de Constantinides-Duffie para las carteras sectoriales con un estadístico R^2 OLS y un MAE de 44,5 % y 1,76 %, respectivamente. Los resultados en el Panel C para los modelos 4 y 5 muestran que, aunque ΔT y ΔRD ayudan a mejorar el funcionamiento del CCAPM condicional en relación a su homólogo no condicional, su desempeño es más modesto, obteniendo estadísticos R^2 OLS iguales a 37,4% y 23,9%, respectivamente. Sorprendentemente, el test $-J$ no rechaza ningún modelo en el Panel C, principalmente

debido al tamaño pequeño de los errores de estimación en relación a su dispersión entre carteras (ver Figura 6.1).

Cabe mencionar que, a pesar de la importancia económica de ΔT y ΔRD en la estimación de los rendimientos esperados de las carteras analizadas, en todos los casos los coeficientes lambda no son estadísticamente significativos, por lo que su valor puede estar sujeto a grandes variaciones en la muestra. Esta falta de significancia es habitual en los modelos macroeconómicos de valoración de activos (Lettau & Ludvigson, 2001; Lustig & Van Nieuwerburgh, 2005; Parker & Julliard, 2005), principalmente debido a errores de medición en a las series macroeconómicas. Sin embargo, la comparación entre los estadísticos t proporcionados por GMM y los determinados siguiendo la propuesta de Kan et al. (2013) muestra que la incorrecta especificación del modelo se traduce en errores estándar significativamente más altos y, en consecuencia, estadísticos t más bajos. Según Kan et al. (2013), éste suele ser el caso de los modelos macroeconómicos de valoración de activos, donde la baja correlación entre los rendimientos y los factores incrementa el impacto de la especificación incorrecta sobre la varianza asintótica de los coeficientes lambda.

Adicionalmente, se realiza una comparativa del funcionamiento de los modelos (Tabla 6.5) con el CCAPM condicional utilizando esta vez nuevas variables instrumento cuyo poder predictivo ha sido ampliamente documentado en la literatura. La tabla 6.6 muestra los resultados de la regresión obtenidos por el CCAPM condicional utilizando dos instrumentos adicionales: (i) el ratio inversión-capital (en adelante, ratio IK), determinado mediante la metodología propuesta por Cochrane (1991) sobre series de datos en formación bruta de capital para Japón proporcionadas por la OCDE, y (ii) el índice de confianza del consumidor (en adelante, CCI) para Japón en el período de estudio (conjunto de datos MEI 'Composite Leading Indicators', de la Sección de

Estadísticas de la OCDE). En cuanto a la selección de las variables, Cochrane (1991) destaca el gran poder predictivo del índice IK de los rendimientos mientras que Ludvigson (2004) y Sommer (2007) ponen de manifiesto el buen funcionamiento del CCI en la previsión del crecimiento del consumo debido a su fuerte vinculación con la formación de hábitos.

Tabla 6.6. Resultados de la regresión en corte transversal para el mercado japonés utilizando el ratio IK y CCI como instrumentos, periodo 1983-2019.

| | | Modelos a-b | | | | | R^2 | MAE (%) | J -test |
|--|-----------|---------------------------|------------------------|---------------------------------------|-------------------------|--|-------|---------|-----------|
| | Intercept | $\lambda(\Delta C_{t+1})$ | $\lambda(\Delta IK_t)$ | $\lambda(\Delta IK_t \Delta C_{t+1})$ | $\lambda(\Delta CCI_t)$ | $\lambda(\Delta CCI_t \Delta C_{t+1})$ | | | |
| Panel A: 25 carteras tamaño-BE/ME | | | | | | | | | |
| a | -0,069 | 0,018 | -0,003 | 0,000 | | | 0,910 | 2,98 | 51,165 |
| | (-0,787) | (1,148) | (-) | (0,612) | | | 0,313 | | (0,000) |
| | (-0,223) | (0,257) | (-) | (0,154) | | | | | |
| b | -0,079 | 0,035 | | | 0,713 | 0,015 | 0,851 | 3,57 | 38,363 |
| | (-0,657) | (2,032) | | | (0,468) | (-0,349) | 0,827 | | (0,012) |
| | (-0,157) | (0,492) | | | (0,139) | (0,096) | | | |
| Panel B: 20 carteras <i>momentum</i> | | | | | | | | | |
| a | -0,148 | -0,024 | -0,090 | 0,003 | | | 0,684 | 8,86 | 11,406 |
| | (-0,554) | (-) | (-) | (-0,991) | | | 0,126 | | (0,784) |
| | (-0,039) | 0,154 | (-) | (-0,304) | | | | | |
| b | 0,487 | -0,039 | | | 1,599 | -0,110 | 0,729 | 8,85 | 10,535 |
| | (-0,767) | 0,518 | | | (0,456) | (-0,736) | 0,304 | | (0,837) |
| | (-0,225) | 0,150 | | | (0,134) | (-0,321) | | | |
| Panel C: 61 deciles de carteras industriales | | | | | | | | | |
| a | 0,060 | 0,002 | -0,004 | 0,000 | | | 0,157 | 2,21 | 41,262 |
| | (1,257) | (0,269) | (-) | (-0,112) | | | 0,204 | | (0,942) |
| | (0,335) | (0,040) | (-) | (-0,023) | | | | | |
| b | 0,063 | 0,004 | | | -0,214 | 0,004 | 0,328 | 2,07 | 39,718 |
| | (1,336) | (0,728) | | | (-0,338) | (0,271) | 0,120 | | (0,960) |
| | (0,371) | (0,118) | | | (-0,056) | (0,062) | | | |

Notas: La tabla muestra tres filas para cada modelo, donde la primera fila recoge los coeficientes estimados, la segunda fila los estadísticos t estimados por GMM y la tercera fila los estadísticos t determinados utilizando la metodología sugerida por Kan et al. (2013). Los estadísticos R^2 OLS y GLS aparecen en la primera y segunda fila de cada modelo, respectivamente.

Los resultados de la tabla 6.6 muestran que, si bien el ratio IK y el CCI proporcionan resultados satisfactorios al utilizarse como instrumentos en el CCAPM condicional (modelos a y b en la tabla 6.6, respectivamente), en general su funcionamiento no

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

supera al de los modelos 2–5 en la tabla 6.5. En particular, para las carteras de tamaño BE/ME en la Tabla 6.6 Panel A, el índice IK y el CCI obtienen estadísticos R^2 OLS de 91% y 85,1%, respectivamente, mientras que sus MAE ascienden a 2,98% y 3,57 %, superando levemente a los modelos 2–5 en el Panel A de la tabla 6.5. Sin embargo, para las carteras *momentum*, las tablas 6.5 y 6.6 muestran que, mientras que el índice IK y el CCI ofrecen mejores resultados que ΔT y ΔRD cuando estas variables se usan como factores en los modelos 2 y 3, ocurre lo contrario cuando ΔT y ΔRD se utilizan como instrumentos en los modelos 4 y 5. Para las carteras sectoriales se observa que en la mayoría de los casos los modelos 2–5 de la tabla 6.5 superan a los modelos a y b en la tabla 6.6, lo que permite tanto al modelo de Constantinides-Duffie como al CCAPM condicional proporcionar estadísticos R^2 más altos y MAE más bajos.

6.5 Análisis comparativo de los resultados del modelo propuesto

A pesar del alto poder explicativo que tanto el modelo de Constantinides-Duffie como el CCAPM condicionado han demostrado tener, es importante considerar en el estudio los problemas por incorrecta especificación de modelos, error de medición de variables o la alta variación de la muestra. Estos problemas dificultan una comparación directa de los modelos simplemente observando los estadísticos R^2 , MAE o test- J . A este respecto, Kan et al. (2013) desarrollan una prueba que permite la comparación directa de modelos considerando el impacto de las diferencias de especificación en los resultados de los estadísticos. Dado que en el estudio el modelo de Constantinides-Duffie y el CCAPM condicional anidan al CCAPM clásico, la tabla 6.7 reporta las pruebas de igualdad por pares de los estadísticos R^2 OLS para los modelos estudiados, donde los p valores se muestran entre paréntesis.

En general, los resultados de la tabla 6.7 no permiten rechazar la hipótesis nula de igualdad de los estadísticos R^2 OLS, excepto para las carteras sectoriales (Panel C). En ese caso, los modelos 2–5 y el modelo b dominan claramente el CCAPM clásico, mientras que los modelos 2–4 también dominan el CCAPM condicional escalado por el ratio IK (modelo a). Además, las diferencias en los estadísticos R^2 de los modelos 2 y 5 con el del CCAPM condicional escalado por el CCI (modelo b) también son estadísticamente significativas. Estos resultados son consistentes con los obtenidos por Kan et al. (2013), quienes encuentran diferencias en los estadísticos R^2 de hasta un 65% que siguen sin ser estadísticamente significativas. Por lo tanto, aunque los resultados de la tabla 6.7 complementan los que se muestran en las Tablas 6.3 y 6.4 para los modelos en estudio, también ponen en evidencia que la especificación incorrecta del modelo, los errores de medición y la variación de la muestra en las series económicas suponen un gran escollo para la comparación de modelos.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Tabla 6.7. Prueba de igualdad de estadísticos R^2 de la regresión en corte transversal para el mercado japonés, periodo 1983-2019.

| | Modelo 2 | Modelo 3 | Modelo 4 | Modelo 5 | Modelo a | Modelo b |
|--|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Panel A: 25 carteras tamaño-BE/ME | | | | | | |
| Modelo 1 | -0,212 (0,632) | -0,271 (0,579) | -0,177 (0,659) | -0,116 (0,671) | -0,318 (0,555) | -0,258 (0,613) |
| Modelo 2 | | -0,059 (0,421) | 0,035 (0,795) | 0,097 (0,782) | -0,106 (0,483) | -0,046 (0,682) |
| Modelo 3 | | | 0,094 (0,541) | 0,155 (0,695) | -0,047 (0,662) | 0,012 (0,909) |
| Modelo 4 | | | | 0,062 (0,867) | -0,140 (0,477) | -0,081 (0,679) |
| Modelo 5 | | | | | -0,202 (0,657) | -0,143 (0,725) |
| Modelo a | | | | | | 0,059 (0,551) |
| Panel B: 20 carteras <i>momentum</i> | | | | | | |
| Modelo 1 | -0,424 (0,766) | -0,596 (0,650) | -0,827 (0,434) | -0,759 (0,514) | -0,625 (0,564) | -0,670 (0,597) |
| Modelo 2 | | -0,172 (0,752) | -0,403 (0,618) | -0,335 (0,722) | -0,201 (0,820) | -0,246 (0,837) |
| Modelo 3 | | | -0,231 (0,631) | -0,163 (0,793) | -0,029 (0,971) | -0,074 (0,937) |
| Modelo 4 | | | | 0,068 (0,840) | 0,201 (0,760) | 0,156 (0,832) |
| Modelo 5 | | | | | 0,134 (0,835) | 0,089 (0,877) |
| Modelo a | | | | | | -0,045 (0,959) |
| Panel C: 61 deciles de carteras industriales | | | | | | |
| Modelo 1 | -0,394 (0,000) | -0,379 (0,000) | -0,307 (0,000) | -0,172 (0,038) | -0,090 (0,056) | -0,262 (0,003) |
| Modelo 2 | | 0,016 (0,715) | 0,087 (0,136) | 0,222 (0,011) | 0,304 (0,001) | 0,133 (0,049) |
| Modelo 3 | | | 0,071 (0,139) | 0,206 (0,021) | 0,288 (0,000) | 0,117 (0,128) |
| Modelo 4 | | | | 0,135 (0,021) | 0,217 (0,000) | 0,046 (0,404) |
| Modelo 5 | | | | | 0,082 (0,197) | -0,089 (0,005) |
| Modelo a | | | | | | -0,171 (0,010) |

Notas: La tabla muestra los resultados de la prueba de igualdad por pares de los estadísticos R^2 OLS para los siguientes modelos: (i) el CCAPM incondicional (modelo 1), (ii) el modelo de Constantinides-Duffie usando ΔT como un proxy para el riesgo idiosincrásico (modelo 2), (iii) el modelo de Constantinides-Duffie usando ΔRD como proxy del riesgo idiosincrásico (modelo 3), (iv) el CCAPM condicional escalado por ΔT (modelo 4), (v) el CCAPM condicional escalado por ΔRD (modelo 5), (vi) el CCAPM condicional escalado por el índice IK (modelo a), y (vii) el CCAPM condicional escalado por el CCI (modelo b). La tabla muestra la diferencia de R^2 de los modelos en la fila i y columna j , y el p -valor asociado (entre paréntesis) bajo la hipótesis nula de igualdad de estadísticos R^2 .

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

PARTE IV: CONCLUSIONES

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

7 CONCLUSIONES

El objetivo fundamental de la presente Tesis Doctoral ha sido el estudio de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Con la presente investigación se pretende contribuir a mejorar la capacidad explicativa del modelo de valoración de activos basado en consumo que permita fortalecer el vínculo entre la macroeconomía y los mercados financieros mediante la identificación y cuantificación de las fuentes fundamentales de riesgo.

A continuación se presentan las conclusiones principales de la investigación en relación a los objetivos específicos expuestos al comienzo de la Tesis Doctoral:

1. El modelo de valoración basado en consumo (CCAPM), inicialmente propuesto por Lucas (1978), constituye una base sólida de trabajo que permite explicar el comportamiento de los precios desde un punto de vista macroeconómico. Sin embargo, gran parte de los trabajos empíricos sobre CCAPM rechazan la validez del modelo (Breedon, 1979; Hansen & Singleton, 1982; Wheatley, 1988). Con el propósito de identificar las causas del mal funcionamiento empírico, algunas investigaciones apuntan a los restrictivos supuestos de partida del CCAPM en su formulación original. Concretamente, Bewley (1982), Mankiw (1986) y Mehra y Prescott (1985) sugieren mejorar la capacidad explicativa del CCAPM bajo el enfoque del inversor representativo modificando la hipótesis de mercados completos, según la cual los inversores podrían cubrirse perfectamente ante cualquier tipo de riesgo mediante la compra-venta de activos.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

2. En este contexto, el modelo de Constantinides-Duffie se perfila como una alternativa al enfoque del inversor representativo, ya que permite analizar las implicaciones en el precio del riesgo no cubierto o riesgo idiosincrático. El modelo de riesgo idiosincrático Constantinides y Duffie (1996) requiere de la correlación negativa entre la dispersión salarial entre inversores y el consumo agregado para explicar el exceso de rentabilidad generado en los mercados (Mehra & Prescott, 1985). Este mecanismo refuerza la naturaleza anti cíclica del factor de descuento estocástico al aumentar el riesgo idiosincrático en épocas de recesión y disminuir en épocas de bonanza económica. Sin embargo, las dificultades para estimar el riesgo idiosincrático y, más concretamente, la varianza del crecimiento del consumo entre inversores, limita considerablemente la aplicación de la metodología (Chen et al., 2020; Constantinides & Ghosh, 2017; Schmidt, 2016).

3. A este respecto, una parte de la literatura sobre mercados incompletos analiza el efecto del riesgo idiosincrático sobre los precios de las acciones utilizando datos de la encuesta de gastos del consumidor (CEX, *Consumer Expenditure Survey*) para estimar la dispersión en los ingresos entre individuos (Balduzzi & Yao, 2007; Brav et al., 2002; Cogley, 2002; Jacobs & Wang, 2004). La evidencia aportada en los trabajos, sin embargo, es mixta. Cogley (2002) encuentra que el crecimiento del consumo logarítmico se encuentra débilmente correlacionado con los rendimientos, por lo que el modelo no es capaz de generar la prima de riesgo necesaria para resolver el puzle dado un nivel de aversión al riesgo razonable. Por su parte, Brav et al. (2002) sí encuentran evidencia a favor del modelo de riesgo idiosincrático utilizando como factor de descuento estocástico

la media ponderada de la tasa marginal de sustitución del consumo de los hogares. Jacobs y Wang (2004) obtienen resultados que respaldan el modelo de Constantinides-Duffie al utilizar los momentos estadísticos del crecimiento del consumo en un modelo CCAPM de dos factores cuyo rendimiento supera ampliamente al clásico CAPM.

4. Constantinides y Duffie (1996) incorporan al modelo de riesgo idiosincrático shocks de tipo permanente que “aumentan la dispersión en los ingresos de los inversores y la desigualdad salarial”. Según datos de la OECD, en el año 1980 el índice de Gini medio de los países miembros era 0,29. En el año 2000, sin embargo, el índice de Gini se incrementó un 10% hasta alcanzar 0,316. Actualmente el índice se mantiene prácticamente al mismo nivel (0,313) con una leve variación tras la pandemia del COVID-19. Este alarmante crecimiento en el índice de Gini ha propiciado la investigación en este campo señalando factores como la globalización, el avance tecnológico o la inversión extranjera de capital como factores determinantes de la desigualdad salarial (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011).

5. Según la OECD y el Fondo Monetario Internacional, el progreso tecnológico es un determinante clave en el aumento de la desigualdad salarial en los países de la OECD, llegando a explicar un tercio del aumento en los últimos 25 años de la brecha de ingresos entre los percentiles 10 y 90 (Dabla-Norris et al., 2015; OECD, 2011). Acemoglu (1998) y Card y DiNardo (2002) defienden que el cambio tecnológico y la automatización de las tareas pueden provocar un aumento desproporcionado de la demanda de capital y mano de obra

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

especializada en perjuicio del empleo en aquellos sectores de menor cualificación. Sin embargo, Milanovic y Squire (2005) y Jaumotte et al. (2013) opinan que el crecimiento de la desigualdad no se debe únicamente al cambio tecnológico sino que también la globalización ha contribuido al aumento. Según las estadísticas de contabilidad nacional de la OECD, el peso del comercio mundial en el PIB ha pasado en tan solo 40 años de representar un tercio a más de la mitad en 2019. Mientras que Stolper y Samuelson (1941) sostienen que el incremento del comercio contribuye a reducir la desigualdad en aquellos países donde la mano de obra cualificada es limitada, trabajos más recientes basados en la heterogeneidad empresarial parecen indicar lo contrario (Amiti & Davis, 2012; Egger & Kreickemeier, 2009; Verhoogen, 2008). Por tanto, el efecto de la globalización sobre la desigualdad no es todavía claro ya que depende, no solo de la abundancia relativa de mano de obra, sino también de las características específicas del tejido empresarial (Harrison et al., 2010).

6. En relación al análisis empírico realizado para estudiar el impacto del riesgo idiosincrático podemos concluir que el desempeño del modelo Constantinides-Duffie en el mercado japonés de renta variable en relación al CCAPM es superior. En concreto, el análisis utiliza para la evaluación de los modelos los rendimientos de carteras ordenados de acuerdo a tres criterios de clasificación (Lewellen et al., 2010): carteras tamaño- BE/ME, carteras *momentum*, y carteras sectoriales. Las variables ΔT y ΔRD demuestran un gran poder explicativo para todas las carteras consideradas al incluirse tanto como factores en el CCAPM como instrumentos en los modelos condicionales. Como referencia, el estadístico R^2 del modelo CCAPM es del 59,2% y el MAE del 6,61% para las

carteras de tamaño-BE/ME. En contraste, el modelo Constantinides-Duffie proporciona un estadístico R^2 OLS y un MAE de 80,4% y 4,05%, respectivamente, al utilizar ΔT como medida del riesgo idiosincrático. En el caso de ΔRD , los resultados muestran que el indicador es especialmente relevante si se utiliza como factor en el modelo Constantinides-Duffie, donde se obtiene un estadístico R^2 OLS de 86,3% y un MAE igual a 3,3%.

7. Para contrastar el modelo Constantinides-Duffie se utiliza el CCAPM condicional utilizando otras variables instrumento con poder predictivo ampliamente documentado en la literatura. Los resultados muestran que el ratio IK y el CCI proporcionan un buen desempeño al modelo aunque, en general, éste no supera al de los modelos condicionales y no condicionales con ΔT y ΔRD . Adicionalmente, los resultados de la prueba de incorrecta especificación de Kan et al. (2013) que permite la comparación directa entre modelos, no permiten rechazar la hipótesis nula de igualdad de los estadísticos R^2 OLS, excepto para las carteras sectoriales en cuyo caso los modelos condicionales y no condicionales con ΔT y ΔRD dominan claramente el CCAPM clásico.

A la luz de los resultados, una mayor investigación sobre el papel de la apertura comercial y la inversión en I+D en la fijación de precios es de vital importancia. Por esta razón se proponen las siguientes líneas futuras de investigación:

1. En primer lugar, sería recomendable examinar la prevalencia de los resultados en otros países con patrones diferenciados en el crecimiento del consumo. En este sentido, Rojo-Suárez y Alonso-Conde (2021) muestran que las diferencias

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

en los patrones de consumo entre países pueden afectar considerablemente el desempeño de los modelos de valoración de activos basados en el consumo. Este hecho puede dar lugar a diferencias sustanciales en el efecto de desigualdad sobre los rendimientos de las acciones.

2. En segundo lugar, la influencia del riesgo idiosincrático en la rentabilidad de los activos está directamente determinada por la imperfecta compartición del riesgo, que es una característica común de los mercados financieros de todo el mundo. En este sentido, la investigación futura debería proporcionar más información sobre el poder explicativo de la apertura comercial y la inversión en I+D sobre los precios en la compartición del riesgo a nivel nacional. Para ello, nuestro enfoque puede verse enriquecido y complementado por los seguidos por Broner y Ventura (2011), Cochrane (1991), Kim et al. (2006) y Ogaki y Zhang (2001) para analizar el papel de los shocks idiosincráticos y el efecto de la globalización en la compartición del riesgo.

3. Finalmente, la presente Tesis asume que los inversores son conocedores del verdadero modelo que gobierna la toma de decisiones de inversión, como es habitual en gran parte de la literatura sobre valoración de activos. Sin embargo, de acuerdo a Hansen et al. (2008), Epstein y Schneider (2010) y Hansen y Sargent (2008) y Strzalecki (2011), la literatura sobre aversión a la ambigüedad sostiene que los inversores suelen comportarse de forma conservadora con respecto a la ambigüedad, actuando como si el modelo en la situación “más pesimista posible” fuese el real. Además, los shocks no predecibles sobre la apertura comercial y la inversión en I+D podrían tener implicaciones

importantes en el precio de los activos, que no se exploran en este documento, pero que pueden abordarse complementando nuestra perspectiva con aquella que siguen los modelos de aprendizaje macroeconómico, como los sugeridos por Pastor y Veronesi (2009) y Johannes et al. (2016).

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

BIBLIOGRAFÍA

Abel, A. B. (1990). Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses. *American Economic Review Papers and Proceedings*, 80, 38-42.

Acemoglu, D. (1998). Why do new technologies complement skills? Directed technical change and wage inequality. *The Quarterly Journal of Economics*, 113(4), 1055-1089.
<https://doi.org/10.1162/003355398555838>

Amiti, M., & Davis, D. R. (2012). Trade, firms, and wages: Theory and evidence. *The Review of Economic Studies*, 79(1), 1-36. <https://doi.org/10.1093/restud/rdr016>

Asness, C. S., Moskowitz, T. J., & Pedersen, L. H. (2013). Value and momentum everywhere. *Journal of Finance*, 68(3), 929-985. <https://doi.org/10.1111/jofi.12021>

Atkinson, A. B., Piketty, T., & Saez, E. (2011). Top incomes in the long run of history. *Journal of economic literature*, 49(1), 3-71. <https://doi.org/10.1257/jel.49.1.3>

Autor, D. H., Levy, F., & Murnane, R. J. (2003). The skill content of recent technological change: An empirical exploration. *The Quarterly journal of economics*, 118(4), 1279-1333. <https://doi.org/10.1162/003355303322552801>

Balduzzi, P., & Yao, T. (2007). Testing heterogeneous-agent models: An alternative aggregation approach. *Journal of Monetary Economics*, 54(2), 369-412.
<https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2005.08.021>

Bansal, R., Kiku, D., & Yaron, A. (2012). An empirical evaluation of the long-run risks model for asset prices. *Critical Finance Review*, 1, 183-221.

Bansal, R., & Yaron, A. (2004). Risks for the long run: A potential resolution of asset pricing puzzles. *The journal of Finance*, 59(4), 1481-1509.
<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2004.00670.x>

Bewley, T. F. (1982). Thoughts on tests of the intertemporal asset pricing model.

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Black, F., Jensen, M. C., & Scholes, M. S. (1972). The capital asset pricing model: Some empirical tests. In M. Jensen (Ed.), *Studies in the theory of capital markets*. Praeger.

Brav, A., Constantinides, G. M., & Geczy, C. C. (2002). Asset pricing with heterogeneous consumers and limited participation: Empirical evidence. *Journal of Political Economy*, 110(4), 793-824. <https://doi.org/10.1086/340776>

Breeden, D. T. (1979). An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. *Journal of Financial Economics*, 7(3), 265-296. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(79\)90016-3](https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90016-3)

Brian, K. (2015). *Income Inequality: The Gap between Rich and Poor*. Organisation for Economic Co-operation and Development Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/9789264246010-en>

Broner, F., & Ventura, J. (2011). Globalization and risk sharing. *Review of Economic Studies*, 78(1), 49-82. <https://doi.org/10.1093/restud/rdq015>

Campbell, J. Y. (2003). Consumption-based asset pricing. In George Constantinides, Milton Harris and Rene Stulz eds. *Handbook of the Economics of Finance* (Vol. IB, pp. 803-887). [https://doi.org/10.1016/S1574-0102\(03\)01022-7](https://doi.org/10.1016/S1574-0102(03)01022-7)

Campbell, J. Y. (2017). *Financial decisions and markets: a course in asset pricing*. Princeton University Press.

Campbell, J. Y., & Cochrane, J. H. (1999). By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior. *Journal of political Economy*, 107(2), 205-251. <https://doi.org/10.1086/250059>

Campos-Soria, J. A., Ortega-Aguaza, B., & Roper-Garcia, M. A. (2009). Gender segregation and wage difference in the hospitality industry. *Tourism Economics*, 15(4), 847-866. <https://doi.org/10.5367/000000009789955152>

Card, D., & DiNardo, J. E. (2002). Skill-biased technological change and rising wage inequality: Some problems and puzzles. *Journal of Labor Economics* , 20(4), 733-783. <https://doi.org/10.1086/342055>

Chen, H., Michaux, M., & Roussanov, N. (2020). Houses as ATMs: mortgage refinancing and macroeconomic uncertainty. *Journal of Finance*, 75(1), 323-375. <https://doi.org/10.1111/jofi.12842>

Ciccone, A., & Jarociński, M. (2010). Determinants of economic growth: will data tell?. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 2(4), 222-246. <https://doi.org/10.1257/mac.2.4.222>

Cochrane, J. H. (1991). A simple test of consumption insurance. . *Journal of Political Economy*, 99(5), 957-976. <https://doi.org/10.1086/261785>

Cochrane, J. H. (1996). A cross-sectional test of an investment-based asset pricing model. *Journal of Political Economy*, 104(3). <https://doi.org/10.1086/262034>

Cochrane, J. H. (2005). Asset pricing. *Asset Pricing: Revised Edition*, 1-533.

Cogley, T. (2002). Idiosyncratic risk and the equity premium: Evidence from the consumer expenditure survey. *Journal of Monetary Economics*, 49(2), 309-334. [https://doi.org/10.1016/S0304-3932\(01\)00106-4](https://doi.org/10.1016/S0304-3932(01)00106-4)

Constantinides, G. M. (1990). Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle. . *Journal of political Economy*, 98(3), 519-543. <https://doi.org/10.1086/261693>

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Constantinides, G. M., Donaldson, J. B., & Mehra, R. (2002). Junior can't borrow: A new perspective on the equity premium puzzle. *The Quarterly Journal of Economics*, 117(1), 269-296. <https://doi.org/10.1162/003355302753399508>

Constantinides, G. M., & Duffie, D. (1996). Asset pricing with heterogeneous consumers. *Journal of Political Economy*, 104(2), 219-240. <https://doi.org/10.1086/262023>

Constantinides, G. M., & Ghosh, A. (2017). Asset pricing with countercyclical household consumption risk. *The Journal of Finance*, 72(1), 415-460. <https://doi.org/10.1111/jofi.12471>

Dabla-Norris, M. E., Kochhar, M. K., Suphaphiphat, M. N., Ricka, M. F., & Tsounta, M. E. (2015). Causes and consequences of income inequality: A global perspective. International Monetary Fund. <https://doi.org/10.5089/9781513555188.006>

Daniel, K., Titman, S., & Wei, K. C. J. (2001). Explaining the cross-section of stock returns in Japan: Factors or characteristics?. *Journal of Finance*, 56(2), 743-766. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00344>

Dybvig, P. H., & Ingersoll, J. E. (1982). Mean-variance theory in complete markets. *Journal of Business*, 55(2), 233-251. <https://doi.org/10.1086/296162>

Egger, H., & Kreckemeier, U. (2009). Firm heterogeneity and the labor market effects of trade liberalization. *International Economic Review*, 50(1), 187-216. <https://doi.org/10.1111/j.1468-2354.2008.00527.x>

Epstein, L., & Schneider, M. (2010). Ambiguity and asset markets. In: NBER Working Papers 16181. National Bureau of Economic Research, Inc.

Epstein, L. G., Farhi, E., & Strzalecki, T. (2014). How much would you pay to resolve long-run risk?. *American Economic Review*, 104(9), 2680-2697. <https://doi.org/10.1257/aer.104.9.2680>

Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1989). Substitution, risk aversion and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework. *Econometrica*, 57, 937-969.

Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1991). Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: An empirical analysis. *Journal of political Economy*, 99(2), 263-286. <https://doi.org/10.1086/261750>

Fama, E. F. (1984). Forward and spot exchange rates. *Journal of Monetary Economics*, 14(3), 319-338. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(84\)90046-1](https://doi.org/10.1016/0304-3932(84)90046-1)

Fama, E. F., & French, K. R. (1989). Business conditions and expected returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 25(1), 23-49. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(89\)90095-0](https://doi.org/10.1016/0304-405X(89)90095-0)

Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk-factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3-56. [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405x(93)90023-5)

Fama, E. F., & French, K. R. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *The Journal of Finance*, 51(1), 55-84. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1996.tb05202.x>

Fama, E. F., & French, K. R. (1997). Industry costs of equity. *Journal of Financial Economics*, 43(2), 153-193. [https://doi.org/10.1016/s0304-405x\(96\)00896-3](https://doi.org/10.1016/s0304-405x(96)00896-3)

Fama, E. F., & French, K. R. (2006). The value premium and the CAPM. *Journal of Finance*, 61(5), 2163-2185. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2006.01054.x>

Fama, E. F., & French, K. R. (2012). Size, value, and momentum in international stock returns. *Journal of Financial Economics*, 105(3), 457-472. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2012.05.011>

Person, W. E., & Constantinides, G. M. (1991). Habit persistence and durability in aggregate consumption: Empirical tests. *Journal of Financial Economics*, 29(2), 199-240. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(91\)90002-2](https://doi.org/10.1016/0304-405X(91)90002-2)

FMI. (2007). *Globalization and Inequality*. World Economic Outlook, International Monetary Fund, Washington.

Förster, M. F., & Mira D'Ercole, M. (2005). *Income Distribution and Poverty in OECD Countries in the Second Half of the 1990s*.

Förster, M. F., & Mira D'Ercole, M. (2005). *Income Distribution and Poverty in OECD Countries in the Second Half of the 1990s*.

Frankel, J. A., & Romer, D. (1999). Does trade cause growth?. *American Economic Review*, 89(3), 379-399. <https://doi.org/10.1257/aer.89.3.379>

Freeman, R. (2009). *Globalization and Inequality*. In W. Salverda, B. Nolan and T. Smeeding (eds.), *Oxford Handbook of Economic Inequality* (pp. 575-589). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199606061.013.0023>

Galicia-Sanguino, L., Rojo-Suárez, J., Alonso-Conde, A. B., & López-Pérez, M. V. (2021). Trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns. *Pacific-Basin Finance Journal*, 68, 101623. <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2021.101623>

Gârleanu, N., & Panageas, S. (2015). Young, old, conservative, and bold: The implications of heterogeneity and finite lives for asset pricing. *Journal of Political Economy*, 123(3), 670-685. <https://doi.org/10.1086/680996>

Gibbons, M. (1982). Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach. *Journal of Financial Economics*, 10(1), 3-27. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(82\)90028-9](https://doi.org/10.1016/0304-405X(82)90028-9)

Gibbons, M. R., Ross, S. A., & Shanken, J. (1989). A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica*, 57, 1121-1152. <https://doi.org/10.2307/1913625>

Gospodinov, N., Kan, R., & Robotti, C. (2013). Chi-squared tests for evaluation and comparison of asset pricing models. *Journal of Econometrics*, 173(1), 108-125. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2012.11.002>

Griffin, J. M., Kelly, P. J., & Nardari, F. (2010). Do market efficiency measures yield correct inferences? A comparison of developed and emerging markets. *The Review of Financial Studies*, 23(8), 3225-3277. <https://doi.org/https://doi.org/10.1093/rfs/hhq044>

Griliches, Z. (1991). Patent statistics as economic indicators: a survey. (w3301).

Grossman, S. J., & Shiller, R. J. (1982). Consumption correlatedness and risk measurement in economies with non-traded assets and heterogeneous information. *Journal of financial Economics*, 10(2), 195-210. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(82\)90013-7](https://doi.org/10.1016/0304-405X(82)90013-7)

Hansen, L. P. (1982). Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica*, 50(4), 1029–1054. <https://doi.org/10.2307/1912775>

Hansen, L. P., Heaton, J. C., & Li, N. (2008). Consumption strikes back? Measuring long-run risk. *Journal of Political economy*, 116(2), 260-302. <https://doi.org/10.1086/588200>

Hansen, L. P., & Jagannathan, R. (1991). Implications of security market data for models of dynamic economies. *Journal of Political Economy*, 99(2), 225-262. <https://doi.org/10.1086/261749>

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Hansen, L. P., & Jagannathan, R. (1997). Assessing specification errors in stochastic discount factor models. *The Journal of Finance*, 52(2), 557-590.
<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb04813.x>

Hansen, L. P., & Richard, S. F. (1987). The role of conditioning information in deducing testable restrictions implied by dynamic asset pricing-models. *Econometrica*, 55(3), 587-613. <https://doi.org/10.2307/1913601>

Hansen, L. P., & Singleton, K. J. (1982). Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models. *Econometrica*, 50, 1269-1286.
<https://doi.org/10.2307/1911873>

Hansen, L. P., & Singleton, K. J. (1983). Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset returns. *Journal of political economy*, 91(2), 249-265.
<https://doi.org/10.1086/261141>

Harrison, A., McLaren, J., & McMillan, M. S. (2010). Recent findings on trade and inequality. In: NBER Working Papers 16425. National Bureau of Economic Research, Inc.

Harrison, J. M., & Kreps, D. M. (1979). Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets. *Journal of Economic theory*, 20(3), 381-408.

Heaton, J., & Lucas, D. J. (1996). Evaluating the effects of incomplete markets on risk sharing and asset pricing. *Journal of political Economy*, 104(3), 443-487.
<https://doi.org/10.1086/262030>

Hirshleifer, D., Hsu, P. H., & Li, D. (2013). Innovative efficiency and stock returns. *Journal of Financial Economics*, 107(3), 632-654.
<https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2012.09.011>

Hsu, P. H. (2009). Technological innovations and aggregate risk premiums. *Journal of Financial Economics*, 94(2), 264-279. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2009.01.002>

Hsu, P. H., & Huang, D. (2010). Technology prospects and the cross-section of stock returns. *Journal of Empirical Finance*, 17(1), 39-53. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2009.08.001>

Jacobs, K., & Wang, K. Q. (2004). Idiosyncratic consumption risk and the cross section of asset returns. *The Journal of Finance*, 59(5), 2211-2252. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2004.00697.x>

Jaumotte, F., Lall, S., & Papageorgiou, C. (2013). Rising Income Inequality: Technology, or Trade and Financial Globalization? *IMF Economic Review*, 61(2), 271-309. <https://doi.org/10.1057/imfer.2013.7>

Johannes, M., Lochstoer, L. A., & Mou, Y. (2016). Learning about consumption dynamics. *Journal of Finance*, 71(2), 551-600. <https://doi.org/10.1111/jofi.12246>

Jones, R. S. (2007). Income Inequality, poverty and social spending in Japan. *OECD Economics Department Working Papers*(556). <https://doi.org/https://doi.org/10.1787/177754708811>

Kan, R., & Robotti, C. (2009). Model comparison using the Hansen-Jagannathan distance. *The Review of Financial Studies*, 22(9), 3449-3490. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhn094>

Kan, R., Robotti, C., & Shanken, J. (2013). Pricing model performance and the two-pass cross-sectional regression methodology. *Journal of Finance*, 68(6), 2617-2649. <https://doi.org/10.1111/jofi.12035>

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Kandel, S., & Stambaugh, R. F. (1991). Asset returns and intertemporal preferences. *Journal of Monetary Economics* 27(1), 39-71. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(91\)90004-8](https://doi.org/10.1016/0304-3932(91)90004-8)

Kim, S., Kim, S. H., & Wang, Y. (2006). Financial integration and consumption risk sharing in East Asia. *Japan and the World Economy*, 18(2), 143-157. <https://doi.org/10.1016/j.japwor.2004.10.001>

Kremer, M., & Maskin, E. (2006). Globalization and inequality. Working Paper 2008-0087, Weatherhead Center for International Affairs, Harvard University, Cambridge, MA.

Kreps, D. M., & Porteus, E. L. (1978). Temporal resolution of uncertainty and dynamic choice theory. *Econometrica*, 46, 185-200. <https://doi.org/10.2307/1913656>

Krusell, P., & Smith, A. A. (1997). Income and wealth heterogeneity, portfolio choice, and equilibrium asset returns. *Macroeconomic dynamics*, 1(2), 387-422. <https://doi.org/10.1017/S1365100597003052>

Kubota, K., Tokunaga, T., & Wada, K. (2008). Consumption behavior, asset returns, and risk aversion: Evidence from the Japanese household survey. *Japan and the World Economy*, 20(1), 1-18. <https://doi.org/10.1016/j.japwor.2006.08.002>

Lettau, M. (2002). Idiosyncratic risk and volatility bounds, or Can models with idiosyncratic risk solve the equity premium puzzle?. *The Review of Economics and Statistics*, 84(2), 376-380.

Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). Resurrecting the (C)CAPM: A cross-sectional test when risk premia are time-varying. *Journal of Political Economy*, 109(6), 1238-1287. <https://doi.org/10.1086/323282>

Lewellen, J., Nagel, S., & Shanken, J. (2010). A skeptical appraisal of asset pricing tests. *Journal of Financial Economics*, 96(2), 175-194. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2009.09.001>

Li, H., Xu, Y., & Zhang, X. (2010). Evaluating asset pricing models using the second Hansen-Jagannathan distance. *Journal of Financial Economics*, 97(2), 279-301. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2010.03.002>

Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47, 13-37.

Lucas, D. J. (1994). Asset pricing with undiversifiable income risk and short sales constraints: Deepening the equity premium puzzle. *Journal of Monetary economics*, 34(3), 325-341. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(94\)90022-1](https://doi.org/10.1016/0304-3932(94)90022-1)

Lucas, R. (1978). Asset prices in an exchange economy. *Econometrica*, 46, 1429-1445. <https://doi.org/10.2307/1913837>

Ludvigson, S. (2004). Consumer confidence and consumer spending. *Journal of Economic Perspectives*, 18(2), 29-50. <https://doi.org/10.1257/0895330041371222>

Lustig, H. N., & Van Nieuwerburgh, S. G. (2005). Housing collateral, consumption insurance, and risk premia: An empirical perspective. *Journal of Finance*, 60(3), 1167-1219. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2005.00759.x>

Mace, B. J. (1991). Full insurance in the presence of aggregate uncertainty. *Journal of Political Economy*, 99(5), 928-956. <https://doi.org/10.1086/261784>

Mankiw, N. G. (1986). The equity premium and the concentration of aggregate shocks. *Journal of Financial Economics*, 17(1), 211-219. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(86\)90012-7](https://doi.org/10.1016/0304-405X(86)90012-7)

Markovitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. John Wiley.

Mehra, R., & Prescott, E. C. (1985). The equity premium - A puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 15(2), 145-161. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(85\)90061-3](https://doi.org/10.1016/0304-3932(85)90061-3)

Merton, R. (1973). An Intertemporal Asset Pricing Model. *Econometrica*, 41, 867-887.

Milanovic, B., & Squire, L. (2005). Does tariff liberalization increase wage inequality? Some empirical evidence. World Bank Policy Research Working Paper, No. 3571, World Bank, Washington.

OECD. (2007). *Offshoring and Employment: Trends and Impacts*. Organisation for Economic Co-operation and Development Publishing, Paris.

OECD. (2011). *Divided we stand: Why inequality keeps rising*. Organisation for Economic Co-operation and Development Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/9789264119536-en>

OECD. (2021). Does Inequality Matter?: How People Perceive Economic Disparities and Social Mobility. In *Overview*. Organisation for Economic Co-operation and Development Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/31b51e9f-en>

Ogaki, M. (1993). Generalized method of moments: Econometric applications. In G. Maddala, C. Rao, & H. Vinod (Eds.), *Handbook of statistics*. (Vol. 11, pp. 455-488). Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S0169-7161\(05\)80052-5](https://doi.org/10.1016/S0169-7161(05)80052-5)

Ogaki, M., & Zhang, Q. (2001). Decreasing relative risk aversion and tests of risk sharing. *Econometrica*, 69(2), 515-526. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00201>

Parker, J. A., & Julliard, C. (2005). Consumption risk and the cross section of expected returns. *Journal of Political Economy*, 113(1), 185-222. <https://doi.org/10.1086/426042>

Pastor, L., & Veronesi, P. (2009). Technological revolutions and stock prices. *American Economic Review*, 99(4), 1451–1483. <https://doi.org/10.1257/aer.99.4.1451>

Rojo-Suárez, J., & Alonso-Conde, A. B. (2021). Data for: trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns. *Mendeley Data 3*. <https://doi.org/10.17632/g2xc3mxcgy.3>

Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), 129-176. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(77\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90009-5)

Ross, S. A. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360.

Ross, S. A. (1978). A simple approach to the valuation of risky streams. *Journal of Business*, 51(3), 453-475. <https://doi.org/10.1086/296008>

Rubinstein, M. (1976). The valuation of uncertain income streams and the pricing of options. *Bell Journal of Economics*, 7, 407-425. <https://doi.org/10.2307/3003264>

Sargan, J. D. (1958). The estimation of economic relationships using instrumental variables. *Econometrica*, 26(3), 393-415. <https://doi.org/10.2307/1907619>

Sarkissian, S. (2003). Incomplete consumption risk sharing and currency risk premiums. *The Review of Financial Studies*, 16(3), 983-1005. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhg019>

Schmidt, L. (2016). Climbing and falling off the ladder: Asset pricing implications of labor market event risk.

Shanken, J. (1985). Multivariate tests of the zero-beta CAPM. *Journal of Financial Economics*, 14(3), 327-348. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(85\)90002-9](https://doi.org/10.1016/0304-405X(85)90002-9)

Shanken, J. (1992). On the estimation of beta-pricing models. *The Review of Financial Studies*, 5(1), 1-33. <https://doi.org/10.1093/rfs/5.1.1>

Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. . *Journal of Finance*, 19(3), 425-442. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>

Sommer, M. (2007). Habit formation and aggregate consumption dynamics. . *The BE Journal of Macroeconomics*, 7(1), 1-25. <https://doi.org/10.2202/1935-1690.1444>

Stolper, W. F., & Samuelson, P. (1941). Protection and real wages. *The Review of Economic Studies*, 9(1), 58-73. <https://doi.org/10.2307/2967638>

Storesletten, K., Telmer, C., & Yaron, A. (1997). Persistent idiosyncratic shocks and incomplete markets.

Strzalecki, T. (2011). Axiomatic foundations of multiplier preferences. *Econometrica*, 79(1), 47–73. <https://doi.org/10.3982/ECTA8155>

Telmer, C. I. (1993). Asset-pricing puzzles and incomplete markets. *The Journal of Finance*, 48(5), 1803-1832. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1993.tb05129.x>

Verhoogen, E. A. (2008). Trade, quality upgrading, and wage inequality in the Mexican manufacturing sector. *The Quarterly Journal of Economics*, 132(2), 489-530. <https://doi.org/10.1162/qjec.2008.123.2.489>

Vissing-Jørgensen, A. (2002). Limited asset market participation and the elasticity of intertemporal substitution. *Journal of Political Economy*, 110(4), 825-853. <https://doi.org/10.1086/340782>

Wacziarg, R., & Welch, K. H. (2008). Trade liberalization and growth: New evidence. *World Bank Economic Review*, 22(2), 187-231. <https://doi.org/10.1093/wber/lhn007>

Weil, P. (1989). The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle. *Journal of monetary economics*, 24(3), 401-421. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(89\)90028-7](https://doi.org/10.1016/0304-3932(89)90028-7)

Lucía Galicia Sanguino

Wheatley, S. (1988). Some tests of international equity integration. *Journal of Financial Economics*, 21(2), 177-212. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(88\)90060-8](https://doi.org/10.1016/0304-405X(88)90060-8)

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

ANEXO I: PUBLICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Estudio del impacto de las preferencias heterogéneas de los inversores en la formación de precios en los mercados de capitales.

Contents lists available at [ScienceDirect](https://www.sciencedirect.com)

Pacific-Basin Finance Journal

journal homepage: www.elsevier.com/locate/pacfin

Trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns

Lucía Galicia-Sanguino^a, Javier Rojo-Suárez^a, Ana B. Alonso-Conde^{a,*},
M. Victoria López-Pérez^b

^a Department of Business Administration, Rey Juan Carlos University, Paseo de los Artilleros s/n, 28032 Madrid, Spain

^b Department of Financial Economics and Accounting, University of Granada, Campus de Cartuja s/n, 18011 Granada, Spain

ARTICLE INFO

Keywords:

CCAPM
Idiosyncratic risk
Income inequality
Trade openness
Research and development investment
Japanese equity market

ABSTRACT

Although consumption-based asset pricing constitutes a solid body of work for the purpose of relating asset prices and macroeconomics, most empirical tests put into question the representative investor perspective. Furthermore, most approaches accounting for untraded risks, such as the Constantinides-Duffie model, face the problem of correctly quantifying idiosyncratic risk. In this paper we exploit the strong relationship of income inequality with trade openness and research and development (R&D) investment to proxy the cross-sectional variance of consumption growth by the growth rate of imports plus exports (trade openness) and the growth of the domestic expenditure in R&D. Moreover, we use these variables as a part of the information set used by investors to determine the unconditional version of the conditional consumption-capital asset pricing model (CCAPM). Our results show that both trade openness and R&D investment allow the linearized version of the Constantinides-Duffie model and the conditional CCAPM to greatly outperform the classic CCAPM for different sorts of stock portfolios, contributing significantly to reducing pricing errors. Hence, our results constitute a step forward in the attempt to relate asset prices and income inequality in a tractable way.

1. Introduction

The consumption-capital asset pricing model (hereafter, CCAPM), initially developed by Lucas (1978) and Breeden (1979), constitutes a powerful tool for analyzing the relationship between asset pricing and macroeconomics in a tractable and parsimonious way, where the marginal utility of economic agents is assumed as the key determinant of asset prices. Although the model is easily adaptable to different assumptions related to the dynamics of investor behavior, it has traditionally been studied from the perspective of a representative agent, where individual consumption is proportional to aggregate consumption, and the market completeness allows investors to perfectly insure themselves against idiosyncratic risk. However, despite its solid theoretical background, the CCAPM has generally performed poorly in empirical research, giving rise to different puzzles widely studied in the asset pricing literature, such as the equity premium puzzle or the risk-free rate puzzle (Mehra and Prescott, 1985; Weil, 1989). Importantly, these puzzles remain unexplained for most industrialized countries, including Japan (Kocherlakota, 1996; Mehra and Prescott, 2003; Noda, 2013).

In order to overcome these limitations, part of the asset pricing literature relaxes the assumption of market completeness, causing

* Corresponding author.

E-mail addresses: lucia.galicia@urjc.es (L. Galicia-Sanguino), javier.rojo@urjc.es (J. Rojo-Suárez), ana.alonso@urjc.es (A.B. Alonso-Conde), mvlopez@ugr.es (M.V. López-Pérez).

<https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2021.101623>

Received 31 January 2021; Received in revised form 24 June 2021; Accepted 28 July 2021

Available online 31 July 2021

0927-538X/© 2021 The Author(s). Published by Elsevier B.V. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license

(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

factors other than the aggregate consumption growth become relevant for pricing assets. In this regard, the model proposed by [Constantinides and Duffie \(1996\)](#) is especially remarkable. Considering the effect of uninsurable, persistent and heteroskedastic labor income shocks on assets returns, the authors derive a stochastic discount factor (hereinafter SDF or pricing kernel) that not only depends on the aggregate consumption growth, but also on the cross-sectional variance of consumption growth across economic agents. Nevertheless, the lack of micro data on consumer preferences is a major drawback of the model for practical applications ([Schmidt, 2014](#); [Constantinides and Ghosh, 2017](#); [Ravina, 2019](#); [Chen et al., 2020](#)).

Based on the model proposed by [Constantinides and Duffie \(1996\)](#), in this paper we study the explanatory power of trade openness and research and development (R&D) investment as proxies for idiosyncratic risk, for the cross-sectional behavior of stock returns on the Japanese equity market. Although previous research on asset pricing uses different approaches to account for agent heterogeneity, a large part of the literature uses data from the Consumer Expenditure Survey, as provided by the US Bureau of Labor Statistics, to estimate the cross-sectional variance of consumption growth ([Cogley, 2002](#); [Brav et al., 2002](#); [Vissing-Jorgensen, 2002](#); [Jacobs and Wang, 2004](#); [Balduzzi and Yao, 2007](#); [Kubota et al., 2008](#)). Furthermore, according to OECD estimates, the Gini coefficient for disposable income, which is widely used to measure income inequality, increased in Japan from 0.28 in 1985 to 0.33 in 2006. This increase (18%) is large compared to other OECD countries (9% on average). Therefore, following [Constantinides and Duffie \(1996\)](#) and [OECD \(2011\)](#), we assume that the dispersion of the cross-sectional distribution of income and consumption stems from income inequality, as measured by trade openness and R&D investment, where trade openness is determined as the growth rate of imports plus exports and R&D investment is determined as the growth rate of the gross domestic expenditure in research and development.

In order to study the performance of the model, we adopt two different perspectives. First, we test the linearized version of the Constantinides-Duffie model in its unconditional form, which can be written as a beta model with the aggregate consumption growth and income inequality, as measured either by trade openness or investment in R&D, as model factors. Second, we follow [Cochrane \(1996\)](#) to determine the unconditional version of the conditional CCAPM, using trade openness and R&D investment as instruments to parameterize the SDF of the model. For comparative purposes, we relate all results with those provided by the classic CCAPM. We test all models on three sets of portfolios, namely, 25 size-book-to-market equity portfolios (hereinafter size-BE/ME portfolios), 20 momentum portfolios and 61 industry portfolios.

This paper contributes to the literature on asset pricing and income inequality in the following terms. First, to the best of our knowledge, this is the first study to explicitly use trade openness and R&D investment as proxies for idiosyncratic risk in the analysis of the cross-sectional behavior of the Japanese equity market. For example, [Xu and Zhang \(2004\)](#) examine the relationship between the expected returns and the R&D intensity of Japanese firms, concluding that in the period 1993–2000 average returns and R&D intensity are significantly positively related. However, the authors completely ignore conditioning information and do not evaluate the explanatory power of trade openness. [Endoh \(2018\)](#) studies the effect of import competition on the wages of the Japanese manufacturing sector, for the period from 1998 to 2013. The author concludes that import competition does not reduce the wages of unskilled workers, but it increases the skill premia of workers with college degrees or those in managerial and professional positions. However, it should be noted that the author uses panel data from the Basic Survey on Wage Structure and the Basic Survey of Japanese Business Structure and Activities, focusing exclusively on the manufacturing sector.

Second, our research examines the informativeness of income inequality from a dual perspective, namely: (i) when trade openness and R&D investment are used as proxies for the cross-sectional variance of consumption growth in the linearized version of the Constantinides-Duffie model, and (ii) when idiosyncratic risk, as measured by trade openness and R&D investment, is used as an instrument in determining the unconditional version of the conditional CCAPM. Importantly, [Campbell and Cochrane \(2000\)](#) argue that, in general, conditional asset pricing models will perform significantly better than their unconditional counterparts when habit formation is present. In this framework, our research allows us to analyze the extent to which income inequality can help the conditional CCAPM avoid an explicit specification of habit formation preferences.

Third, unlike most research on the cross-sectional behavior of international expected returns, which often adopts the perspective of a US investor investing internationally (see for example [Fama and French \(2017\)](#)), in this paper we take the perspective of a Japanese investor that invests domestically, thus mitigating the distortions that result from the variation in exchange rates. In this regard, it should be noted that a large part of the contemporary literature on asset pricing uses return series from public databases, such as those provided online by Kenneth French. However, these series do not fit our assumption of a Japanese investor, as most of these databases are denominated in dollars. Therefore, we fully generate all return series for the portfolios under study, using market data compiled from the Datastream database and following the procedure suggested by [Fama and French \(1993\)](#) to create all portfolios.

The remainder of the paper is organized as follows. Section 2 summarizes the main contributions of the recent literature analyzing the effects of idiosyncratic risk on asset prices and income inequality. Section 3 defines the models under analysis. Section 4 describes the data and shows the main descriptive statistics. Section 5 discusses the results. Section 6 concludes the paper.

2. Literature review

As noted above, a large part of the literature analyzing the effect of idiosyncratic risk on asset prices uses data from the Consumer Expenditure Survey to estimate the cross-sectional variance of consumption growth. In this regard, [Cogley \(2002\)](#) finds that the cross-sectional variance of the log consumption growth is only weakly correlated with stock returns. Moreover, the author shows that consumption growth together with its cross-sectional variance results in small equity premia when risk aversion is low. In contrast, [Brav et al. \(2002\)](#) find that the weighted average marginal rate of substitution of individual households helps the CCAPM explain the equity risk premium for relative risk aversion coefficients ranging from 3 to 4. [Jacobs and Wang \(2004\)](#) use higher-order moments of consumption growth in a linear pricing kernel to develop a two-factor CCAPM that significantly outperforms the classic capital asset

pricing model (CAPM).

On the other hand, [Balduzzi and Yao \(2007\)](#) suggest using the change in the cross-sectional variance of log consumption rather than the cross-sectional variance of log consumption growth to capture consumer preferences. However, the authors show that, in that case, the pricing kernel still requires a high relative risk aversion coefficient –greater than 9– to explain the equity premium. For the specific case of the Japanese equity market, [Kubota et al. \(2008\)](#) show that monthly, income-decile consumption data from the Japanese Family Income and Expenditure Survey do not allow the CCAPM to explain the equity premium puzzle.

Regarding income inequality, according to the [OECD \(2011\)](#) and [Dabla-Norris et al. \(2015\)](#), technological advances are a key determinant of rising income inequality in the OECD countries, explaining nearly a third of the widening gap between the 10th and 90th income percentiles over the past 25 years. Indeed, technological changes and automation can disproportionately raise the demand for capital and skilled labor at the cost of employment in low-skilled sectors ([Acemoglu, 1998](#); [Card and DiNardo, 2002](#)). Furthermore, following [Freeman \(2009\)](#), advances in technology also go hand-in-hand with the fragmentation of economic activities and production offshoring.

Nevertheless, following [Milanovic and Squire \(2005\)](#) and [Papageorgiou et al. \(2008\)](#), income inequality is not only related to technological progress, but also to globalization. According to OECD national accounts data, the share of world trade in global Gross Domestic Product (GDP) increased from about a third to more than a half in the 40 years to 2019. The Stolper-Samuelson theorem ([Stolper and Samuelson, 1941](#)) states that trade should benefit relatively abundant factors, meaning that in developed countries, with an abundance of skilled labor, the wages of skilled workers should rise relative to those of unskilled workers, so inequality should increase with trade. The opposite is expected to happen in developing countries, where inequality should decrease with trade. However, recent literature based largely on firm heterogeneity suggests that income inequality often increases with trade openness ([Egger and Kreickemeier, 2009](#); [Verhoogen, 2008](#); [Amiti and Davis, 2008](#)). Thus, disentangling the impact of trade openness on income inequality is a difficult task as it depends not only on the relative abundance of labor, but also on firm-specific characteristics ([Harrison et al., 2010](#)).

3. Methodology

Following [Constantinides and Duffie \(1996\)](#), we assume an economy in which individual investors i have different consumption levels C_{it} at time t . Individual consumption growth is determined by an independent, idiosyncratic normal distributed shock η_{it} , satisfying:

$$\ln\left(\frac{C_{it+1}/C_{t+1}}{C_{it}/C_t}\right) = \eta_{it+1}y_{t+1} - \frac{1}{2}y_{t+1}^2 \tag{1}$$

where C_t is the aggregate consumption and y_{t+1}^2 is the cross-sectional variance of consumption growth. As noted by [Grossman and Shiller \(1982\)](#), when idiosyncratic shocks η_{it+1} are uncorrelated with asset returns, they have no effect on prices. Conversely, when idiosyncratic shocks are correlated with asset returns, consumers can get rid of them by trading away consumption. In any case, according to [Constantinides and Duffie \(1996\)](#), assuming a nonlinear utility function, consumption shocks turn into marginal utility shocks, and hence can generate an equity premium. In this framework, assuming power utility, [Constantinides and Duffie \(1996\)](#) show that the investor’s first-order condition results in the following pricing function, particularized to the case of excess returns, that is, assets with price zero that represent a long position in an asset that is funded by a short position in another asset:

$$\mathbf{E}_t\left\{\beta\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma}\left[e^{\frac{\gamma(\gamma+1)}{2}y_{t+1}^2}\right]\mathbf{R}_{t+1}^e\right\} = \mathbf{0}_N \tag{2}$$

where \mathbf{E}_t is the expectation conditional on all information available at time t , β is the subjective discount factor, γ is the coefficient of relative risk aversion, and \mathbf{R}_{t+1}^e is a N -dimensional vector of excess returns. More synthetically, expression (2) can be written as follows:

$$\mathbf{E}_t(m_{t+1}\mathbf{R}_{t+1}^e) = \mathbf{0}_N \tag{3}$$

where m_{t+1} is the SDF or pricing kernel. Importantly, the cross-sectional variance of the log consumption growth y_{t+1}^2 is assumed to be negatively correlated with aggregate consumption, meaning that idiosyncratic risk increases in economic downturns and decreases in economic upturns. This assumption reinforces the countercyclical nature of the SDF, helping the model to mitigate the equity premium puzzle.

The SDF in expression (3) can be linearized in a K -dimensional vector of factors, as follows (for a complete review of the procedures that allow linearizing the SDF of any asset pricing model see [Cochrane \(2005\)](#) (pp. 161–165)):

$$\mathbf{E}_t[(a_t + \mathbf{b}_t\mathbf{f}_{t+1})\mathbf{R}_{t+1}^e] = \mathbf{0}_N \tag{4}$$

where a_t and \mathbf{b}_t are parameters, and \mathbf{f}_{t+1} is the vector of pricing factors. Therefore, any linear asset pricing model can be identified by a specific vector of factors \mathbf{f}_{t+1} . For example, the classic CCAPM assumes that $\mathbf{f}_{t+1} = \Delta C_{t+1}$, where ΔC_{t+1} denotes the aggregate consumption growth. Furthermore, according to expression (2), expression (4) allows us to write the vector of factors of the linearized version of the Constantinides-Duffie model as a function of aggregate consumption growth and the cross-sectional variance of the log

consumption growth, as follows:

$$\mathbf{f}_{t+1} = (\Delta C_{t+1} \quad y_{t+1}^2)' \tag{5}$$

The SDF model in expression (4) can easily be transformed into a beta model, which is the most common representation in empirical research on asset pricing. Specifically, according to the Equivalence Theorem (Dybvig and Ingersoll, 1982; Hansen and Richard, 1987; Roll, 1977; Ross, 1978), we can rewrite expression (4) as follows:

$$E_t(\mathbf{R}_{t+1}^e) = \beta_t(\mathbf{R}_{t+1}^e, \mathbf{f}_{t+1})\lambda_t(\mathbf{f}_{t+1}) \tag{6}$$

where $\beta_t(\mathbf{R}_{t+1}^e, \mathbf{f}_{t+1})$ is the matrix of slopes of the regression of excess returns on factors \mathbf{f}_{t+1} , and $\lambda_t(\mathbf{f}_{t+1})$ is the vector of prices of risk. Analogously, the unconditional version of expression (6) can be written as follows, under the assumption that model coefficients are constant over time:

$$E(\mathbf{R}_{t+1}^e) = \beta(\mathbf{R}_{t+1}^e, \mathbf{f}_{t+1})\lambda(\mathbf{f}_{t+1}) \tag{7}$$

As noted above, we use both trade growth, as measured by exports plus imports, and investment growth in R&D –i.e. the gross domestic expenditure in research and development– as proxies for the cross-sectional variance of the log consumption growth. Accordingly, below we evaluate the performance of expression (7) assuming the following vectors of factors:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Model 1 : } \mathbf{f}_{t+1} = \Delta C_{t+1} \\ \text{Model 2 : } \mathbf{f}_{t+1} = (\Delta C_{t+1} \quad \Delta T_{t+1})' \\ \text{Model 3 : } \mathbf{f}_{t+1} = (\Delta C_{t+1} \quad \Delta RD_{t+1})' \end{array} \right\} \text{ Unconditional models} \tag{8}$$

where ΔT_t is the growth of trade in goods and services and ΔRD_t is the growth rate of gross domestic expenditure in research and development.

In any case, part of the asset pricing literature attributes the poor explanatory power of the CCAPM and the classic CAPM to the time-varying nature of the coefficients in expression (4) and, more particularly, the fact that a conditional asset pricing model does not necessarily implies an unconditional asset pricing model. In this regard, Hansen and Richard (1987) develop rigorous proofs and important technical assumptions on the role of conditioning information, concluding that the fact that the researches cannot observe agents' information sets implies that the conditional linear factor models are not testable. Nevertheless, based on the Hansen and Richard (1987) critique, Cochrane (1996) suggests a partial solution for testing dynamic, conditional factor models that allows the author to parameterize the SDF, writing it as a function of different instruments, which represent coarser information sets than those used by investors. In any case, for instruments to improve the explanatory power of the model, they must forecast returns or the SDF (i. e. macroeconomic variables) (Cochrane, 2005) (pp. 135). Therefore, based on the empirical evidence that underlines the predictive power of both trade openness and R&D investment (Frankel and Romer, 1999; Wacziarg and Horn Welch, 2008; Ciccone and Jarociński, 2010; Hsu, 2009; Hsu and Huang, 2010; Hirshleifer et al., 2013), additionally to Models 1–3 in expression (8), we also study the explanatory power of these variables when used as instruments. Thus, following Cochrane (1996), we assume that the time-varying nature of the model coefficients results from their dependence on an instrument z observable at time t . In that case, we can rewrite expression (4) in an unconditional form, as follows:

$$E\{[(a_0 + a_1 z_t) + (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 z_t)'\mathbf{f}_{t+1}]\mathbf{R}_{t+1}^e\} = \mathbf{0}_N \tag{9}$$

Expression (9) allows us to transform the unconditional beta model in expression (7) into the following equation:

$$E(\mathbf{R}_{t+1}^e) = \beta(\mathbf{R}_{t+1}^e, \mathbf{f}_{t+1})\lambda(\mathbf{f}_{t+1}) + \beta(\mathbf{R}_{t+1}^e, z_t)\lambda(z_t) + \beta(\mathbf{R}_{t+1}^e, z_t, \mathbf{f}_{t+1})\lambda(z_t, \mathbf{f}_{t+1}) \tag{10}$$

As we can observe from expressions (7) and (10), conditioning information adds two extra terms to the SDF, given by the lagged instrument z_t and the product of the lagged instrument with factors $z_t \mathbf{f}_{t+1}$. Accordingly, in addition to Models 1–3 shown in expression (8), below we use both trade openness and investment in R&D as a part of the information set used by investors, to define the following vector of factors, in which we call the conditional CCAPM hereinafter:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Model 4 : } \mathbf{f}_{t+1} = (\Delta C_{t+1} \quad \Delta T_t \quad \Delta T_t \Delta C_{t+1})' \\ \text{Model 5 : } \mathbf{f}_{t+1} = (\Delta C_{t+1} \quad \Delta RD_t \quad \Delta RD_t \Delta C_{t+1})' \end{array} \right\} \text{ Conditional models} \tag{11}$$

4. Variables and data

We test all models defined in the last section on different sets of portfolios, which comprise all stocks traded on the Japanese equity market, from January 1983 to December 2019. Specifically, we consider all stocks traded on the Tokyo Stock Exchange, Osaka Exchange, Fukuoka Stock Exchange, Nagoya Stock Exchange and Sapporo Securities Exchange. We compile all stock data from the Datastream database. Particularly, we collect the following data series, on a monthly basis: (i) total return index (RI series), (ii) market value (MV series), (iii) market-to-book equity (PTBV series), and (iv) primary SIC codes. Following Griffin et al. (2010), we exclude non-common equity securities from Datastream data. Additionally, we remove all companies with less than 12 observations in RI series for the period under analysis. Hence, our sample comprises 5627 stocks, considering all companies that started trading or were delisted in the period under analysis. We use the three-month Treasury Bill rate for Japan, as provided by the OECD database, as a proxy for the

risk-free rate.

Given the strong factor structure of the 25 size-BE/ME portfolios, typically used in cross-sectional research on asset pricing, Lewellen et al. (2010) suggest using additional portfolios sorted by other variables to test asset pricing models. Consequently, as noted above, in addition to size-BE/ME portfolios, we use 20 momentum portfolios and 61 industry portfolios to test the models under consideration. All these portfolios are formed following the procedure suggested by Fama and French (1993), except the momentum portfolios. In this case, while Fama and French (1993) rebalance momentum portfolios on a monthly basis, we rebalance our portfolios in June of each year. As shown below, this allows us to significantly increase the spread between past winners and past losers and, consequently, better evaluate the performance of the models under study. All data are publicly available at Rojo-Suárez and Alonso-Conde (2021).

We compile all macroeconomic data from the OECD Statistics database. Regarding consumption data, the limited availability of nondurable goods and services series for Japan motivates the use of total consumption of households series. In any case, it is worth mentioning that Parker and Julliard (2005) show that the total consumption of households fits the cross-section of expected returns better than consumption in nondurables and services. On the other hand, we also collect exports, imports and R&D investment for Japan from the OECD Statistics section (datasets 'P6: Exports of goods and services' and 'P7: Imports of goods and services', from the OECD Gross domestic product (GDP) Statistics, and 'Gross Domestic Expenditure on R&D', Main Science and Technology Indicators, respectively).

Table 1 shows the main summary statistics for both test assets and explanatory variables. As shown in Panel A, in general, the size effect—the fact that small stocks tend to have higher returns than big stocks—works as expected. However, the value effect—the fact that high BE/ME stocks usually provide higher returns than low BE/ME stocks—exhibits an irregular pattern, which is consistent with the results of recent literature on market anomalies on international equity markets. Specifically, using Japanese stocks, Daniel et al. (2001) find a significant value premium for the largest size quintile stocks, where high BE/ME stocks beat low BE/ME stocks by 0.994% per moth. However, the authors find an insignificant value premium in small stocks. Similar results are provided by Fama and French (2012) using a sample of 23 developed stock markets divided into 4 regional areas, where the authors document higher value premia in Japan for largest size quintile stocks. By contrast, Fama and French (2006) find that, in the US market, significant value premia—return differences between the top-2 and the bottom-2 BE/ME quintiles—exist for all size groups, except the largest-cap group. However, for merged data from 14 non-US developed national markets, the authors find that the value premium is almost equal for most size groups.

Panel B in Table 1 shows mean returns and standard deviations for 20 momentum portfolios. As shown, momentum portfolios

Table 1
Summary statistics.

| Panel A: 25 size-BE/ME portfolios | | | | | | | | | | | |
|--|------------|-------|------------|-------------|-------|------------|----------|------------|-------------|-------|------|
| Size | Low | 2 | 3 | 4 | High | – | Low | 2 | 3 | 4 | High |
| | Means | | | | | | St. Dev. | | | | |
| Small | 2.97 | 2.51 | 2.91 | 1.81 | 1.90 | | 12.39 | 8.80 | 8.81 | 6.88 | 6.27 |
| 2 | 1.59 | 1.65 | 1.47 | 1.26 | 1.57 | | 9.75 | 7.53 | 7.11 | 6.34 | 6.19 |
| 3 | 0.92 | 1.03 | 1.06 | 1.07 | 1.62 | | 8.91 | 7.09 | 6.55 | 6.16 | 6.56 |
| 4 | 0.65 | 0.97 | 0.93 | 1.03 | 1.18 | | 7.82 | 6.62 | 6.05 | 5.99 | 6.50 |
| Big | 0.35 | 0.63 | 1.00 | 0.95 | 0.93 | | 6.32 | 5.83 | 5.65 | 5.91 | 7.25 |
| Panel B: 20 momentum portfolios | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | – | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | Means | | | | | | St. Dev. | | | | |
| Low-5 | −2.09 | −0.96 | −0.53 | −0.19 | −0.06 | | 10.72 | 8.65 | 7.80 | 7.48 | 7.08 |
| 6–10 | 0.05 | 0.20 | 0.41 | 0.61 | 0.66 | | 6.86 | 6.97 | 6.97 | 7.04 | 6.63 |
| 11–15 | 0.67 | 0.73 | 1.10 | 1.06 | 1.38 | | 6.62 | 6.18 | 6.44 | 6.41 | 6.22 |
| 16-High | 1.53 | 1.86 | 2.16 | 2.81 | 4.30 | | 6.14 | 6.44 | 6.63 | 7.67 | 9.43 |
| Panel C: 61 industry portfolio deciles | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| Means | 0.53 | 0.61 | 0.67 | 0.68 | 0.71 | 0.75 | 0.79 | 0.83 | 0.89 | 1.31 | |
| St. Dev. | 5.81 | 6.13 | 6.25 | 6.68 | 6.96 | 7.25 | 7.81 | 8.63 | 9.20 | 20.03 | |
| Panel D: Macroeconomic series | | | | | | | | | | | |
| | Means | | | | | St. Dev. | | | | | |
| | ΔC | RF | ΔT | ΔRD | | ΔC | RF | ΔT | ΔRD | | |
| | 1.41 | 1.26 | 3.04 | 2.69 | | 1.58 | 1.64 | 10.10 | 4.40 | | |

Notes: We compile monthly series from the Datastream database for all stocks traded on the Japanese equity market, from January 1983 to December 2019. In order to estimate excess returns, we use the three-month Treasury Bill rate for Japan. Additionally, we compile total consumption of households series, exports and imports of goods and services, and R&D investment from the OECD database. All results are monthly percentages, except those for macroeconomic data series, which are annual percentages.

report a significant spread between past winners and past losers, which contrasts with the results achieved by Fama and French (2012), who find that the momentum effect is negligible for Japan. Furthermore, Asness et al. (2013) find that the momentum effect in the Japanese equity market is much weaker than in other countries. However, unlike these studies, we create momentum portfolios rebalancing the portfolio components and weights once a year instead of monthly, which explains our results. Remarkably, when we rebalance the portfolios on a monthly basis the momentum effect disappears (not shown in Table 1), consistently with the studies referred above.

Panel C in Table 1 shows the deciles of the average and standard deviation of the excess returns of 61 industry portfolios. As usual in this sort of portfolios, the expected returns do not exhibit a clear pattern and their variability across industries is relatively low. Regarding correlations, Table 2 shows that while portfolio returns are positively correlated with consumption growth, both ΔT and ΔRD exhibit a weaker correlation, yielding positive or negative results depending on the specific portfolio. However, it should be noted that, according to expression (6), the performance of the models under analysis does not depend on these correlations, but on the correlation of expected returns with the covariance between expected returns and model factors, as shown in the following section.

5. Results and discussion

Table 3 shows the regression results for all the models under consideration, on an annual basis. Depending on the specific model and its unconditional or conditional nature, we use the required vector of factors from expressions (8) and (11), respectively. More specifically, model 1 in Table 3 shows the results provided by the unconditional CCAPM, while models 2 and 3 comprise the results delivered by the Constantinides-Duffie model using ΔT and ΔRD as proxies for idiosyncratic risk, respectively. Models 4 and 5 show the

Table 2
Correlations.

| Panel A: 25 size-BE/ME portfolios | | | | | | | | | | |
|--|------------|-------|-------|-------|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|
| Size | Low | 2 | 3 | 4 | High | Low | 2 | 3 | 4 | High |
| | ΔC | | | | | RF | | | | |
| Small | 0.14 | 0.14 | 0.20 | 0.15 | 0.21 | -0.28 | -0.27 | -0.22 | -0.22 | -0.14 |
| 2 | 0.07 | 0.14 | 0.12 | 0.24 | 0.27 | -0.32 | -0.27 | -0.20 | -0.17 | -0.10 |
| 3 | 0.11 | 0.13 | 0.11 | 0.27 | 0.26 | -0.26 | -0.22 | -0.23 | -0.17 | -0.13 |
| 4 | 0.07 | 0.16 | 0.23 | 0.28 | 0.23 | -0.26 | -0.21 | -0.18 | -0.13 | -0.13 |
| Big | 0.16 | 0.20 | 0.29 | 0.28 | 0.21 | -0.18 | -0.09 | -0.10 | -0.14 | -0.08 |
| | ΔT | | | | | ΔRD | | | | |
| Small | 0.12 | 0.14 | 0.10 | -0.01 | 0.01 | 0.04 | 0.02 | 0.13 | -0.02 | 0.11 |
| 2 | 0.09 | 0.09 | -0.16 | 0.03 | 0.03 | -0.04 | 0.01 | -0.04 | 0.07 | 0.13 |
| 3 | 0.07 | -0.01 | -0.01 | 0.05 | -0.03 | 0.02 | 0.00 | 0.00 | 0.11 | 0.09 |
| 4 | -0.08 | 0.03 | -0.01 | -0.01 | -0.03 | -0.07 | 0.06 | 0.11 | 0.11 | 0.09 |
| Big | -0.15 | -0.26 | -0.11 | -0.05 | -0.09 | 0.02 | 0.05 | 0.12 | 0.07 | 0.05 |
| Panel B: 20 momentum portfolios | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | ΔC | | | | | RF | | | | |
| Low-5 | 0.15 | 0.21 | 0.23 | 0.24 | 0.31 | -0.06 | -0.13 | -0.06 | -0.03 | -0.06 |
| 6-10 | 0.24 | 0.35 | 0.29 | 0.35 | 0.40 | -0.03 | -0.02 | -0.04 | -0.01 | 0.14 |
| 11-15 | 0.34 | 0.22 | 0.26 | 0.27 | 0.23 | -0.01 | -0.12 | -0.09 | -0.11 | -0.12 |
| 16-High | 0.23 | 0.29 | 0.21 | 0.09 | 0.02 | -0.12 | -0.03 | -0.11 | -0.15 | -0.18 |
| | ΔT | | | | | ΔRD | | | | |
| Low-5 | -0.28 | -0.18 | -0.23 | -0.19 | -0.13 | -0.03 | 0.03 | -0.01 | 0.09 | 0.10 |
| 6-10 | -0.10 | -0.03 | -0.16 | -0.01 | -0.11 | 0.10 | 0.20 | 0.12 | 0.20 | 0.26 |
| 11-15 | 0.01 | 0.04 | 0.01 | 0.03 | 0.07 | 0.26 | 0.20 | 0.20 | 0.21 | 0.22 |
| 16-High | -0.02 | -0.07 | -0.01 | 0.03 | -0.08 | 0.16 | 0.25 | 0.19 | 0.17 | -0.06 |
| Panel C: 61 industry portfolio deciles | | | | | | | | | | |
| | ΔC | | | | | RF | | | | |
| 1-5 | 0.05 | 0.10 | 0.13 | 0.18 | 0.21 | -0.22 | -0.18 | -0.15 | -0.13 | -0.12 |
| 6-10 | 0.22 | 0.25 | 0.26 | 0.27 | 0.34 | -0.10 | -0.08 | -0.06 | -0.02 | 0.06 |
| Deciles | ΔT | | | | | ΔRD | | | | |
| 1-5 | -0.22 | -0.16 | -0.13 | -0.10 | -0.07 | -0.09 | -0.03 | 0.02 | 0.05 | 0.07 |
| 6-10 | -0.04 | -0.02 | 0.03 | 0.05 | 0.21 | 0.11 | 0.13 | 0.17 | 0.19 | 0.31 |

Notes: We compile monthly series from the Datastream database for all stocks traded on the Japanese equity market, from January 1983 to December 2019. In order to estimate excess returns, we use the three-month Treasury Bill rate for Japan. Additionally, we compile total consumption of households series, exports and imports of goods and services, and R&D investment from the OECD database. We use annual series to estimate correlations.

Table 3

Cross-sectional regression results using ΔT and ΔRD as explanatory variables

| | Model 1 | | Model 2-3 | | Model 4-5 | | | | R^2 | MAE(%) | $J - test$ |
|-----------------------------------|--------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------|--------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|-----------------|--------|-------------------|
| | Intercept | $\lambda(\Delta C_{t+1})$ | $\lambda(\Delta T_{t+1})$ | $\lambda(\Delta RD_{t+1})$ | $\lambda(\Delta T_t)$ | $\lambda(\Delta T_t \Delta C_{t+1})$ | $\lambda(\Delta RD_t)$ | $\lambda(\Delta RD_t \Delta C_{t+1})$ | | | |
| Panel A: 25 size-BE/ME portfolios | | | | | | | | | | | |
| 1 | -0.056 (-0.339) | 0.058 (1.228) | | | | | | | 0.592 0.369 | 6.61 | 23.229 (0.447) |
| 2 | -0.135 (-0.800) | 0.043 (1.838) | 0.144 (1.147) | | | | | | 0.804 0.730 | 4.05 | 34.501 (0.044) |
| 3 | -0.192 (-0.945) | 0.041 (1.669) | | 0.115 (1.532) | | | | | 0.863 0.522 | 3.30 | 34.661 (0.042) |
| 4 | 0.017 (0.100) | 0.042 (1.851) | | | 0.175 (0.998) | 0.003 (1.013) | | | 0.769 0.031 | 4.77 | 33.297 (0.043) |
| 5 | -0.158 (-0.776) | 0.061 (1.233) | | | (0.194) | (0.723) | 0.044 (0.595) | 0.002 (1.087) | 0.708 0.519 | 4.94 | 13.061 (0.906) |
| | (-0.222) | (0.474) | | | | | (0.075) | (0.180) | | | |
| Panel B: 20 momentum portfolios | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.293 (1.246) | -0.034 (-1.029) | | | | | | | 0.059 -0.078 | 15.04 | 86.201 (0.000) |
| 2 | -0.513 (-1.567) | 0.049 (1.614) | 0.376 (1.481) | | | | | | 0.483 -0.319 | 11.37 | 23.461 (0.135) |
| 3 | -0.593 (-1.643) | 0.041 (1.260) | | 0.178 (1.795) | | | | | 0.655 -0.192 | 9.22 | 21.027 (0.225) |
| 4 | 0.242 (0.724) | -0.023 (-0.484) | | | 0.051 (0.274) | -0.006 (-1.181) | | | 0.885 0.507 | 5.44 | 20.257 (0.209) |
| 5 | 0.217 (0.483) | -0.018 (-0.314) | | | (0.090) | (-0.673) | -0.001 (-0.010) | -0.004 (-0.831) | 0.818 0.388 | 6.89 | 11.312 (0.790) |
| | (0.177) | (-0.113) | | | | | (-0.003) | (-0.297) | | | |
| Panel C: 61 industry portfolios | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.086 (1.606) | 0.004 (0.495) | | | | | | | 0.067 0.057 | 2.25 | 47.076 (0.868) |
| 2 | 0.040 (0.882) | 0.003 (0.370) | 0.042 (1.296) | | | | | | 0.461 -0.009 | 1.94 | 38.544 (0.997) |
| 3 | 0.024 (0.458) | 0.000 (0.024) | | 0.014 (0.878) | | | | | 0.445 0.239 | 1.76 | 26.596 (1.000) |
| 4 | 0.076 (1.417) | 0.005 (0.604) | | | -0.017 (-0.354) | 0.001 (0.822) | | | 0.374 0.348 | 1.98 | 37.137 (0.981) |
| 5 | 0.086 (1.657) | 0.003 (0.434) | | | (-0.064) | (0.265) | -0.001 (-0.033) | 0.000 (0.460) | 0.239 0.177 | 2.11 | 39.408 (0.963) |
| | (0.501) | (0.073) | | | | | (-0.005) | (0.083) | | | |

The table displays three rows for each model, where the first row shows the coefficient estimates, the second row the t -statistics estimated by GMM, and the third row the t -statistics determined using the methodology suggested by Kan et al. (2013). OLS and GLS R^2 statistics are provided for each model, in that order.

results provided by the conditional CCAPM using ΔT and ΔRD as instruments, respectively. These conditional models use a lag number of one year for ΔT and ΔRD in expression (10).

We use the generalized method of moments (GMM) to simultaneously estimate all betas and lambdas in expressions (7) and (10) in order to replicate the two-pass cross-sectional regression (CSR) procedure, correcting standard errors for cross-sectional autocorrelation and for the fact that betas are estimated regressors. Specifically, following [Cochrane \(2005\)](#) (pp. 241–243), we use the following moment restrictions:

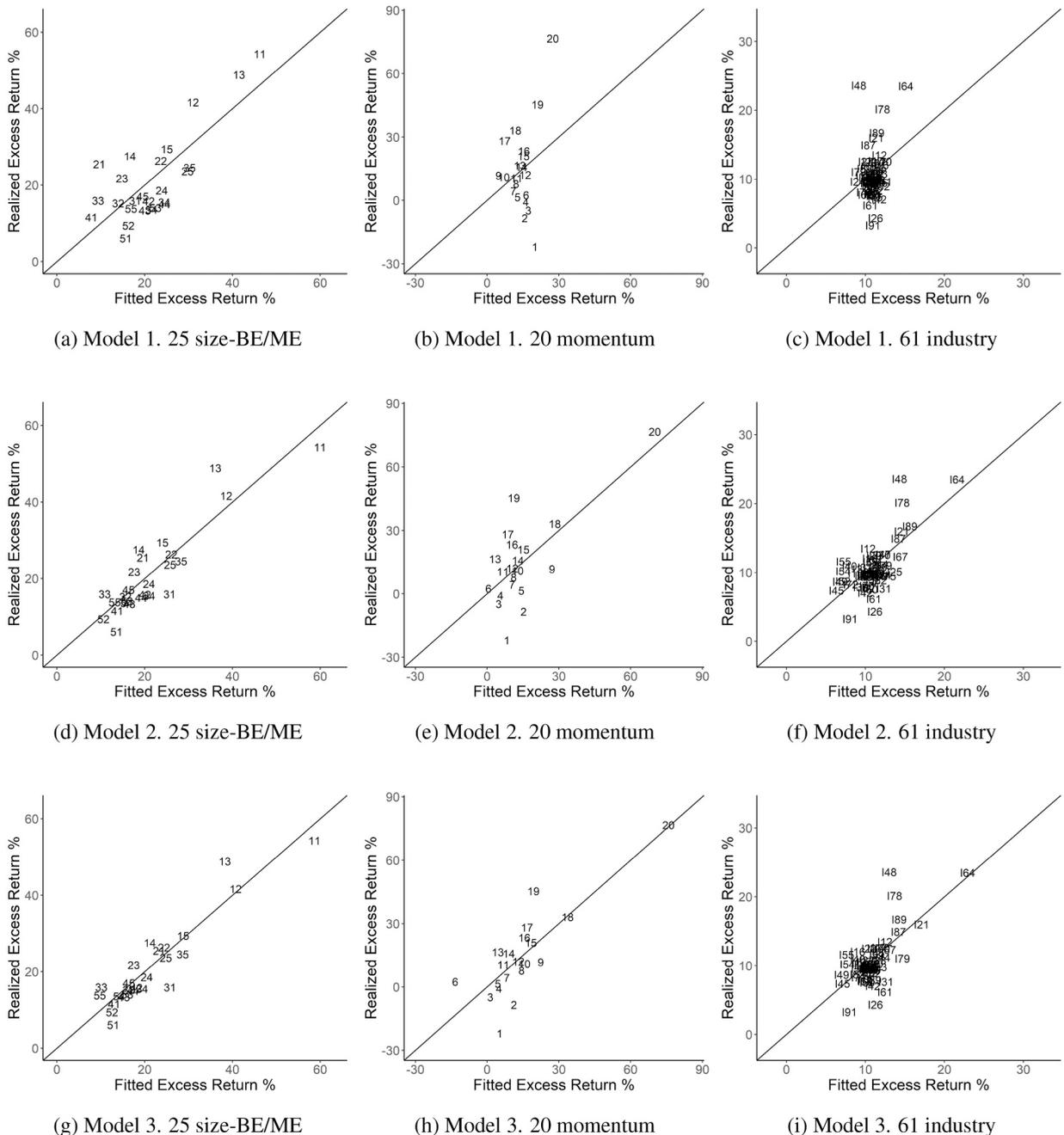


Fig. 1. Realized excess returns versus fitted values.
 Notes: We depict 25 size-BE/ME portfolios according to a code with two numbers, the first number being the size code (with 1 being the smallest and 5 the largest) and the second number being the BE/ME ratio code (with 1 representing a low ratio and 5 a high ratio). Momentum portfolios are represented by a number ranging from 1 to 20, where 1 denotes the portfolio comprising the past loser stocks and 20 denotes the portfolio comprising the past winners. We depict industry portfolios according to the letter ‘I’ followed by the first two digits of the SIC code.

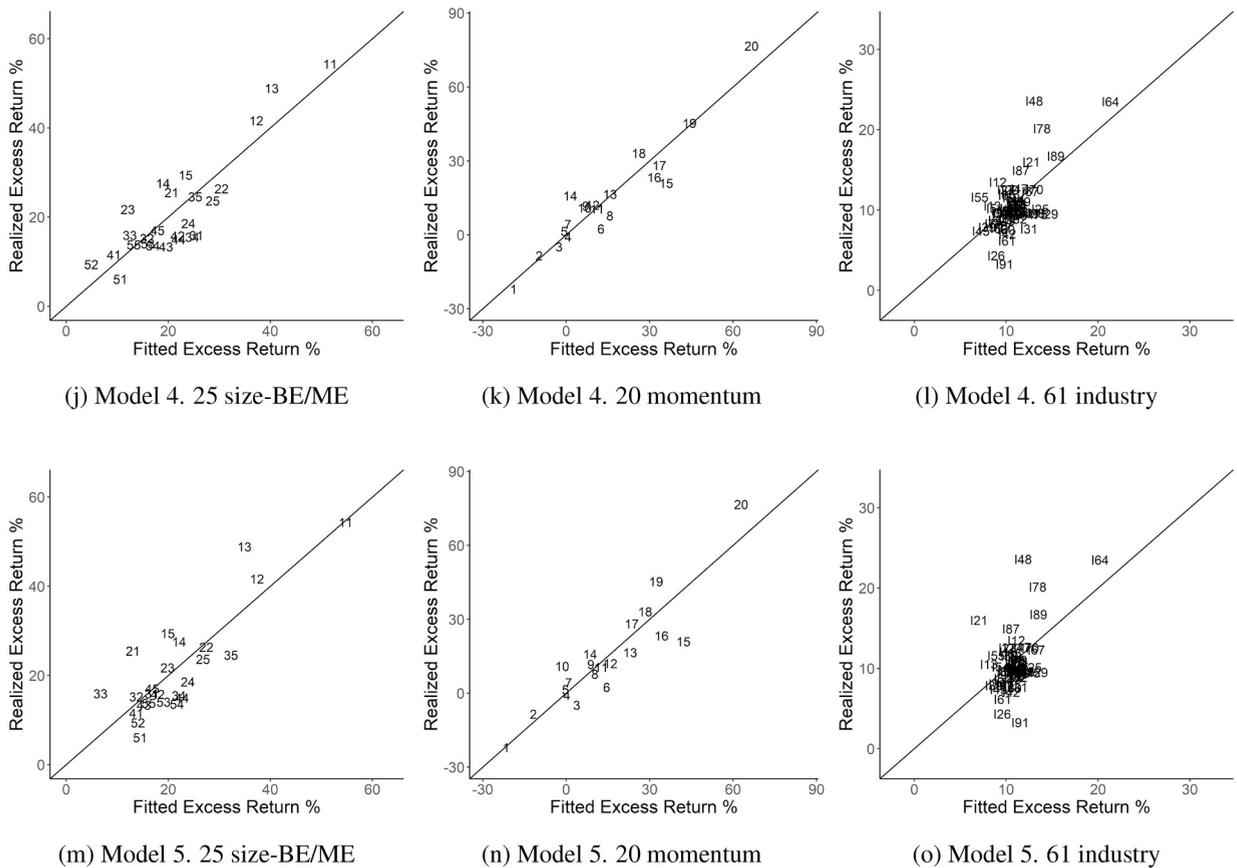


Fig. 1. (continued).

$$g_T(\mathbf{b}) = \begin{cases} E(\mathbf{R}_t^c - \mathbf{a} - \beta \mathbf{X}_t) = 0 \\ E[(\mathbf{R}_t^c - \mathbf{a} - \beta \mathbf{X}_t) \mathbf{X}_t] = 0 \\ E(\mathbf{R}_t^c - \beta \lambda) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

where \mathbf{a} , β and λ are parameters and \mathbf{X}_t is the vector of explanatory variables. For each model, Table 3 provides three rows, where the first row shows the coefficient estimates, the second row the t -statistics estimated by GMM, and the third row the t -statistics determined using the methodology suggested by Kan et al. (2013). Importantly, Kan et al. (2013) explain that model misspecification can lead to important distortions in the standard errors of model coefficients. Furthermore, the authors provide general expressions for the asymptotic variance of model coefficients under potential model misspecification. Hence, for each model in Table 3, the third row uses the Kan et al. (2013) correction to evaluate the effect of model misspecification on the statistical significance of model coefficients.

Following Lewellen et al. (2010), Table 3 also reports both ordinary least squares (OLS) and generalized least squares (GLS) R^2 statistics, in that order, for each model. Additionally, Table 3 shows the mean absolute error (MAE) and the results provided by the J -test for overidentifying restrictions.

As shown in Table 3, in general, the classic CCAPM (model 1) performs acceptably for size-BE/ME portfolios in Panel A, while it performs significantly worse for momentum and industry portfolios. Conversely, ΔT and ΔRD are highly explanatory for all portfolios under consideration when they are used as additional factors into the CCAPM (models 2 and 3) or as instruments (models 4 and 5). In particular, while Panel A in Table 3 shows that the unconditional CCAPM provides an OLS R^2 statistic of 59.2% and a MAE of 6.61% for size-BE/ME portfolios, the performance of the model improves substantially when we include ΔT or ΔRD as additional explanatory variables. Hence, the Constantinides-Duffie model provides an OLS R^2 statistic and a MAE of 80.4% and 4.05%, respectively, when we proxy idiosyncratic risk by ΔT (model 2), while this indicator performs slightly worse when used as an instrument in model 4, providing an OLS R^2 statistic and a MAE of 76.9% and 4.77%, respectively. Analogously, Panel A in Table 3 shows that ΔRD is specially informative when used as a factor (model 3), allowing the Constantinides-Duffie model to provide an OLS R^2 statistic of 86.3% and a MAE equal to 3.3%. Nevertheless, the last column in Table 3 shows that the J -test for overidentifying restrictions rejects most of the models in Panel A, with the exception of models 1 and 5.

Fig. 1 allows us to better understand the relationship between the expected excess returns in the data and the fitted values provided by the models shown in Table 3. Specifically, Fig. 1 plots the realized values and the fitted values provided by the models under

consideration, showing that, especially for models 2–4, the fitted values obtained for size-BE/ME portfolios are close to their observed counterparts. This suggests that the fact that the J -test for overidentifying restrictions rejects models 2–4 in Table 3, Panel A, is mainly due to the low variability of pricing errors across portfolios, rather than their high absolute value.

Panel B in Table 3 shows that momentum portfolios constitute a more stringent hurdle for the CCAPM than size-BE/ME portfolios. In fact, in that case, the CCAPM provides an OLS R^2 statistic of 5.9%, while its MAE amounts to 15.04%. Importantly, both ΔT and ΔRD help to significantly improve the performance of the model either when these variables enter the pricing function as additional factors (models 2 and 3) or as instruments (models 4 and 5). Indeed, our results show that ΔT allows the conditional CCAPM (model 4) to reach an OLS R^2 statistic of 88.5% and reduce the MAE to 5.44%. It is worth noting that, although the explanatory power of ΔT persists when it is used as a factor in model 2, it performs more modestly, delivering an OLS R^2 statistic and a MAE of 48.3% and 11.37%, respectively.

The results in Table 3, Panel B, show that ΔRD performs well when used as a proxy for idiosyncratic risk in the Constantinides-Duffie model (model 3), but especially when used to scale consumption betas in model 5. Specifically, the Constantinides-Duffie model provides a lower OLS R^2 statistic (65.5%) and a higher MAE (9.22%) than the conditional CCAPM, which provides an OLS R^2 statistic and a MAE of 81.8% and 6.89%, respectively. In this regard, Fig. 1 shows that momentum portfolios produce more scattered fitted values when ΔT and ΔRD are used as factors in models 2 and 3 than when used as instruments in models 4 and 5. This is consistent with the fact that the GLS R^2 statistics of models 2 and 3 are extremely low, meaning that their factor mimicking portfolios are far from being mean-variance efficient (Lewellen et al., 2010). In any case, it should be noted that the J -test for overidentifying restrictions does not reject models 2–5 in Panel B.

Regarding industry portfolios, Panel C in Table 3 shows that, as in the case of the momentum portfolios, ΔT and ΔRD clearly contribute to improving the performance of the classic CCAPM, although these variables exhibit a lower explanatory in Panel C than Panels A and B, in part due to the small variability of expected returns across industries. Indeed, industry portfolios have traditionally been a major hurdle for most asset pricing models, as their expected returns are often poorly correlated with the vast majority of factor betas (Fama and French, 1997). More specifically, the results in Table 3, Panel C, show that both ΔT and ΔRD perform better when used as factors in the Constantinides-Duffie model (models 2 and 3) than when used as instruments in the conditional CCAPM (models 4 and 5). Thus, while the classic CCAPM provides an OLS R^2 statistic and a MAE of 6.7% and 2.25%, respectively, ΔT allows the Constantinides-Duffie model to reach an OLS R^2 statistic of 46.1% and a MAE of 1.94%. Analogously, ΔRD leads the Constantinides-Duffie model to provide an OLS R^2 statistic and a MAE of 44.5% and 1.76%, respectively. The results in Panel C for models 4 and 5 show that, although ΔT and ΔRD also help improve the performance of the conditional CCAPM relative to its unconditional counterpart, their performance is more modest, delivering OLS R^2 statistics equal to 37.4% and 23.9%, respectively. Remarkably, the J -test for overidentifying restrictions does not reject any model in Panel C, mainly due to the small size of pricing errors relative to their dispersion across portfolios (see Fig. 1).

It should be mentioned that, despite the economical significance of ΔT and ΔRD in estimating the expected returns of the portfolios under analysis, in all cases the lambda coefficients are not statistically significant, meaning that their value may be subject to strong

Table 4
Cross-sectional regression results using the IK ratio and the CCI as instruments.

| – | Models a-b | | | | | | R^2 | MAE(%) | J – test |
|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|-----------------|--------|-------------------|
| | Intercept | $\lambda(\Delta C_{t+1})$ | $\lambda(IK_t)$ | $\lambda(IK_t \Delta C_{t+1})$ | $\lambda(CCI_t)$ | $\lambda(CCI_t \Delta C_{t+1})$ | | | |
| Panel A: 25 size-BE/ME portfolios | | | | | | | | | |
| a | –0.069 (–0.787) (–0.223) | 0.018 (1.148) (0.257) | –0.003 (–0.107) (–0.031) | 0.000 (0.612) (0.154) | | | 0.910 0.313 | 2.98 | 51.165 (0.000) |
| b | –0.079 (–0.657) (–0.157) | 0.035 (2.032) (0.492) | | | 0.713 (0.468) (0.139) | 0.015 (0.349) (0.096) | 0.851 0.827 | 3.57 | 38.363 (0.012) |
| Panel B: 20 momentum portfolios | | | | | | | | | |
| a | –0.148 (–0.554) (–0.039) | –0.024 (–0.318) (–0.154) | –0.090 (–0.700) (–0.180) | 0.003 (–0.991) (–0.304) | | | 0.684 0.126 | 8.86 | 11.406 (0.784) |
| b | 0.487 (0.767) (0.225) | –0.039 (–0.518) (–0.150) | | | 1.599 (0.456) (0.134) | –0.110 (–0.736) (–0.321) | 0.729 0.304 | 8.85 | 10.535 (0.837) |
| Panel C: 61 industry portfolios | | | | | | | | | |
| a | 0.060 (1.257) (0.335) | 0.002 (0.269) (0.040) | –0.004 (–0.308) (–0.069) | 0.000 (–0.112) (–0.023) | | | 0.157 –0.204 | 2.21 | 41.262 (0.942) |
| b | 0.063 (1.336) (0.371) | 0.004 (0.728) (0.118) | | | –0.214 (–0.338) (–0.056) | 0.004 (0.271) (0.062) | 0.328 0.120 | 2.07 | 39.718 (0.960) |

Notes: The table displays three rows for each model, where the first row shows the coefficient estimates, the second row the t -statistics estimated by GMM, and the third row the t -statistics determined using the methodology suggested by Kan et al. (2013). OLS and GLS R^2 statistics are provided for each model, in that order.

sampling variation. Although this lack of significance is usual in macroeconomic asset pricing models (Lettau and Ludvigson, 2001; Lustig and Van Nieuwerburgh, 2005; Parker and Julliard, 2005), primarily due to measurement errors tied to macroeconomic series, the comparison between the t -statistics provided by GMM and those determined following the Kan et al. (2013) methodology shows that model misspecification translates into significantly higher standard errors and, consequently, lower t -statistics. According to Kan et al. (2013), this is often the case with macroeconomic asset pricing models, where the low correlation between asset returns and factors leads to an important impact of misspecification on the asymptotic variance of lambda coefficients.

Additionally, in order to compare the performance of the models shown in Table 3 with that of the conditional CCAPM scaled by other instruments well-documented in the literature, Table 4 shows the regression results delivered by the conditional CCAPM using two additional instruments, namely: (i) the investment-capital ratio (hereafter, IK ratio), determined using the Cochrane (1991) methodology on Japanese gross capital formation data series, as provided by the OECD, and (ii) the consumer confidence index (hereafter, CCI) for Japan in the period under study (dataset 'Composite Leading Indicators' MEI, from the OECD Statistics Section). Importantly, while Cochrane (1991) shows that the IK ratio exhibits significant predictive power in forecasting stock returns, Ludvigson (2004) and Sommer (2007) emphasize the good performance of the CCI in forecasting consumption growth due its strong relationship with habit formation.

The results in Table 4 show that although the IK ratio and the CCI do a good job when used as instruments in the conditional CCAPM (models a and b in Table 4, respectively), in general they do not allow the model to outperform models 2–5 in Table 3. In particular, for size-BE/ME portfolios in Table 4 Panel A, the IK ratio and the CCI provide OLS R^2 statistics of 91% and 85.1%, respectively, while their

Table 5Test of equality of cross-sectional R^2 statistics.

| | Model 2 | Model 3 | Model 4 | Model 5 | Model a | Model b |
|-----------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Panel A: 25 size-BE/ME portfolios | | | | | | |
| Model 1 | -0.212 (0.632) | -0.271 (0.579) | -0.177 (0.659) | -0.116 (0.671) | -0.318 (0.555) | -0.258 (0.613) |
| Model 2 | | -0.059 (0.421) | 0.035 (0.795) | 0.097 (0.782) | -0.106 (0.483) | -0.046 (0.682) |
| Model 3 | | | 0.094 (0.541) | 0.155 (0.695) | -0.047 (0.662) | 0.012 (0.909) |
| Model 4 | | | | 0.062 (0.867) | -0.140 (0.477) | -0.081 (0.679) |
| Model 5 | | | | | -0.202 (0.657) | -0.143 (0.725) |
| Model a | | | | | | 0.059 (0.551) |
| Panel B: 20 momentum portfolios | | | | | | |
| Model 1 | -0.424 (0.766) | -0.596 (0.650) | -0.827 (0.434) | -0.759 (0.514) | -0.625 (0.564) | -0.670 (0.597) |
| Model 2 | | -0.172 (0.752) | -0.403 (0.618) | -0.335 (0.722) | -0.201 (0.820) | 0.246 (0.837) |
| Model 3 | | | -0.231 (0.631) | -0.163 (0.793) | -0.029 (0.971) | -0.074 (0.937) |
| Model 4 | | | | 0.068 (0.840) | 0.201 (0.760) | 0.156 (0.832) |
| Model 5 | | | | | 0.134 (0.835) | 0.089 (0.877) |
| Model a | | | | | | -0.045 (0.959) |
| Panel C: 61 industry portfolios | | | | | | |
| Model 1 | -0.394 (0.000) | -0.379 (0.000) | -0.307 (0.000) | -0.172 (0.038) | -0.090 (0.056) | -0.262 (0.003) |
| Model 2 | | 0.016 (0.715) | 0.087 (0.136) | 0.222 (0.011) | 0.304 (0.001) | 0.133 (0.049) |
| Model 3 | | | 0.071 (0.139) | 0.206 (0.021) | 0.288 (0.000) | 0.117 (0.128) |
| Model 4 | | | | 0.135 (0.021) | 0.217 (0.000) | 0.046 (0.404) |
| Model 5 | | | | | 0.082 (0.197) | -0.089 (0.005) |
| Model a | | | | | | -0.171 (0.010) |

Notes: The table shows the results of pairwise test of equality of the OLS R^2 statistics for the following models: (i) the unconditional CCAPM (model 1), (ii) the Constantinides-Duffie model using ΔT as a proxy for idiosyncratic risk (model 2), (iii) the Constantinides-Duffie model using ΔRD as a proxy for idiosyncratic risk (model 3), (iv) the conditional CCAPM scaled by ΔT (model 4), (v) the conditional CCAPM scaled by ΔRD (model 5), (vi) the conditional CCAPM scaled by the IK ratio (model a), and (vii) the conditional CCAPM scaled by the CCI (model b). We report the difference between the sample cross-sectional OLS R^2 statistics of the models in row i and column j , $R_i^2 - R_j^2$, and the associated p -values (in parentheses) under the null of equality of R^2 statistics.

MAEs amount to 2.98% and 3.57%, thus slightly outperforming models 2–5 in Table 3 Panel A. However, for momentum portfolios, Tables 3 and 4 show that, while the IK ratio and the CCI provide better results than ΔT and ΔRD when these variables are used as factors in models 2 and 3, the opposite is true when ΔT and ΔRD are used as instruments in models 4 and 5. Furthermore, in the case of industry portfolios, in most cases ΔT and ΔRD allow models 2–5 in Table 3 to outperform models a and b in Table 4, helping both the Constantinides-Duffie model and the conditional CCAPM to generally provide higher R^2 statistics and lower MAEs than the IK ratio and the CCI.

Despite the high explanatory power of both the Constantinides-Duffie model and the conditional CCAPM scaled by ΔT and ΔRD in explaining the expected returns of the portfolios under study, it should be noted that the problems arising from model misspecification, measurement errors in the explanatory variables or sampling variation hinder a direct comparison of the models simply by observing their R^2 statistics, MAEs or the p -value provided by the J -test for overidentifying restrictions. In this regard, Kan et al. (2013) develop a test of model comparison based on the sample cross-sectional R^2 statistic, that allows the authors to straightforwardly compare two competing beta models. Therefore, considering that in our study the Constantinides-Duffie model and the conditional CCAPM nest the classic CCAPM, Table 5 reports the pairwise tests of equality of the OLS R^2 statistics for all models under study, where p -values are shown in parentheses.

In general, the results in Table 5 do not allow us to reject the null of equality of OLS R^2 statistics except for industry portfolios (Panel C). In that case, models 2–5 and model b clearly dominate the classic CCAPM, while models 2–4 also dominate the conditional CCAPM scaled by the IK ratio (model a). Furthermore, the differences in the R^2 statistics of models 2 and 5 with that of the conditional CCAPM scaled by the CCI (model b) are also statistically significant. These results are consistent with those obtained by Kan et al. (2013), who find differences in R^2 statistics up to 65% that are still not statistically significant. Thus, although the results in Table 5 complement those shown in Tables 3 and 4 for the models under study, also highlight that model misspecification, measurement errors and sampling variation in economic series seriously hinder model comparison in practice.

In sum, our results suggest that income inequality, as measured by ΔT and ΔRD , considerably help the classic CCAPM to improve its performance on the Japanese equity market. Thus, following the OECD (2011) and Dabla-Norris et al. (2015), the significant impact of trade openness and technological progress on income inequality seems to make ΔT and ΔRD good candidates to capture pricing information not included in consumption growth. This fact is consistent with idiosyncratic risks that are not perfectly insured due to market incompleteness and nonlinear investor preferences, but also with the possibility that income inequality constitutes an important piece of the conditioning information used by investors in making their economic decisions. Nevertheless, the results shown in Table 3 and Fig. 1 show that the effect of income inequality on model performance varies significantly across portfolios, which suggests that additional variables other than consumption growth and income inequality strongly determine the behavior of stock returns.

6. Conclusions

Although consumption-based asset pricing, as pioneered by Lucas (1978), constitutes a solid body of work that allows us to explicitly relate asset pricing and macroeconomics, most empirical tests on perfect risk-sharing tend to reject it, which puts into question the representative investor approach, typically assumed by consumption models. In this framework, the Constantinides-Duffie model constitutes a powerful approach for the task of analyzing the asset pricing implications of untraded risks. In any case, the difficulties in correctly estimating idiosyncratic risk and, more precisely, the cross-sectional variance of consumption growth, seriously hinders the use of this methodology for practical purposes. In this context, our approach exploits the tight relationship of income inequality with market openness and R&D investment, as explained in Milanovic and Squire (2005), Papageorgiou et al. (2008), Harrison et al. (2010), OECD (2011) and Dabla-Norris et al. (2015), to proxy the cross-sectional variance of consumption growth by trade openness, defined as the growth rate of exports plus imports, and the growth of national R&D expense. Furthermore, we analyze the explanatory power of ΔT and ΔRD when used as a part of the information sets of investors in making their economic decisions.

Our results show that both ΔT and ΔRD contribute significantly to improve the results provided by the classic consumption-based asset pricing model. In particular, both variables perform satisfactorily when they are used either as additional explanatory variables within the Constantinides-Duffie setup, or as instruments to parameterize the SDF of the conditional CCAPM. However, depending on the specific class of portfolio, the models under study provide mixed results. Thus, while both ΔT and ΔRD work better when used as a proxy for idiosyncratic risk in the case of size-BE/ME portfolios and industry portfolios, these indicators perform better when used as instruments in the case of momentum portfolios.

In the light of these results, further research on the role of trade openness and R&D investment in asset pricing is mandatory. First, future research should examine the prevalence of our results in other countries with well-differentiated patterns in consumption growth. In this regard, Rojo-Suárez et al., 2021 show that disparities in consumption patterns across countries can substantially affect the performance of consumption-based asset pricing models. This fact can lead to substantial differences in the effect of income inequality on stock returns.

Second, the influence of idiosyncratic risk on asset returns is directly determined by market incompleteness, which is a common feature of financial markets worldwide. In this regard, future research should provide further insight on the relationship of the explanatory power of trade openness and R&D investment on asset prices with country-level risk-sharing. For that purpose, our approach can be largely complemented with those followed by Cochrane (1991), Ogaki and Zhang (2001), Kim et al. (2006) and Broner and Ventura (2011) in order to analyze the role of idiosyncratic taste shocks and the effect of globalization on risk-sharing.

Finally, throughout the paper we assume that investors are aware of the true model driving their economic decisions, as usual in a

large part of the asset pricing literature. However, following Hansen and Sargent (2008), Epstein and Schneider (2010) and Strzalecki (2011), the literature on ambiguity aversion argues that investors usually behave conservatively with respect to ambiguity, acting as if the ‘worst-reasonable-case’ model is true. Moreover, unexpected shocks on trade openness and R&D investment can have important implications on asset prices, which are unexplored in this paper, but can be satisfactorily addressed complementing our perspective with that followed by macroeconomic learning models, as those suggested by Pastor and Veronesi (2009) and Johannes et al. (2016).

Funding

This work was supported by the Education and Research Service of the Madrid regional government and the European Social Fund [grant numbers PEJD-2017-PRE/SOC-4289 and PEJD-2018-PRE/SOC-8898].

Credit author statement

Lucía Galicia-Sanguino: Conceptualization, Methodology, Software, Formal analysis, Investigation, Resources, Writing-Original draft
Javier Rojo-Suárez: Conceptualization, Methodology, Software, Validation, Formal analysis, Investigation, Resources, Data curation, Writing-Original draft, Writing-Review and editing, Visualization, Supervision, Project administration, Funding Acquisition
Ana B. Alonso-Conde: Conceptualization, Methodology, Validation, Formal analysis, Investigation, Resources, Data curation, Writing-Original draft, Writing-Review and editing, Visualization, Supervision, Project administration, Funding Acquisition
M. Victoria López-Pérez: Validation, Supervision, Project administration.

References

- Acemoglu, D., 1998. Why do new technologies complement skills? Directed technical change and wage inequality. *Q. J. Econ.* 113, 1055–1089. <https://doi.org/10.1162/003355398555838>.
- Amiti, M., Davis, D., 2008. Trade, firms, and wages: Theory and evidence. In: CEPR Discussion Papers 6872. Discussion Papers, C.E.P.R. <https://doi.org/10.1093/restud/rdr016>.
- Asness, C.S., Moskowitz, T.J., Pedersen, L., 2013. Value and momentum everywhere. *J. Financ.* 68, 929–985. <https://doi.org/10.1111/jofi.12021>.
- Balduzzi, P., Yao, T., 2007. Testing heterogeneous-agent models: an alternative aggregation approach. *J. Monet. Econ.* 54, 369–412. <https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2005.08.021>.
- Brav, A., Constantinides, G., Geczy, C.C., 2002. Asset pricing with heterogeneous consumers and limited participation: empirical evidence. *J. Polit. Econ.* 110, 793–824. <https://doi.org/10.1086/340776>.
- Breeden, D.T., 1979. An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. *J. Financ. Econ.* 7, 265–296. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(79\)90016-3](https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90016-3).
- Broner, F., Ventura, J., 2011. Globalization and risk sharing. *Rev. Econ. Stud.* 78, 49–82. <https://doi.org/10.1093/restud/rdq015>.
- Campbell, J., Cochrane, J., 2000. Explaining the poor performance of consumption-based asset pricing models. *J. Financ.* 55, 2863–2878. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00310>.
- Card, D., DiNardo, J., 2002. Skill-biased technological change and rising wage inequality: Some problems and puzzles. In: NBER Working Papers 8769. <https://doi.org/10.3386/w8769>. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Chen, H., Michaux, M., Roussanov, N., 2020. Houses as ATMs: mortgage refinancing and macroeconomic uncertainty. *J. Financ.* 75, 323–375. <https://doi.org/10.1111/jofi.12842>.
- Cicccone, A., Jarociński, M., 2010. Determinants of economic growth: will data tell? *Am. Econ. J. Macroecon.* 2, 222–246. <https://doi.org/10.1257/mac.2.4.222>.
- Cochrane, J.H., 1991. Production-based asset pricing and the link between stock returns and economic fluctuations. *J. Financ.* 46, 209–237. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1991.tb03750.x>.
- Cochrane, J.H., 1996. A cross-sectional test of an investment-based asset pricing model. *J. Polit. Econ.* 104, 572–621. <https://doi.org/10.1086/262034>.
- Cochrane, J.H., 2005. *Asset Pricing: Revised Edition*. Princeton university press.
- Cogley, T., 2002. Idiosyncratic risk and the equity premium: evidence from the consumer expenditure survey. *J. Monet. Econ.* 49, 309–334. [https://doi.org/10.1016/S0304-3932\(01\)00106-4](https://doi.org/10.1016/S0304-3932(01)00106-4).
- Constantinides, G.M., Duffie, D., 1996. Asset pricing with heterogeneous consumers. *J. Polit. Econ.* 104, 219–240. <https://doi.org/10.1086/262023>.
- Constantinides, G.M., Ghosh, A., 2017. Asset pricing with countercyclical household consumption risk. *J. Financ.* 72, 415–460. <https://doi.org/10.1111/jofi.12471>.
- Dabla-Norris, M.E., Kochhar, M.K., Suphaphiphat, M.N., Ricka, M.F., Tsounta, E., 2015. Causes and consequences of income inequality: a global perspective. International Monetary Fund. <https://doi.org/10.5089/9781513555188.006>.
- Daniel, K., Titman, S., Wei, K.J., 2001. Explaining the cross-section of stock returns in Japan: factors or characteristics? *J. Financ.* 56, 743–766. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00344>.
- Dybvig, P., Ingersoll, J., 1982. Mean-variance theory in complete markets. *J. Bus.* 55, 233–251. <https://doi.org/10.1086/296162>.
- Egger, H., Kreickemeier, U., 2009. Firm heterogeneity and the labor market effects of trade liberalization. *Int. Econ. Rev.* 50, 187–216. <https://doi.org/10.1111/j.1468-2354.2008.00527.x>.
- Endoh, M., 2018. The effect of import competition on wages in the Japanese manufacturing sector. *Asian Economic Papers* 17, 46–67. https://doi.org/10.1162/asep_a.00585.
- Epstein, L., Schneider, M., 2010. Ambiguity and asset markets. In: NBER Working Papers 16181. National Bureau of Economic Research, Inc. <https://doi.org/10.3386/w16181>.
- Fama, E.F., French, K.R., 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *J. Financ. Econ.* 33, 3–56. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(93)90023-5).
- Fama, E.F., French, K.R., 1997. Industry costs of equity. *J. Financ. Econ.* 43, 153–193. [https://doi.org/10.1016/S0304-405X\(96\)00896-3](https://doi.org/10.1016/S0304-405X(96)00896-3).
- Fama, E.F., French, K.R., 2006. The value premium and the CAPM. *J. Financ.* 61, 2163–2185. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2006.01054.x>.
- Fama, E.F., French, K.R., 2012. Size, value, and momentum in international stock returns. *J. Financ. Econ.* 105, 457–472. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2012.05.011>.
- Fama, E.F., French, K.R., 2017. International tests of a five-factor asset pricing model. *J. Financ. Econ.* 123, 441–463. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2016.11.004>.
- Frankel, J.A., Romer, D.H., 1999. Does trade cause growth? *Am. Econ. Rev.* 89, 379–399. <https://doi.org/10.1257/aer.89.3.379>.
- Freeman, R.B., 2009. Globalization and Inequality, in: *The Oxford Handbook of Economic Inequality*. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199606061.013.0023>.
- Griffin, J.M., Kelly, P.J., Nardari, F., 2010. Do market efficiency measures yield correct inferences? A comparison of developed and emerging markets. *Rev. Financ. Stud.* 23, 3225–3277. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhq044>.
- Grossman, S., Shiller, R., 1982. Consumption correlatedness and risk measurement in economies with non-traded assets and heterogeneous information. *J. Financ. Econ.* 10, 195–210. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(82\)90013-7](https://doi.org/10.1016/0304-405X(82)90013-7).

- Hansen, L.P., Richard, S.F., 1987. The role of conditioning information in deducing testable restrictions implied by dynamic asset pricing models. *Econometrica* 55, 587–613. <https://doi.org/10.2307/1913601>.
- Hansen, L.P., Sargent, T.J., 2008. *Robustness*. Princeton university press.
- Harrison, A., McLaren, J., McMillan, M., 2010. Recent findings on trade and inequality. In: NBER Working Papers 16425. <https://doi.org/10.3386/w16425>. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Hirshleifer, D., Hsu, P.H., Li, D., 2013. Innovative efficiency and stock returns. *J. Financ. Econ.* 107, 632–654. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2012.09.011>.
- Hsu, P.H., 2009. Technological innovations and aggregate risk premiums. *J. Financ. Econ.* 94, 264–279. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2009.01.002>.
- Hsu, P.H., Huang, D., 2010. Technology prospects and the cross-section of stock returns. *J. Empir. Financ.* 17, 39–53. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2009.08.001>.
- Jacobs, K., Wang, K.Q., 2004. Idiosyncratic consumption risk and the cross section of asset returns. *J. Financ.* 59, 2211–2252. <https://doi.org/10.2139/ssrn.302172>.
- Johannes, M., Lochstoer, L.A., Mou, Y., 2016. Learning about consumption dynamics. *J. Financ.* 71, 551–600. <https://doi.org/10.1111/jofi.12246>.
- Kan, R., Robotti, C., Shanken, J., 2013. Pricing model performance and the two-pass cross-sectional regression methodology. *J. Financ.* 68, 2617–2649. <https://doi.org/10.1111/jofi.12035>.
- Kim, S., Kim, S., Wang, Y., 2006. Financial integration and consumption risk sharing in East Asia. *Japan and the World Economy* 18, 143–157. <https://doi.org/10.1016/j.japwor.2004.10.001>.
- Kocherlakota, N., 1996. The equity premium: It's still a puzzle. *J. Econ. Lit.* 34, 42–71.
- Kubota, K., Tokunaga, T., Wada, K., 2008. Consumption behavior, asset returns, and risk aversion: evidence from the Japanese household survey. *Japan and the World Economy* 20, 1–18. <https://doi.org/10.1016/j.japwor.2006.08.002>.
- Lettau, M., Ludvigson, S., 2001. Resurrecting the (C)CAPM: a cross-sectional test when risk premia are time-varying. *J. Polit. Econ.* 109, 1238–1287. <https://doi.org/10.1086/323282>.
- Lewellen, J., Nagel, S., Shanken, J., 2010. A skeptical appraisal of asset pricing tests. *J. Financ. Econ.* 96, 175–194. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2009.09.001>.
- Lucas, R., 1978. Asset prices in an exchange economy. *Econometrica* 46, 1429–1445. <https://doi.org/10.2307/1913837>.
- Ludvigson, S., 2004. Consumer confidence and consumer spending. *J. Econ. Perspect.* 18, 29–50. <https://doi.org/10.1257/0895330041371222>.
- Lustig, H.N., Van Nieuwerburgh, S.G., 2005. Housing collateral, consumption insurance, and risk premia: an empirical perspective. *J. Financ.* 60, 1167–1219. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2005.00759.x>.
- Mehra, R., Prescott, E., 1985. The equity premium: a puzzle. *J. Monet. Econ.* 15, 145–161. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(85\)90061-3](https://doi.org/10.1016/0304-3932(85)90061-3).
- Mehra, R., Prescott, E., 2003. The equity premium in retrospect. In: NBER Working Papers 9525. National Bureau of Economic Research, Inc. <https://doi.org/10.3386/w9525>.
- Milanovic, B., Squire, L., 2005. Does tariff liberalization increase wage inequality? Some empirical evidence. In: NBER Working Papers 11046. Inc, National Bureau of Economic Research. <https://doi.org/10.3386/w11046>.
- Noda, A., 2013. A survey on the estimation of CCAPMs via moment restrictions: the case of Japan. *Keio Economic Studies* 49, 69–91.
- OECD, 2011. Divided we stand: why inequality keeps rising. Paris, Organisation for Economic Co-operation and Development. <https://doi.org/10.1787/9789264119536-en>.
- Ogaki, M., Zhang, Q., 2001. Decreasing relative risk aversion and tests of risk sharing. *Econometrica* 69, 515–526. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00201>.
- Papageorgiou, C., Lall, S., Jaumotte, F., 2008. Rising Income Inequality; Technology, or Trade and Financial Globalization? IMF Working Papers 08/185 (International Monetary Fund).
- Parker, J.A., Julliard, C., 2005. Consumption risk and the cross section of expected returns. *J. Polit. Econ.* 113, 185–222. <https://doi.org/10.1086/426042>.
- Pastor, L., Veronesi, P., 2009. Technological revolutions and stock prices. *Am. Econ. Rev.* 99, 1451–1483. <https://doi.org/10.1257/aer.99.4.1451>.
- Ravina, E., 2019. Habit persistence and keeping up with the joneses: evidence from micro data. Working Papers. New York University. <https://doi.org/10.2139/ssrn.928248>.
- Rojo-Suárez, J., Alonso-Conde, A.B., 2021. Data for: trade integration and research and development investment as a proxy for idiosyncratic risk in the cross-section of stock returns. Mendeley Data 3. <https://doi.org/10.17632/g2xc3mxcgy.3>.
- Rojo-Suárez, J., Alonso-Conde, A.B., Ferrero-Pozo, R., 2021. Can the seasonal pattern of consumption growth reproduce habits in the cross-section of stock returns? Evidence from the european equity market. *Eur. J. Financ.* 27 (8), 721–739. <https://doi.org/10.1080/1351847X.2020.1838936>.
- Roll, R., 1977. A critique of the asset pricing theory's tests part I: on past and potential testability of the theory. *J. Financ. Econ.* 4, 129–176. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(77\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90009-5).
- Ross, S., 1978. A simple approach to the valuation of risky streams. *J. Bus.* 51, 453–475. <https://doi.org/10.1086/296008>.
- Schmidt, L., 2014. Climbing and falling off the ladder: asset pricing implications of labor market event risk. Working Papers. Chicago University. <https://doi.org/10.2139/SSRN.2471342>.
- Sommer, M., 2007. Habit formation and aggregate consumption dynamics. *The B.E. J. Macroecon.* 7, 1–25. <https://doi.org/10.2202/1935-1690.1444>.
- Stolper, W.F., Samuelson, P., 1941. Protection and real wages. *Rev. Econ. Stud.* 9, 58–73. <https://doi.org/10.2307/2967638>.
- Strzalecki, T., 2011. Axiomatic foundations of multiplier preferences. *Econometrica* 79, 47–73. <https://doi.org/10.3982/ECTA8155>.
- Verhoogen, E., 2008. Trade, quality upgrading, and wage inequality in the Mexican manufacturing sector. *Q. J. Econ.* 123, 489–530. <https://doi.org/10.1162/qjec.2008.123.2.489>.
- Vissing-Jorgensen, A., 2002. Limited asset market participation and the elasticity of intertemporal substitution. *J. Polit. Econ.* 110, 825–853. <https://doi.org/10.1086/340782>.
- Wacziarg, R., Horn Welch, K., 2008. Trade liberalization and growth: new evidence. *World Bank Econ. Rev.* 22, 187–231. <https://doi.org/10.1093/wber/lhn007>.
- Weil, P., 1989. The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle. *J. Monet. Econ.* 24, 401–421. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(89\)90028-7](https://doi.org/10.1016/0304-3932(89)90028-7).
- Xu, M., Zhang, C., 2004. The explanatory power of R&D for the cross-section of stock returns: Japan 1985–2000. *Pac. Basin Financ. J.* 12, 245–269. <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2003.09.001>.